

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МИФИ»

Лабораторный практикум
«ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ МЕХАНИКИ»

Под редакцией С.А. Воронова

Рекомендовано к изданию
УМО «Ядерные физика и технологии»

Москва 2015

УДК 531(076.5)
ББК 22.2я7
Л12

Лабораторный практикум «Основные законы механики»: Учебное пособие / Под ред. С.А. Воронова. М.: НИЯУ МИФИ, 2015. 124 с.

Авторы: Е.Н. Аксенова (работа 1.15); С.А. Воронов (работа 1.13); М.И. Гозман (работа 1.11); В.Е. Гришков (работа 1.12а); А.К. Маслов (работа 1.11б); А.А. Плясов (работы 1.9, 1.10, 1.11а); В.В. Сурков (работа 1.14); А.В. Фадеев (работа 1.12).

Пособие содержит описания десяти лабораторных работ, выполняемых студентами первого курса в течение первого семестра в лабораториях «Механика» кафедры «Общая физика» НИЯУ МИФИ.

Основное содержание лабораторных работ – изучение законов механики, методов измерений и точных измерительных приборов, применяемых в физических лабораториях, методов проведения измерений и обработки результатов измерений.

Подготовлено в рамках Программ создания и развития НИЯУ МИФИ.

Рецензент д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Кошелкин

ISBN 978-5-7262-2122-9

© Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», 2015

Редактор *М.В. Макарова*

Подписано в печать 20.11.2015. Формат 60х84 1/16.

Печ.л. 7,75. Уч.-изд.л. 7,75. Тираж 1740 экз.

Изд. № 1/7. Заказ № 5.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».

115409, Москва, Каширское ш., 31.

ООО «Баркас».

115230, Москва, Каширское ш., 4.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	4
<i>Работа 1.9.</i> Определение гравитационной постоянной.....	5
<i>Работа 1.10.</i> Изучение сил инерции. Центробежная сила.....	26
<i>Работа 1.11 (1.11a, 1.11б).</i> Определение вязкости жидкости	38
<i>Работа 1.12.</i> Измерение времени соударения шаров	65
<i>Работа 1.12a.</i> Измерение времени соударения стержней и определение модуля Юнга вещества.....	75
<i>Работа 1.13.</i> Исследование кинематики распада релятивистских частиц	85
<i>Работа 1.14.</i> Изучение динамики движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях с помощью электронно-лучевой трубки.....	100
<i>Работа 1.15.</i> Исследование собственных колебаний струны методом резонанса	116

ПРЕДИСЛОВИЕ

Физический практикум первого семестра ставит целью привить студентам навыки исследовательской работы, научить пользоваться современными измерительными приборами и аппаратурой, ознакомить с методами измерения различных физических величин. Большое значение придается также возможности самостоятельного наблюдения и изучения физических явлений и закономерностей.

Описание каждой работы содержит материал двух видов. Во-первых, описание измерительных приборов и методов измерений; во-вторых, элементарное и краткое изложение некоторых понятий и закономерностей, необходимых для сознательного выполнения работы. При этом предполагается, что при подготовке к выполнению работы студент использует учебник по курсу общей физики.

На выполнение каждой работы студенту отводится четыре академических часа. К лабораторным занятиям студенты готовятся в часы их самостоятельной работы. Обработка результатов измерений и составление заключения о выполненной работе в случае необходимости также переносятся на время самостоятельных занятий.

В основу этой книги положен физический практикум, который создавался и совершенствовался на протяжении многих лет коллективом преподавателей и сотрудников кафедры общей физики МИФИ. Данное издание выходит под редакцией С.А. Воронова.

Работа 1.9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ПОСТОЯННОЙ

Цель: изучение закона всемирного тяготения и законов динамики твердого тела с помощью весов Кавендиша, определение гравитационной постоянной.

Оборудование: весы Кавендиша, компьютер, программное обеспечение для работы с весами Кавендиша.

ВВЕДЕНИЕ

1. Закон всемирного тяготения

В 1678 г. английский физик Исаак Ньютон, анализируя данные многочисленных экспериментов, и, прежде всего, результаты астрономических наблюдений за движением планет, обнаружил, что две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной массам этих точек и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Это утверждение, названное законом всемирного тяготения, является одним из фундаментальных законов природы, справедливость которого подтверждают многочисленные эксперименты. Гравитационное взаимодействие, наряду с электромагнитным, сильным и слабым взаимодействиями, в настоящее время считается одним из четырех фундаментальных взаимодействий в природе. Именно оно ответственно за образование планет, звезд, галактик.

В векторной форме закон всемирного тяготения, можно записать в виде:

$$\mathbf{F}_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \mathbf{e}_{12}, \quad (1.9.1)$$

где $\mathbf{F}_{12}$ – сила, действующая на материальную точку 1 со стороны 2 (рис. 1.9.1); m_1 и m_2 – массы материальных точек 1 и 2; $\mathbf{e}_{12}$ – единичный вектор (орт), проведенный из точки 1 в точку 2; r – расстояние между точками; G – гравитационная постоянная.

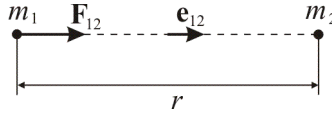


Рис. 1.9.1

На материальную точку 2 будет действовать сила притяжения со стороны точки 1, равная по модулю силе (1.9.1), но направленная в противоположную сторону $\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$.

Необходимо отметить, что закон всемирного тяготения в форме (1.9.1) применим только для материальных точек, т.е. для тел, размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстоянием между ними. В том случае, когда речь идет о неточечных массивных телах, для расчета силы их гравитационного взаимодействия необходимо разбить каждое из тел на маленькие элементарные массы dm_1 и dm_2 (рис. 1.9.2), которые уже можно считать точечными. Силу взаимодействия между ними $d\mathbf{F}_{12}$ в таком случае можно найти по формуле:

$$d\mathbf{F}_{12} = G \frac{dm_1 dm_2}{r_{12}^2} \mathbf{e}_{12}, \quad (1.9.2)$$

где r_{12} – расстояние между dm_1 и dm_2 , а $\mathbf{e}_{12}$ – орт вектора, проведенного из dm_1 к dm_2 .

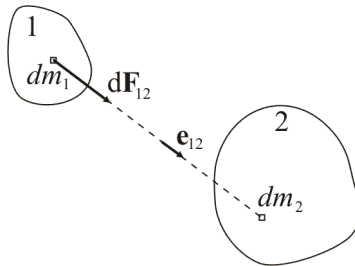


Рис. 1.9.2

Экспериментально установлено, что для гравитационного взаимодействия справедлив принцип суперпозиции, т.е. на силу притяжения материальных точек dm_1 и dm_2 не оказывает влияние взаи-

модействие dm_1 с другими частями тела 2. Тогда, для того чтобы найти силу $d\mathbf{F}_1$, с которой dm_1 притягивается ко всему второму телу, нужно сложить вектора сил притяжения dm_1 со стороны всех точечных масс тела 2:

$$d\mathbf{F}_1 = G dm_1 \int \frac{dm_2}{r_{12}^2} \mathbf{e}_{12}. \quad (1.9.3)$$

Интеграл в (1.9.3) означает сумму по всем бесконечно малым массам dm_2 , составляющим тело 2. Отметим, что $\mathbf{e}_{12}$ и r_{12} имеют разные значения для разных точечных масс dm_2 и не могут быть вынесены из-под знака интеграла. Чтобы рассчитать полную силу притяжения тел 1 и 2 необходимо сложить все силы $d\mathbf{F}_1$ для всех частиц, составляющих тело 1:

$$\mathbf{F}_{12} = \int d\mathbf{F}_1 = G \iint \frac{dm_1 dm_2}{r_{12}^2} \mathbf{e}_{12}, \quad (1.9.4)$$

где символ двойного интегрирования означает необходимость сначала сложить все силы по формуле (1.9.3), а затем просуммировать по всем бесконечно малым dm_1 , входящим в тело 1.

Вычисление сил гравитационного взаимодействия тел по формуле (1.9.4), вообще говоря, представляет собой сложную задачу. Однако для тел в форме шара, в которых распределение массы зависит только от расстояния до центра шара, строгое вычисление по формуле (1.9.4) снова приводит к формуле (1.9.1), в которой теперь в качестве r надо взять расстояние между центрами шаров, а в качестве m_1 и m_2 — их полные массы.

2. Опыт Кавендиша

Численное значение гравитационной постоянной G в законе всемирного тяготения можно вычислить, если измерить силу, с которой взаимодействуют два тела известной массы. Однако это не просто, поскольку силы гравитационного взаимодействия тел, доступных в лабораторных условиях, сравнительно малы. Впервые измерить G удалось английскому физiku Генри Кавендишу в 1798 г. при помощи крутильных весов. В данной лабораторной работе его опыт будет повторен на современной установке, работающей потому же принципу. Установка изображена на рис. 1.9.3 и

состоит из весов Кавендиша 1, уровня 2, предназначенного для строго горизонтальной установки весов, компьютера 3 со специальным программным обеспечением и USB-кабеля 4 для соединения весов с компьютером.

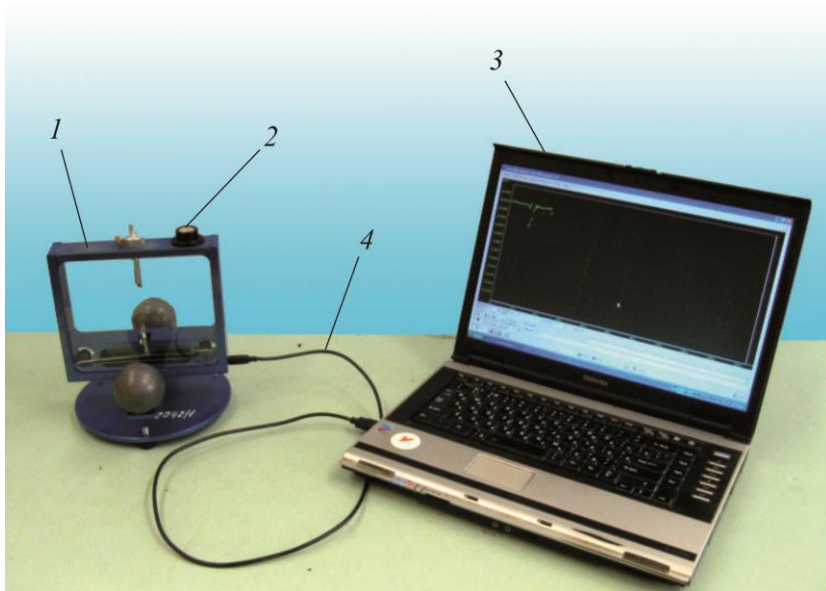


Рис. 1.9.3

Весы Кавендиша представляют собой два маленьких свинцовых шарика 1 (рис. 1.9.4) одинаковой массы, которые расположены на концах коромысла 2 (легкой алюминиевой пластины), подвешенного на тонкой вольфрамовой нити 3 таким образом, что система может совершать свободные крутильные колебания около своего положения равновесия. Значения угла поворота коромысла 2 измеряются с помощью емкостного датчика, интегрированного в установку, и фиксируются в памяти компьютера при помощи специального программного обеспечения.

Соосно с вольфрамовой нитью размещен поворотный рукав 4, в отверстия которого устанавливаются большие свинцовые шары 5. Вращая поворотный рукав можно подводить большие шары достаточно близко к маленьким или отводить их (рис. 1.9.5). При при-

ближении больших шаров к маленьким гравитационное взаимодействие между ними усиливается (см. формулу (1.9.1)), заставляя большие шары сильнее притягиваться к маленьким.

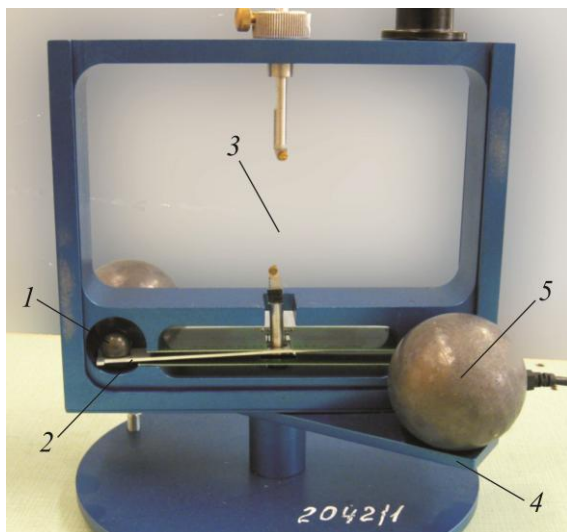


Рис. 1.9.4



Рис. 1.9.5

Маленькие шарики, притягивающиеся к большим, действуют на коромысло, заставляя его поворачиваться, а вольфрамовую нить, на которой оно подвешено, – закручиваться. Закручивание нити, в свою очередь, вызывает появление момента упругой силы, стре-

мещаегося вернуть систему в исходное положение. В результате коромысло начинает совершать крутильные колебания вокруг нового положения равновесия. Вследствие трения в системе эти колебания являются затухающими. В принципе, гравитационную постоянную можно определить, измеряя угол поворота коромысла при новом положении равновесия. Однако в установке колебания коромысла затухают слишком медленно, поэтому используются косвенные методы определения нового положения равновесия.

3. Метод определения гравитационной постоянной

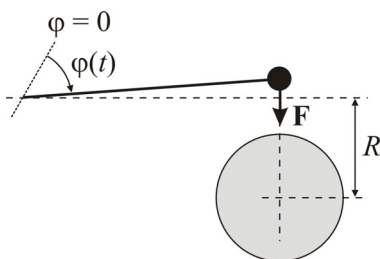


Рис. 1.9.6

Когда поворотный рукав находится в таком положении, что линия, соединяющая центры масс больших шаров, перпендикулярна коромыслу (средний снимок на рис. 1.9.5), последнее находится в состоянии равновесия, которое задается некоторым углом φ_0 . Если теперь при помощи поворотного рукава быстро подвести

большие шары как можно ближе к маленьким (см. рис. 1.9.5, минимальное расстояние R на которое их можно подвести определяется геометрией установки, см. рис. 1.9.6), то маленькие шарики начнут ускоряться в направлении больших шаров. В этом случае на коромысло действует момент сил, проекция которого на ось вращения (обозначим ее как ось z) равна:

$$N_z^g = 2Fd = 2G \frac{mM}{R^2} d, \quad (1.9.5)$$

где m и M – массы маленьких и больших шаров соответственно, а d – плечо силы притяжения, равное расстоянию от оси вращения до центра маленьких шариков. Здесь и далее предполагается, что коромысло поворачивается на малый угол, и расстояние между маленькими и большими шарами в процессе колебаний меняется незначительно по сравнению с R (см. рис. 1.9.6).

Отметим также, что выражение для момента гравитационных сил в виде (1.9.5) записано в следующих приближениях:

- гравитационное взаимодействие больших свинцовых шаров с алюминиевым коромыслом пренебрежимо мало (коромысло специально сделано из легкого металла для уменьшения этого взаимодействия);

- взаимодействием больших свинцовых шаров с маленькими шарами, расположенными на дальнем конце коромысла можно также пренебречь, поскольку сила этого взаимодействия мала по сравнению с силой взаимодействия больших свинцовых шаров с ближайшими к ним маленькими свинцовыми шарами.

По мере поворота коромысла на угол $\varphi(t)$ на него со стороны нити будет действовать упругая сила, проекция момента которой на ось вращения, согласно закону Гука, равна:

$$N_z^{el}(t) = -D(\varphi(t) - \varphi_0), \quad (1.9.6)$$

где D – модуль кручения нити; φ_0 – угол, определяющий положение равновесия коромысла. Знак минус в формуле (1.9.6) отражает тот факт, что момент упругой силы направлен в сторону, противоположную моменту сил притяжения (1.9.5), так как он стремится вернуть систему в исходное положение.

Момент сил, действующих на коромысло с шариками, приводит к возникновению углового ускорения коромысла. Проекция углового ускорения на ось z , т.е. β_z , может быть определена из уравнения вращательного движения маятника (коромысла с маленькими шариками):

$$I_z \beta_z = N_z^g + N_z^{el}. \quad (1.9.7)$$

Здесь I_z – момент инерции всего крутильного маятника относительно его оси вращения.

Момент инерции маятника I_z представляет собой сумму момента инерции двух маленьких шаров радиусов r_{sb} , каждый из которых находится на расстоянии d от оси вращения

$$I_{z1} = 2m \left(\frac{2}{5} r_{sb}^2 + d^2 \right), \quad (1.9.8)$$

и момента инерции самого коромысла – алюминиевой пластины длиной l_b и шириной h_b , в которой на расстоянии d от оси вращения вырезаны два круглых отверстия для маленьких шаров:

$$I_{z2} = \frac{1}{12} m_b (l_b^2 + h_b^2) - 2m_h \left(\frac{1}{2} r_h^2 + d^2 \right). \quad (1.9.9)$$

Здесь m_h – масса кусочка радиуса r_h , вырезанного из коромысла, чтобы образовать отверстие, в котором лежат шарики; m_b – масса самого коромысла. Сумма выражений (1.9.8) и (1.9.9) дает I_z – момент инерции всего корутильного маятника.

Если переместить поворотный рукав с большими шарами, то в результате действия на маятник моментов гравитационной и упругой силы его коромысло будет совершать колебания вокруг нового положения равновесия, определяемого углом φ_{01} . Непосредственное измерение положения равновесия затруднено тем, что колебания затухают достаточно медленно. Но известно, что в точке нового положения равновесия φ_{01} суммарный момент сил, действующих на колебательную систему, должен быть равен нулю. Складывая (1.9.5) и (1.9.6) в положении равновесия получим:

$$2G \frac{mM}{R^2} d = D(\varphi_{01} - \varphi_0). \quad (1.9.10)$$

Таким образом, для вычисления гравитационной постоянной с помощью условия равновесия (1.9.10) необходимо знать модуль кручения D и новое положение равновесия маятника φ_{01} .

Для определения положения равновесия φ_{01} в данной работе используются два косвенных метода: определение равновесия по свободным затухающим колебаниям и метод резонанса.

4. Определение нового положения равновесия коромысла по его свободным затухающим колебаниям

Итак, если, вращая поворотный рукав, максимально приблизить большие шары к маленьким (см. рис. 1.9.5), маятник выйдет из положения равновесия и будет совершать затухающие колебания вокруг некоторого неизвестного нового положения равновесия φ_{01} . Зависимость угла поворота коромысла от времени, описывающую эти колебания, можно представить в виде:

$$\varphi(t) = \varphi_{01} + \varphi_m e^{-\beta t} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t. \quad (1.9.11)$$

Здесь T – период колебаний системы; β – коэффициент затухания колебаний.

Отсчет времени в (1.9.11) начат в момент, когда угол отклонения коромысла от положения равновесия максимален (точка поворота). График зависимости (1.9.11) представлен на рис. 1.9.7. Из рис. 1.9.7 и формулы (1.9.11) нетрудно видеть, что через интервал времени, отстоящий на T секунд от нуля, коромысло вернется в точку поворота (положение с максимальным отклонением от равновесия) с несколько меньшим значением этого отклонения. Еще через период ситуация повторится. Таким образом, период колебаний T можно непосредственно измерить из графика зависимости угла от времени, взяв интервал времени между двумя соседними максимумами или двумя соседними минимумами этой кривой.

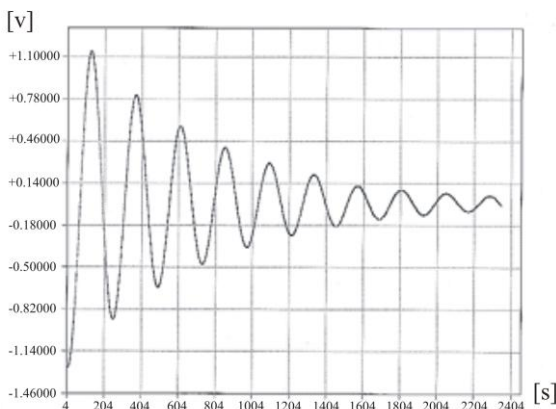


Рис. 1.9.7

Для получения коэффициента затухания необходимо провести серию из нескольких измерений зависимости углов максимального отклонения от времени.

Делая замену $\alpha = e^{-\beta T/2}$ в выражении (1.9.11), получим для углов максимального отклонения следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 t_1 = 0 & \rightarrow \varphi(t_1) = \varphi_{01} + \varphi_m, \\
 t_2 = T/2 & \rightarrow \varphi(t_2) = \varphi_{01} - [\varphi(t_1) - \varphi_{01}] \cdot \alpha, \\
 t_3 = T & \rightarrow \varphi(t_3) = \varphi_{01} + [\varphi(t_1) - \varphi_{01}] \cdot \alpha^2, \dots, \\
 t_n = (n-1)T/2 & \rightarrow \varphi(t_n) = \varphi_{01} + (\varphi(t_1) - \varphi_{01}) \cdot \alpha^{(n-1)} \cdot (-1)^{n-1}.
 \end{aligned} \tag{1.9.12}$$

Из уравнений (1.9.12) можно вычислить значения нового положения равновесия φ_{01} и постоянной α . Положение равновесия определяется по двум последовательным значениям углов точек поворота:

$$\varphi_{01} = \frac{\varphi(t_{n+1}) + \alpha \cdot \varphi(t_n)}{1 + \alpha} = \frac{\varphi(t_{n+2}) + \alpha \cdot \varphi(t_{n+1})}{1 + \alpha}, \quad (1.9.13)$$

а для определения постоянной α из (1.9.12) необходимо взять три последовательных положения точек поворота:

$$\alpha = e^{-\frac{1}{2}\beta T} = -\frac{\varphi(t_{n+2}) - \varphi(t_{n+1})}{\varphi(t_{n+1}) - \varphi(t_n)}. \quad (1.9.14)$$

Таким образом, измерение трех углов поворота и периода колебаний с помощью формул (1.9.13), (1.9.14) позволяет определить положение равновесия и коэффициент затухания.

Решая задачу о свободных затухающих колебаниях физического маятника, можно показать, что период колебаний связан с коэффициентом затухания β , моментом инерции маятника I и модулем кручения D в виде:

$$D = I \left(\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 + \beta^2 \right). \quad (1.9.15)$$

Подстановка (1.9.15) в (1.9.10) приводит к выражению для расчета гравитационной постоянной:

$$G = D(\varphi_{01} - \varphi_0) \frac{R^2}{2dmM} = (\varphi_{01} - \varphi_0) \frac{R^2}{2dmM} I \left(\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 + \beta^2 \right), \quad (1.9.16)$$

где новое положение равновесия φ_{01} определяется из формулы (1.9.13).

На практике при измерениях гравитационной постоянной методом свободных затухающих колебаний для повышения точности эксперимента, после измерения трех-четырех углов и времен точек поворота рукав с большими свинцовыми шарами поворачивают в другое крайнее положение. Тогда маятник начнет совершать свободные затухающие колебания относительно нового равновесного угла φ_{02} . Таким образом, рассматриваемый метод заключается в том, что необходимо возбудить свободные затухающие колебания и произвести измерение углов и времени для трех-четырех идущих

подряд точек поворота. Затем рукав с большими свинцовыми шарами необходимо передвинуть в другое крайнее положение и повторить измерение, потом поставить его в нейтральное положение (см. рис. 1.9.5) и третий раз проделать эти измерения.

Пример измерения $\varphi(t)$ таким методом представлен на рис. 1.9.8. На рисунке участок графика в диапазоне времени от 0 до 800 с описывает колебание около положения равновесия φ_{01} (при первом крайнем положении держателя с большими шарами). Участок графика в диапазоне времени от 800 до 1800 с – колебание около положения равновесия φ_{02} (при втором крайнем положении держателя с большими шарами), а участок от 1800 и до 2800 с – колебание около первоначального положения равновесия в отсутствие влияния больших шаров φ_0 .

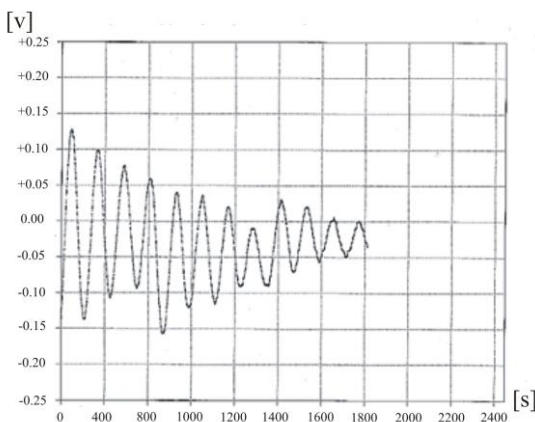


Рис. 1.9.8

Поскольку оба положения равновесия φ_{01} и φ_{02} симметричны относительно φ_0 , т.е. $\varphi_{01} - \varphi_0 = -(\varphi_{02} - \varphi_0)$, то в расчетах гравитационной постоянной вместо $\Delta\varphi_0 = (\varphi_{01} - \varphi_0)$ следует использовать величину, равную:

$$\Delta\varphi_{12} = |\varphi_{02} - \varphi_{01}|/2. \quad (1.9.17)$$

5. Определение положение равновесия методом резонанса

Второй метод определения гравитационной постоянной по положению равновесия состоит в том, что гравитационная постоянная вычисляется по формуле (1.9.16), а для нахождения величины $\varphi_{01} - \varphi_0$ используется метод резонанса.

