

МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

---

С.А. Гришин, С.В. Мустяца, М.А. Петрова, Е.Х. Садекова

**Зачет по математическому анализу. 1 семестр**

Москва 2009

УДК 517.1(075)

БДК 22.161я7

3-39

Гришин С.А., Мустьяца С.В., Петрова М.А., Садекова Е.Х. Зачет по математическому анализу. 1 семестр. — М.: МИФИ, 2009.— 36 с.

В настоящем издании приведены варианты зачетных заданий для студентов, обучающихся математическому анализу в первом семестре на всех факультетах МИФИ.

Эти задания могут быть использованы преподавателями для приема зачетов по дисциплине «Математический анализ», проведения межсеместрового контроля успеваемости студентов, контрольных работ; а также студентами для подготовки к сдаче зачетов по данному предмету.

*Рекомендовано к изданию редсоветом МИФИ.*

©Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет), 2009.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Зачет по математическому анализу. 1 семестр.....	4
2. Список рекомендуемой литературы.....	34

Зачет по математическому анализу. 1 семестр

Вариант 1

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$

2. Теоретический вопрос. Доказать, что последовательность  $a_n = (1 + (-1)^{5n+2}) \cdot \left(n + \frac{1}{n}\right)$  не ограничена.

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + \sqrt{n+1}}{(\sqrt{n+1})\sqrt{n^3+n+1}}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \pi x}{x^2 + x - 6}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x) - x}{\arctg 3x}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\arcsin^3 2x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\cos e^{2x}}$ .

8. Найти производную функции в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0$ :

$$y = \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^{x^2}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\frac{x}{y} = e^{xy}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = x \ln^2 x$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = x e^{\frac{1}{x}}$ .

13. Диагональ прямоугольника равна  $l$ . Какое наибольшее значение может принимать его площадь?

Зачет по математическому анализу. 1 семестр

Вариант 2

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$

2. Теоретический вопрос. Доказать, что последовательность  $a_n = \frac{2n + n^2}{3n^2 + n + 1}$  ограничена.

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3n + 1} + 3n}{n + \ln n}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 2x}{\sqrt{1 + 4x} - 1}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log_2(2x) - 1}{\sin \pi x}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\sin^3 2x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\frac{1}{\ln(1+2x-\pi/2)}}$ .

8. Найти производную функции в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0$ :

$$y = \frac{\sin x \cos 2x}{\sin 3x}, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}.$$

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $xy = e^{x/y}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = xe^x$  в точке  $x_0 = 0$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = xe^{\frac{1}{x^2}}$ .

13. Площадь прямоугольника равна  $s$ . Какое наименьшее значение может принимать длина его диагонали?

## Зачет по математическому анализу. 1 семестр

### Вариант 3

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ .

2. Теоретический вопрос. Доказать, что последовательность  $a_n = n^{(1+(-1)^n)}$  не ограничена, но содержит ограниченную подпоследовательность.

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + \sin n}{(n-3)(2n+5)}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\ln(\pi/x)}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \arcsin x}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x \cdot \cos x}{\operatorname{tg}^3 x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 1} (4x - 3)^{\cos ec \pi x}$ .

8. Найти производную функции  $y = \frac{3^x \ln(1 + 2x^2)}{\sqrt{1 + x^2}}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее

значение в точке  $x_0 = 0$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = \frac{\sin 2x}{x^2}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x + \sin y = e^x$  неявно. Найти ее дифференциал в точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = x^2 \sin x$  в точке  $x_0 = \pi$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = x \cdot \sin(1/x)$ .

13. Сторона треугольника равна  $a$ , радиус круга, описанного около треугольника, равен  $R$  ( $2R > a$ ). Какое наибольшее значение может принимать его площадь?

## Зачет по математическому анализу. 1 семестр

### Вариант 4

1. Сформулировать понятие:  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ .

2. Теоретический вопрос. Доказать, что последовательность  $a_n = \frac{2n+3}{n-1}$  монотонно убывает и ограничена сверху.

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n+3)(n+\sqrt{n})}{3n^2 + \sqrt{n^2 + n} + 1}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{arctg}((\pi-x)/2)}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \pi x + 1}{\sin^2 \pi x}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 1} (2^x - 1)^{\operatorname{ctg} \pi x}$ .

8. Найти производную функции  $y = \frac{\operatorname{arctg}(1/x) \cdot \sin \pi x}{\log_2(1 + \sqrt{x})}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = 1$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = \frac{e^x}{x}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $xe^y - ye^x = 0$  неявно. Найти ее дифференциал в точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = (x+1)x^3$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = x \cdot \ln(1/x)$ .

13. Сторона треугольника равна  $a$ , угол, противолежащий этой стороне, равен  $\alpha$ . Какое наибольшее значение может принимать периметр треугольника?

Зачет по математическому анализу. 1 семестр

Вариант 5

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ . 2. Теоретический вопрос. Доказать, что последовательность

$a_n = \left( \frac{n^2}{n+1} \right)$  монотонно возрастает и не ограничена.

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + \sin n^2}{\sqrt{9n^4 + n + 1}}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 5x}{\operatorname{tg} 3x \sqrt{4 + 2x}}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\ln(1 + \sin 2x)}{\operatorname{tg} 5x}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{\sqrt{1 + 2x^4} - 1}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow -1} (\cos 2\pi x)^{1 + \operatorname{ctg}^2 \pi x}$ .

8. Найти производную функции  $y = \sqrt{\frac{\operatorname{arctg} x^2}{\log_3(4 + x^3)}}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = -1$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = 2^x \sin 2x$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x \sin y - y \cos x = 0$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = x^2 \ln x$  в точке  $x_0 = e$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = (1/x) \cdot \ln x$ .

13. Стороны треугольника равны  $a$  и  $b$  соответственно. Какое наименьшее значение может принимать радиус описанного около треугольника круга?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 6

1. Сформулировать понятие:  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Найти для последовательности  $a_n = 2n + 3/n$  величину  $\inf a_n$ .

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arctg n + n}{2n + \sqrt{n} + 1}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x \cdot \sin 4x}{(e^{x/\pi} - e)^2}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^2 x}{\tg^2 2x}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - \tg(\pi x/4)}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3)^{\cos e c \pi x}$ .

8. Найти производную функции  $y = \frac{\cos(\pi x/2) \cdot \operatorname{arcctg}(1/x^2)}{\sqrt{8^x + 1}}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ

записать ее значение в точке  $x_0 = 1$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = e^x \sin 3x$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x^2 \sin x - y^2 \cos y = 0$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = x^2 e^{-x}$  в точке  $x_0 = 0$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = (1/x) \cdot \sin x$ .

13. Сумма двух положительных чисел равна  $a$ . Какое наименьшее значение может принимать сумма их квадратов?

Зачет по математическому анализу. 1 семестр

Вариант 7

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Найдите для последовательности

$$a_n = \frac{2}{n} - 2n \text{ величину } \sup a_n.$$

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{(-1)^n} + 3n}{n + (-1)^n}; 4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg}(2\pi x)}{\sin(5\pi x) - \sin(2\pi x)}; 5. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\sin x} - 2}{\cos x \cdot \cos 3x}; 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin 2x}{x^2 + x}; 7. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \sin \frac{\pi}{x} \right)^{\sec \frac{\pi}{4}}. 8.$$

Найти производную функции  $y = \log_3 \frac{\arcsin(\sqrt{3}/x)}{4 \operatorname{arctg}(x/2)}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее

значение в точке  $x_0 = 2$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^2 \sqrt{x+2}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\sin \sqrt{xy} - y = 0$ . Найти ее дифференциал в точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = (x+1)e^{x-1}$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = x \cdot e^{\frac{1}{x^3}}$ .

13. Сумма двух неотрицательных чисел равна  $a$ . Какое наибольшее значение может принимать сумма их квадратов?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 8

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ . 2. Теоретический вопрос. Найдите предельные точки (частичные пре-

делы) последовательности  $a_n = (-1)^n \frac{n}{n+1} + \frac{2n+1}{1-n}$ .