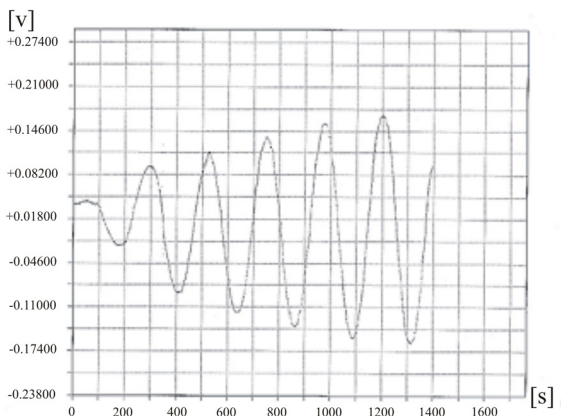


Рис. 1.9.9

Суть этого метода заключается в том, что крутильный маятник приводится в колебательное движение при помощи внешней периодической силы, в качестве которой выступает сила гравитационного притяжения больших шаров. Если период внешней силы близок к периоду собственных колебаний системы, то амплитуда колебаний системы будет расти (рис. 1.9.9) до тех пор, пока энергия, приобретаемая маятником за период, не сравняется с работой сил трения за период. Измеряя растущую амплитуду колебаний, можно получить значения равновесного положения.

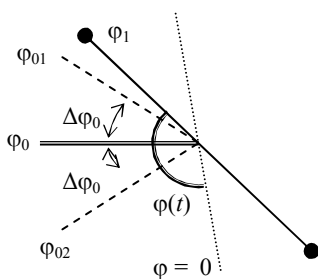


Рис. 1.9.10

Для этого поместим поворотный рукав в одно из крайних положений, максимально приблизив таким образом большие шары к маленьким. Коромысло начнет совершать колебания

вокруг положения равновесия, определяемого неизвестным углом $\varphi_{01} = \varphi_0 + \Delta\varphi_0$.

Начнем отсчет времени $t = 0$ в момент, когда угол отклонения маятника φ достигнет первого максимума (точка поворота) $\varphi_1 = \varphi(t = 0)$, и в этот же момент повернем рукав с большими свинцовыми шарами в другое крайнее положение.

Коромысло начинает двигаться обратно ко второй точке поворота и в течение последующей половины периода, пока коромысло опять не сблизилось с большими шарами, можно считать, что крутильный маятник совершает свободные затухающие колебания. При этом точка равновесия переместится в точку $\varphi_{02} = \varphi_0 - \Delta\varphi_0$, а ее угол уменьшится таким образом на величину $2\Delta\varphi_0$ и, следовательно, отдалится от мгновенного положения маятника.

Амплитуда колебаний, которая в момент перемещения поворотного рукава равнялась $\varphi_1 - \varphi_{01}$, скачком увеличится как раз на тот угол, на который от маятника отделилась точка равновесия – на $2\Delta\varphi_0$ (рис. 1.9.10). Угол φ на рис. 1.9.10 отсчитывается от неизвестного нулевого уровня по часовой стрелке.

Таким образом, зависимость угловой координаты от времени между первой и второй точкой поворота примет вид:

$$\varphi(t) = (\varphi_0 - \Delta\varphi_0) + (\varphi_1 - (\varphi_0 - \Delta\varphi_0)) \cdot e^{-\beta t} \cos \frac{2\pi}{T} t. \quad (1.9.18)$$

Для второй точки поворота аналогично получаем:

$$\varphi_2(t = T/2) = (\varphi_0 - \Delta\varphi_0) - (\varphi_1 - (\varphi_0 - \Delta\varphi_0)) \cdot \alpha. \quad (1.9.19)$$

В этой точке снова повернем рукав с большими шарами обратно в первое крайнее положение, вернув положение равновесия системы в точку $\varphi_{01} = \varphi_0 + \Delta\varphi_0$, и снова таким образом скачком увеличим амплитуду колебаний на величину $2\Delta\varphi_0$. В момент $t = T/2$ амплитуда колебаний равнялась $\varphi_{02} - \varphi_2 = \varphi_0 - \Delta\varphi_0 - \varphi_2$, поэтому ее увеличение на $2\Delta\varphi_0$ приведет к тому, что значение углового смещения для третьей точки поворота примет вид:

$$\varphi_3(t = T) = (\varphi_0 + \Delta\varphi_0) - (\varphi_2 - (\varphi_0 + \Delta\varphi_0)) \cdot \alpha. \quad (1.9.20)$$

Изменяя теперь в каждой точке поворота положения поворотного рукава с тяжелыми шарами и проводя аналогичные рассуждения, получим, что, зная углы двух последовательных точек поворота, значение величины φ_0 , а также вычисленные ранее значения пе-

риода колебаний и коэффициента затухания, можно найти искомую величину $\Delta\varphi_0$:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_0 &= \frac{[(\varphi_{n+1} - \varphi_0) + (\varphi_n - \varphi_0) \cdot \alpha](-1)^n}{1 + \alpha} = \\ &= \frac{[(\varphi_{n+2} - \varphi_0) + (\varphi_{n+1} - \varphi_0) \cdot \alpha](-1)^n}{1 + \alpha}.\end{aligned}\quad (1.9.21)$$

Если же провести измерения угла в трех последовательных точках поворота, то можно выразить из них φ_0 и получить выражение, в которое будут входить только углы, измеренные в точках поворота:

$$\Delta\varphi_0 = \frac{[\alpha \cdot \varphi_n + (1 + \alpha)\varphi_{n+1} - \varphi_{n+2}](-1)^n}{2(1 + \alpha)}.\quad (1.9.22)$$

Используя теперь формулу (1.9.16), в которую подставим $\Delta\varphi_0 = (\varphi_{01} - \varphi_0)$ из (1.9.22), получим гравитационную постоянную.

Таким образом, суть метода резонанса в том, что необходимо два раза за период передвигать поворотный рукав со свинцовыми шарами из одного крайнего положения в другое, возбуждая таким образом колебания коромысла и проводя измерение углов в точках поворота коромысла.

Преимуществом этого метода является быстрота, поскольку для определения положения равновесия необходимо провести всего три измерения.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Во избежание поломки установки нельзя снимать защитные стеклянные пластины и прикасаться к коромыслу или вольфрамовой нити.

2. Запрещается прикасаться к регулировочным винтам на установке.

3. Передвигать поворотный рукав с большими шарами необходимо медленно и аккуратно, не допуская касания шарами стекла.

4. **Внимание!** Запрещается снимать большие шары с поворотного рукава!!!

5. Настройкой установки занимается только дежурный сотрудник лаборатории.

ПОДГОТОВКА УСТАНОВКИ К РАБОТЕ

1. Аккуратно установите поворотный рукав с большими шарами перпендикулярно коромыслу.

2. Включите компьютер и запустите программу Cavandish USB. Вид окна программы показан на рис. 1.9.11. Выставьте следующие параметры настройки в программе:

- частота записи (Sampling rate): 10 Гц (10 измерений в секунду);
- число измеряемых точек (Number of points): 16384 (соответствует записи в течение 27 мин).

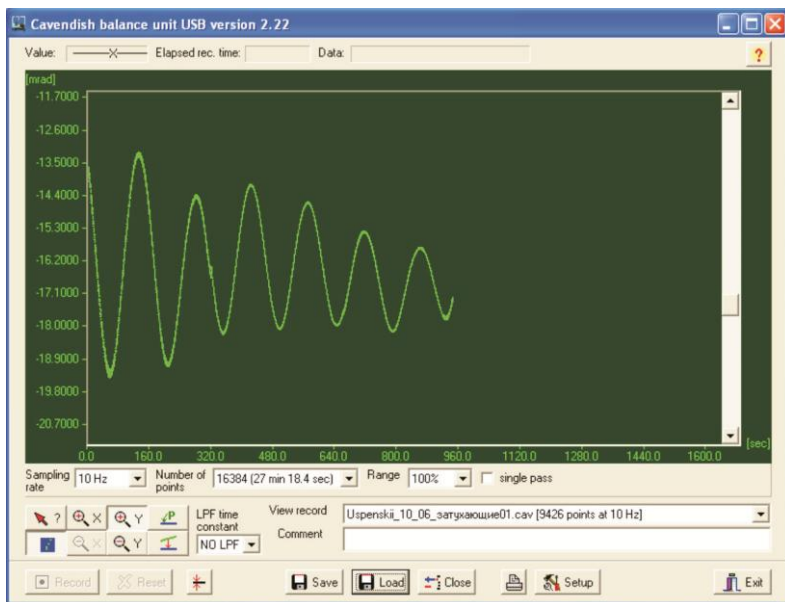


Рис. 1.9.11

3. Нажмите «Record». На большом зеленом поле должен появиться график зависимости угла поворота коромысла от времени. Измерение можно в любой момент остановить, нажав на Stop.

Кнопками «+Y» и «-Y» можно соответственно увеличивать или уменьшать масштаб графика по вертикальной оси.

4. Наблюдая по графику за перемещением коромысла, установите нулевое положение измерителя угла максимально близко к той точке, вокруг которой совершаются колебания коромысла. Для этого нужно в момент нахождения коромысла в этой точке нажать на кнопку «Установка нуля» , расположенную левее кнопки «Save» (рис. 1.9.11). **Внимание!** В дальнейшем процессе работы на эту кнопку более не нажимать!

5. Убедитесь, что график на максимальном масштабе (Range = 100%) не выходит за пределы поля наблюдения. В противном случае попробуйте установить нуль, согласно предыдущему пункту. Если это не помогает, позвоните дежурного сотрудника.

6. Коромысло весов в свободном положении может совершать небольшие колебания около положения равновесия, вследствие неустранимых колебаний стола, на котором стоит установка. Если размах этих колебаний не превышает десятых долей мрад, это не повлияет на точность измерений. В том случае, если установка несколько минут назад подвергалась наладке, в ней могут быть медленно затухающие свободные колебания (см. рис. 1.9.7) сравнительно большой амплитуды. Тогда, наблюдая на экране дисплея затухающие колебания, необходимо дождаться, пока амплитуда этих колебаний уменьшится до 0,10 мрад и после этого начать выполнение работы с задания 2, а задание 1 выполнить позже.

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Определение гравитационной постоянной методом резонанса

К моменту начала выполнения этого задания размах затухающих колебаний коромысла не должен превышать нескольких десятых мрад. Если это не так, необходимо дождаться, когда колебания достаточно затухнут.

1. Для начала измерений нажмите на «Record».

2. Поместите поворотный рукав в одно из крайних положений (см. рис. 1.9.5), максимально приблизив таким образом большие шары к маленьким.

3. В момент, когда коромысло достигнет максимального угла отклонения (отслеживается по графику на экране компьютера), поверните поворотный рукав в другое крайнее положение. Выбирайте масштаб по оси Y таким образом, чтобы график полностью уместился на экране.

4. Добившись не менее 4–5 колебаний (см. рис. 1.9.9), и доведя амплитуду колебаний до нескольких мрад, закончите измерения.

5. Сохраните график при помощи кнопки «Save». При этом название файла с графиком должно включать в себя номер группы, фамилию студента, дату выполнения работы и номер задания (пример: «Т1-10_Иванов_10_ноября_2011_задание1.sav»). **Внимание!** Через некоторое время колебания, возбужденные в первом задании, затухнут, поэтому, сохранив график, необходимо сразу же перейти к выполнению второго задания.

Задание 2. Определение гравитационной постоянной методом затухающих колебаний

К моменту начала выполнения задания коромысло должно быть выведено из равновесия и совершать колебания с амплитудой не менее 1 мрад, и не более 10 мрад. Если к этому моменту колебания в установке затухли, необходимо возбудить их, используя гравитационный резонанс (см. задание 1).

1. Нажмите кнопку «Record» и установите необходимый масштаб по вертикальной оси. Установите поворотный рукав в одно из крайних положений и снимите график свободных затухающих колебаний.

2. После того как коромысло совершит 3–4 колебания, установите поворотный рукав в другое крайнее положение.

3. После 3–4 колебаний переведите рукав в нейтральное положение и также подождите 3–4 колебания.

4. Закончите измерения и сохраните график кнопкой «Save». При этом название файла с графиком должно включать в себя но-

мер группы, фамилию студента, дату выполнения работы и номер задания (пример: «Т1-10_Иванов_10_ноября_2011_задание2.sav»).

Задание 3. Обработка графиков

1. Загрузите ранее сохраненный график из задания 1 при помощи кнопки «Load».

2. Выберите нужный масштаб по вертикальной оси и распечатайте график, нажав на кнопку с изображением принтера.

3. Занесите в табл. 1.9.1 значения углов (с учетом знака) для трех подряд точек поворота коромысла. Для того чтобы получить значение отсчетов времени и угла для любой точки графика нажмите на кнопку, обозначенную пиктограммой  (левее кнопки «+X»), и наведите курсор на точку графика. Над графиком в поле Data появится значение времени и угла поворота коромысла в этой точке.

Таблица 1.9.1

φ_n , мрад	φ_{n+1} , мрад	φ_{n+2} , мрад

4. Загрузите ранее сохраненный график из второго задания.

5. Выберите нужный масштаб по вертикальной оси и распечатайте график.

Таблица 1.9.2

N	I	t_i , с	$\varphi(t_i)$, мрад
1	1		
	2		
	3		
	...		
...	...		
	...		
	...		
	...	...	...

6. Занесите в табл. 1.9.2 значения углов $\varphi(t_i)$ (с учетом знака) и времени t_i для всех точек поворота коромысла для трех положений

поворотного рукава ($N = 1, 2$ отвечает крайним левому и правому положению, $N = 3$ положению поворотного рукава перпендикулярно коромыслу).

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. По данным в табл. 1.9.2 определите период свободных затухающих колебаний коромысла как разность времен двух максимумов (или минимумов) графика. Определите период несколько раз, найдите его среднее значение и вычислите случайную погрешность периода.

2. По данным в табл. 1.9.2 и формуле (1.9.14) определите значение постоянной α и вычислите её случайную погрешность.

3. Зная α и период колебаний T , определите коэффициент затухания и его погрешность. Из формулы (1.9.14) следует, что

$$\beta = -\frac{2}{T} \ln \alpha.$$

4. Вычислите момент инерции коромысла с помощью (1.9.8) и (1.9.9). Найдите погрешность момента инерции.

5. Определите по результатам первого и второго заданий величину $\Delta\varphi_0$ по формуле (1.9.22) с учетом (1.9.17) (раздельно для двух заданий) и ее погрешность.

6. Вычислите гравитационную постоянную по формуле (1.9.16) и результатам двух заданий. Зная погрешность углов, периода и коэффициента затухания найдите погрешность гравитационной постоянной.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

В заключении к работе представить графики, распечатанные в процессе выполнения работы, привести рассчитанное значение гравитационной постоянной, полученное двумя способами.

Сравните полученное обоими методами значение гравитационной постоянной с ее табличным значением. Сделайте вывод о точности использованных методов определения положения равновесия коромысла маятника.

Табличные значения

Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
---------------------------	--

Параметры установки

Средняя масса большого свинцового шара	$M = 1,049 \text{ кг}$
Средняя масса маленького свинцового шарика	$m = 14,50 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$
Средний радиус маленького свинцового шарика	$r_{sb} = 0,67 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Средний радиус большого свинцового шара	$r_{lb} = 2,82 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Расстояние между осью вращения и центром маленького свинцового шарика	$d = 6,66 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Расстояние между центрами малого и большого свинцовых шаров в крайнем положении	$R = 4,62 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Масса коромысла весов	$m_b = 7,05 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$
Длина коромысла весов	$l_b = 14,9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Ширина коромысла весов	$h_b = 1,29 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Толщина коромысла весов	$d_b = 0,14 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Расстояние между наружными поверхностями стеклянных пластин	$W = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Радиус отверстия в коромысле для шарика	$r_h = 0,45 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
Плотность алюминиевого коромысла	$\rho_{AL} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте закон всемирного тяготения.
2. Почему в данной лабораторной работе в качестве тел используются шары, а не тела другой формы, например кубики?
3. Почему шары сделаны из свинца, а коромысло – из алюминия?
4. В чем заключается метод определения гравитационной постоянной методом свободных затухающих колебаний?
5. В чем заключается метод определения гравитационной постоянной методом резонанса?
6. Назовите возможные источники систематической ошибки в данной работе.
7. Какой график отображается на экране программы Cavandish USB?

8. Как получить значения отсчетов времени и угла для любой точки графика, показываемого на экране программы Cavandish USB?

9. Каким образом сменить положение нуля на графике зависимости угла от времени? Почему нельзя это делать в процессе выполнения работы?

Работа 1.10

ИЗУЧЕНИЕ СИЛ ИНЕРЦИИ. ЦЕНТРОБЕЖНАЯ СИЛА

Цель: изучение неинерциальных систем отсчета и определение зависимости центробежной силы от массы, угловой скорости и расстояния до оси вращения.

Оборудование: установка для изучения центробежной силы, лабораторный двигатель с приводным механизмом, динамометр, электронный секундомер с фотодатчиком, набор грузов.

ВВЕДЕНИЕ

Лежащие в основе механики законы Ньютона справедливы только в инерциальных системах отсчета (ИСО). Относительно всех инерциальных систем данное тело имеет одно и то же ускорение $\mathbf{w}$.

Поскольку любая неинерциальная система отсчета (НеИСО) движется относительно инерциальной с некоторым ускорением, ускорение тела в неинерциальной системе $\mathbf{w}'$ отличается от $\mathbf{w}$. Таким образом, переход в неинерциальную систему отсчета приводит к появлению у тела добавочного ускорения, причиной которого является не действие на него других тел, а движение самой системы отсчета.

Часто необходимость такого перехода диктуется практическими потребностями решения задач механики в ускоренно движущихся системах отсчета.

Пусть неинерциальная система отсчета (X', Y', Z') движется относительно инерциальной системы отсчета (X, Y, Z) так, что ее начало отсчета $\square$ точка O' имеет ускорение $\mathbf{w}_0$, а сама НеИСО вращается вокруг мгновенной оси вращения, проходящей через точку O' , с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ (которая может зависеть от времени). Такая ситуация представлена на рис. 1.10.1 (мгновенная ось вращения обозначена пунктиром).

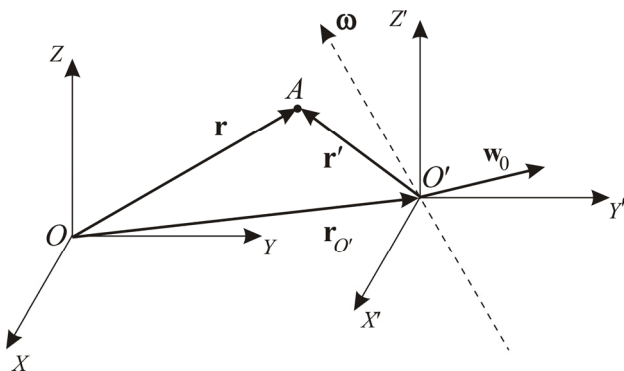


Рис. 1.10.1

Тогда можно показать, что ускорение материальной точки A в ИСО $\mathbf{w}$ связано с ее ускорением в НеИСО $\mathbf{w}'$, движущейся произвольно относительно ИСО, соотношением:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}' + \mathbf{w}_0 + 2[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'] - \omega^2 \mathbf{r}_\perp + [\boldsymbol{\beta}, \mathbf{r}'], \quad (1.10.1)$$

где $\mathbf{v}'$ и $\mathbf{r}'$ – скорость и радиус-вектор материальной точки в НеИСО соответственно; $\boldsymbol{\beta} = \dot{\boldsymbol{\omega}}$ – угловое ускорение; $\mathbf{r}_\perp$ – компонента радиуса-вектора в НеИСО перпендикулярная мгновенной оси вращения.

Пусть на материальную точку A массой m в ИСО действует суммарная сила $\mathbf{F}$. Тогда в ИСО можно записать второй закон Ньютона:

$$m\mathbf{w} = \mathbf{F}. \quad (1.10.2)$$

Подставляя (1.10.1) в (1.10.2), получим аналог второго закона Ньютона для НеИСО в виде:

$$m\mathbf{w}' = \mathbf{F} - m\mathbf{w}_0 - 2m[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'] + m\omega^2 \mathbf{r}'_\perp - m[\boldsymbol{\beta}, \mathbf{r}']. \quad (1.10.3)$$

Таким образом, для написания уравнения движения материальной точки в неинерциальных системах отсчета в общем случае необходимо добавить к силам взаимодействия четыре силы инерции. Первая из них так называемая поступательная сила инерции, $\mathbf{F}_{\text{пост}} = -m\mathbf{w}_0$, связана с ускоренным движением начала отсчета НеИСО относительно ИСО. Вторая сила инерции в правой части (1.10.3) называется силой Кориолиса: $\mathbf{F}_{\text{Кор}} = -2m[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'] = 2m[\mathbf{v}', \boldsymbol{\omega}]$. Третья сила инерции в правой части (1.10.3) называется центро-

бежной силой: $F_{цб} = m\omega^2 r'_\perp$. Четвертая сила инерции в правой части (1.10.3) связана с изменением угловой скорости вращения НеИСО: $F_\beta = -m[\beta, r'] = m[r', \beta]$, определенного названия не имеет.

Заметим, что силы инерции отличаются от «обычных» сил (сил взаимодействия между телами) рядом особенностей. Во-первых, силы инерции не инвариантны относительно перехода от одной неинерциальной системы отсчета к другой. Во-вторых, нельзя указать конкретные тела, со стороны которых действуют силы инерции. Иначе говоря, силы инерции не подчиняются третьему закону Ньютона. В остальном это обычные силы, которые способны вызывать ускорения тел, совершать работу, изменять энергию и импульс тел, деформировать тела и т.п.

Использование сил инерции позволяет решать задачи механики непосредственно в ускоренно движущихся системах отсчета, что часто оказывается значительно проще, чем анализ движения в неподвижной – инерциальной системе отсчета.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка для измерения центробежной силы представлена на рис. 1.10.2.

Установка состоит из штатива 1, на котором закреплена вращающаяся платформа 2 с вертикальной стойкой 3. Вдоль платформы на специальных рельсах может перемещаться тележка 4, связанная нитью, перекинутой через блок с динамометром 5, закрепленным на стойке 3. На тележке смонтирован вертикальный стержень для установки дополнительных грузов. Платформа приводится во вращение электродвигателем (на рисунке не показан). Для измерения периода вращения платформы используется электронный секундомер с инфракрасным фотодатчиком 6. При движении платформы бумажный лепесток, закрепленный на внешнем краю платформы, проходит через фотодатчик, запуская или останавливая секундомер.

Управление двигателем осуществляется кнопкой запуска и ручкой плавной регулировки частоты вращения на его панели. Для установки фиксированной частоты вращения около ручки регулировки нанесена шкала.

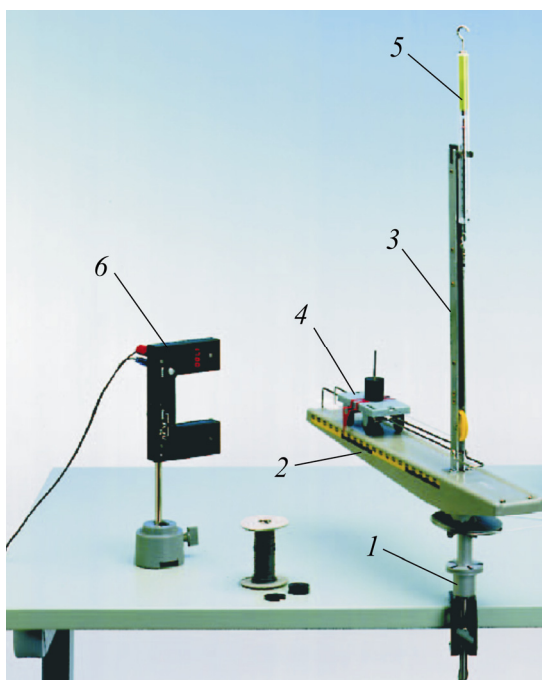


Рис. 1.10.2

Для измерения периода обращения платформы с тележкой вокруг оси штатива необходимо убедиться, что секундомер переключен в режим, обозначенный значком $\square \sqcap$. Сброс показаний предыдущего измерения и установки на табло электронного секундомера нуля осуществляется нажатием кнопки «Set». Рекомендуется нажимать кнопку «Set» несколько раз.

Непосредственное измерение расстояния r от центра масс тележки до оси вращения платформы при движении системы весьма затруднительно. Поэтому для определения величины r используется следующая методика.

Конструктивно установка выполнена так, что смещение тележки от оси платформы на расстояние Δr , которое возникает при вращении платформы, равно удлинению пружины динамометра (так как нить, связывающую тележку с динамометром можно считать не-

растяжимой в условиях работы). Следовательно, величина Δr прямо пропорциональна силе F_D , которую показывает динамометр, т.е. $\Delta r = \alpha F_D$, где α – некоторая постоянная. В работе используется динамометр, один сантиметр шкалы которого соответствует силе 0,2 Н, следовательно $\alpha = 5$ см/Н. Таким образом, измеряя силу с помощью динамометра и используя коэффициент α , можно рассчитать смещение тележки Δr . Тогда расстояние r от центра масс тележки до оси вращения движущейся платформы может быть вычислено по формуле:

$$r = r_0 + \Delta r = r_0 + \alpha F_D, \quad (1.10.4)$$

где r_0 – расстояние от центра масс тележки до оси покоящейся платформы.