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{3^{n+1} - 2^{n-1}}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x \cdot \sin 4x}{\sin 3x \cdot (2^{x+1} - 2)}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg}(2\pi x) - \operatorname{tg}(\pi x)}{\sin(2\pi x) + \sin(5\pi x)}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin x - \cos 2x}{\operatorname{tg} x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \ln \frac{e^x}{3} \right)^{\frac{1}{\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} 3}}$ .

8. Найти производную функции  $y = \frac{\operatorname{arctg}(2x+1) \cdot \sin 3x}{2^{\cos x}}$  в произвольной допустимой точке  $x$ .

В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = 0$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^{\cos x}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\operatorname{arcsin}(x/y) + \sin y = 0$  неявно. Найти ее дифференциал в точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = \operatorname{tg}^2 x$  в точке  $x_0 = (\pi/4)$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = x^3 \cdot e^{1/x}$ .

13. Числа  $x \geq 0$  и  $y \geq 0$  удовлетворяют условию:  $x - y = a$ . Какое наибольшее и наименьшее значения может принимать величина  $x^3 - y^3$ ?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 9

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ . 2. Теоретический вопрос. Найдите предельные точки (частичные пределы) последовательности  $a_n = ((-1)^n + 1)\sqrt{n} \cdot (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ .

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + (-1)^n}{(n^2 + 1)(2n + 3)}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\ln(1 + \sin \pi x)}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x + \sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - 2x}{x - 2 \sin \pi x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\sin 2x)^{(\sin x - \cos x)^{-2}}$ .

8. Найти производную функции  $y = \cos\left(2^x / \sqrt{1 + x^2}\right)$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = 0$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = (\sin x)^{x^2}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\arccos(xy) - \cos x = 0$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = \frac{x}{1 + x^2}$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \frac{1}{2}(2x^2 - x - 1) \cdot e^{\frac{2}{(x-1)(2x+1)}}$ .

13. Числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют условию:  $x + y = a$ ,  $|x| \leq 2a$ . Какое наибольшее значение может принимать величина  $x^3 + y^3$ ?

Зачет по математическому анализу. 1 семестр

Вариант 10

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$ . 2. Теоретический вопрос. Найдите  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{2n \sin \frac{\pi n}{n+1}}$ .

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n\sqrt{n+1} - \sin n}{\sqrt{n^3 + 5n + 1}}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi x}{2} - \cos(2\pi x)}{\sin \pi x}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2^{\cos x} - 0,5}{\sin^2 x}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin x}{\operatorname{tg} 2x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{(\cos 3x - \cos x)^{-1}}$ .

8. Найти производную функции  $y = \sin \left( \frac{\sqrt{1+2^x}}{\log_3 x} \right)$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0 = 3$ .

чение в точке  $x_0 = 3$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = (x^2 + 1) \ln 2x$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x\sqrt{1+xy} = y$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = \sqrt{x}/(x+1)$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \sqrt[3]{(x-1)(x-4)^2}$ .

13. Числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют условию:  $x + y^2 = 1$ . Какое наименьшее значение может принимать сумма их квадратов?

**Зачет по математическому анализу. 1 семестр**

Вариант 11

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Найдите  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cos \frac{\pi n}{3}}{2n^2 + n + 1}$ .

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n} + (-1)^n}{\sqrt{4n^3 + 3n} - 1}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} x}{x^2 + 3x}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2^{x^2-1} - 1}{\sqrt{x+2} - 1}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2^x}{\sin \pi x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x} - 1)^{(x - \operatorname{tg} 4)^{-1}}$ .

8. Найти производную функции  $y = \operatorname{tg} \left( \frac{\sqrt{1+4x} \cdot \sin \pi x}{\log_2 x} \right)$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать

ее значение в точке  $x_0 = 2$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = xe^{\sin 2x}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\sqrt{x^2 + y^2} = \ln(xy)$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = (x+1)\sqrt{x}$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = 1/\sqrt[3]{(x+1)^2(x-5)}$ .

13. Числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют условию:  $y - x^2 = 1$ . Какое наименьшее значение может принимать величина  $2(x+y)$ ?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 12

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Может ли функция быть ограниченной в окрестности какой-либо точки, но не иметь предела в этой точке? Ответ обоснуйте.

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})(n+1)$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(2x-2^x)}{x-1}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln^2(2+x)}{1+\cos \pi x}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x - x}{x - \operatorname{tg} x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^3 + 9)^{\left(\ln\left(-\frac{x}{2}\right)\right)^{-1}}$ .

8. Найти производную функции  $y = \sqrt[3]{\log_3 x \cdot \arctg \sqrt{x}}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = 3$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^2 e^{\cos 2x}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x^2 + xy + y^2 = 2^{xy}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = (x^2 + 1)\sqrt{x}$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \sqrt[3]{(x-1)(x-2)\left(x - \frac{11}{3}\right)}$ .

13. Числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют условию:  $y^2 + x^2 = 4$ . Какое наименьшее и наибольшее значения может принимать величина  $(x-3)^2 + y^2$ ?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 13

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Может ли функция быть в одной точке

бесконечно малой, а в другой точке - бесконечно большой? Ответ обоснуйте.

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + \sin(n^2)}{\sqrt{n^2 + 3n + 1} + 2n}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x + \sin 2x}{x(2x + 3)}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x + 1} - 2}{2x^2 - 2}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2^x}{x - 2 \cos \pi x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg}^2 3x}$ .

8. Найти производную функции  $y = x^{2x}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = 1$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $xy^2 = \sin \frac{x}{y}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}}$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \sqrt{x^2 + 1}/x$ .

13. Числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют условию:  $y + x = \pi$ . Какое наименьшее и наибольшее значения может принимать величина  $\sin^2 x + \sin y$ ?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 14

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Докажите, исходя из определения производной, что  $(\sin 2x)' = 2 \cos 2x$  в любой точке  $x$ ?

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(2n+5)}{n\sqrt{n^2+n+1}}; 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x - \sin x}{x(x+5)}; 5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos \pi x - 1}{\log_2(x+2) - 2}; 6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \cos \pi(x+1)}{x-1}; 7. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2}{1+x} \right)^{(\sin x - \sin 1)^{-1}}$$

8. Найти производную функции  $y = x^{2^x}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = 2$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^3 e^{x^2}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x + y = 1/\cos(xy)$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = x e^{x^2-1}$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \frac{\sqrt{(x-1)(x+3)}}{x}$ .

13. Числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют условию:  $|x| + |y| = 1$ . Какое наименьшее и наибольшее значения может принимать величина  $y + x^2$ ?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 15

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Может ли функция быть непрерывной в какой-либо точке, но не иметь в этой точке производную?

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1}}{\sqrt{2n+1}}; 4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3^{x+3} - 9}{\ln(x+2)}; 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\arctg x + \arctg 4x}; 6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2^x}{3 - 2x - x^2}; 7. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - \frac{1}{\cos x} \right)^{\frac{x+1}{x^3-x}}.$$

8. Найти производную функции  $y = x^{\sin x}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0 = \pi$ .

9. Вычислить эластичность функции  $y = e^{x^2} / \sqrt{x}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x + y = \sin\left(\frac{x}{y}\right)$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти радиус кривизны кривой  $y = e^{x^2-1} / x$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ .

13. Числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют условию:  $xy = a$ ,  $a > 0$ ,  $x > 0$ . Какое наименьшее значение может принимать величина  $2y + x$ ?

Зачет по математическому анализу. 1 семестр

Вариант 16

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Докажите, исходя из определения производной, что  $(x^3)' = 3x^2$  в любой точке  $x$ .

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2\sqrt{n+1} + n\sqrt{n^2+1}}{n+3}; 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{x(x-4)}; 5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \pi x}{\ln(x-1)}; 6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \cos \pi x}{2^{x-1} - 1}; 7. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x+1}{2x-1} \right)^{\frac{x}{x^2-x-2}}.$$

8. Найти производную функции  $y = x^{\ln x}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = e$ .

9. Вычислить эластичность функции  $y = e^{-x} \sqrt{x^2 + 1}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\frac{x}{y} = \operatorname{tg}(xy)$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = x\sqrt{x^2 + 1}$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \frac{x}{\sqrt{(x-1)(x+3)}}$ .