Рассмотрим подробно движение тележки в НеИСО, связанной с вращающейся платформой. Введем ось Z' вдоль стойки 3, а ось X' вдоль плоскости платформы (рис. 1.10.3). В установке, используемой в работе, платформа вращается с постоянной угловой скоростью ω , при этом тележка занимает на ее поверхности определенное фиксированное положение. В таких условиях в выбранной НеИСО на тележку действуют: сила тяжести mg , две силы реакции опоры F_{p1} и F_{p2} , сила натяжения нити F_n и одна сила инерции – центробежная сила $F_{цб} = m\omega^2 r'_\perp$ (рис. 1.10.3). Параметры установки таковы, что сила трения пренебрежимо мала, поэтому в приведенном перечне сил, действующих на тележку, она отсутствует.

Уравнение движения (1.10.3) для тележки в НеИСО, вращающейся вместе с платформой, имеет вид:

$$0 = F_n + mg + N_1 + N_2 + F_{цб}. \quad (1.10.5)$$

Сила натяжения нити непосредственно измеряется динамометром, т.е. ее модуль равен показаниям динамометра F_D . Тогда в проекции на ось X' , уравнение (1.10.5) принимает вид:

$$F_D = F_{цб} = m\omega^2 r, \quad (1.10.6)$$

где r – расстояние от центра масс тележки до оси вращения системы.

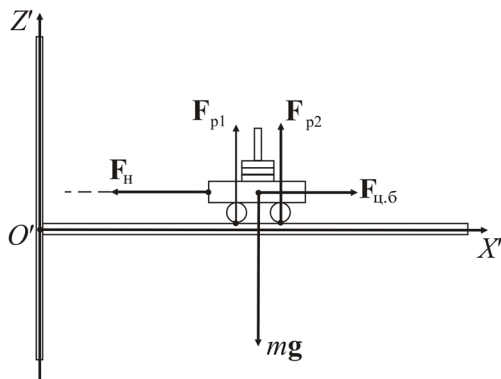


Рис. 1.10.3

Из выражения (1.10.6) следует, что для рассматриваемой установки:

$$\ln \frac{F_D}{r} = 2 \ln \omega + \ln m. \quad (1.10.7)$$

Следовательно, если экспериментально измерить зависимость отношения F_D/r от частоты вращения платформы ω и построить график этой зависимости в логарифмическом масштабе, т.е. $\ln(F_D/r)$ от $\ln \omega$, то согласно приведенной теоретической формуле (1.10.7) угловой коэффициент этого графика должен быть равен двум.

Таким образом, экспериментально измеряя зависимость центростремительной силы от угловой скорости вращения системы и от массы тележки с грузами можно непосредственно проверить справедливость выражения для центростремительной силы (1.10.6).

В работе для нагружения тележки используются дополнительные грузы массой по 10 и 50 г. Поэтому масса тележки с грузами складывается из массы тележки m_0 и массы дополнительных грузов $m_{гр}$, т.е. $m = m_0 + m_{гр}$.

Абсолютная погрешность массы каждого груза составляет $\Delta m = 0,5$ г.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Перед включением двигателя убедиться, что при вращении платформы она не касается фотодатчика, а бумажный язычок свободно проходит через него.

2. **Внимание!** При работающем двигателе не допускать попадание рук, волос и посторонних предметов за защитный барьер.

3. Добавление грузов производить только на стержень тележки, снятие – только со стержня.

4. Замену грузов производить только при выключенном двигателе после полной остановки системы!

5. Не устанавливать грузы в количестве, при котором их суммарная масса вместе с тележкой будет превышать 180 г.

6. Ручку регулировки оборотов двигателя вращать плавно и без усилий.

7. Не трогать приводной ремень. Если натяжение ремня недостаточно для передачи вращения от двигателя к платформе, или ремень соскочил, немедленно выключить двигатель и пригласить лаборанта!

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Определение зависимости центростремительной силы от массы тележки

1. Аккуратно вращая рукой платформу, убедиться, что она при своем движении не касается секундомера, а бумажный язычок, закрепленный на ее конце, проходит через фотодатчик.

2. Снять с тележки все дополнительные грузы.

3. Аккуратно смещая тележку вдоль платформы до момента, когда нить натянется, а динамометр будет показывать нуль, измерить по линейке, нарисованной на платформе, расстояние r_0 . Полученное значение записать в лабораторный журнал.

4. Включить двигатель нажатием кнопки на его панели.

5. Запустить двигатель, поворачивая ручку плавной регулировки по часовой стрелке. Медленно увеличивая частоту вращения двигателя, довести ручку до положения, отмеченного стрелкой.

6. Нажать кнопку «Set» секундомера несколько раз в момент, когда платформа находится далеко от него. Когда бумажный язычок пересечет фотодатчик первый раз – запустится секундомер. При следующем пересечении язычком фотодатчика на табло секундомера появится измеренный период вращения платформы. Записать результат в заранее подготовленную табл. 1.10.1.

7. Определить по динамометру центробежную силу, действующую на тележку. Записать результат в табл. 1.10.1.

8. Остановить двигатель, нажав кнопку на его панели. **Внимание!** Положение ручки регулировки частоты двигателя не менять!

9. Дождаться полной остановки платформы и установить на стержень тележки дополнительный груз массой 10 г.

10. Запустить двигатель нажатием кнопки. Подождать, пока платформа станет вращаться с постоянной угловой скоростью. Определить по динамометру центробежную силу, действующую на тележку. Записать результат в табл. 1.10.1.

11. Повторить пп. 8–10 еще 6 раз для различных масс грузов.

Таблица 1.10.1

$T =$	, с							
m , г	50	60	70	80	90	100	110	120
F , Н								
F/r , Н/м								
$\Delta(F/r)$, Н/м								

Задание 2. Определение зависимости центробежной силы от угловой скорости

1. Установить массу тележки с грузом 150 г. Для этого поместить на стержень тележки дополнительные грузы массой 100 г.

2. Измерить зависимость центробежной силы от угловой скорости вращения платформы во всем диапазоне частот двигателя так, чтобы получилось не менее семи значений. Для этого удобно изменять частоту вращения двигателя, ориентируясь по шкале динамометра, т.е. устанавливать такую частоту, чтобы центробежная сила была равна 0,2; 0,4; 0,6 Н, ... и т.д. до 1,4 Н с шагом 0,2 Н.

3. Запустить двигатель нажатием кнопки на его панели.
4. Плавно вращая ручку регулировки частоты двигателя, добиться того, чтобы динамометр показывал силу 0,2 Н.
5. Измерить период вращения платформы не менее трех раз. Перед началом каждого измерения следует нажать кнопку «Set» несколько раз для сброса показаний секундомера. Записать результаты измерений в заранее подготовленную табл. 1.10.2.
6. Увеличить частоту вращения двигателя согласно п. 2 и повторить измерения периода вращения платформы согласно п. 5. Записать результаты измерений в табл. 1.10.2.
7. Остановить двигатель, повернув ручку плавной регулировки в крайнее положение против часовой стрелки. Выключить источник питания.

Таблица 1.10.2

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7
F , Н							
F/r , Н/м							
$\ln(F/r)$							
$\Delta(\ln(F/r))$							
T , с							
$\langle T \rangle$, с							
ΔT , с							
ω , с ⁻¹							
$\Delta\omega$, с ⁻¹							
$\ln\omega$							
$\Delta(\ln\omega)$							

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Задание 1

1. Рассчитать для каждой массы тележки значение отношения центробежной силы к расстоянию от центра масс тележки до оси

вращения платформы, т.е. F/r , используя измеренные значения F и r_0 , и формулу (1.10.4). Рассчитать погрешность величины F/r по формуле:

$$\frac{\Delta(F/r)}{F/r} = \sqrt{\left(\frac{\Delta r_0}{r_0 + \alpha F}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{r_0 + \alpha F}\right)^2 \left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2}, \quad (1.10.8)$$

Полученные значения величины F/r и ее погрешности занести в табл. 1.10.1.

2. Построить график зависимости отношения F/r от массы тележки с дополнительными грузами m .

Задание 2

1. Используя полученные экспериментальные данные, для каждого значения центробежной силы рассчитать среднее значения периода вращения платформы и его погрешность методом Корнфельда.

2. Для каждого значения центробежной силы рассчитать угловую скорость вращения платформы ω по формуле $\omega = 2\pi/T$ и ее погрешность, учитывая, что $\varepsilon_\omega = \varepsilon_T$.

3. Для каждого значения центробежной силы рассчитать величину F/r и ее погрешность, используя измеренные значения F и r_0 , и формулы (1.10.4), (1.10.8).

В качестве абсолютной погрешности центробежной силы использовать погрешность отсчета по шкале динамометра.

4. Рассчитать натуральные логарифмы угловой скорости и величины F/r , а также их погрешности по формулам:

$$\Delta(\ln \omega) = \frac{\Delta \omega}{\omega}, \quad \Delta\left(\ln \frac{F}{r}\right) = \frac{\Delta(F/r)}{F/r}.$$

5. Построить график зависимости натурального логарифма величины F/r от натурального логарифма угловой скорости вращения платформы.

6. Найти угловой коэффициент графика методом парных точек.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе по результатам первого задания представить график зависимости отношения F/r от массы тележки. Сделать вывод о характере полученной зависимости и ее согласии с теорией.

По результатам второго задания представить график зависимости натурального логарифма величины F/r от натурального логарифма частоты вращения платформы. Привести рассчитанный угловой коэффициент графика. Сравнить полученное значение углового коэффициента с предсказанием теории.

Табличные значения

Масса ненагруженной тележки	$m_0 = 50 \text{ г}$
-----------------------------	----------------------

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дать определение неинерциальной системы отсчета.
2. Чему равна сила инерции тела массы m , находящегося в системе отсчета, движущейся ускоренно и прямолинейно?
3. Что такое сила Кориолиса?
4. Что такое центробежная сила инерции?
5. В чем состоит принципиальное отличие сил инерции от обычных сил?
6. Пусть некоторое тело покоится в системе отсчета, которая вращается с угловым ускорением β относительно ИСО. Какие силы инерции действуют на тело в этой системе отсчета?
7. Пусть некоторое тело покоится в системе отсчета, которая вращается с постоянной угловой скоростью ω относительно ИСО. Какие силы инерции действуют на тело в этой системе отсчета?
8. Как повлияет изменение направления вращения и частоты вращения двигателя описанной в работе установки на величину и направление центробежной силы, действующей на тележку?
9. Каким методом в работе определяется расстояние от центра масс тележки до оси вращения платформы при ее движении?

10. Каким методом рекомендуется получать зависимости центробежной силы, действующей на тележку, от частоты вращения платформы?

11. Измерения каких физических величин в лабораторной работе являются прямыми, а каких – косвенными?

12. Указать возможные источники систематических и случайных погрешностей в данной работе. Устранимы ли эти источники?

Работа 1.11 (1.11а, 1.11б)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

Цель: *определение коэффициента вязкости глицерина; изучение температурной зависимости коэффициента вязкости глицерина; определение энергии активации молекул жидкости.*

Оборудование: вискозиметр, устройство для нагрева жидкости.

ВВЕДЕНИЕ

к работам 1.11, 1.11а и 1.11б

При движении соседних слоев жидкости или газа возникают силы торможения, стремящиеся уменьшить их относительную скорость. Это явление называется *вязкостью*, или *внутренним трением*.

Различают *ламинарный* (от лат. *Lāmina* – пластинка, слой) и *турбулентный* (от лат. *Turbulentus* – бурный, беспорядочный) режимы течения. При ламинарном режиме среда перемещается слоями, параллельными направлению течения (например, стенкам цилиндрической трубы), не перемешиваясь. При турбулентном течении частицы совершают неустановившиеся движения по сложным траекториям, что приводит к интенсивному перемешиванию между слоями, т.е. слоистая структура течения нарушается. При этом локальные значения гидродинамических параметров движения (скорости частиц жидкости, давление, плотность, температура) испытывают хаотические флуктуации, т.е. случайные отклонения от средних значений, и изменяются нерегулярно во времени и пространстве.

Критерием ламинарности течения является *число Рейнольдса* (Re), определяемое отношением:

$$\text{Re} = \frac{\rho_{\text{ж}} v r}{\eta}, \quad (1.11.1)$$

где v – скорость течения; r – характерный размер, например радиус трубы; η – вязкость жидкости.

Вычисления числа Рейнольдса для каждого конкретного случая позволяют определить характер обтекания тела жидкостью. Значение Re , при котором происходит переход от ламинарного течения к турбулентному, называется *критическим числом Рейнольдса* $Re_{кр}$.

Если Re больше $Re_{кр}$, то обтекание – турбулентное, если меньше – ламинарное. Значения критических чисел Рейнольдса для различных форм тел, обтекаемых жидкостью, определяются экспериментально и приводятся в соответствующих таблицах. Для шара, например, $Re_{кр} \sim 1$.

Если в движущейся жидкости мысленно выбрать малую площадку S границы между соседними слоями жидкости, то сила внутреннего трения, действующая на эту площадку, определяется соотношением:

$$F_{тр} = \eta \left| \frac{\partial v}{\partial z} \right| S.$$

Здесь направление оси z нормально к выбранной площадке и, соответственно, вектору скорости частиц жидкости, η – *коэффициент вязкости*.

Механизм внутреннего трения в жидкостях и газах при ламинарном режиме заключается в том, что хаотически движущиеся молекулы переносят импульс из одного слоя в другой, что приводит к выравниванию скоростей – это описывается введением силы трения. Такой механизм называется *молекулярной вязкостью*. При турбулентном режиме «слои», на которые условно можно разбить среду, обмениваются микровихрями, поэтому записанное выше выражение для силы трения выполняется только в некотором «усредненном» смысле, а коэффициент вязкости, как правило, – на несколько порядков больше, чем в случае ламинарного течения.

При движении тел в жидкостях или газах слои, непосредственно примыкающие к поверхности тела, движутся вместе с телом. Поэтому при движении тела возникает смещение слоев жидкости относительно друг друга и, как следствие, появляется сила внутреннего трения.

Вязкость жидкостей зависит от температуры. Для ряда жидкостей (к числу таких жидкостей принадлежит глицерин) эта зависимость достаточно сильная: при повышении температуры воды от 20 до 30 °C ее вязкость убывает на 20%, а вязкость глицерина –

примерно в 2,5 раза. Приблизленно зависимость вязкости от температуры жидкости можно описать с помощью формулы Аррениуса:

$$\eta = \eta_0 \exp[E/(kT)], \quad (1.11.2)$$

где k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура; E – энергия молекулы, необходимая для преодоления сил взаимодействия со стороны соседних молекул при движении в жидкости (*энергия активации*), а η_0 – константа, характеризующая данную жидкость.

Совокупность методов измерения коэффициента вязкости называется *вискозиметрией* (от лат. *viscosus* – клейкий, вязкий).

Классификация методов вискозиметрии основана на геометрических особенностях течения жидкости или газа, создаваемого для измерения коэффициента вязкости η .

Наиболее распространена *капиллярная вискозиметрия*, в которой измеряется поток вещества Q (объем вещества, протекающий в единицу времени) через капилляр, известного радиуса, при известной разнице давлений ΔP на входе и выходе капилляра. Затем по формуле Пуазейля вычисляется коэффициент вязкости η :

$$\eta = \frac{\Delta P}{8Ql} \pi r^4, \quad (1.11.3)$$

где r – радиус капилляра; l – длина капилляра.

При *ротационной вискозиметрии* в исследуемое вещество помещается цилиндр или диск, которые вращаются с определенной скоростью. Момент силы N , который необходим, чтобы преодолеть сопротивление вязкого трения, измеряется с помощью пружины, связывающей цилиндр (или диск) с осью двигателя. Угол закручивания пружины определяется с помощью электронного датчика, встроенного в вискозиметр.

Коэффициент вязкости жидкости η прямо пропорционален модулю вращающего момента N , измеренного вискозиметром. Коэффициент пропорциональности – приборная константа, зависящая от скорости вращения цилиндра и его геометрии и определяющаяся экспериментально по результатам измерений вязкости жидкости с известным коэффициентом вязкости.

Жидкости, молекулярная вязкость которых не зависит от градиента скорости, называются *ньютоновскими*. К ним относятся жид-

кости низкого молекулярного веса, разбавленные суспензии со сферическими частицами и чистые жидкие смазочные масла.

У коллоидных растворов, суспензий высокой концентрации, жидких кристаллов и расплавов вязкость зависит от градиента скорости. Такие жидкости называются *неньютоновскими*.

В зависимости от вязкости исследуемой жидкости в комплекте ротационного вискозиметра имеется набор цилиндров и дисков разных размеров. Различные цилиндры в комбинации с определенной скоростью вращения позволяют оптимально проводить измерения для широкого диапазона значений вязкости.

В методе падающего шарика (методе Стокса) шарик движется в жидкости с установившейся скоростью под действием сил тяжести, Архимеда и сопротивления жидкости. Рассмотрим эти силы подробнее (рис. 1.11.1).

1. mg – сила тяжести, которую можно найти, если известны плотность материала шарика $\rho_{\text{ш}}$ и его диаметр d :

$$mg = \rho_{\text{ш}} V_{\text{ш}} g = \rho_{\text{ш}} \frac{1}{6} \pi d^3 g,$$

где $V_{\text{ш}}$ – объем шарика.

2. $F_{\text{Арх}}$ – выталкивающая сила Архимеда, которая равна весу жидкости, вытесненной телом, т.е.

$$F_{\text{Арх}} = \rho_{\text{ж}} V_{\text{ш}} g = \rho_{\text{ж}} \frac{1}{6} \pi d^3 g,$$

где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность исследуемой жидкости.

3. Сила сопротивления $F_{\text{сопр}}$ со стороны жидкости, которую рассмотрим подробнее.

Как показывает опыт, при движении тел в жидкостях возникают силы сопротивления. Эти силы удобно разделить на две составляющие: силу вязкого трения $F_{\text{тр}}$ поверхности тела о жидкость и силу сопротивления F_{Δ} , возникающую из-за разности давлений жидкости впереди и сзади движущегося тела.

Согласно эмпирическому (опытному) закону Стокса, сила трения поверхности тела о жидкость $F_{\text{тр}}$ пропорциональна скорости движения тела v относительно жидкости, линейным размерам поперечного сечения тела и вязкости жидкости η . Кроме этого сила трения зависит также от формы тела. Например, при одинаковых



Рис. 1.11.1

размерах наибольшего поперечного сечения тела (так называемого миделя) и одинаковой скорости движения сила трения о жидкость шарика, конуса или тела обтекаемой формы будет различной.

Таким образом, сила трения $F_{\text{тр}}$ будет равна:

$$F_{\text{тр}} = k_{\text{ф}} \eta r v,$$

где r – линейный поперечный размер тела (для шарика – это радиус); $k_{\text{ф}}$ – коэффициент формы тела (для шарика $k_{\text{ф}} = 6\pi$).

Для тела в форме шара закон Стокса записывается в виде:

$$F_{\text{тр}} = 6\pi \eta r v. \quad (1.11.4)$$

При малых скоростях v движения тела относительно жидкости силы сопротивления обусловлены практически только силами трения. В этом случае слои жидкости не перемешиваются, т.е. такое обтекание тела жидкостью будет ламинарным.

С увеличением скорости движения тела в жидкости увеличивается разница давлений впереди и сзади движущегося тела и, как следствие, пропорционально увеличивается сила сопротивления F_{Δ} . Можно показать, что эта сила пропорциональна квадрату скорости движения тела ($F_{\Delta} \sim v^2$). При некоторой скорости движения, которая называется *критической скоростью* $v_{\text{кр}}$, сила вязкого трения $F_{\text{тр}}$ и сила F_{Δ} становятся равными, после чего характер обтекания становится неустойчивым, и обтекание из ламинарного переходит в турбулентное. В этом случае позади тела образуются завихрения, и начинается перемешивание слоев жидкости.

В методе Стокса подбираются такие условия, чтобы в случае установившегося движения обтекание шарика жидкостью было ламинарным, и, следовательно, сила сопротивления движению шарика в жидкости определялась в основном силами вязкого трения. В противном случае погрешность измерений коэффициента вязкости η будет значительной.

Итак, $F_{\text{сопр}} \approx F_{\text{тр}} = 6\pi \eta r v$ – сила трения поверхности шарика о жидкость.

В самом начале движения скорость шарика начинает, затем через несколько секунд она становится постоянной. При установившейся скорости шарик движется равномерно, т.е. без ускорения. Тогда в проекции на вертикальную ось (см. рис. 1.11.1) второй закон Ньютона примет вид:

$$mg - F_{\text{Арх}} - F_{\text{тр}} = \rho_{\text{ш}} \frac{1}{6} \pi d^3 g - 3\pi \eta d v = 0.$$

Решая это уравнение относительно η , получим выражение для расчета коэффициента вязкости:

$$\eta = \frac{d^2 g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{18v}. \quad (1.11.5)$$

Здесь d – диаметр шарика; v – скорость движения шарика в жидкости; $\rho_{\text{ш}}$ и $\rho_{\text{ж}}$ – плотности материала шарика и жидкости соответственно.

Полученное выражение (1.11.5) справедливо, когда радиусом шарика можно пренебречь по сравнению с радиусом трубки с исследуемой жидкостью. Для других случаев данной зависимостью можно пользоваться, внося соответствующие поправки, которые удобно включить в *аппаратный коэффициент* вискозиметра.

В работе 1.11 непосредственно измеряется время прохождения шариком фиксированного расстояния, а затем вычисляется скорость равномерного движения и вязкость жидкости по формуле (1.11.5).

Используемый в работе 1.11а вискозиметр НААКЕ VISCOTESTER 6L производит измерения коэффициентов вязкости в диапазоне от 4 до 10^{-6} мПа·с и предназначен для измерений как в ньютоновской, так и в неньютоновской жидкостях.

В работе 1.11б используется серийный вискозиметр с падающим шариком. Для вискозиметров такой модели, снабженных наборами откалиброванных шаров, все постоянные в выражении (1.11.5) с учетом поправок заменяются аппаратным коэффициентом K_2 . Поэтому расчет вязкости производится по формуле:

$$\eta = K_2 t(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}), \quad (1.11.6)$$

где t – время прохождения шариком расстояния $l = 100$ мм; $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости; $\rho_{\text{ш}}$ – плотность материала шарика.

Во всех трех работах проводится исследование зависимость вязкости глицерина от температуры в пределах от 20 до 50 °С; по полученной зависимости вычисляется энергия активации глицерина.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ к работе 1.11

Схема установки представлена на рис. 1.11.2. Цилиндрический сосуд 1 имеет двойные стенки, между которыми циркулирует нагретая вода из термостата 2. Термостат обеспечивает постоянство заданной температуры. Он состоит из бачка с водой, помещенного в кожух. На крышке кожуха расположены электродвигатель 3, электронное реле 4 с переключателем управления и неоновой лампочкой, контактный термометр 5.



Рис. 1.11.2

Электродвигатель приводит в движение насос, который обеспечивает циркуляцию воды. В баке имеется четыре электронагревателя мощностью 270, 400, 800 и 1200 Вт. Включение реле, электродвигателя и какого-либо из нагревателей производится переключателем на реле 4 в зависимости от его положения (табл. 1.11.1).

Контактным термометром 5 производится установка нужной температуры воды. Он также управляет работой электромагнитного реле, замыкающего и размыкающего цепь питания электронагревателя. Неоновая лампочка на реле 4 сигнализирует о работе нагревателя: при нагреве воды она горит, по достижении установленной (по контактному термометру) температуры воды лампочка гаснет.

Таблица 1.11.1

Положение выключателя	0	Выключено
	H ₀	Реле и двигатель включены
	H ₁	270 Вт, реле и электродвигатель включены
	H ₂	400 Вт, реле и электродвигатель включены
	H ₃	800 Вт, реле и электродвигатель включены
	H ₄	1200 Вт, реле и электродвигатель включены

Устройство контактного термометра показано на рис. 1.11.3. Вращением головки регулировочного магнита 1 приводится во вращение магнитик, жестко связанный со стержнем 2. Вращение стержня 2 вызывает поступательное движение каретки 3 и платиновой проволоочки 4, скрепленной с ней; которая опущена в капилляр 5. Пользуясь шкалой 6, устанавливают каретку напротив соответствующего деления.

По мере нагревания воды ртуть в капилляре поднимается и, достигнув заданной температуры, соприкасается с проволочкой. При этом срабатывает электромагнитное реле, размыкая цепь, питающую электронагреватель. Неоновая лампочка на реле термостата гаснет. Когда вода в термостате остынет, уровень ртути в контактном термометре понизится, и контакт между проволочкой и ртутью прервется. Реле вновь замкнет цепь нагревателя, при этом загорится неоновая лампочка, и вода в термостате начнет нагреваться.

В сосуд с глицерином 1 (см. рис. 1.11.2) помещается мешалка и термометр с ценой деления 0,1 °С (на рисунке не показаны). Мешалка служит для перемешивания глицерина, а также для подъема шариков. По термометру измеряется температура глицерина. Сосуд снабжен также вертикальной шкалой 6 и двумя красными указателями 7.