13. Прямой круговой конус имеет объем  $V$ . Какое минимальное значение имеет длина образующей конуса?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 17

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Может ли функция быть ограниченной

на множестве  $M$ , если ее производная не ограничена на этом множестве? Ответ обоснуйте.

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} + 3\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+2}}; 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)\sin \pi(x+1)}{\sin(x+x^2)}; 5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x+3)}{\sqrt{5-x^2}-1}; 6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3^{x-1}}{\log_3 x}; 7. \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{4-x})^{\operatorname{ctg} \pi x}.$$

8. Найти производную функции  $y = (\ln x)^{\frac{1}{x}}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0 = e$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = \ln x/x^2$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $xy = \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{y}\right)$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = \ln x/x^2$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \frac{x}{\sqrt[3]{(5-x)(5+x)}}$ .

13. Длина образующей прямого кругового конуса равна  $L$ . Какое наибольшее значение имеет объем конуса?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 18

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Функция имеет ограниченную производную на интервале. Может ли она быть неограниченной на этом интервале? Ответ обосновать.

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)}{3n + (-1)^{n+1}}; 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin(x + \pi)}{x \cos(5\pi + x)}; 5. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - 1}{\log_2(2x+3)}; 6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2^x}{x + \cos \pi x}; 7. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2 \arccos x}{\pi} \right)^{\frac{1}{\sin x}}.$$

8. Найти производную функции  $y = tg(\sin \pi x) \cdot \ln(\sqrt{e + x^2})$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0 = 0$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^{\ln x}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\frac{x^2}{y^2} = 2^{xy}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = \ln^2 x$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \frac{\sqrt[3]{(x+3)x^2}}{x+2}$ .

13. Правильная треугольная пирамида имеет объем  $V$ . Какое наименьшее значение может иметь длина бокового ребра?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 19

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = A$ . 2. Теоретический вопрос. Приведите пример функции, которая в данной точке имеет первую производную, но не имеет второй.

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{\sin x^3}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{2^x - 8}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} + x}{x - \cos \pi x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{4 \operatorname{arctg} x}{\pi} \right)^{\operatorname{ctg} \pi x}$ .

8. Найти производную функции  $y = \operatorname{ctg}(\arccos x) \cdot 2^{\sin 3x}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = 0$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^{\operatorname{arctg} x}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\log_y x = \frac{y}{x}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = 2^{x^2}$  в точке  $x_0 = 0$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \frac{x+2}{\sqrt[3]{(x+3)x^2}}$ .

13. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно  $L$ . Какое наибольшее значение может иметь объем пирамиды?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 20

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = A$ . 2. Теоретический вопрос. Объясните почему  $o(x) \cdot o(x) = o(x^2)$ ?

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n-1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n+2}}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin 2x + \sin x)^2}{\cos 2x - \cos x}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{\ln(x+3)}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+2x - \cos x}{x + \sin 3x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\ln x}{\ln 2} \right)^{\frac{1}{x-2}}$ .

8. Найти производную функции  $y = \frac{\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(\frac{1}{x}\right)\right)}{\log_2 x}$  в произвольной допустимой точке  $x$ .

В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = 2$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = (\cos x)^x$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\log_x y = xy$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = x2^{x^2}$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \ln \frac{x+1}{(x-2)^2}$ .

13. В прямоугольном параллелепипеде длина одного из ребер равна 2, сумма площадей его граней равна 10. Какое наибольшее значение может принимать объем параллелепипеда?

Зачет по математическому анализу. 1 семестр

Вариант 21

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = A - 0$ . 2. Теоретический вопрос. Верно ли, что  $\frac{o(x^2)}{o(x)} = o(x)$  в точке

$x_0 = 0$ ?

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{n^2 + 1} - n^2)$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\operatorname{tg} x + \sin 3x)}{\cos 2x - \cos x}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{(x-1)^2 - 4}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 \cos \pi x - x}{x^2 - 4}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\ln x}{\ln 3} \right)^{\frac{x^2}{x^2 - 2x - 3}}$ .

8. Найти производную функции  $y = \arccos(\log_3 x) \cdot 2^{\frac{\cos \pi}{x}}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = 1$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = (x^2 + x + 1)e^{\cos x}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x^y = \ln(xy)$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = \sqrt{x}/(x+1)$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$ .