Для измерения диаметров шариков используется микроскоп МБИ-3. Основные элементы конструкции микроскопа (рис. 1.11.4) следующие: основание штатива – башмак 1; коробка механизмов 2; тубусодержатель 3; тубус с окуляром 4; объектив 5; зеркало 6; револьвер 7.

Основание штатива (башмак) 1 представляет собой подковообразную опору микроскопа. Коробка механизмов 2 несет направля-

ющую для тубусодержателя 8, и внутри нее находятся механизмы для тонкой фокусировки. Этот механизм приводится в действие вращением винта 9.

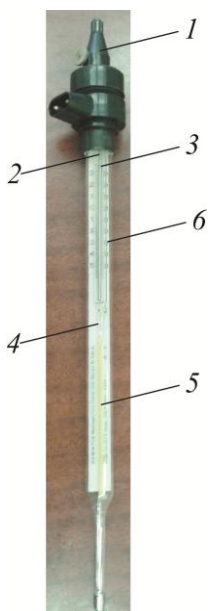


Рис. 1.11.3

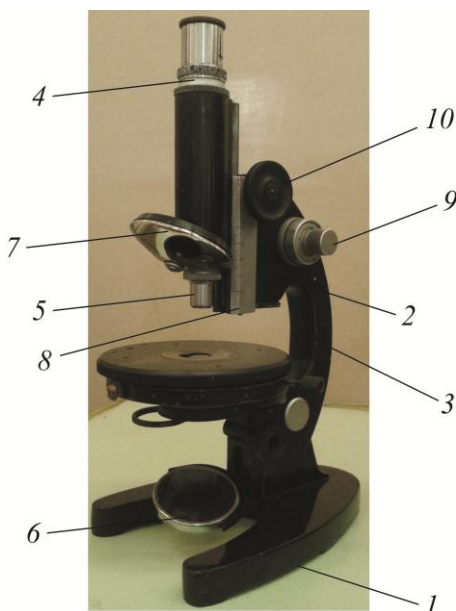


Рис. 1.11.4

При вращении винтов грубой подачи 10 и точной подачи 9 часовой стрелке (если смотреть на микроскоп справа) тубус микроскопа опускается, при вращении против часовой стрелки - поднимается. Микроскоп снабжен столиком 11 для установки препарата. Освещение микроскопа производится с помощью зеркала 6 и специального осветителя. Вращением зеркала добиваются равномерного освещения поля зрения микроскопа.

Измерение размера шарика осуществляется с помощью так называемого объекта-микрометра. Это стеклянная пластинка, на которую нанесены штрихи на расстоянии 0,1 мм друг от друга. Измеряемый шарик помещают с помощью пинцета на объект-микрометр, установленный на предметный столик микроскопа. Наводить на резкость нужно следующим образом. Вращая винты 10 и 9, наблюдая сбоку, чтобы объектив не коснулся шарика, осто-

рожно приближают объектив к шарiku. **Внимание!** Перемещать тубус вниз, глядя при этом в окуляр, не разрешается, так как можно, не заметив этого, коснуться шарика линзой объектива и при дальнейшем вращении винта испортить объектив и объектомикрометр.

После этого, глядя в окуляр, медленно поднимают тубус вверх и находят такое его положение, при котором шарик и шкала объектомикрометра видны наиболее отчетливо. Далее снимая отсчет по шкале объектомикрометра, и умножая на цену деления, получают размер шарика в миллиметрах.

Затем, повернув шарик пинцетом на 90° , вновь определяют диаметр. В качестве диаметра шарика принимается среднее из обоих измерений. Шарик можно считать сферическим, если его диаметры отличаются не более, чем на 1–2 деления объектомикрометра. В противном случае шарик следует забраковать.

к работе 1.11а

Фотография ротационного вискозиметра, используемого в работе для определения вязкости глицерина, представлена на рис. 1.11.5.

Цилиндрический сосуд 1 с исследуемой жидкостью установлен на электроплитку 2, работа которой регулируется блоком управления 3 и терморегулятором 4. Терморегулятор 4 измеряет и поддерживает температуру жидкости. Температура измеряется термодатчиком 5, опущенным в исследуемую жидкость. При достижении установленной температуры терморегулятор отключает питание электроплитки.

Для равномерного распределения температуры по всему объему жидкость перемешивается магнитным стержнем 6, который вращается на дне сосуда 1 с помощью магнитного поля мешалки, интегрированной в корпус электроплитки.

Измерительный цилиндр 7 соединен с осью мотора вискозиметра посредством пружины, находящейся внутри измерительного блока 8. Измерительный блок 8 определяет момент сил сопротивления среды, автоматически обрабатывает эту информацию и выдает значения коэффициента вязкости на табло.

Включение электроплитки осуществляется кнопкой 1 (рис. 1.11.6). Мощность электроплитки регулируется ручкой 2 на ее блоке управления. При включении нагрева загорается лампочка 3, при выключении – лампочка гаснет.



Рис. 1.11.5



Рис. 1.11.6

При нагреве до температур ниже $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ терморегулятор следует поставить в положение «50», а при температурах выше $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ – в положение «100». Ни в коем случае не следует устанавливать мощность плитки больше «100», так как в этом случае нагревание глицерина может происходить настолько быстро, что не возможно будет успеть получить достаточное число экспериментальных точек.

На этой же панели (см. рис. 1.11.6) находится ручка 4 регулировки частоты вращения магнитной мешалки. Частота вращения может меняться от нуля до 1400 об./мин (1400 rpm).

к работе 1.11б

Фотография установки, используемой в работе для определения вязкости глицерина методом Стокса, представлена на рис. 1.11.7.

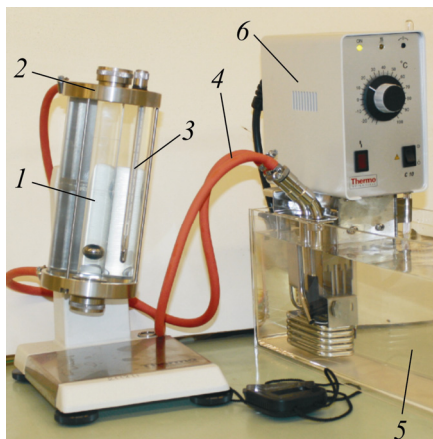


Рис. 1.11.7

Цилиндрический сосуд 1 с исследуемой жидкостью и расплывшим внутри него шариком помещен внутрь другого цилиндрического сосуда 2, закрепленного на штативе. Температура воды в сосуде 2, а следовательно, и температура исследуемой жидкости измеряются термометром 3. Цена деления этого термометра равна $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

В сосуде 2 по шлангам 4 циркулирует нагретая вода из термостата. Сосуд 2 может находиться в двух крайних положениях, которые фиксируются соответствующими упорами. В этих положениях

ниях ось цилиндра располагается приблизительно под углом $\pm 10^\circ$ к вертикали. Подобная конструкция позволяет пускать шарики в жидкости, не вынимая их из трубки. Чтобы поменять положение цилиндра 2, нужно из положения, изображенного на рис. 1.11.7, повернуть цилиндр 2 до упора по часовой стрелке на $\approx 160^\circ$. Чтобы вернуть цилиндр 2 в исходное положение, нужно его повернуть до упора против часовой стрелки.

Термостат обеспечивает постоянство заданной температуры воды, которая циркулирует в вискозиметре. Термостат состоит из открытого бачка 5 с водой, в которую погружена спираль нагревателя.

Над нагревателем расположен насос, который обеспечивает циркуляцию воды между бачком 5 и сосудом 2.

Над насосом находится блок управления термостатом 6.

Вид лицевой панели блока управления термостатом представлен на рис. 1.11.8.

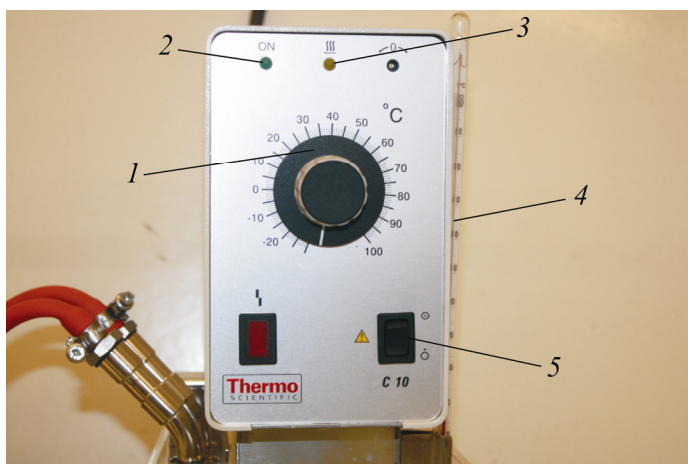


Рис. 1.11.8

Ручкой 1 устанавливается требуемая температура. При включенном насосе горит лампочка 2. Лампочка 3 сигнализирует о работе нагревателя: при нагреве воды она горит. По достижении температуры воды значения, установленного ручкой 1, лампочка 3

гаснет. Если температура воды в бачке становится ниже установленной, то нагреватель снова автоматически включается.

Термометр 4 измеряет температуру воды в бачке. Переключатель 5 служит для включения и выключения термостата.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

к работе 1.11

1. После перемешивания глицерина мешалку оставьте в сосуде, поскольку она служит ловушкой для шариков.

2. Если шарик все-таки упал мимо ловушки, извлеките его из сосуда с помощью магнита.

3. При опускании термометра в сосуд будьте осторожны, чтобы не ударить его концом о стенки сосуда и не разбить термометр.

4. После окончания измерения температуры аккуратно выньте термометр и поместите в керамический стакан.

5. При использовании микроскопа не опускайте его тубус слишком низко, чтобы не раздавить стекло на предметном столике.

к работе 1.11а

1. Будьте осторожны, при работе установки поверхность нагревательного элемента печки и стакан с глицерином нагреваются до высокой температуры. Не прикасайтесь к ним!

2. Не превышайте рекомендуемого предела мощности плитки.

3. Не превышайте рекомендуемого предела частоты вращения мешалки.

4. При достижении температуры глицерина величины 50 °С, измерьте вязкость и сразу отключите нагреватель.

к работе 1.11б

1. Переворачивая сосуд вискозиметра, не прилагайте чрезмерных усилий, чтобы не повредить стеклянные части установки и соединительные шланги.

2. В случае отсутствия воды в термостате не включайте его, обратитесь к лаборанту.

3. В случае, если при включении термостата двигатель насоса не включается (не слышно, как он гудит, не видно движение воды в открытом сосуде термостата) или издает резкий громкий звук, немедленно отключите термостат и обратитесь к дежурному сотруднику или лаборанту.

4. Не устанавливайте на регуляторе термостата температуру больше 50 °С.

5. Ни в коем случае не откручивайте крышки сосуда с исследуемой жидкостью!

ЗАДАНИЯ

к работе 1.11

Задание 1. Определение вязкости глицерина при комнатной температуре

1. Измерить с помощью микроскопа диаметры нескольких шариков и отобрать из них три шарика, которые можно считать сферическими.

2. Установить на цилиндре с глицерином два хомутика с метками. Верхнюю метку нужно поместить на 5–10 см ниже уровня открытой поверхности глицерина. Вторую – на 30–40 см ниже первой. Установив метки, с помощью масштабной линейки измерить расстояние между ними по вертикали.

3. Взяв шарик пинцетом, осторожно поместить его на середину открытой поверхности глицерина и, наблюдая за его падением, измерить с помощью секундомера время, за которое шарик проходит расстояние между метками. При отсчетах глаз должен располагаться на уровне соответствующей метки.

Эти измерения произвести для двух отобранных шариков, бросая каждый из них не менее трех раз.

Результаты измерений занести в самостоятельно продуманную и заранее подготовленную таблицу.

Задание 2. Изучение зависимости вязкости глицерина от температуры

1. Установить по контактному термометру температуру на 7–8 °С выше комнатной. Выключателем 4 (см. рис. 1.11.2) включить электронагреватель на 1200 Вт. При этом должна загореться неоновая лампочка 5. По достижении установленной температуры лампочка гаснет.

Иметь в виду, что глицерин в сосуде нагревается медленнее воды, и для повышения его температуры на 7–8 °С требуется 10–15 мин. При этом глицерин должен интенсивно перемешиваться мешалкой. Перед выполнением этой процедуры термометр для измерения температуры глицерина из сосуда вынуть.

По истечении 10 мин периодически измерять температуру глицерина, продолжая его перемешивание.

Когда температура глицерина приблизится на 0,2–0,4 °С к температуре на термометре термостата, т.е. к установившейся температуре воды, приступить к измерениям. Для этого произвести трижды измерения времени падения одного из шариков.

2. Установить по контактному термометру температуру на 7–8 °С выше предыдущей и повторить все процедуры и измерения, описанные в п. 1.

3. Продолжать измерения до температуры 50 °С. Общий объем измерений должен составить 4–5 температурных точек с учетом измерения при комнатной температуре. Результаты измерений и вычислений занести в заранее подготовленную табл. 1.11.2.

Таблица 1.11.2

$t, ^\circ\text{C}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\langle t \rangle, \text{с}$	$\langle v_0 \rangle, \text{м/с}$	$\eta, \text{кг/мс}$	$T, \text{К}$	$\ln \eta$	$T^{-1}, 10^{-3} \text{К}^{-1}$

к работе 1.11а

Задание. Определение зависимости вязкости глицерина от температуры

1. Включите вискозиметр переключателем, находящимся на задней панели измерительного блока.
2. На табло 1 измерительного блока (рис. 1.11.9) появится надпись «AUTOTEST?». На передней панели нажать кнопку 2 «STOP (NO)».



Рис. 1.11.9

3. На табло 1 появится меню настроек, показанное на рис. 1.11.10. При этом в правом верхнем углу будет моргать индикатор цилиндра, установленного в жидкости. Кнопками 3 (UP) и 4 (DOWN) выбрать значение L1 (возможно, оно уже выбрано по умолчанию) и нажать кнопку 5 (ENTER).
4. После выбора индикатора цилиндра в левом верхнем углу табло начинает моргать цифра, указывающая частоту вращения цилиндра (на рис. 1.11.10 – «rpm 50», что означает 50 об./мин). Кнопками 3 (UP) и 4 (DOWN) выбрать значение «12» и нажать кнопку 5 (ENTER). При этом в правом нижнем углу табло устано-

вится максимальный диапазон значений вязкости исследуемой жидкости (на рис. 1.11.10 – это «120 mPas», т.е. 120 мПа).



Рис. 1.11.10

5. После нажатия кнопки 6 (START) прибор приступает к измерениям.

6. На передней панели блока управления электроплитки установить ручку 2 в положение 0 °С (см. рис. 1.11.6).

Ручку 4, которая регулирует частоту вращения магнитной мешалки, установить в положение 0 rpm (0 об./мин).

Только после этого включите блок электроплитки. Для этого нажмите кнопку, находящуюся на правой стороне блока снизу. Затем нажмите кнопку 1 «Power» (см. рис. 1.11.6), после чего включается нагревательный элемент и загорается подсветка этой кнопки.

На табло терморегулятора 4 (см. рис. 1.11.5) высвечивается значение температуры исследуемой жидкости. Вначале эта температура соответствует комнатной температуре.

7. Произведите измерение вязкости жидкости при этой температуре. Занесите в заранее подготовленную табл. 1.11.3 значения температуры жидкости (t , °С), приборное значение вязкости $\eta_{\text{пр}}$, указанное на табло измерительного блока вискозиметра (на рис. 1.11.8 – это 63 мПа·с), а также предел измерения вязкости η_{max} , который понадобится для расчета погрешностей.

Внимание!Если значения измеряемой вязкости будут составлять менее 30% от максимального диапазона (это значение указывается на правой стороне табло измерительного блока (на рис. 1.11.10 – это 52,8%), нажать кнопку 5 (ENTER) и повторить пп. 3–4 задания, устанавливая кнопками 3 и 4 нужный максимальный

диапазон значений вязкости. Например, при вязкости 63 мПа·с диапазон 120 мПа·с. Это нужно делать для уменьшения погрешности измерений вязкости исследуемой жидкости.

Таблица 1.11.3

№	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta_{\text{max}}, \text{мПа}\cdot\text{с}$	$\eta_{\text{пр}}, \text{мПа}\cdot\text{с}$	$\eta = K_I \cdot \eta_{\text{пр}}, \text{мПа}\cdot\text{с}$	T, K	$\ln \eta$	$\frac{T^{-1}}{\times 10^{-3} \text{K}^{-1}}$
1							
2							
...							

8. На передней панели терморегулятора (рис. 1.11.11) нажать кнопку SET. На табло в нижней части появится значение температуры, до которой будет нагреваться жидкость при включении электроплитки. Кнопками ▲ и ▼ установить температуру, превышающую комнатную на 2 °С.

На блоке управления электроплитки (см. рис. 1.11.6) ручкой 2 установить значение 50 °С. При этом загорится лампочка 1, сигнализирующая о включении нагрева электроплитки. Включить магнитную мешалку ручкой 4 (см. рис. 1.11.6), установив с ее помощью значение 750 rpm.

9. Следить по табло терморегулятора, когда температура жидкости повысится на 2 °С. Как только появится значение нужной температуры, выключить магнитную мешалку, подождать 20–30 с пока жидкость успокоится и занести в табл. 1.11.3 новые значения температуры жидкости, значение ее вязкости и предел измерения вязкости, указанные на табло измерительного блока вискозиметра.



Рис. 1.11.11

10. Повторить пп. 7 и 8, каждый раз устанавливая температуру, превышающую предыдущую на 2 °С. Измерения проводить до температуры 50 °С.
11. По окончании измерений выключить установку.

к работе 1.116

Задание. Определение зависимости вязкости глицерина от температуры

1. Переключателем 5 (см. рис. 1.11.8) включить насос термостата. Установить ручкой 1 (см. рис. 1.11.8) температуру T в диапазоне 24–25 °С. При этом должна загореться лампочка 3.
2. После того как лампочка 3 погаснет, через 3 мин начать измерения. Для этого перевернуть цилиндр 2 (см. рис. 1.11.7) до упора по часовой стрелке (см. описание установки). Через несколько секунд в поле зрения появится шарик, который будет двигаться к верхней круговой риске трубки 1 (см. рис. 1.11.7). Подождать пока шарик пройдет метку. Перевернуть цилиндр против часовой стрелки до упора.

3. Запустить секундомер, когда центр шарика пересечет верхнюю риску трубки l . При этом для исключения параллакса глаз наблюдателя должен быть расположен так, чтобы круговая риска слилась в прямую линию (рис. 1.11.12).

4. Когда центр шарика пересечет нижнюю риску трубки l , находящуюся ниже верхней на расстояние $l = 100$ мм, остановить секундомер. При этом заранее нужно найти новое положение глаза для исключения параллакса: правильное (см. рис. 1.11.12а) и неправильное (см. рис. 1.11.12б) расположение.

Записать показания секундомера в табл. 1.11.4 и подготовить его к следующим измерениям. Подождать пока шарик опустится до конца трубки.



Рис. 1.11.12а

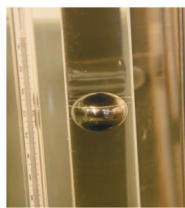


Рис. 1.11.12б

5. Произвести измерения времени падения шарика между верхней и нижней рисками трубки l еще четыре раза. Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.11.4.

6. Установить ручкой l термостата (см. рис. 1.11.8) температуру на $4\text{--}5$ °С выше предыдущей и повторить все измерения, описанные в пп. 3–4.

7. Продолжать измерения до температуры 50 °С включительно. Общий объем измерений должен составить $4\text{--}5$ температурных точек с учетом измерения при комнатной температуре.

Таблица 1.11.4

№	$T, ^\circ\text{C}$	t, c	$\langle t \rangle, \text{c}$	$\eta, \text{мПа}\cdot\text{c}$	T, K	$\ln \eta$	$T^{-1}, \times 10^{-3} \text{K}^{-1}$	Re
1								
...								

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

для работы 1.11

Задание 1

1. По результатам измерений найти среднее время падения для каждого шарика и оценить погрешность этого времени.

2. Для каждого шарика определить скорость его падения $\langle v \rangle = l / \langle t \rangle$, где l – расстояние между метками, а $\langle t \rangle$ – среднее время падения.

По формуле

$$E_v = [(\Delta l / l)^2 + [\Delta t / t^2]]^{1/2} \quad (1.11.7)$$

оценить относительную, а затем абсолютную погрешности скорости для каждого шарика.

3. Для каждого шарика вычислить вязкость, используя формулу, следующую из (1.11.5):

$$\eta = C \frac{d^2}{\langle v \rangle}, \quad C = (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})g/18. \quad (1.11.8)$$

Оценить относительную погрешность вязкости по формуле:

$$E_\eta = \left[(2\Delta d / d)^2 + (\Delta v / v)^2 + \left(\frac{\Delta \rho_{\text{ш}} + \Delta \rho_{\text{ж}}}{\Delta \rho_{\text{ш}} - \Delta \rho_{\text{ж}}} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (1.11.9)$$

где Δd , Δv , $\Delta \rho_{\text{ш}}$ и $\Delta \rho_{\text{ж}}$ – погрешности диаметра шарика, его скорости и соответствующих плотностей.

Рассчитать абсолютную погрешность вязкости.

В качестве окончательного результата для вязкости берется среднее значение из полученных результатов для различных шариков.

4. Используя находящийся на рабочих столах график зависимости вязкости глицерина от процентного содержания воды, по найденному значению вязкости оценить процентное содержание воды в исследуемом глицерине.

5. Для какого-либо шарика по формуле (1.11.1) вычислить число Рейнольдса.

Задание 2

1. По результатам измерений найти среднее время падения шарика, а затем его среднюю скорость падения. По формулам (1.11.8)–(1.11.9) вычислить вязкость глицерина, а также оценить ее относительную и абсолютную погрешности.

2. Используя данные табл. 1.11.2, построить график зависимости $\ln \eta$ от T^{-1} . График должен представлять собой прямую линию, угловой коэффициент которой определяется величиной E/k .

3. Определить, пользуясь построенным графиком и методом парных точек, значение E и оценить погрешность этого результата.

для работы 1.11а

1. Значения вязкости $\eta_{\text{пр}}$, полученные на табло измерительного блока, умножить на калибровочный коэффициент вискозиметра K_1 (см. ниже «Табличные значения»), и занести данные η в табл. 1.11.3. Полученные величины будут соответствовать реальным значениям вязкости жидкости.

2. Заполнить табл. 1.11.3 до конца, вычислив соответствующие значения температуры в кельвинах T , логарифма вязкости $\ln \eta$ и обратной температуры T^{-1} .

3. Рассчитать абсолютные погрешности логарифма вязкости и обратной температуры по формулам:

$$\Delta(\ln \eta) = \frac{\Delta \eta}{\eta}; \quad \Delta\left(\frac{1}{T}\right) = \frac{\Delta T}{T^2}. \quad (1.11.10)$$

В качестве абсолютной погрешности температуры взять 1 К. Абсолютную погрешность вязкости рассчитать по относительной погрешности вискозиметра, приведенной в разделе «Табличные значения» и предельным значениям диапазона измерения вязкости $\eta_{\max}$. При расчете погрешности логарифма вязкости по формуле (1.11.10) брать вязкость из табл. 1.11.3 до ее умножения на калибровочный коэффициент K_1 .

4. Используя данные табл. 1.11.3 построить график зависимости $\ln \eta$ от T^{-1} . Согласно формуле Аррениуса (1.11.2), график должен представлять собой прямую линию, угловой коэффициент которой равен величине E/k , где E – энергия активации глицерина; k – постоянная Больцмана.

5. Методом парных точек определить угловой коэффициент графика и его погрешность.

6. Используя полученное значение углового коэффициента рассчитать значение энергии активации глицерина E и ее погрешность.

для работы 1.11б

1. По результатам измерений для каждой температурной точки найти среднее время падения шарика $\langle t \rangle$ и его абсолютную погрешность методом Корнфельда. Занести их в соответствующую графу табл. 1.11.4.

2. По формуле (1.11.6) вычислить вязкость глицерина. Вычислить соответствующие значения температуры в кельвинах T , логарифма вязкости $\ln \eta$ и обратной температуры T^{-1} .

3. Рассчитать абсолютные погрешности логарифма вязкости и обратной температуры по формулам:

$$\Delta(\ln \eta) = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle}; \quad \Delta\left(\frac{1}{T}\right) = \frac{\Delta T}{T^2}. \quad (1.11.11)$$

В качестве абсолютной погрешности температуры взять погрешность отсчета показаний по шкале термометра.

4. По формуле, следующей из (1.11.1)

$$\text{Re} = \frac{\rho_{\text{ж}} l r}{\eta \langle t \rangle},$$

рассчитать для каждой температуры число Рейнольдса.

5. Используя данные табл. 1.11.4, построить график зависимости $\ln \eta$ от T^{-1} . Согласно формуле Аррениуса (1.11.2), график должен представлять собой прямую линию, угловой коэффициент которой равен величине E/k , где E – энергия активации глицерина; k – постоянная Больцмана.

6. Методом парных точек определить угловой коэффициент графика и его погрешность.

7. Используя полученное значение углового коэффициента, рассчитать значение энергии активации глицерина E и ее погрешность.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

В заключении к работе привести полученный график зависимости логарифма коэффициента вязкости глицерина от величины обратной температуры. Сделать вывод о характере полученной зависимости.