13. В прямоугольном параллелепипеде объема 3 длина одного из ребер равна 3. Какое наименьшее значение может принимать площадь поверхности параллелепипеда?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 22

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \infty$ . 2. Теоретический вопрос. Найти функцию обратную к функции

$$y = x + \sqrt{x^2 - 1} \text{ на полуоси } x \geq 0.$$

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 2n + 3} - n}{2n + \sin n}; 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x - x}{\operatorname{tg} 2x - x}; 5. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x + 2)}{\sqrt{x + 5} - 2}; 6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2 \cos \pi x}{2x - 2^x}; 7. \lim_{x \rightarrow -2} \left( -\frac{\sin x}{\sin 2} \right)^{\frac{4}{2^{x+2} - 1}}.$$

8. Найти производную функции  $y = \frac{\sin(\operatorname{tg} \pi x)}{x^x}$  в произвольной допустимой

точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0 = 2$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^3 3^{x^2}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x \ln y = \frac{1}{xy}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = x(\sqrt{x} + 1)$  в точке  $x_0 = 4$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = e^{\frac{1}{\ln x}}$ .

13. Площадь основания прямоугольного параллелепипеда равна  $a^2$ , площадь боковой поверхности равна  $S$ . Какое наибольшее значение может принимать объем параллелепипеда?

Зачет по математическому анализу. 1 семестр

Вариант 23

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = -\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Найти для функции  $y = \sin^3 x - x^3$

эквивалентную бесконечно малую функцию вида  $cx^m$  в точке  $x = 0$ .

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+2)(\sqrt{n^2-1}-n)$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - x}{\operatorname{tg} x + 4x}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^x - 9}{\ln(3-x)}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \cos(x-1)}{3x - 3^x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 1} \right)^{\frac{1}{3^x - 3}}$ .

8. Найти производную функции  $y = \frac{\cos(\operatorname{arctg} x)}{1+x^2}$  в произвольной допустимой

точке  $x$ . В ответ записать ее значение в точке  $x_0 = 1$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^2 2^{x^3}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $y^x = 2^{\frac{y}{x}}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$  в точке  $x_0 = 1$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = e^{\log_{1/x} e}$ .

13. Длины диагоналей боковых граней прямоугольного параллелепипеда равны  $\sqrt{5}$  и  $2\sqrt{2}$ . Какое наибольшее значение может принимать объем параллелепипеда?

Зачет по математическому анализу. 1 семестр

Вариант 24

1. Сформулировать понятие:  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = +\infty$ . 2. Теоретический вопрос. Для функции  $y = x^3$  написать приращение  $\Delta y$  в точке  $x_0 = 1$ , ее дифференциал  $dy$  в той же точке и оценить порядок малости величины  $\Delta y - dy$  по шкале  $(\Delta x)^m$ .

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+2} - n}{n + 2 + 3^{n-1}}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin 5x}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{\sqrt{x + 6} - 2}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2 - x}}{2^x - 2x}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow 2} (\log_2 x)^{\operatorname{ctg} \pi x}$ .

8. Найти производную функции  $y = \frac{\sin(\operatorname{arcc}tg 2x)}{\sqrt{1 + 4x^2}}$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0 = 1/2$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^2 \operatorname{tg} x$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\frac{x}{\sin y} = \frac{y}{\cos x}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = e^x \sqrt{x + 1}$  в точке  $x_0 = 0$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = x^x$ .

13. Диагональ боковой грани правильной треугольной призмы равна  $L$ . Какое наибольшее значение может принимать ее объем?

Зачет по математическому анализу. 1 семестр

Вариант 25

1. Сформулировать понятие:  $\inf_{x \in M} f(x) = A$ . 2. Теоретический вопрос. Для функции  $y = \sqrt{x}$  написать приращение

$\Delta y$  в точке  $x_0 = 1$ , ее дифференциал  $dy$  в той же точке и оценить порядок малости величины

$\Delta y - dy - (1/2)d^2 y$  по шкале  $(\Delta x)^m$ .

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 2^{-n}}{\sqrt{n^2 + n + 1}}$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(\operatorname{tg} 2x - x)}{1 - \cos 3x}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2^{x+3} - 4}{\sqrt{x + 2} - 1}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \cos \pi x}{\ln(2 - x)}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{\ln(x+2)}}$ .

8. Найти производную функции  $y = x^{\sqrt{x}} \cdot \sin \pi x$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0 = 1$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = \frac{x^3}{\sin 2x}$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\frac{2^x}{y} = \frac{2^y}{x}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = 2^x(x + 2)$  в точке  $x_0 = -2$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = x^{1/x}$ .

13. Объем правильной треугольной призмы равен  $V$ . Какое наименьшее значение может принимать длина диагонали боковой грани?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 26

1. Сформулировать понятие:  $\sup_{x \in M} f(x) = A$ . 2. Теоретический вопрос. Докажите теорему Лагранжа для функции

$y = x^2$  на отрезке  $[0; 2]$ .

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{4n^2 + 1} + n^2 + 1}{(n+2)(n-1)}; 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \cos x - 1}{2x}; 5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin \pi x \cdot (2^{-x} - 4)}{\log_2(x^2 + 4x + 5)}; 6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2^{x-1}}{x + \cos \pi x}; 7. \lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 3x - 4)^{\frac{1}{x^2 - 1}}.$$

8. Найти производную функции  $y = (\sin x)^x \cdot \cos x$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0 = \pi/2$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x/\ln^2 x$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\sin \frac{x}{y} = \cos \frac{y}{x}$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = \frac{x}{e^{2x}}$  в точке  $x_0 = 0$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \ln \left( 1 + e^{\frac{1}{x}} \right)$ .

13. В шар с радиусом  $R$  вписана правильная треугольная призма. Какое наибольшее значение может принимать объем призмы?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 27

1. Сформулировать понятие:  $\max_{x \in M} f(x) = A$ . 2. Теоретический вопрос. Докажите теорему Лагранжа для функции

$$y = \frac{1}{x} \text{ на отрезке } [1; 2].$$

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-5}}{\sqrt{n-2} - \sqrt{n-6}}; 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+x^2 + \sin 2x}{x^2 + tg 3x}; 5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x - 2) \sin \pi x}{(\sqrt{x+8} - 3)^2}; 6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2 \cos \pi x}{tg 2\pi x}; 7. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x - \cos^2 x)^{tg^2 x}.$$

8. Найти производную функции  $y = \cos\left(\frac{\sin 2\pi x}{2 \arctg x}\right)$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его

значение в точке  $x_0 = 2$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^3 \cdot \ln^2 x$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\cos(x^2 + y^2) = \sin(x/y)$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = x\sqrt{x+1}$  в точке  $x_0 = 0$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = e^{\frac{x^2}{(x-1)(x+2)}}$ .

13. Около правильной треугольной призмы с объемом  $V$  описан шар. Какое наименьшее значение может принимать радиус этого шара?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 28

1. Сформулировать понятие:  $\min_{x \in M} f(x) = A$ . 2. Теоретический вопрос. Докажите теорему Коши для функций

$y_1 = \sqrt{x}$  и  $y_2 = x^2$  на отрезке  $[0; 1]$ .

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(\sqrt{n+3} - \sqrt{n-1})}{\sqrt{n+1}}; 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x \sin 3x}{tg^2 2x}; 5. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + x - 2) \sin 5x}{\ln^2(x+2)}; 6. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3 \ln \frac{xe}{3}}{(x-3)^2}; 7. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \left( \sin^2 x + \cos \frac{4}{3} x \right)^{\frac{1}{4x-\pi}}.$$

8. Найти производную функции  $y = \sin\left(\frac{2 \operatorname{arctg} \sqrt{x}}{1 + 2x^2}\right)$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его

значение в точке  $x_0 = 1$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = x^2 \operatorname{arctg} x$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x \sin y + y \cos x = xy$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = x^2 \sqrt{x-1}$  в точке  $x_0 = 2$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = e^{(x-1)(x+2)/x^2}$ .

13. Кривая на плоскости задана параметрическими уравнениями  $\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = (1/a) \sin t, \end{cases} t \in [0; 2\pi]$ .