Привести полученные значения углового коэффициента графика и энергии активации глицерина. Сравнить результат для величины E , полученный в работе, с табличным значением.

Указать возможные причины систематических ошибок определения величины энергии активации использованным в работе методом.

В работах 1.11 и 1.11б привести диапазон изменения числа Рейнольдса, вычисленного для движения шарика в глицерине, в температурном интервале, использованном в работе. Дать заключение по поводу применимости формулы Стокса к описанию падения шариков в глицерине.

Табличные значения

Плотность глицерина	$\rho_{\text{ж}} = 1,26 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
Плотность материала шарика (работа 1.11б)	$\rho_{\text{ш}} = 8,15 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
Радиус шарика (работа 1.11б)	$r = 12 \text{ мм}$
Калибровочный коэффициент (работа 1.11а)	$K_1 = 4,4$
Аппаратный коэффициент (работа 1.11б)	$K_2 = 2,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{мПа} \cdot \text{м}^3}{\text{кг}}$
Постоянная Больцмана	$k = 0,862 \cdot 10^{-4} \text{ эВ/К}$
Энергия активации глицерина	$E \approx 0,85 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 0,54 \text{ эВ}$
Приборная погрешность ротационного вискозиметра (от показаний предельного значения диапазона на табло измерительного блока)	$\pm 1\%$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какой метод положен в основу определения коэффициента вязкости глицерина в данной работе?
2. В результате каких процессов в средах возникает внутреннее трение?
3. Каковы отличительные признаки ламинарного и турбулентного обтекания тел жидкостью?
4. Каково в работе 1.11а назначение магнитной мешалки? Почему нужно выключать магнитную мешалку перед измерениями вязкости жидкости?
5. Как в работе 1.11а изменится абсолютная и относительная погрешности измерений вязкости при переключении максимального диапазона измерений с 500 на 120 мПа·с? Значение вязкости жидкости 50 мПа·с.
6. От каких параметров в работе 1.11а зависит момент сил сопротивления жидкости?
7. Чем отличаются ньютоновские и неньютоновские жидкости?
8. В каких случаях движения тел в жидкости сила сопротивления будет определяться формулой Стокса?

9. Во введении метод Стокса рассмотрен на примере шарика, падающего в неограниченной среде. В работе 1.11б шарик падает в узком канале. Применим ли в этом случае метод Стокса и почему?

10. Нужно ли в работе 1.11б вычислять вязкость, чтобы найти энергию активации или можно ограничиться измерением времени падения?

11. Каков физический смысл энергии активации?

12. Как в работе определяется энергия активации молекул глицерина?

13. Что такое число Рейнольдса? Каковы критерии перехода обтекания жидкости из ламинарного в турбулентное?

14. Что такое критическое число Рейнольдса?

Работа 1.12

ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ СОУДАРЕНИЯ ШАРОВ

Цель: изучение центрального упругого удара шаров, измерение времени соударения шаров.

Оборудование: установка для изучения времени соударения шаров, две пары металлических шаров, частотомер.

ВВЕДЕНИЕ

При соударении тел друг с другом они претерпевают деформации. При этом кинетическая энергия, которой обладали тела перед ударом, частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию тел.

Существуют два предельных вида удара: абсолютно упругий и абсолютно неупругий. *Абсолютно упругим* называется такой удар, при котором механическая энергия тел не переходит в другие немеханические виды энергии. *Абсолютно неупругий удар* характеризуется тем, что кинетическая энергия тел полностью или частично превращается во внутреннюю энергию.

В данной работе изучается центральный упругий удар шаров. В этом случае скорости шаров до удара направлены вдоль прямой, соединяющей их центры. Кинетическая энергия сталкивающихся шаров может быть представлена в виде

$$E_k = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) V^2}{2} + \frac{\mu v^2}{2}, \quad (1.12.1)$$

где m_1 , m_2 , v_1 и v_2 – массы и скорости соответствующих шаров в момент удара; $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ – приведенная масса системы; V – скорость центра масс шаров; v – относительная скорость шаров в момент удара.

При столкновении шаров кинетическая энергия $(m_1 + m_2) V^2 / 2$, связанная с движением центра масс, измениться не может, так как

не может измениться скорость самого центра масс. Претерпевает при ударе превращение только кинетическая энергия $\mu v^2 / 2$ относительного движения шаров.

Так как движение центра масс интереса не представляет, то дальнейшее рассмотрение проведем в системе центра масс. В этой системе процесс соударения протекает следующим образом: за первую половину времени удара (при сближении тел) происходит переход кинетической энергии относительного движения в потенциальную энергию упругой деформации, а за вторую (при удалении тел) – потенциальная энергия целиком переходит обратно в кинетическую. В некоторый момент вся кинетическая энергия относительного движения переходит в потенциальную энергию упругодеформированных шаров. Очевидно, что в этот момент шары покоятся, а их деформация достигает максимума.

Для металлических шаров, используемых в данной работе, время соударения можно представить в виде:

$$\tau = 5,6 \frac{R}{v_0} \left(\frac{v_0}{v} \right)^{1/5}, \quad (1.12.2)$$

где R – радиус шаров; v_0 – скорость звука в материале шаров; v – относительная скорость шаров в момент удара.

Силы, возникающие при деформации шаров, в течение соударения, меняются со временем. Найдем среднюю по времени силу, действующую на один из шаров.

По определению среднего

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \mathbf{F}(t) dt.$$

Согласно второму закону динамики, $\mathbf{F}(t) = d\mathbf{p}/dt$, откуда

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \Delta \mathbf{p} / \tau,$$

где $\Delta \mathbf{p}$ – приращение импульса одного из шаров в процессе удара.

Модуль средней силы:

$$|\langle \mathbf{F} \rangle| = |\Delta \mathbf{p}| / \tau.$$

Если в лабораторной системе отсчета до удара один из шаров покоился и массы шаров одинаковы и равны m , то $|\Delta \mathbf{p}| = m v$, где

v - скорость налетающего шара в момент удара. Очевидно, что в этом случае скорость v является относительной скоростью соударяющихся шаров.

С учетом уравнения (1.12.2) для модуля средней силы получим:

$$|\langle F \rangle| = \frac{mv_0^2}{5,6R} \left(\frac{v}{v_0} \right)^{6/5}. \quad (1.12.3)$$

В данной работе предлагается выполнить следующие действия: измерить время соударения различных пар одинаковых шаров; вычислить модуль средней силы, действующей на один из шаров; построить графики зависимости этих величин от относительной скорости шаров (от скорости налетающего шара).

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка для изучения центрального удара шаров состоит из прибора, изображенного схематически на рис. 1.12.1, и электронно-счетного частотомера ЧЗ-63.

Один из шаров (см. рис. 1.12.1) отводится из положения равновесия на угол φ и отпускается. Зафиксировав положение при крайнем отклонении a нити по шкале перед ударом, можно, используя закон сохранения энергии, определить импульс и скорость шара непосредственно перед ударом:

$$mgH = E_k, \quad E_k = p^2 / (2m), \quad (1.12.4)$$

где H - высота подъема шара в крайнем положении; E_k - кинетическая энергия шара; p - его импульс непосредственно перед ударом.

При установлении связи между кинетической энергией E_k и импульсом p следует иметь в виду, что в рассматриваемом случае движение шара может быть представлено как наложение двух движений: поступательного движения по окружности радиуса l и вращения вокруг оси, перпендикулярной плоскости движения и проходящей через центр шара. В этом случае кинетическая энергия складывается из энергии поступательного и энергии вращательного движения. Однако легко показать, что в данном случае вклад энер-

гии вращательного движения незначителен и с достаточной степенью точности уравнение (1.12.4) можно считать справедливым.

Как следует из рис. 1.12.1,

$$H = l(1 - \cos \varphi) = 2l \sin^2 \left(\frac{\varphi}{2} \right); v = 2\sqrt{gl} \sin \left(\frac{\varphi}{2} \right), \quad (1.12.5)$$

$$p = 2m\sqrt{gl} \sin \left(\frac{\varphi}{2} \right); \quad (1.12.6)$$

угол φ определяется из соотношения:

$$\operatorname{tg} \varphi = (a - a_0)/d.$$

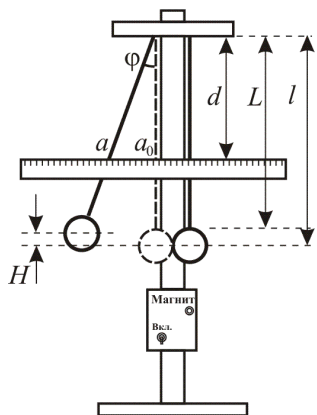


Рис. 1.12.1

Измерение времени соударения шаров производится с помощью электронно-счетного частотомера ЧЗ-63. Электронно-счетный частотомер широко применяется в лабораторной практике. Он предназначен для измерения частоты и периода сигналов, длительности импульсов, счета числа электрических сигналов и т.д.

В работе используются металлические шары, подвешенные на проводах. Шары включены в электрическую цепь, схема которой представлена на рис. 1.12.2. Она состоит из источника питания ε и сопротивления R . В момент t_1 , начала соударения, цепь замыкается, появляется ток и на сопротивлении R возникает напряжение U_R . После окончания соударения (в момент t_2) шары расходятся, цепь размыкается и напряжение U_R становится равным нулю. Напряжение U_R подается на вход канала B частотомера. Таким образом, длительность сигнала, подаваемого на вход частотомера, равна времени соударения $\tau = t_1 - t_2$.

Для удобства работы установка снабжена магнитным устройством для удержания шара в крайнем положении (на рис. 1.12.1 это устройство не показано). Магнитное устройство обеспечивает перемещение магнита в вертикальном направлении вдоль штатива установки и в двух горизонтальных направлениях вдоль соответствующих направляющих. Питание магнита производится от вы-

прямителя УНИП-7. Подаваемое напряжение на магнит 10–15 В. Включение магнита производится кнопкой «Магнит», расположенной на штативе установки под шкалой (см. рис. 1.12.1).

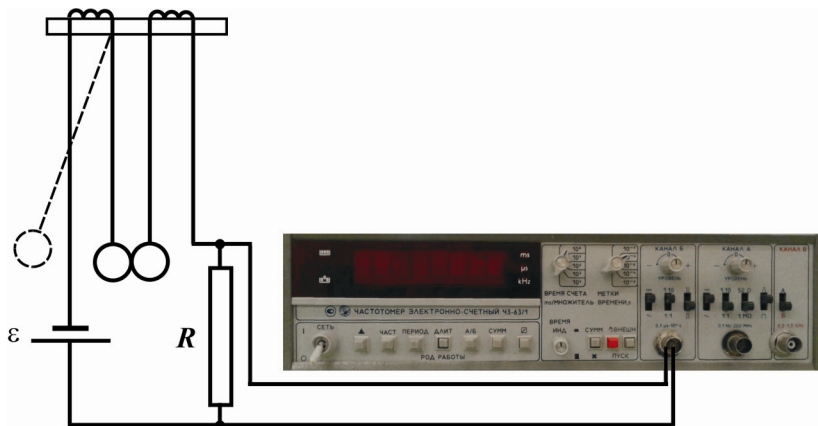


Рис. 1.12.2

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Не пытайтесь настраивать частотомер самостоятельно. Если измерение времени не осуществляется должным образом, пригласите лаборанта или дежурного сотрудника.
2. Если магнит не работает, пригласите лаборанта или дежурного сотрудника.
3. Полностью ввинчивайте стержни на шарах в держатели, чтобы при движении шаров не произошло отрыва. Шары достаточно массивные и могут причинить травму в случае отрыва.

ЗАДАНИЕ

Измерение времени соударения шаров

1. Подвесить пару одинаковых шаров на провода, вкручивая стержни на шарах в держатели. Отрегулировать, если это необходимо, длину проводов так, чтобы шары соприкасались в точке, лежащей на одной горизонтали с центрами шаров (у латунного шара железная вставка должна располагалась со стороны магнита). Отрегулировать магнитное устройство таким образом, чтобы при закреплении на нем шара провод был натянут, и шары находились в той же плоскости, что и до отклонения.

Шкалу, по которой производится отсчет угла отклонения шара, установить так, чтобы нулевое деление приходилось напротив нити левого шара, тогда $a_0 = 0$ и $\operatorname{tg} \varphi = a / d$.

Таблица 1.12.1

Материал шаров	Сталь	Латунь
m , кг		
Δm , кг		
R , м		
ΔR , м		
L , м		
ΔL , м		
d , м		
Δd , м		
$l = L + R$, м		
Δl , м		

2. Измерить с помощью линейки длину L и расстояние d от точки подвеса до шкалы (см. рис. 1.12.1).

Результаты измерений вместе с погрешностями занести в заранее подготовленную табл. 1.12.1.

Посмотреть на рабочем столе номера используемых в работе пар шаров и внести их массу m и радиус R в табл. 1.12.1. Параметры всех возможных пар шаров приведены ниже в прил. 1.12.1.

3. Включить частотомер и подготовить его к работе, нажав кнопку красного цвета «Сброс» на его лицевой панели (см. рис. 1.12.2).

4. Включить блок питания УНИП-7. Подать напряжение на шары тумблером «Вкл.». Отвести шар в сторону на необходимое расстояние (предварительно установив в это положение магнит). Нажать кнопку «Пуск» на штативе с шарами, при этом подведенный к магниту шар будет удерживаться магнитом. Еще раз нажать

красную кнопку «Сброс» на панели частотомера. Дождаться, пока второй шар придет в состояние покоя, и отпустить кнопку «Пуск», при этом первый шар придет в движение и столкнется со вторым. После удара на световом индикаторе частотомера высветиться время соударения шаров в микросекундах.

5. Измерить время соударения τ_i для 6–7 начальных отклонений левого шара a_i через каждые 2 см. Для каждого отклонения произвести измерение времени соударения не менее 5 раз.

Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.12.2.

Таблица 1.12.2

Материал шаров:								
i	a_i , м	$\tau_{i,k}$, мкс					$\langle \tau_i \rangle$, мкс	$\Delta \tau_i$, мкс
		1	2	3	4	5		
1								
...								

6. Аналогичные измерения проделать для второй пары шаров.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Рассчитать для каждой пары шаров и каждого отклонения a среднее время соударения и его погрешность. В качестве погрешности a_i принять $\Delta a_i = \pm 3$ мм. Погрешность $\Delta \tau_i$ вычислить по формуле:

$$\Delta \tau_i = \left[\sum_{k=1}^n (\tau_{ik} - \langle \tau_i \rangle)^2 / n(n-1) \right]^{1/2}.$$

2. Рассчитать постоянную $B = 2(lg)^{1/2} = 2[(L+R)g]^{1/2}$ в м/с.

3. Для каждого отклонения a по данным табл. 1.12.1 и 1.12.2 вычислить:

а) относительную скорость соударяющихся шаров v_i по формуле (1.12.4), используя постоянную B ;

б) модуль средней силы по формуле:

$$\langle F \rangle = p_i / \langle \tau_i \rangle = m v_i / \langle \tau_i \rangle;$$

в) логарифмы соответствующих величин $v_i, \tau_i, |\langle \mathbf{F} \rangle|$.

Вычисления произвести для обеих пар шаров.

Результаты вычислений занести в заранее подготовленную табл. 1.12.3.

Отметим, что для малых углов φ_i ($\varphi_i < 0,2$ рад), как в настоящей работе, можно считать:

$$\sin(\varphi_i / 2) \approx \operatorname{tg}(\varphi_i / 2) \approx \varphi_i / 2.$$

Таблица 1.12.3

i	$\operatorname{tg} \varphi_i = a_i / d$	$v_i = B \sin(\varphi_i / 2),$ м/с	$\langle \tau_i \rangle, \text{ с}$	$ \langle \mathbf{F} \rangle , \text{ Н}$	$\lg v_i$	$\lg \tau_i$	$\lg \langle \mathbf{F} \rangle $
1							
...							

4. Для каждой пары шаров построить график теоретической зависимости $\lg \tau$ от $\lg v$, используя для этого уравнение:

$$\lg \tau = \lg \left[5,6R / v_0^{4/5} \right] - (1/5) \lg v,$$

следующее из формулы (1.12.2). Константы, входящие в эту зависимость приведены в прил. 1.12.1. Для построения графиков рекомендуется масштаб: по оси абсцисс $0,1 = 50$ мм, по оси ординат $0,1 = 20$ мм.

На каждом графике нанести соответствующие экспериментальные точки. Для обозначения экспериментальных точек разных пар шаров использовать различные символы: маленькие кружки, треугольники и т.д. От каждой экспериментальной точки вверх, вниз, влево, вправо отложить отрезки, изображающие в масштабе чертежа погрешности результата. Расчет погрешностей произвести по формулам:

$$\Delta(\lg v_i) = \frac{\Delta(\ln v_i)}{\ln 10} = \frac{1}{2,3} \frac{\Delta v_i}{v_i} = \frac{1}{2,3} \left[\left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \varphi_i}{2 \operatorname{tg}(\varphi_i / 2)} \right)^2 \right]^{1/2} \approx$$

$$\approx \frac{1}{2,3} \frac{\Delta a_i}{a_i},$$

$$\Delta(\lg \tau_i) = \frac{\Delta(\ln \tau_i)}{\ln 10} = \frac{1}{2,3} \frac{\Delta \tau_i}{\tau_i}.$$

5. Для каждой пары шаров построить график теоретической зависимости $\lg |<\mathbf{F}>|$ от $\lg v$, используя формулу, следующую из выражения (1.12.3),

$$\lg |<\mathbf{F}>| = \lg \left[m v_0^{4/5} / (5,6R) \right] + (6/5) \lg v.$$

Масштаб графика продумать самостоятельно. На каждом из этих графиков нанести соответствующие экспериментальные точки с соответствующими погрешностями.

Расчет погрешностей произвести по формулам:

$$\begin{aligned} \Delta(\lg |<\mathbf{F}_i>|) &= \frac{1}{2,3} \left[\left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{v} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \tau}{\tau} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \approx \\ &\approx \frac{1}{2,3} \left[\left(\frac{\Delta a_i}{a_i} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \tau_i}{\tau_i} \right)^2 \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе привести для каждой пары шаров графики зависимости десятичного логарифма времени соударения шаров от десятичного логарифма скорости перед столкновением и десятичного логарифма модуля средней силы взаимодействия шаров при соударении от десятичного логарифма скорости перед столкновением. Сравнить полученные экспериментальные результаты с предсказаниями теории.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какой удар называется абсолютно упругим, а какой абсолютно неупругим?
2. Как в эксперименте можно убедиться, что удар шаров - центральный?

3. Получите формулу (1.12.1).
4. Чему равна максимальная энергия деформации шаров при соударении?
5. Потенциальная энергия деформированных шаров при соударении имеет вид $V = \alpha h^{5/2} / 2$. Что такое h ? От чего зависит величина коэффициента α ?
6. Как выглядит соударение двух одинаковых шаров в лабораторной системе отсчета и в системе центра масс?
7. От каких параметров зависит время соударения шаров?
8. Что такое относительная скорость? Как в данной работе определить относительную скорость соударяющихся шаров в момент удара?
9. Как в работе используется электронный частотомер?
10. В чем состоит назначение магнитного устройства?

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.12.1

Параметры шаров

Номер пары	1	2	3
Материал	Латунь	Сталь	Сталь
m , кг	$0,283 \pm 0,01$	0.532 ± 0.001	$0,283 \pm 0,01$
$R \cdot 10^{-2}$, м	$1,7 \pm 0,1$	$2,5 \pm 0,1$	$1,9 \pm 0,1$
$v_0 \cdot 10^3$, м/с	3,2	5	5
$\lg \left(\frac{5,6 R}{v_0^{4/5}} \right)$	-3,825	-3,813	-3,932
$\lg \left(\frac{mv_0^{4/5}}{5,6 R} \right)$	3,277	3,539	3,384

Работа 1.12а

ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ СОУДАРЕНИЯ СТЕРЖНЕЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА ВЕЩЕСТВА

Цель: экспериментальное измерение скорости распространения упругих деформаций в твердых телах и определение модуля Юнга некоторых металлов.

Оборудование: установка для изучения времени соударения стержней, две пары металлических стержней, частотомер.

ВВЕДЕНИЕ

Если в каком-либо месте упругой среды возникла деформация, то она не остается на месте, а распространяется в среде во всех направлениях. В таких случаях говорят о распространении в среде упругих возмущений или волн.

В данной работе распространение волн в твердых средах изучается на примере соударения двух одинаковых металлических стержней. При соударении тел друг с другом они претерпевают деформации. При этом кинетическая энергия, которой обладали тела перед ударом, частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию тел.

Существуют два предельных вида удара: абсолютно упругий и абсолютно неупругий. *Абсолютно упругим* называется такой удар, при котором механическая энергия тел не переходит в другие немеханические формы энергии. *Абсолютно неупругий* удар характеризуется тем, что кинетическая энергия тел полностью или частично превращается во внутреннюю энергию.

Процессы столкновения двух тел, как правило, выглядят и описываются проще в системе центра масс. В общем случае скорость системы центра масс $\mathbf{V}$ выражается через скорости и массы соударяющихся тел по формуле

$$\mathbf{V} = \frac{m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2}{m_1 + m_2}, \quad (1.12a.1)$$

где m_1 и m_2 – массы, а $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ – скорости сталкивающихся тел.

Дальнейшие выкладки значительно упрощаются в том случае, когда соударение испытывают два длинных стержня, движущиеся в горизонтальном направлении вдоль своих осей и сталкивающиеся торцами. В этом случае столкновение стержней можно рассматривать как столкновение двух материальных точек. Именно эта ситуация и реализуется в лабораторной работе. Нетрудно проверить, что для такой геометрии кинетическая энергия стержней может быть представлена в виде двух слагаемых:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{\mu v^2}{2} + \frac{(m_1 + m_2) V^2}{2}, \quad (1.12a.2)$$

где $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ – приведенная масса; $v = |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|$ – относительная скорость стержней в момент удара.

При соударении стержней кинетическая энергия

$$\frac{(m_1 + m_2) V^2}{2},$$

связанная с движением их центра масс, измениться не может, так как не может измениться скорость самого центра масс, поскольку проекция внешних сил на направление движения стержней равна нулю. Претерпевает при ударе превращение только кинетическая энергия

$$\mu v^2 / 2 \quad (1.12a.3)$$

относительного движения стержней.

В данной работе предполагается, что соударение стержней носит абсолютно упругий характер, а следовательно, сумма кинетической и потенциальной энергий тел остается постоянной. Так как движение центра масс в задаче о столкновении тел не представляет интереса, дальнейшее рассмотрение проведем в системе центра масс. В этой системе суммарный импульс тел равен нулю, и процесс соударения протекает следующим образом: за первую половину времени удара (при сближении тел с одинаковыми по модулю импульсами) происходит переход кинетической энергии относи-

тельного движения в потенциальную энергию упругой деформации, а за вторую половину (при удалении тел) – потенциальная энергия целиком переходит обратно в кинетическую. В некоторый момент вся кинетическая энергия относительного движения переходит в потенциальную энергию упругодеформированных стержней. Очевидно, что в этот момент стержни покоятся, а их деформация достигает максимума. На рис. 1.12а.1 изображено мгновенное положение сталкивающихся стержней. В результате деформации оба стержня сближаются на некоторое малое расстояние x : $x \ll l$, где l – длина недеформированных стержней. Пунктиром на рисунке изображены поверхности тел, какими бы они были при отсутствии деформации, а сплошной линией – поверхности сжатых в результате соударения тел.

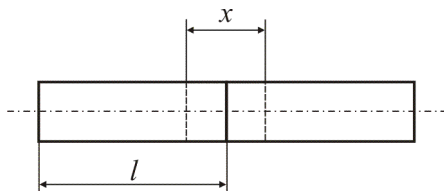


Рис. 1.12а.1

Запишем закон сохранения полной механической энергии в системе центра масс стержней. До столкновения энергия стержней равна кинетической энергии относительного движения (1.12а.3). В течение столкновения полная механическая энергия тел равна сумме кинетической энергии относительного движения, которую можно записать в виде

$$\mu \dot{x}^2 / 2,$$

где $\dot{x} = dx/dt$, и потенциальной энергии U сжатых стержней. Таким образом,

$$\frac{\mu v^2}{2} = \frac{\mu \dot{x}^2}{2} + U. \quad (1.12а.4)$$

Воспользовавшись рис. 1.12а.1, получим выражение для потенциальной энергии стержней. Каждый из стержней испытывает в результате столкновения сжатие на величину $x/2$. Относительная деформация при этом составляет значение $\varepsilon = x/(2l)$. Строго говоря, приводимая величина ε дает среднюю деформацию каждого

стержня. Однако если скорость C распространения упругой деформации в веществе стержня оказывается значительно больше скорости движения его частиц (это имеет место в случае малых деформаций), можно принять, что деформация во всех точках стержня одинакова.

Наличие деформации сжатия свидетельствует о существовании нормального напряжения σ , возникающего в поперечных сечениях стержня. В предположении справедливости закона Гука (а это также имеет место в случае малых деформаций) напряжение σ пропорционально величине деформации:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (1.12a.5)$$

где E – модуль Юнга вещества.

Воспользовавшись определением нормального напряжения и формулой (1.12a.5), получим выражение для модуля силы, с которой стержни действуют друг на друга:

$$F = \sigma S = E\varepsilon S = \frac{ESx}{2l}, \quad (1.12a.6)$$

где S – площадь поперечного сечения стержня.