Каковы наибольшее и наименьшее значения расстояний точек кривой от начала координат?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 29

1. Сформулировать понятие: функция  $f(x)$  непрерывна в точке.

2. Теоретический вопрос. Докажите теорему Ролля для функции  $y = \sin^2 x - \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ .

Вычислить пределы:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - 3n})$ ; 4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x^2 + \sin 5x}{2x + \sin 3x}$ ; 5.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2^{x^2} - 16}{\ln(x + 3)}$ ; 6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x - \ln ex}$ ; 7.  $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{2-x}{4}\right)^{\frac{1}{\sin \pi x + \sin 2\pi x}}$ .

8. Найти производную функции  $y = \cos\left(\frac{\arccos(x^2/2)}{1 - \sin(\pi x/2)}\right)$  в произвольной допустимой точке  $x$ . В ответ записать его значение в точке  $x_0 = -1$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = e^x \cdot \arcsin x$  в произвольной точке.

8. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $x \sin x \cos y = y$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = 2x + \sin x$  в точке  $x_0 = \pi/2$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \ln\left(\frac{(x-1)(x+2)}{x^2}\right)$ .

13. Кривая на плоскости задана параметрическими уравнениями  $\begin{cases} x = a(\sin t + \cos t) \\ y = b(\sin t - \cos t) \end{cases}, t \in [0; 2\pi]$ .

Какое наибольшее значение может принимать величина  $x + y$ ?

### Зачет по математическому анализу. 1 семестр

#### Вариант 30

1. Сформулировать понятие: функция  $f(x)$  равномерно непрерывна на множестве.

2. Теоретический вопрос. Функцию  $y = x^2$  разложить по формуле Тейлора в точке  $x_0 = 1$ .

Вычислить пределы:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{-n} + 3^{-n+1}}{3^{-n-1} - 2^{-n}}; 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin^2 x}{\operatorname{tg} 2x + x^2}; 5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos 7\pi x - 1}{(2^x - 4)^2}; 6. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x+2)}{x - \cos \pi x}; 7. \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4x + 5)^{\left(\cos \frac{\pi x}{2} + \cos \pi x\right)^{-1}}.$$

8. Найти производную функции  $y = \operatorname{tg} \left( \frac{3 \arcsin(x/2)}{2^x} \right)$  в произвольной допустимой точке  $x$ .

В ответ записать его значение в точке  $x_0 = -1$ .

9. Вычислить эластичность функции  $f(x) = e^{\operatorname{tg} x} \cdot x^2$  в произвольной точке.

10. Функция  $y = y(x)$  задана соотношением  $\sin x \sin y = xy$  неявно. Найти ее дифференциал в допустимой точке  $(x, y)$ .

11. Найти кривизну кривой  $y = 3x - e^x$  в точке  $x_0 = \ln 3$ .

12. Провести исследование функции и построить график:  $y = \operatorname{arctg} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)$ .

13. Кривая на плоскости задана параметрическими уравнениями  $\begin{cases} x = \sin(t + \alpha) \\ y = \cos t \end{cases}, t \in [0; 2\pi]$ .

Каковы наибольшее и наименьшее значения расстояний точек кривой от начала координат?

*Список рекомендуемой литературы*

1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Изд-во МГУ, 1997.
2. Берман, Г.Н. Сборник задач по математическому анализу. М.: Наука, 1985.
3. Ильин В.А., Поздняк Э.Н. Основы математического анализа. Т.1. М.: Наука, 1984.
4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1. М.: Высшая школа, 1988.
5. Гришин С.А. Математический анализ. Т.1. М.: МИФИ, 2008.

С.А. Гришин, С.В. Мустяца, М.А. Петрова, Е.Х. Садекова

**Зачет по математическому анализу. 1 семестр**

*Редактор Е.Е. Шумакова  
Оригинал-макет подготовлен Гришиным С.А.*

*Подписано в печать 22.05.2009. Формат 60×84 1/16.  
Печ. л. 2,25. Уч.-изд. л. 2,25. Тираж 100 экз.  
Изд. № 025-1. Заказ №*

*Московский инженерно-физический институт (государственный университет),  
115409, Москва, Каширское ш.31.  
Типография МИФИ.*