Из равенства (1.12a.6) и известной формулы, связывающей силу с потенциальной энергией, следует выражение для потенциальной энергии стержней

$$U = \frac{ESx^2}{4l}. \quad (1.12a.7)$$

После подстановки формулы (1.12a.7) в закон сохранения полной механической энергии (1.12a.4), получим

$$\mu v^2 = \mu \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{ESx^2}{2l}. \quad (1.12a.8)$$

Разрешив выражение (1.12a.8) относительно $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, имеем:

$$\dot{x} = \left[v^2 - \frac{ESx^2}{2\mu l} \right]^{1/2} = v \left[1 - \frac{ESx^2}{2\mu l v^2} \right]^{1/2}.$$

Максимальное сближение стержней x_0 отвечает моменту, когда их относительная скорость $\dot{x}$ обращается в нуль, и равно

$$x_0 = v \left(\frac{2\mu l}{ES} \right)^{1/2}. \quad (1.12a.9)$$

Время τ , в течение которого длится столкновение стержней, т.е. x меняется от нуля до x_0 и обратно до нуля, составляет

$$\begin{aligned} \tau &= 2 \int_0^{x_0} \frac{dx}{\dot{x}} = \frac{2}{v} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\left(1 - x^2/x_0^2\right)^{1/2}} = \frac{2}{v} x_0 \int_0^1 \frac{dz}{(1 - z^2)^{1/2}} = \pi x_0 / v = \\ &= \pi [2\mu l / (ES)]^{1/2}. \end{aligned} \quad (1.12a.10)$$

Поскольку в работе используются одинаковые пары стержней, приведенная масса $\mu = m/2$, где $m = \rho S l$ – масса стержня; ρ – плотность вещества, из которого он выполнен. С учетом этих соотношений из формулы (1.12a.5) следует, что

$$\tau = \pi l (\rho / E)^{1/2} = \pi l / C. \quad (1.12a.11)$$

В окончательном выражении использована известная формула для скорости C распространения так называемой упругой продольной волны: $C = (E / \rho)^{1/2}$. Эта скорость является одной из важнейших динамических характеристик вещества. Как следует из равенства (1.12a.11), именно эта скорость наряду с геометрией тел определяет время их полного соударения. Таким образом, измеряя время соударения стержней, можно по формуле

$$C = \pi l / \tau \quad (1.12a.12)$$

экспериментально определить скорость распространения упругих продольных волн в веществе. В свою очередь, по известному значению C можно найти модуль Юнга вещества:

$$E = \rho C^2. \quad (1.12a.13)$$

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка (рис. 1.12a.2) состоит из опоры 1 с двумя горизонтально подвешенными на нитях 2 металлическими стержнями 3, частотомера 4 типа ЧЗ-54 и источника питания 5 типа УНИП-7.

Электронно-счетный частотомер ЧЗ-54 представляет собой многофункциональный прибор и предназначен для измерения частоты синусоидальных импульсных сигналов, измерения периода синусоидальных и периода следования импульсных сигналов, измерения длительности импульсов и интервалов времен и т.д.

Работа прибора основана на счетно-импульсном принципе, заключающемся в том, что счетный блок считает количество импульсов опорной частоты за время длительности стробоимпульса. Длительность стробоимпульса при этом равна измеряемому интервалу. Импульсы опорной частоты вырабатываются кварцевым генератором частотой 5 МГц, расположенном внутри частотомера.

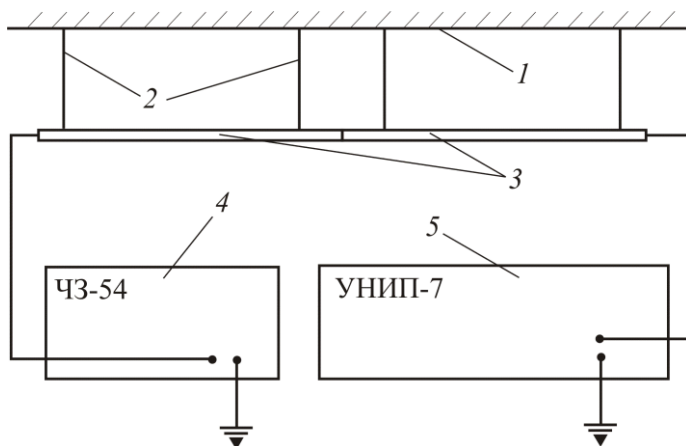


Рис. 1.12а.2

Идея измерения времени соударения стержней τ состоит в том, что на это время замыкается электрическая цепь, составленная из стержней, частотомера и источника питания, и по ней течет ток. В момент замыкания цепи соответствующим блоком частотомера вырабатывается сигнал, включающий счетное устройство. В момент размыкания цепи этот же блок вырабатывает сигнал, выключающий счетное устройство. На цифровом индикаторе прибора появляется запись времени соударения стержней τ .

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Не пытайтесь самостоятельно настраивать частотомер. Если время соударения стержней измеряется неправильно, обратитесь к лаборанту или дежурному сотруднику.

2. Не забывайте подключать провода к винтам на концах стержней после их замены.

ЗАДАНИЕ

Измерение времени соударения стержней

1. Включить в сеть источник питания УНИП-7 и частотомер ЧЗ-54.

2. Подвесить на крюки пару стержней из одного материала.

С помощью поворотов и перемещений винтов, крепящих к стойке нити, на которых подвешены стержни, необходимо добиться строго горизонтального положения стержней и легкого касания их по всей плоскости торцов. Оси стержней должны совпадать. Кроме того, при осторожном отведении одного из стержней в сторону вдоль оси другой стержень не должен смещаться (проверка легкого касания).

3. Отрегулировать положение электромагнита, чтобы винт правого стержня при отклонении стержня оказывался точно напротив магнита.

4. Отвести правый стержень до «прилипания» к электромагниту. Нажать клавишу «Сброс», расположенную на панели частотомера. В этом положении осуществляется внешний сброс - пуск прибора, а цифровой индикатор сбрасывает показание.

5. Нажатием кнопки пускового устройства, смонтированного на рабочем столе, произвести соударение стержней и записать отсчет на индикаторе частотомера.

6. Провести описанным в пп. 4, 5 способом измерения времени соударения для трех пар стержней из различных материалов. Для каждой пары провести не менее 20 соударений.

Таблица 1.12а.1

Латунь $l =$

τ_i , мкс						
$\langle \tau \rangle$, мкс						
$\tau_i - \langle \tau \rangle$, мкс						
$(\tau_i - \langle \tau \rangle)^2$, мкс ²						
$\langle \tau \rangle \pm \Delta\tau$, мкс						

Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.12а.1. Всего таких таблиц три - по числу пар стержней.

4. Измерить с помощью линейки длины стержней l .

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Для каждой пары стержней по полученным результатам произвести обработку измерений. Поскольку число импульсов обладает случайным разбросом, необходимо произвести статистическую обработку результатов. В данной работе достаточным оказывается метод Стьюдента.

По формуле

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_i \quad (1.12a.14)$$

(N - полное число измерений для пары стержней) найти среднее арифметическое значение времени соударения стержней.

Оценить среднее квадратичное отклонение среднего арифметического

$$\sigma_{\langle \tau \rangle} = \left[\sum_{i=1}^N (\tau_i - \langle \tau \rangle)^2 / N(N-1) \right]^{1/2}. \quad (1.12a.15)$$

Найти доверительный интервал $\Delta\tau$ для доверительной вероятности $\alpha = 0,7$ по формуле:

$$\Delta\tau = t_{\alpha N} \sigma_{\langle \tau \rangle}, \quad (1.12a.16)$$

где $t_{\alpha N}$ – коэффициент Стьюдента, значение которого надо взять из таблицы, находящейся на рабочем столе.

Найти среднее значение скорости звука в материале стержней по формуле (1.12a.12).

Оценить относительную погрешность скорости по формуле:

$$\varepsilon_c = \left[\left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \tau}{\langle \tau \rangle} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (1.12a.17)$$

где Δl и $\Delta \tau$ – погрешности длины стержня и времени соударения.

Найти абсолютные погрешности скорости звука в материале стержней.

По найденным значениям скорости звука для всех трех материалов стержней определить значения модулей Юнга по формуле (1.12a.13), и их погрешности по формуле:

$$\varepsilon_E = 2\varepsilon_c. \quad (1.12a.18)$$

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе привести полученные значения скорости звука и модуля Юнга для всех трех материалов стержней. Дать заключение по поводу согласия экспериментальных результатов для величин C и E с табличными значениями.

Табличные значения

Материал	Модуль Юнга, ГПа	Скорость звука, м/с
Сталь	210	5150
Латунь	95	3130–3450
Алюминий	74	5240

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В лабораторной системе отсчета в момент соударения один из стержней покоится, а другой – налетает на него с некоторой скоростью. Полагая одинаковыми массы сталкивающихся стержней, найти соотношение между полной кинетической энергией стерж-

ней T в лабораторной системе и кинетической энергией T' в системе их центра масс.

2. Проверить справедливость формулы:

$$T = \frac{\mu v^2}{2} + \frac{2mV^2}{2}, \quad (1.12a.19)$$

где $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2) = m / 2$ – приведенная масса стержней, а $V = v/2$ – скорость их центра масс.

3. Какое слагаемое значения T выражения (1.12a.19) отсутствует при рассмотрении задачи в системе центра масс стержней? Каков физический смысл этого слагаемого?

4. Как меняется скорость частиц стержней в системе их центра масс в тот момент, когда в процессе соударения до них доходит волна сжатия (разрежения)?

5. Длина стержней, используемых в работе, $l = 50$ см. Положив скорость звука в материале $C \approx 5 \cdot 10^3$ м/с, оценить время их соударения τ .

6. Перечислить приборы, используемые в работе, а также их назначение.

7. На панели частотомера ЧЗ-54 нажаты клавиша «Метки времени» с указателем $1 \mu\text{s}$ (1 мкс). На индикаторе прибора получен отсчет времени удара τ , равный 236,5. Записать отсчет времени τ : а) в микросекундах; б) в миллисекундах; в) в секундах.

Работа 1.13

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ РАСПАДА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ

Цель: изучение треков релятивистских заряженных частиц в пузырьковой камере и идентификация двухчастичных распадов нейтральных K -мезонов и Λ -гиперонов.

Оборудование: увеличитель, набор снимков с пузырьковой камеры, калька.

ВВЕДЕНИЕ

Один из способов регистрации релятивистских заряженных частиц, широко применяемый в экспериментальной физике высоких энергий, – фотографирование их треков в пузырьковой камере, помещенной во внешнее магнитное поле. Заряженная частица, пролетая через вещество камеры, представляющее собой жидкость в перегретом состоянии, осуществляет ионизацию атомов, оказавшихся вблизи ее траектории. Торможение электронов, возникших при ионизации, приводит к выделению энергии, переходящей главным образом в тепло. Этого добавочного тепла оказывается достаточно для интенсивного образования пузырьков пара вдоль траектории заряженной частицы. Сила Лоренца $\mathbf{F} = q[\mathbf{v}, \mathbf{B}]$, действующая на частицу с зарядом q и скоростью $\mathbf{v}$ в магнитном поле с индукцией $\mathbf{B}$, вызывает искривление траектории частицы в соответствии с основным уравнением динамики

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q[\mathbf{v}, \mathbf{B}], \quad (1.13.1)$$

где $\mathbf{p}$ – импульс релятивистской частицы. Если начальная скорость частицы перпендикулярна вектору $\mathbf{B}$, то частица движется по окружности, плоскость которой также перпендикулярна вектору $\mathbf{B}$, а радиус

$$R = p / (qB) \quad (1.13.2)$$

(вывод дан в прил. 1.13.1). Эта формула позволяет определить импульс частицы по измеренному радиусу кривизны ее траектории, если известен заряд q .

Все частицы, наблюдавшиеся до сих пор, имеют заряд $q = 0, \pm e, \pm 2e$, где e - элементарный заряд. При этом зарядом $q = \pm 2e$ обладают крайне нестабильные объекты (так называемые *резонансы*), собственное время жизни которых настолько мало, что наблюдение этих треков в пузырьковых камерах оказывается теоретически возможным лишь при очень больших энергиях, не отвечающих обычным экспериментальным условиям. Это означает, что наблюдаемые треки в пузырьковых камерах оставляют частицы с зарядом $q = \pm e$, знак которого легко определяется по направлению искривления трека в заданном магнитном поле.

В данной работе использованы снимки с пузырьковой камеры «Мирабель», экспонированной в пучке K -мезонов с энергией 32 ГэВ ($1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ}$) ускорителя Института физики высоких энергий (г. Серпухов). Треки, наблюдаемые на снимках, отвечают как частицам первичного пучка K -мезонов, так и вторичным частицам, возникающим в результате взаимодействия с расположенной снаружи мишенью, элементами конструкции камеры, а также жидким водородом, заполняющим рабочий объем камеры ($4,5 \text{ м}^3$).

В общем случае идентификация частицы (т.е. установление ее типа) по треку в пузырьковой камере представляет собой достаточно сложную задачу, успешное решение которой возможно не всегда и основано на комплексном анализе всех особенностей траектории частицы с учетом характеристик вещества, заполняющего камеру. Однако иногда эта задача значительно упрощается. В частности, это относится к событиям так называемого V -типа («вилки»), которые на снимках выглядят как два трека, возникающие «из ничего» в одной точке пространства (рис. 1.13.1).

Их появление может быть связано с тремя возможностями:

распадом нейтрального K^0 -мезона на π^+ - и π^- -мезоны:

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-; \quad (1.13.3)$$

распадом нейтрального Λ^0 -гиперона на протон p и π^- -мезон:

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-; \quad (1.13.4)$$

процессом конверсии γ -кванта в электрон-позитронную пару:

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^- . \quad (1.13.5)$$

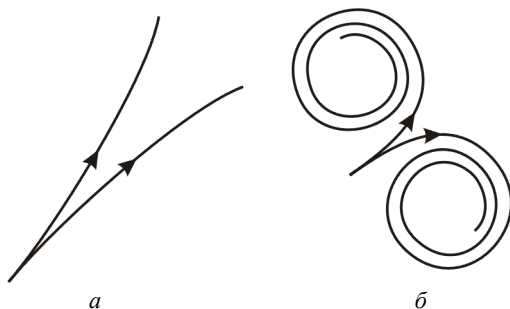


Рис.1.13.1

Законы сохранения энергии и импульса в процессах (1.13.3) и (1.13.4) обеспечивают равенство суммарной энергии и импульса продуктов распада энергии и импульсу распадающейся частицы:

$$E_0 = \varepsilon_+ + \varepsilon_- , \quad (1.13.6)$$

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_+ + \mathbf{p}_- . \quad (1.13.7)$$

(индексы здесь соответствуют знакам зарядов частиц).

K^0 -мезон и Λ^0 -гиперон относятся к нестабильным частицам и в состоянии покоя распадаются как в веществе, так и в вакууме за время 10^{-10} с. Напротив, γ -квант — это стабильная частица, не распадающаяся ни на какие другие частицы. Поэтому процесс конверсии (1.13.5) не является процессом распада и оказывается возможным только в кулоновском поле ядер вещества камеры. Из-за большой массы последнего, превышающей массу электрона более чем на три порядка, такое рассеяние с высокой степенью точности можно описывать как движение в поле консервативных сил. В этом случае не сохраняется только импульс, а энергия остается неизменной. Поэтому для процесса (1.13.5) можно считать выполненным закон сохранения энергии, т.е. энергию γ -кванта можно вычислять по формуле (1.13.6) как сумму энергий e^+ и e^- . В то же время соотношение (1.13.7) определяет величину $\mathbf{p}_0$, не совпадающую, вообще говоря, с импульсом γ -кванта.

Выяснение того, какая возможность реализуется в конкретном наблюдаемом событии, основано на последовательной проверке гипотез о принадлежности данного события к процессам (1.13.3)–(1.13.5). Поскольку свойства частиц, в них участвующих (масса, время жизни и др.), известны (прил. 1.13.2), то сделав предположение о том, что данный трек принадлежит определенной заряженной частице (p , $\pi^\pm$, $e^\pm$) с массой m , нетрудно вычислить ее энергию с помощью релятивистского соотношения:

$$\varepsilon = \left[(pc)^2 + (mc^2)^2 \right]^{1/2}, \quad (1.13.8)$$

где импульс предполагается определенным по радиусу кривизны (1.13.2). Найдя таким образом энергии обоих предполагаемых продуктов реакции ε_+ и ε_- , по формуле (1.13.6) можно определить и E_0 . Тогда с помощью соотношения (1.13.8) между энергией и импульсом, но примененного по отношению к распадающейся частице (K^0 или Λ^0), можно вычислить ее массу M_0 :

$$M_0 c^2 = \left[E_0^2 - (p_0 c)^2 \right]^{1/2}. \quad (1.13.9)$$

Близость M_0 к табличному значению свидетельствует в пользу выбранной гипотезы.

В левой части соотношения (1.13.9) непосредственно представлена не сама масса M_0 , а произведение M_0 на квадрат скорости света, которое имеет смысл энергии покоя релятивистской частицы. Удобной единицей измерения энергии, принятой в физике элементарных частиц, является электрон-вольт. Так, энергия покоя Λ^0 -гиперона в этих единицах равна (см. прил. 1.13.2) $M_\Lambda c^2 = 1116 \text{ МэВ} = 1116 \cdot 10^6 \text{ эВ}$.

Тогда сама масса имеет величину

$$M_\Lambda \approx \frac{1116 \text{ МэВ}}{c^2} = \frac{1116 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 10^{16}} \frac{\text{Дж}}{(\text{м/с})^2} \approx 1,98 \cdot 10^{-33} \text{ кг}. \quad (1.13.10)$$

Реально оказывается удобным не производить явное деление на квадрат скорости света, как это сделано в формуле (1.13.10), а составлять результат в промежуточном виде

$$M_{\Lambda} \approx 1116 \text{ МэВ} / c^2, \quad (1.13.11)$$

т.е. фактически измерять массу в единицах $\text{МэВ}/c^2$. Аналогичным образом импульс релятивистской частицы, который имеет размерность энергии, деленной на скорость, принято измерять в единицах $\text{МэВ}/c$. Тогда для импульса p_0 , равного, скажем, $100 \text{ МэВ}/c$, величина $(p_0 c)$, фигурирующая в правой части соотношения (1.13.9), будет просто равна 100 МэВ . Описанный выбор единиц измерения удобен тем, что в большинстве вычислений по релятивистским формулам позволяет обойтись без явной подстановки числового значения скорости света.

Выражая E_0 и p_0 в равенстве (1.13.9) с помощью формул (1.13.6), (1.13.7), а также используя соотношение (1.13.8), можно получить

$$M_0 c^2 = \left[(m_+ c^2)^2 + (m_- c^2)^2 + 2\varepsilon_+ \varepsilon_- - 2(p_+ c)(p_- c) \cos \theta \right]^{1/2}, \quad (1.13.12)$$

где θ – угол между векторами $\mathbf{p}_+$ и $\mathbf{p}_-$ в точке распада (вершине вилки). Этот угол, называемый *углом разлета*, должен быть измерен наряду с радиусами кривизны треков, определяющими модули импульсов $\mathbf{p}_+$ и $\mathbf{p}_-$.

Правая часть выражения (1.13.12) представляет собой суммарную энергию E двух частиц массами m_+ и m_- с импульсами $\mathbf{p}_+$ и $\mathbf{p}_-$ в системе отсчета, где их центр масс покоится.

Она может быть вычислена для произвольной пары частиц безотносительно к тому, появились ли они в результате распада третьей частицы, или образовались независимо друг от друга. Величина $M_0 = E / c^2$ в общем случае называется *инвариантной массой* пары частиц. Если частицы возникли в результате распада, например $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$, то инвариантная масса пары M_0 должна быть близка по величине к массе распавшегося Λ^0 -гиперона ($M_0 \approx M_{\Lambda}$).

Электрон и позитрон в процессе конверсии (1.13.5) нельзя рассматривать как продукты распада γ -кванта. Поэтому инвариантная масса e^+e^- -пары не должна совпадать с массой γ -кванта. Последняя, как известно, равна нулю, тогда как M_0 , вычисленная согласно формуле (1.13.12), всегда оказывается больше или равна сумме m_+ и m_- , т.е. $2m_e = 1,02 \text{ МэВ}/c^2$. В то же время, как показывают теоретические расчеты, подтверждаемые экспериментальными данными о конверсии γ -квантов, инвариантная масса образующейся e^+e^- -пары, хотя и превышает $2m_e$, однако не настолько, чтобы стать сравнимой с массой K^0 -мезона ($\approx 498 \text{ МэВ}/c$), а тем более с массой Λ^0 -гиперона ($\approx 1116 \text{ МэВ}/c^2$). По этой причине «вилки», отвечающие малой инвариантной массе e^+e^- -пары, отождествляют, как правило, с процессом конверсии (1.13.5). Кроме того, для достаточно энергетичных γ -квантов угол разлета электрона и позитрона θ оказывается очень малым ($\theta \approx m_e c^2 / E_\gamma \ll 1$), что может служить дополнительным идентифицирующим признаком процесса конверсии.

В ряде случаев на снимках с хорошо идентифицированными «вилками» удастся помимо точки распада нейтральной частицы определить и точку, в которой она образовалась. Эта точка, отвечающая в общем случае сложному взаимодействию элементарных частиц, может характеризоваться либо несколькими выходящими из нее заряженными треками (точка A на рис. 1.13.2), либо изломом на треке одной заряженной частицы (точка A на рис. 1.13.3). При этом вершина «вилки» обращена в сторону точки рождения нейтральной частицы, которую часто удастся идентифицировать чисто визуальным путем.

Расстояние L между точкой рождения A и точкой распада B нейтральной частицы, называемое пробегом, равно произведению скорости частицы v на промежуток времени τ между этими двумя событиями (см. рис. 1.13.2, 1.13.3). Согласно теории относительно-сти в системе отсчета, где частица движется, это время τ в $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2} = E_0 / M_0 c^2$ раз превышает собственное время

жизни частицы τ_0 , т.е. время, которое прошло между событиями рождения и распада частицы в системе отсчета, где она покоится. Величина γ называется γ - или лоренц-фактором и описывает эффект релятивистского замедления времени в лабораторной системе отсчета. В соответствии с этим пробег

$$L = \tau_0 \gamma v = c \tau_0 \frac{p_0 c}{M_0 c^2}, \quad (1.13.13)$$

где

$$p_0 = \left(p_+^2 + p_-^2 + 2 p_+ p_- \cos \theta \right)^{1/2}, \quad (1.13.14)$$

как следует из равенства (1.13.7). Соотношение (1.13.13) позволяет оценить τ_0 по измеренной длине пробега L . В тех случаях, когда точка рождения A не попала в поле зрения объектива и на снимке не идентифицируется, можно получить только ограничение на τ_0 снизу.

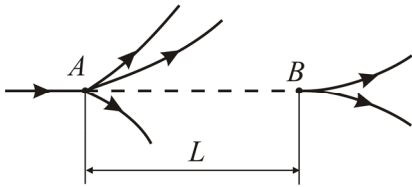


Рис. 1.13.2

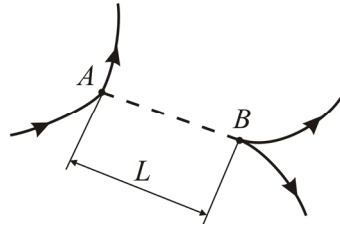


Рис. 1.13.3

В результате обработки экспериментального события в рамках каждой из возможных гипотез (1.13.3)–(1.13.5) по полученным оценкам для M_0 и τ_0 делается вывод о его происхождении. Следует отметить, что не всегда этот вывод может быть однозначным, причем неоднозначности иногда не удастся избежать даже при использовании наиболее совершенных методов обработки.

Полезно также иметь в виду, что законы распада элементарных частиц носят вероятностный характер. По этой причине τ_0 , приводимая в таблицах, имеет смысл среднего собственного времени жизни частиц данного сорта и может отличаться от времени жизни в конкретном событии распада.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Просмотр фотоснимков, выполненных на 70-мм пленке, осуществляется с помощью универсального фотоувеличителя марки «Сanon» (рис. 1.13.4), позволяющего получать увеличенную проекцию события непосредственно на рабочем столе.

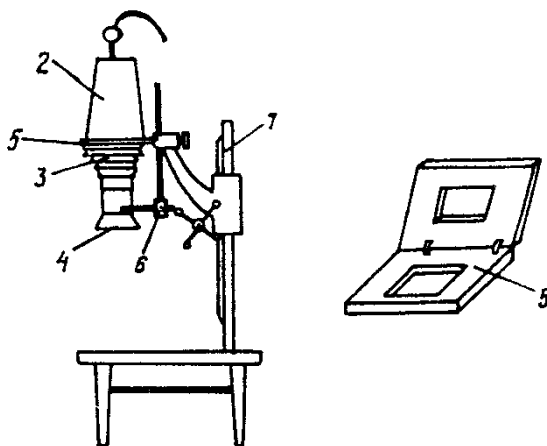


Рис. 1.13.4

Основными частями фотоувеличителя являются: труба 1, фонарь 2, мех 3, объектив 4, негативная рамка для пленки 5. Перед просмотром негативная рамка вынимается из фотоувеличителя, в нее вкладывается пленка с интересующим кадром, после чего рамка возвращается на место. Наводка изображения на резкость осуществляется вращением рукоятки механизма плавной фокусировки 6.

Внимание! Во избежание вывода узлов фотоувеличителя из строя, а также нарушения режима измерений, предусмотренного в данной работе, крутить другие рукоятки фотоувеличителя не разрешается. При съеме рамки необходимо соблюдать осторожность и не допускать ее падений. Для измерения параметров треков в работе используется линейка.

Методика измерений

После визуального определения треков, которые могут быть отнесены к событиям V-типа, необходимо, положив на рабочий стол лист белой бумаги, скопировать конфигурацию треков, образующих «вилку», и отметить точку рождения нейтральной частицы, если она может быть идентифицирована (в противном случае нужно отметить границу кадра для оценки длины пробега снизу). Далее необходимо определить знак частицы, оставившей каждый из треков, по направлению искривления ее траектории в магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл, имея в виду, что само поле направлено перпендикулярно проекции снимка на рабочем столе вертикально вверх.

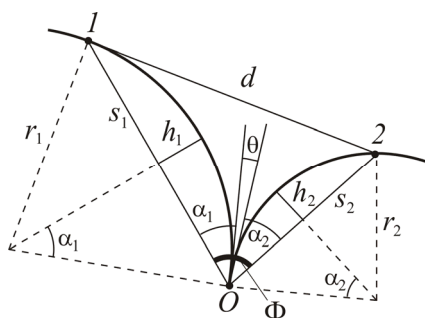


Рис. 1.13.5

Определение радиуса кривизны траектории r (рис. 1.13.5) осуществляется измерением длины хорды S , соединяющей две точки траектории (например, 0 и 1), а также стрелы прогиба h на этом участке. При этом радиусы кривизны траекторий равны:

$$r_1 = \frac{1}{8} \frac{S_1^2}{h_1} + \frac{1}{2} h_1 \quad \text{и} \quad r_2 = \frac{1}{8} \frac{S_2^2}{h_2} + \frac{1}{2} h_2. \quad (1.13.15)$$

Угол разлета θ есть угол между касательными к криволинейным траекториям в вершине «вилки». В ряде случаев он может оказаться настолько малым, что непосредственное проведение касательных и прямое измерение этого угла приведет к результату, далекому от истинного значения θ . Эту трудность удастся преодолеть

леть следующим простым способом, позволяющим вообще обойтись без построения касательных.

Согласно рис. 1.13.5, угол θ можно определить как

$$\theta = |\Phi - \alpha_1 - \alpha_2|, \quad (1.13.16)$$

где Φ – угол при вершине O в треугольнике $O, 1, 2$, а α_1 и α_2 – углы между хордами и соответствующими касательными. Элементарное геометрическое рассмотрение рис. 1.13.5 дает

$$\alpha_1 = \arcsin (S_i / 2r_i), \quad i = 1, 2;$$

$$\Phi = \arccos \left[\left(S_1^2 + S_2^2 - d^2 \right) / (2S_1 S_2) \right]. \quad (1.13.17)$$

Таким образом, для нахождения радиусов кривизны треков и угла разлета в каждом событии необходимо измерить пять линейных параметров S_1, h_1, S_2, h_2, d . Для оценки времени жизни нужно определить расстояние l между вершиной «вилки» и точкой нейтральной частицы, или указать величину, ограничивающую l снизу.

При определении радиусов кривизны необходимо учесть 30-кратное уменьшение геометрических размеров события на используемых для анализа снимках по сравнению с реальным пространством, а также увеличение, даваемое фотоувеличителем. Если это последнее обозначить через n (оно должно быть определено самостоятельно в процессе работы), то истинный радиус кривизны трека R выражается через измеренный радиус кривизны r в виде

$$R = (30 / n)r. \quad (1.13.18)$$

Аналогично находится истинный пробег $L = (30 / n)l$.

Следует отметить, что для сведения к минимуму погрешностей, связанных с измерением линейных размеров, точки на треке, через которые проводится хорда, необходимо выбирать таким образом, чтобы стрела прогиба не оказалась слишком малой. В случае треков малой кривизны, отвечающих частицам с большим импульсом (см. рис. 1.13.1, *а*), эту хорду целесообразно проводить через точки трека. В то же время для сильно закрученных треков (см. рис. 1.13.1, *б*) радиус кривизны может существенно изменяться вдоль траектории за счет энергетических потерь, особенно в случае электронов и позитронов. Это может ухудшить точность определения

r при чрезмерном удалении точек 1 и 2 (см. рис. 1.13.5) от вершины «вилки».

На завершающем этапе обработки в соответствии с выражением (1.13.2) для $q = e$ по найденному значению R (1.13.18) определяется произведение импульса на скорость света pc (в МэВ) для каждого из треков «вилки»:

$$pc = kR, \quad (1.13.19)$$

где $k = eBc$.

ЗАДАНИЕ

Исследование кинематики релятивистских частиц в событиях V-типа

1. Вычислить значение коэффициента k в формуле (1.13.19) в системе СИ. Выразить его в единицах МэВ/см. Результат записать в лабораторный журнал.

2. Включить фотоувеличитель тумблером, расположенным с левой стороны рабочего стола. Поочередно вкладывая в негативную рамку снимки с пузырьковой камеры, осуществить их просмотр, найти события V-типа и показать преподавателю. Определить направления искривления траекторий положительно и отрицательно заряженных частиц.

3. Определить увеличение n , даваемое фотоувеличителем, и записать его в лабораторный журнал. Для этого можно использовать хорошо различимые на снимках реперные метки в виде крестов, производя измерение расстояний между ними сначала непосредственно на снимке, а затем на его увеличенной проекции на рабочем столе.

4. Для двух отобранных событий V-типа скопировать конфигурацию треков на лист белой бумаги (кальки) и произвести дальнейшие измерения в соответствии с методикой, описанной ранее.

Заполнить табл. 1.13.1.

Таблица 1.13.1

Номер кадра	Событие № 1		Событие № 2	
	Трек 1	Трек 2	Трек 1	Трек 2
Знак заряда, ($\pm$)				
S , см				
h , см				
d , см				
l , см				
r , см				
α , град.				
Φ , град.				
R , см				
p , МэВ/с				
θ , град.				
L , см				

Примечание. Номер кадра указан в левом нижнем углу в виде двух, расположенных одно под другим чисел (например, $\begin{smallmatrix} 404 \\ 008 \end{smallmatrix}$).

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Для каждого из двух обработанных событий осуществить последовательную проверку гипотез о принадлежности его к процессам (1.13.3), (1.13.4), (1.13.5). С этой целью вычислить энергии ε_+ , ε_- , E_0 , импульс p_0 , инвариантную массу пары M_0 , γ -фактор Лоренца, а также оценить (в случае гипотез (1.13.3), (1.13.4)) время жизни τ_0 . Результаты расчетов занести в таблицы типа табл. 1.13.2.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе представить скопированные увеличенные снимки событий V-типа со всеми необходимыми построениями. По результатам расчетов (представленным в табл. 1.13.2) осуществить сравнение со справочными данными (прил. 1.13.2) и сделать вывод о том, какая из гипотез является наиболее вероятной.

Таблица 1.13.2

Гипотеза	Событие №	Кадр №	
	$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$	$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$	$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$
p_+ , МэВ/с			
m_+ , МэВ/с ²			
ε_+ , МэВ			
p_- , МэВ/с			
m_- , МэВ/с ²			
ε_- , МэВ			
E_0 , МэВ			
p_0 , МэВ/с			
M_0 , МэВ/с ²			
γ			
τ_0 , с			

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Может ли событие V-типа отвечать продуктам распада заряженной частицы?

2. Записать соотношение, позволяющее вычислить энергию релятивистской частицы, если известны ее импульс и масса.

3. Записать соотношение, выражающее массу релятивистской частицы, если известны ее энергия и импульс.

4. У какой частицы - протона или $\pi^\pm$ -мезона - радиус кривизны траектории окажется меньше, если они влетают в область действия магнитного поля перпендикулярно его направлению с одинаковыми: а) импульсами, б) энергиями, в) скоростями?

5. Можно ли импульс γ -кванта в процессе конверсии в e^+e^- -пару вычислять как сумму импульсов позитрона и электрона?

6. Можно ли энергию γ -кванта в процессе конверсии в e^+e^- -пару вычислять как сумму энергий позитрона и электрона?

7. Что такое инвариантная масса пары частиц? Как она может быть вычислена?

8. Выразить в граммах единицу массы 1 МэВ/с².

9. Выразить в кг·м/с единицу импульса 1 МэВ/с.

10. Чему равна (в МэВ) энергия покоя протона?

11. Как можно определить коэффициент увеличения, даваемого увеличителем?

12. Каким образом определяется импульс частицы по форме ее траектории в магнитном поле?

13. Каким образом определяется угол разлета частиц в событиях V-типа?

14. Каким образом можно оценить время жизни нейтральной частицы в событиях V-типа?

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.13.1

Радиус кривизны траектории релятивистской частицы в магнитном поле

Основное уравнение динамики можно записать в таком виде

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q[\mathbf{vB}] = -\frac{q}{m\gamma}[\mathbf{B}m\gamma\mathbf{v}] = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{p}], \quad (\text{П.1.13.1})$$

где $\gamma = 1 / \sqrt{1 - (v / c)^2}$, а вектор

$$\boldsymbol{\omega} = -\frac{q\mathbf{B}}{m\gamma}. \quad (\text{П.1.13.2})$$

Соотношение (П.1.13.1) показывает, что импульс частицы $\mathbf{p}$ вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ вокруг оси, параллельной вектору $\mathbf{B}$. Если $\mathbf{p} \perp \mathbf{B}$, то частица движется по окружности радиусом

$$R = \frac{v}{\omega} = \frac{m\gamma v}{qB} = \frac{p}{qB}. \quad (\text{П.1.13.3})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.13.2

Масса и время жизни элементарных частиц

Частица	Масса, МэВ/с ²	Время жизни τ_0
γ	$< 2 \cdot 10^{-22}$	Стабилен
$e^{\pm}$	$0,510998902 \pm 0,000000021$	Стабилен
p	$938,27200 \pm 0,00004$	$> 1,6 \cdot 10^{25}$ лет
$\pi^{\pm}$	$139,57018 \pm 0,00035$	$(2,6033 \pm 0,0005) \cdot 10^{-8}$ с
K^0	$497,672 \pm 0,031$	$(0,8935 \pm 0,0008) \cdot 10^{-10}$ с
Λ^0	$1115,683 \pm 0,006$	$(2,632 \pm 0,020) \cdot 10^{-10}$ с

Работа 1.14

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ ТРУБКИ

Цель: изучение динамики движения электронов в электрическом и магнитном полях; определение удельного заряда электрона.

Оборудование: установка для изучения движения электронов в электромагнитном поле.

ВВЕДЕНИЕ

В электромагнитном поле на заряженную частицу действует сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}, \mathbf{B}],$$

где q – заряд частицы; $\mathbf{E}$ – напряженность электрического поля; $\mathbf{B}$ – индукция магнитного поля. Первое слагаемое отвечает действию на частицу электрического поля:

$$\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}.$$

Второе слагаемое представляет собой магнитную составляющую силы Лоренца:

$$\mathbf{F}_M = q[\mathbf{v}, \mathbf{B}].$$

Если известны поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$, то, используя выражения для сил и законы динамики, можно определить ускорения, скорости, траектории частиц и т.д., т.е. изучить параметры их движения. Наиболее просты движения в однородных полях. Экспериментально их можно изучать с помощью электронно-лучевых трубок.

Пусть пучок электронов влетает в однородное электрическое поле (рис. 1.14.1). Определим смещение пятна на экране, вызванное однородным электрическим полем, перпендикулярным к пучку, которое действует на расстоянии l_1 . Поле создается двумя параллельными металлическими пластинами, на которые подано постоянное напряжение. Верхняя пластина на рис. 1.14.1 заряжена

отрицательно, нижняя – положительно. Электроны влетают в область поля параллельно пластинам с начальной скоростью v_0 . Ускорение электронов в поле $\mathbf{w} = -(e/m)\mathbf{E}$ направлено против поля перпендикулярно к $\mathbf{v}_0$ (в выражении для $\mathbf{w}$ учтен отрицательный знак заряда электрона: $q = -e$, где e - элементарный заряд; m - масса электрона). Время пролета области поля $t = l_1/v_0$. За это время электроны смещаются на $y_1 = (1/2)wt^2$ и приобретают перпендикулярную к $\mathbf{v}_0$ компоненту скорости $\mathbf{v}_1 = \mathbf{w}t$.

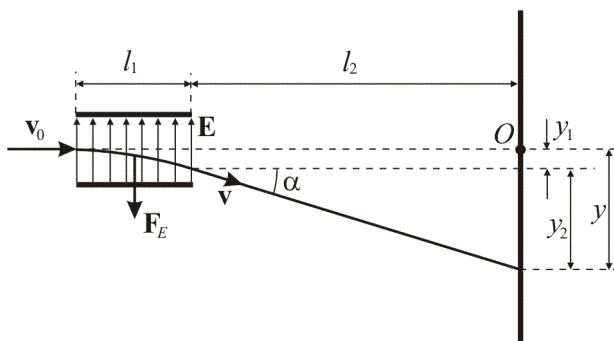


Рис. 1.14.1

Далее электроны летят прямолинейно в направлении, составляющем с направлением $\mathbf{v}_0$ угол α , определяемый формулой:

$$\operatorname{tg} \alpha = v_1 / v_0.$$

Полное смещение пятна на экране относительно точки O , в которую попадает пучок в отсутствие поля,

$$y = y_1 + y_2, \quad y_2 = l_2 \operatorname{tg} \alpha,$$

где l_2 - расстояние от пластин до экрана.

Выражая y_1 и y_2 через e , m , E и v_0 по приведенным выше формулам, получаем

$$y = y_1 + y_2 = (e/m)E \frac{l_1}{v_0^2} \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right). \quad (1.14.1)$$

Как следует из равенства (1.14.1), смещение электронного луча пропорционально напряженности электрического поля.

Пусть теперь пучок электронов влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное начальной скорости $\mathbf{v}_0$ (рис. 1.14.2). Так как магнитная сила перпендикулярна к $\mathbf{v}$ и $\mathbf{B}$, то электроны будут смещаться не против поля, как в предыдущем случае, а в перпендикулярном к нему направлении. Пусть поле ориентировано так, что смещение пятна на экране будет также происходить вдоль оси y . Величина скорости электронов при таком движении не будет меняться, поскольку магнитная сила не совершает работы (сила всегда перпендикулярна перемещению). Следовательно, траектория электрона в области действия магнитного поля будет представлять собой дугу окружности PS с центром в точке Q и радиусом $R = QP = QS$ (см. рис. 1.14.2).

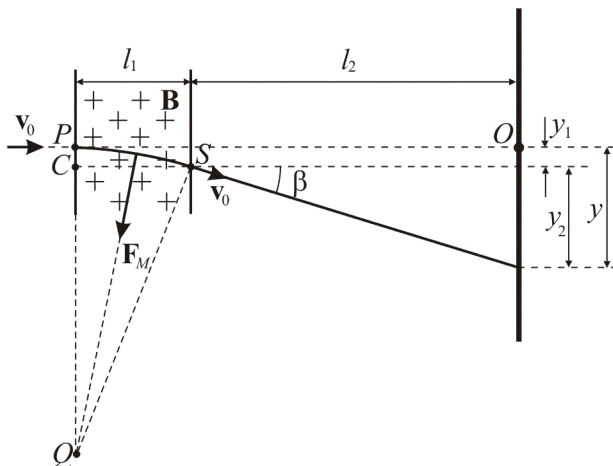


Рис. 1.14.2

Найдем радиус этой окружности. Для этого запишем второй закон Ньютона в проекции на направление действия магнитной силы, учитывая, что при рассматриваемом движении ускорение имеет только нормальную компоненту:

$$F_M = e v_0 B = m w_n = m (v_0^2 / R).$$

Следовательно, радиус окружности равен:

$$R = \frac{m v_0}{eB} . \quad (1.14.2)$$

Если смещение электронов от первоначальной траектории невелико, т.е. угол β между векторами скорости до и после прохождения области поля мал ($\beta \ll 1$), то приближенно можно считать что $l_1 \ll R$, $y_1 \ll R$. В этом приближении найдем смещение электрона вдоль оси y в области действия поля, т.е. y_1 , и вне ее, т.е. y_2 . Так как треугольник QCS – прямоугольный, то:

$$\begin{aligned} y_1 &= PC = PQ - CQ = R - \sqrt{QS^2 - CS^2} = R - \sqrt{R^2 - l_1^2} = \\ &= R \left(1 - \left(1 - l_1^2 / R^2 \right)^{1/2} \right) \approx R \left(1 - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{l_1^2}{R^2} + \dots \right) \right) = \frac{1}{2} \frac{l_1^2}{R} . \end{aligned} \quad (1.14.3)$$

Поскольку угол, на который опирается дуга PS , также равен β , и $\beta \ll 1$, смещение электрона вдоль оси y вне области действия поля равно:

$$y_2 = l_2 \operatorname{tg} \beta \approx l_2 \sin \beta = l_2 \frac{CS}{QS} = l_2 \frac{l_1}{R} . \quad (1.14.4)$$

Подставляя (1.14.2) в (1.14.3) и (1.14.4), получим выражение для полного смещения пятна y на экране:

$$y = y_1 + y_2 = (e/m)B \frac{l_1}{v_0} \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) . \quad (1.14.5)$$

Из формулы (1.14.5) следует, что величина смещения пятна на экране пропорциональна магнитной индукции.

Электроны, испущенные катодом электронно-лучевой трубки и ускоренные электрическим полем с анодной разностью потенциалов U_a , приобретают скорость v_0 , значение которой может быть найдено из закона сохранения энергии для электрона:

$$eU_a = m v_0^2 / 2 \quad \text{или} \quad v_0 = [2eU_a / m]^{1/2} . \quad (1.14.6)$$

Пусть включено только смещающее электрическое поле, т.е. на пластины подано некоторое напряжение U_y . Поскольку смещение пятна на экране ЭЛТ зависит от скорости v_0 , то в результате изменения U_a , при неизменном напряжении на пластинах, смещение меняется.

Решая совместно уравнения (1.14.1) и (1.14.6), и учитывая, что $E = U_y / d_{эф}$, где $d_{эф}$ – расстояние между пластинами, можно установить зависимость смещения луча y от анодного напряжения U_a :

$$y = \frac{U_y}{d_{\text{эф}}} \frac{l_1 \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right)}{2U_a} = \frac{\text{const}}{U_a}, \quad (1.14.7)$$

т.е. если будет экспериментально установлена зависимость (1.14.7), это косвенно подтверждает зависимость скорости электронов от ускоряющего напряжения (1.14.6).

В том случае, когда ускоряющее (анодное) напряжение не меняется, а на пути пучка электронов одновременно созданы взаимно-перпендикулярные электрическое и магнитное поля, то за счет выбора их направлений можно получить противоположно направленные электрическую и магнитную силы, которым соответствуют противоположные смещения вдоль оси y . Подбирая величину E или B , можно добиться отсутствия смещения вообще. Очевидно, что это будет при равенстве сил: $eE = ev_0 B$. При этом светящееся пятно на экране окажется в точке O .

Если измерить смещение y , вызванное одним магнитным полем, а затем включить такое электрическое поле E , чтобы смещение стало равным нулю, можно из условия равенства сил и уравнения (1.14.5) определить важную физическую константу – так называемый удельный заряд электрона e/m :

$$e/m = yE / \left[B^2 l_1 \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \right]. \quad (1.14.8)$$

Подставляя в формулу (1.14.8) выражение $E = U_y/d_{\text{эф}}$, связывающее напряжение на пластинах с создаваемым ими электрическим полем, получаем основную расчетную формулу работы:

$$e/m = y(U_y/d_{\text{эф}}) / \left[B^2 l_1 \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \right]. \quad (1.14.9)$$

Погрешность удельного заряда электрона, вычисленного по формуле (1.14.9), определяется соотношением:

$$E_{e/m} = \frac{\Delta(e/m)}{e/m} = \left[\left(\frac{\Delta y}{y} \right)^2 + \left(\frac{\Delta U_y}{U_y} \right)^2 + \left(\frac{2\Delta B}{B} \right)^2 + \left(\frac{\Delta d_{\text{эф}}}{d_{\text{эф}}} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{\Delta l_1}{l_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta l_2}{l_2} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (1.14.10)$$

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Основным узлом установки, используемой в работе, является электронно-лучевая трубка (ЭЛТ).

Электронно-лучевая трубка представляется собой вакуумный стеклянный балон, внутри которого находятся электронная пушка, а также фокусирующая, ускоряющая и отклоняющая системы. Обычно отклоняющая система состоит из двух подсистем, смещающих электронный пучок в двух взаимно-перпендикулярных направлениях (X и Y). В передней части трубки расположен покрытый изнутри люминофором экран. При попадании на экран электроны вызывают свечение люминофора. Таким образом, можно непосредственно наблюдать светящееся пятно на экране в месте, куда попадает электронный пучок. Если на Y – отклоняющую подсистему ЭЛТ, подается исследуемый сигнал изменяющейся величины, а на X – отклоняющую подсистему, сигнал от генератора развертки, то можно визуализировать исследуемый сигнал. На этом принципе основана работа электронного осциллографа с ЭЛТ.

Схема ЭЛТ представлена на рис. 1.14.3. Электронная пушка представляет собой нагреваемый оксидный катод 1 (см. рис. 1.14.3), который помещен внутри управляющего электрода (модулятора) 2 . Для изменения интенсивности электронного пучка на модулятор подается отрицательный относительно катода потенциал. Изменяя его величину, можно менять яркость свечения пятна на экране, т.е. яркость изображения.

Фокусировка электронного пучка осуществляется первым анодом 3 , на который подается положительное относительно катода фокусирующее напряжение. Для того чтобы электроны достигли экрана, их ускоряют при помощи второго анода 4 , на который подается положительное напряжение U_a в несколько киловольт.

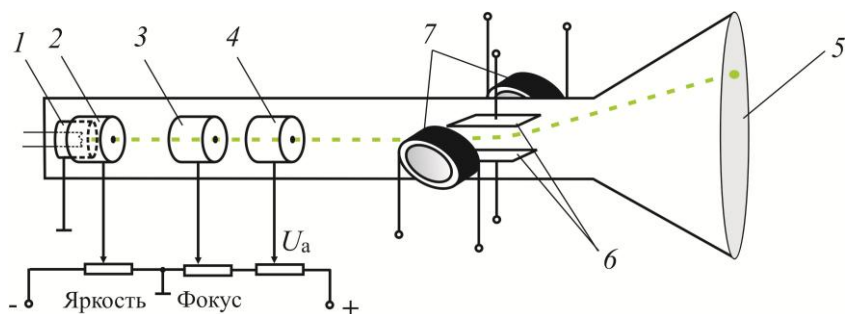


Рис. 1.14.3

Далее ускоренный пучок электронов проходит через отклоняющую систему и попадает на экран 5. Люминофор в месте попадания электронного пучка начинает светиться, и на экране можно наблюдать светящееся пятно.

Различные ЭЛТ могут иметь различные конструкции отклоняющих систем. В настоящей работе применяется ЭЛТ, в которой для отклонения пучка электронов используются пара плоскопараллельных металлических пластин (плоский конденсатор), и две пары катушек электромагнитов (чтобы не загромождать схему на рис. 1.14.3 показана только одна пара катушек). Конструктивно отклоняющая система выполнена так, что пластины создают электрическое поле, а катушки – магнитное в одной и той же области пространства, расположенной на оси ЭЛТ.

При подаче напряжения на пластины конденсатора 6 (см. рис. 1.14.3) в месте прохождения электронного пучка возникает вертикально направленное электрическое поле, которое смещает пучок в вертикальной плоскости вверх или вниз в зависимости от полярности приложенного напряжения. Регулировка напряжения на конденсаторе 6 осуществляется с помощью ручки «Отклонение Y» на передней панели установки. Полярность напряжения изменяется переключателем « Π_1 ».

Первая пара катушек 7 (изображена на рис. 1.14.3) при пропускании через них тока создает магнитное поле, направленное в месте прохождения пучка горизонтально. Это поле приводит к смещению пучка электронов также в вертикальной плоскости (так как магнитная сила перпендикулярна скорости электронов) вверх

или вниз в зависимости от направления тока в катушках. Именно эта пара катушек используется при проведении измерений. Регулировка тока в этой паре катушек осуществляется с помощью ручки «Ток катушек» на передней панели установки. Направление тока изменяется переключателем «П₂».

Вторая пара катушек (на рисунке не показана) при измерениях не используется, однако с ее помощью светящееся пятно на экране ЭЛТ можно перемещать в горизонтальной плоскости с помощью ручки «Отклонение X» на передней панели установки. При настройке установки следует расположить пятно рядом с вертикальной линейкой, расположенной на экране ЭЛТ (в нескольких миллиметрах от нее) для удобного снятия его координаты при проведении измерений.

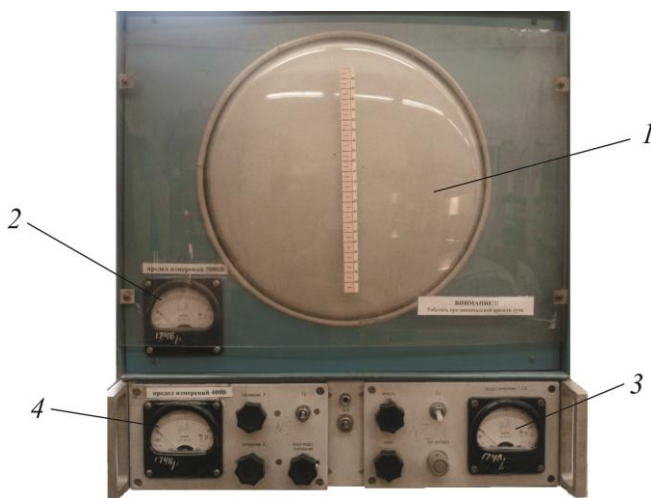


Рис. 1.14.4

Если отклоняющая система отключена, то пучок электронов движется прямолинейно и попадает в центр экрана ЭЛТ. При включенной отклоняющей системе смещение луча из положения равновесия в вертикальной плоскости зависит от напряжения, приложенного к пластинам конденсатора, тока катушек и ускоряющего напряжения.

Измерения в работе выполняются на установке, собранной на базе электронно-лучевой трубки (ЭЛТ) 31ЛО33В. Электронно-лучевая трубка находится в корпусе установки (рис.1.14.4), на переднюю панель которого выведены экран ЭЛТ 1, управляющие ручки, назначения которых указаны в заданиях. Также на корпусе расположены шкалы электроизмерительных приборов: вольтметра 2 с пределом измерений 5,0 кВ, предназначенного для измерения ускоряющего напряжения; амперметра 3 с пределом измерений 1,2 А для измерения тока в катушках, создающих магнитное поле; вольтметра 4 с пределом измерений 400 В для измерения напряжения, подаваемого на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ (см. рис. 1.14.4).

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. После включения установки дайте ей прогреться. Не подавайте на пластины отклоняющее напряжение и не включайте ток катушек до полного прогрева установки.

2. Не прилагайте излишних усилий к ручкам регулировки, чтобы не сломать их. Все ручки легко вращаются. Если ручка не вращается в какую-то сторону, значит, она достигла своего крайнего положения.

3. В случае короткого замыкания или других неисправностей немедленно отключите установку от питания. До выяснения причин неисправностей ни в коем случае не прикасайтесь к заземляющему проводу, расположенному сзади установки.

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Подготовка установки к измерениям

1. Установить ручки «Яркость», «Фокус» и «Ускоряющее напряжение» в среднее положение, а ручки «Ток катушек», «Отклонение Y» и «Отклонение X» - в крайнее левое положение (при таком положении ручек луч будет находиться в центре экрана).

2. Включить тумблер «Сеть». При этом должна загореться сигнальная лампочка, и должен прослушиваться характерный звук частотой порядка 2 кГц, свидетельствующий о нормальной работе высоковольтного преобразователя напряжения. Время прогрева установки 5–10 мин.

3. При появлении луча ручкой «Фокус» добиться наилучшей фокусировки, а ручкой «Яркость» установить яркость, достаточную для нормальной работы. При выполнении работы следить за тем, чтобы яркость не была чрезмерной, так как это может привести к прогоранию люминофора ЭЛТ.

В процессе работы при необходимости осуществлять фокусировку ручкой «Фокус».

4. В заранее подготовленную табл. 1.14.1 занести данные электроизмерительных приборов, используемых в работе.

Таблица 1.14.1

№ п/п	1	2	3
Наименование прибора	Вольтметр	Вольтметр	Амперметр
Класс точности			
Предел измерений x_m	5 кВ	400 В	1,2 А
Число делений шкалы n			
Цена деления x_m / n			
Абсолютная погрешность Δx			

Задание 2. Проверка зависимости смещения электронного луча от напряженности электрического поля

1. Ручкой «Ускоряющее напряжение» установить анодное (ускоряющее) напряжение $U_a = 3,5$ кВ по вольтметру с пределом измерений 5,0 кВ. Если на конкретной установке не возможно установить указанное ускоряющее напряжение, следует установить значение, приведенное в таблице, закрепленной на установке сверху. Ручки «Ток катушек» и «Отклонение Y » установить в крайнее левое положение.

2. Меняя ручкой «Отклонение Y » напряжение, подаваемое на отклоняющие пластины, получить смещение луча в вертикальном

направлении на 10, 20, 30, 40, 50, 60 и 70 мм, записывая соответствующие значения напряжения U_y по вольтметру с пределом измерений 400 В. Вновь установить ручку «Отклонение Y » в крайнее левое положение. Изменить полярность отклоняющего напряжения переключением тумблера Π_1 .

Проделать описанные выше измерения, смещая луч в противоположном направлении.

Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.14.2.

Таблица 1.14.2

Смещение y , мм						...
Показания шкалы вольтметра, дел.						...
Напряжение на пластинах U_y , В						...
Напряженность поля E , В/м						...

Задание 3. Проверка зависимости смещения электронного луча от индукции магнитного поля

1. Ручкой «Ускоряющее напряжение» установить анодное напряжение $U_a = 3,5$ кВ (см. приложение сверху на установке). Ручки «Отклонение Y » и «Ток катушек» установить в крайнее левое положение.

2. Меняя ток с помощью ручки «Ток катушек», получить смещение луча по вертикали на 10, 20, 30, 40, 50, 60 и 70 мм, записывая соответствующие значения тока I по амперметру с пределом измерений 1,2 А.

Проделав измерения, вернуть ручку «Ток катушек» в крайнее левое положение. Изменить направление тока в катушках переключателем Π_2 и проделать аналогичные измерения, смещая луч в противоположном направлении.

Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.14.3.

Таблица 1.14.3

Смещение y , мм						...
Показания шкалы амперметра, дел.						...
Ток в катушках I , А						...
Магнитная индукция B , Тл						...

Задание 4. Исследование зависимости скорости электронов от анодного напряжения

1. Ручку «Ток катушек» установить в крайнее левое положение. Ручкой «Ускоряющее напряжение» установить анодное напряжение $U_a = 3,25$ кВ (см. приложение сверху на установке). Ручкой «Отклонение Y » подать на отклоняющие пластины напряжение $U_y = 100$ В. Оставляя его постоянным, увеличивать анодное напряжение, записывая при этом смещение луча через 125 В (1 дел.). Измерения прекратить по достижении максимального значения анодного напряжения (около 4 кВ).

В этом пункте задания при каждом положении луча осуществлять дополнительную фокусировку.

Таблица 1.14.4

Анодное напряжение U_a , дел.					
Анодное напряжение U_a , кВ					
Смещение y , мм					
Величина U_a^{-1} , кВ ⁻¹					

2. Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.14.4.

Задание 5. Определение удельного заряда электрона

1. Ручки «Отклонение Y » и «Ток катушек» установить в крайнее левое положение. Ручкой «Ускоряющее напряжение» установить анодное напряжение $U_a = 3,25$ кВ (см. приложение сверху на установке). Ручкой «Ток катушек» добиться смещения луча на $y = 70$ мм. Меняя отклоняющее напряжение U_y ручкой «Отклоне-

ние Y », добиться возвращения луча в центр экрана. Записать ток I и напряжение U_y .

Измерения, описанные выше, провести еще для двух значений анодного напряжения $U_a = 3,50$ и $3,75$ кВ (см. приложение сверху на установке). Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.14.5.

Таблица 1.14.5

Анодное напряжение U_a , дел.			
Анодное напряжение U_a , кВ			
Смещение луча в магнитном поле y , мм			
Показание амперметра, дел.шкалы			
Показание вольтметра, дел.шкалы			
Напряжение U_y , В			
Ток I , А			
Магнитная индукция B , Тл			
Удельный заряд электрона e/m , Кл/кг			

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Задание 1

Вычислить цену деления и абсолютную погрешность всех приборов.

Задание 2

1. Вычислить напряженность однородного электрического поля конденсатора по формуле:

$$E = U_y / d_{\text{эф}},$$

где U_y – напряжение на пластинах, т.е. на пластинах; $d_{\text{эф}}$ – эффективный зазор между пластинами ($d_{\text{эф}} = 7,0$ мм).

2. На основании результатов измерений построить график $y = f(E)$. В качестве погрешностей y и E можно взять приборные погрешности.

Задание 3

На основании результатов измерений построить график зависимости $y = f(B)$. Зависимость магнитной индукции от тока в катушках – линейная с коэффициентом пропорциональности, указанным на рабочем столе.

Линейная зависимость y от B подтверждает правильность формулы (1.14.5).

Экспериментальные точки на графике должны быть окружены областью погрешностей, отвечающих приборным погрешностям y и B .

Задание 4

Построить график зависимости y от U_a^{-1} . Этот график, как следует из равенства (1.14.7), должен быть близок к прямой линии. В качестве погрешностей величин y и U_a использовать приборные погрешности. Погрешность обратной величины ускоряющего напряжения рассчитать по формуле:

$$\Delta U_a^{-1} = \frac{\Delta U_a}{U_a^2}. \quad (1.14.11)$$

Задание 5

1. По формуле (1.14.9) рассчитать e/m для трех значений U_a (параметры установки: $l_1 = 25,0$ мм; $l_2 = 250$ мм).

2. По формуле (1.14.10) рассчитать относительные и абсолютные погрешности результатов для e/m .

Для погрешностей результатов прямых измерений взять приборные погрешности.

В качестве окончательного результата для удельного заряда взять среднее $\langle e/m \rangle$ по трем найденным значениям. Для оценки случайного разброса взять полуразность максимального и минимального значений e/m . Если эта величина превышает значение, рассчитанное по формуле (1.14.10), то взять её в качестве погрешности e/m .

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе по результатам второго задания должен быть представлен график экспериментальной зависимости смещения пятна на экране ЭЛТ от величины напряженности отклоняющего электрического поля. Сделать вывод, согласуется ли качественно экспериментальная зависимость с теоретической (1.14.1).

По результатам третьего задания должен быть представлен график экспериментальной зависимости смещения пятна на экране ЭЛТ от величины индукции отклоняющего магнитного поля. Сделать вывод, согласуется ли качественно полученная экспериментальная зависимость с теоретической (1.14.5).

По результатам четвертого задания должен быть представлен график экспериментальной зависимости смещения пятна на экране ЭЛТ от величины, обратной ускоряющему напряжению. Сделать вывод, согласуется ли качественно полученная экспериментальная зависимость с теоретической (1.14.7). В случае, если согласуется указать, что это говорит о косвенном подтверждении зависимости (1.14.6) скорости электронов от ускоряющего напряжения.

По результатам пятого задания представить полученное значение удельного заряда электрона. Сравнить это значение с табличным.

Табличные значения

Удельный заряд электрона	$e/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
--------------------------	--

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. По каким траекториям может двигаться электрон в однородном электрическом (магнитном) поле?
2. Как в установке создается однородное электрическое (магнитное) поле?
3. Как изменится смещение электронного луча на экране, если отклоняющие пластины повернуть вокруг продольной оси трубки на 90° ?

4. Как изменится смещение луча на экране, если скорость электронов увеличится вдвое?

5. Как изменится смещение пятна на экране, если увеличить анодное напряжение вдвое?

6. Как изменится смещение пятна на экране при изменении направления тока в катушках?

7. Каким должно быть взаимное расположение однородных электрического и магнитного полей для того, чтобы электрон мог двигаться в них с постоянной по модулю и направлению скоростью?

8. Какие электроизмерительные приборы используются в работе?

9. Все ли электроны приобретают одинаковую скорость под действием ускоряющего напряжения?

10. Почему электроны на экране фокусируются в пятно, а не в точку?

Работа 1.15

ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

Цель: изучение собственных колебаний струны с закрепленными концами; исследование зависимости скорости распространения поперечных колебаний в струне от ее натяжения.

Оборудование: закрепленная на штативе струна; набор грузов; генератор сигналов ГЗ-109; магнит; микрометр; линейка.

ВВЕДЕНИЕ

Если в каком-либо месте упругой среды возбудить колебание ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами среды это колебание начнет распространяться в среде от частицы к частице. Процесс распространения колебаний в среде называется *волной*.

Если в среде распространяется одновременно несколько волн, частицы участвуют сразу в нескольких колебательных движениях, и их результирующие колебания оказываются геометрической суммой колебаний, которые совершали бы частицы при распространении каждой из волн в отдельности.

Отдельный интерес представляет собой колебательный процесс, называемый *стоячей волной*. Такие волны возникают, например, в результате сложения двух встречных волн с одинаковой амплитудой и частотой, направления колебаний частиц в которых совпадают. В частности, стоячие волны возникают в тех случаях, когда падающая волна отражается практически без потерь от границы среды, в которой она распространяется, и фазы отраженной волны, вернувшейся к источнику, и испускаемой источником волны совпадают. Такое совпадение фаз возможно только в том случае, если длина λ волны согласуется определенным образом с геометрическими размерами системы, в которой распространяются волны, т.е. при строго определенных частотах колебаний.

Главное отличие стоячей волны от бегущей состоит в следующем: в стоячей волне каждая частица колеблется со своей соб-

ственной амплитудой, зависящей от положения частицы в пространстве, но не зависящей от времени.

При этом в стоячей волне всегда наблюдаются чередующиеся области с максимальной амплитудой колебаний частиц и с нулевой амплитудой колебаний (т.е. места, где частицы не колеблются). Первые называются *пучностями* стоячей волны, а вторые – *узлами*. В узлах колебания от падающей и отраженной волн приходят в противофазе, а в пучностях – в фазе.

Положения узлов и пучностей в пространстве для любой стоячей волны определяются граничными условиями для конкретной колебательной системы.

В закрепленной с обоих концов струне при распространении в ней поперечных колебаний с определенными частотами устанавливаются стоячие волны. Поскольку концы струны закреплены, т.е. смещение точек струны на концах равно нулю, то в местах закрепления струны располагаются узлы стоячей волны. Следовательно, возможные частоты, при которых наблюдается стоячая волна, должны определяться условием: на длине струны l укладывается целое число полувольт (рис. 1.15.1).

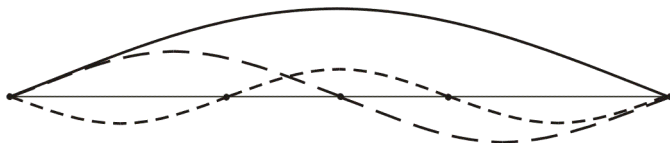


Рис. 1.15.1

Отсюда следует условие:

$$l = n(\lambda_n/2) \text{ или } \lambda_n = 2l/n \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (1.15.1)$$

Учитывая связь длины волны колебаний с частотой ν и скоростью распространения волны v , можно записать:

$$\nu_n = v/\lambda_n = n[v/2l]. \quad (1.15.2)$$

Частоты ν_n называются *собственными частотами* колебаний струны.

Самая низкая собственная частота $\nu_1 = v / (2l)$, соответствующая максимально возможной длине стоячей волны, называется *основной частотой*, или *основным тоном*. Более высокие частоты, крат-

ные v_1 , называются *обертонами*, или *гармониками* ($n = 2$ - первый обертон; $n = 3$ - второй и т.д.).

Скорость распространения поперечных колебаний вдоль струны зависит от натяжения струны и определяется по формуле:

$$v = \frac{2}{d} [P / (\pi \rho)]^{1/2}, \quad (1.15.3)$$

где P - натяжение струны; ρ и d - плотность материала струны и ее диаметр соответственно.

В настоящей работе определяются собственные частоты струны, производится наблюдение формы собственных колебаний, а также исследуется зависимость скорости распространения поперечных колебаний в струне от ее натяжения.

Для возбуждения колебаний в струне в работе используется метод резонанса. В случае, когда сила, возбуждающая колебания, изменяется по гармоническому закону, установившиеся вынужденные колебания имеют частоту, равную частоте вынуждающей силы. Явление резонанса заключается в следующем: если частота вынуждающей силы, приложенной к малому участку струны, совпадает с одной из собственных частот струны, а ее место приложения - с одной из пучностей соответствующей стоячей волны, в струне устанавливается стоячая волна с максимальной амплитудой.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В схеме установки, представленной на рис. 1.15.2, струна натягивается между стойками подставки, причем один ее конец закреплен неподвижно, а к другому прикреплена чашка с грузами, создающими натяжение в струне.

От звукового генератора (ЗГ) сигналов ГЗ-109 переменное напряжение подается на струну. Вдоль струны по подставке может свободно перемещаться постоянный магнит (на рис. 1.15.2 не показан).

Полюса магнита расположены в горизонтальной плоскости, перпендикулярной к плоскости рис. 1.15.2, создавая при этом постоянное магнитное с индукцией $\mathbf{B}$, перпендикулярной струне в месте нахождения магнита. Так как по струне течет переменный

ток, то на ее участок длины Δl , находящийся между полюсами магнита, действует переменная сила Ампера с частотой, равной частоте переменного напряжения, подаваемого с ЗГ:

$$\mathbf{F}_A = I \cdot [\Delta \mathbf{l}, \mathbf{B}]. \quad (1.15.4)$$

Здесь направление вектора $\Delta \mathbf{l}$ соответствует направлению протекания тока по струне в рассматриваемый момент времени.

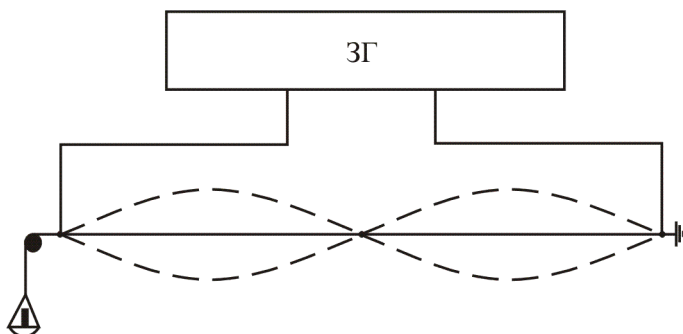


Рис. 1.15.2



Рис. 1.15.3

Если при этом частота совпадает с одной из собственных частот струны, а положение магнита – с пучностью стоячей волны, то наблюдается явление резонанса.

Методика работы со звуковым генератором заключается в следующем.

Ручки управления звуковым генератором выведены на его панель (рис. 1.15.3).

Частота колебаний устанавливается поворотом ручки переключателя «Множитель» (ступенчатая регулировка) и ручкой «Частота, Hz» (плавная регулировка). Для определения частоты ЗГ в герцах нужно отсчет по шкале лимба умножить на показание переключателя «Множитель».

Возбуждаемые в генераторе колебания подаются на клеммы «Выход». Напряжение на выходе регулируется ручкой «Регулировка вых.» (плавная регулировка) и ступенями, при помощи переключателя пределов шкалы вольтметра.

Предельная приборная погрешность звукового генератора по частоте $\Delta \nu_{\text{пр}} = \pm (0,02 \nu + 1)$ Гц, где ν - значение установленной частоты.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Дайте генератору прогреться необходимое время. Не подавайте напряжение на нагрузку до полного прогрева генератора.

2. При измерении диаметра струны микрометром вращайте его винт за трещотку. Если это условие не будет выполнено, то, во-первых, измерение не будет точным, а во-вторых, струна может быть повреждена.

3. При нагружении струны помещайте грузы на чашку аккуратно, чтобы не оборвать струну.

4. В случае, если после нагружения струны и включения генератора струна не колеблется, пригласите дежурного сотрудника или лаборанта.

ЗАДАНИЕ

Измерение собственных частот колебаний струны

1. Измерить с помощью микрометра диаметр рабочей части струны на различных участках не менее трех раз. Результаты измерений записать в заранее подготовленную таблицу. По полученным результатам вычислить среднее значение диаметра струны. С по-

мощью масштабной линейки определить длину рабочей части струны.

2. Создать натяжение в струне, поместив на чашку грузы так, чтобы суммарная масса чашки с грузом была 150 г. Натяжение струны при этом определяется силой тяжести чашки с грузом: $P = mg$.

3. По формулам (1.15.2) и (1.15.3) вычислить частоту основного тона для созданного натяжения струны.

4. Подготовить генератор к работе. Для этого тумблер включения сети поставить в положение «Вкл.», при этом должна загореться сигнальная лампочка.

После прогрева генератора (5–7 мин) отрегулировать выходное напряжение. Переключатель пределов шкалы поставить в такое положение, при котором предел напряжения шкалы вольтметра равен 15 В. Дальнейшая регулировка выходного напряжения будет производиться с помощью ручки «Регулировка вых.». С помощью ручки «Регулировка вых.» установить выходное напряжение ЗГ, равное 5 В по верхней шкале вольтметра на панели ЗГ.

5. Поместить магнит посередине струны. Установить с помощью переключателя «Множитель» и ручки «Частота, Hz» значение частоты ν_1 , полученное теоретически для данной нагрузки в п. 3. Плавное изменение частоты вращением лимба ЗГ вблизи ν_1 , уточнить значение частоты, при которой возникают устойчивые колебания струны с максимальной амплитудой. Величину полного размаха струны в пучности стоячей волны измерить с помощью линейки, укрепленной на магните. Записать полученные значения частоты ν_1 и размаха колебаний в заранее подготовленную табл. 1.15.1.

6. Не изменяя положение магнита найти резонанс на частоте ν_3 и записать полученные значения частоты ν_3 и соответствующего размаха колебаний в табл. 1.15.1.

7. Повторить измерения, описанные в пп. 5, 6 еще два раза, последовательно находя частоты ν_1 и ν_3 , и записывая результаты измерений частот и размахов колебаний в табл. 1.15.1.

8. Изменить положение магнита, переместив его на четверть рабочей части струны. Найти резонанс, соответствующий второму обертому стоячей волны. Провести измерения частоты ν_2 и запи-

сать полученные значения частоты ν_2 и соответствующего размаха колебаний в табл. 1.15.1. Повторить измерения ν_2 и соответствующего размаха еще два раза, записав результаты в таблицу.

Таблица 1.15.1

Масса m , г	n	Час- тота ν_n , Гц	Размах, мм	ν_1 , Гц	$\langle \nu \rangle$, Гц	$\Delta \langle \nu \rangle$, Гц	Скорость $\langle \nu \rangle$, м/с	$\Delta \nu$, м/с
	1							
	2							
	3							
...	...	...	...	...	...	...	...	...

9. Провести измерения согласно пп. 5–8 при других натяжениях струны. Рекомендуется каждый раз увеличивать массу груза на 50 г, проводя измерения для пяти различных натяжений струны.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. По экспериментальным данным рассчитать среднюю частоту основного тона колебаний струны $\langle \nu_1 \rangle$ и ее погрешность $\Delta \langle \nu_1 \rangle$. При расчетах использовать все девять значений частот, полученных для каждой силы натяжения, пересчитав по ним частоту основного тона по формуле:

$$\nu_1 = \frac{\nu_n}{n}.$$

Полученные средние значения занести в табл. 1.15.1 и рассчитать скорости распространения поперечных колебаний для каждого натяжения струны, используя формулу (1.15.2).

2. Вычислить относительную погрешность определения скорости по формуле:

$$E_v = \left[(\Delta l / l)^2 + (\Delta v / v)^2 \right]^{1/2} \approx \Delta v / v,$$

где Δl и Δv – абсолютные погрешности измерений длины струны и собственных частот ее основного тона колебаний.

3. По полученным результатам построить график зависимости скорости распространения колебаний в струне v от квадратного корня из силы натяжения струны $\sqrt{P}$. Определить методом парных точек угловой коэффициент $k_{\text{эксп}}$ проведенной прямой и его погрешность $\Delta k_{\text{эксп}}$.

4. На этом же чертеже построить график теоретической зависимости скорости v от $\sqrt{P}$, используя формулу, следующую из (1.15.3): $v = k_{\text{теор}} \sqrt{P}$, где $k_{\text{теор}} = 2 / (d \sqrt{\pi \rho})$.

На этом графике указать область погрешностей теоретических значений. Для этого оценить погрешность $k_{\text{теор}}$ по формуле:

$$\Delta k_{\text{теор}} = 2 \Delta d / (d^2 \sqrt{\pi \rho}),$$

где Δd – погрешность измерения диаметра струны, и нарисовать на том же графике две вспомогательные прямые с угловыми коэффициентами $k_{\text{теор}} \pm \Delta k_{\text{теор}}$.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе указать, каким методом измерялись собственные частоты колебаний струны. Привести экспериментальный и теоретический графики зависимости скорости распространения колебаний в струне от квадратного корня из силы натяжения. Сравнить результаты экспериментов с предсказаниями теории, сделать вывод.

Табличные значения

Плотность меди	$\rho = 8,93 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Ускорение свободного падения	$g = 9,81 \text{ м/с}^2$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое стоячая волна?
2. Как выглядит профиль стоячей волны на струне, закрепленной с обеих сторон, если на ней установились колебания основного тона, первого обертона, второго обертона?
3. Что такое узлы и пучности стоячей волны?
4. Что такое частота основного тона, частота первого обертона?
5. В чем состоит метод резонанса?
6. В чем состоит назначение постоянного магнита и звукового генератора в установке данной работы?
7. Как получить колебания на струне с частотой, равной частоте первого обертона?
8. В каком диапазоне нагрузок рекомендуется проводить измерение в данной работе?
9. Каковы возможные источники систематической ошибки определения экспериментального значения скорости распространения поперечных колебаний в струне в работе?