

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МИФИ»

Лабораторный практикум

«МЕХАНИКА»

Под редакцией С.А. Воронова

*Рекомендовано к изданию
УМО «Ядерные физика и технологии»*

Москва 2015

УДК 531(076.5)
ББК 22.2я7
Л12

Лабораторный практикум «Механика»: *Учебное пособие* / Под ред. С.А. Воронова. М.: НИЯУ МИФИ, 2015. 148 с.

Авторы: А.Б. Акимов (работа 1.4); С.Г. Бежанов (работа 1.8); С.А. Воронов (разделы «Основные правила работы в лабораториях кафедры общей физики», «Правила построения графиков», «Погрешности измерения физических величин», работа 1.1а); Н.А. Иванова (работа 1.3); А.А. Плясов (разделы «Основные правила работы в лабораториях кафедры общей физики», «Правила построения графиков», «Погрешности измерения физических величин», работы 1.1, 1.2, 1.4, 1.5); Е.В. Хангулян (работы 1.1 и 1.7); О.Ю. Цупко (работа 1.6).

Пособие содержит описания девяти лабораторных работ, выполняемых студентами первого курса в течение первого семестра в лабораториях «Механика» кафедры «Общая физика» НИЯУ МИФИ.

Основное содержание лабораторных работ – изучение законов механики, методов измерений и точных измерительных приборов, применяемых в физических лабораториях, методов проведения измерений и обработки результатов измерений.

Подготовлено в рамках Программы создания и развития НИЯУ МИФИ.

Рецензент д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Кошечкин

ISBN 978-5-7262-2131-1

© *Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», 2015*

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
Основные правила работы в лабораториях кафедры общей физики	6
Правила построения графиков	12
Погрешности измерения физических величин	16
<i>Работа 1.1.</i> Измерение массы, длины и времени	27
<i>Работа 1.1а.</i> Изучение амперметра и вольтметра	49
<i>Работа 1.2.</i> Изучение катетометра и сферометра	65
<i>Работа 1.3.</i> Изучение свободного падения тел	77
<i>Работа 1.4.</i> Изучение второго закона Ньютона с использованием воздушной дорожки	85
<i>Работа 1.5.</i> Изучение законов сохранения импульса и энергии при упругом и неупругом столкновениях	97
<i>Работа 1.6.</i> Измерение скорости полета пули методом вращающихся дисков	110
<i>Работа 1.7.</i> Модуль упругости	118
<i>Работа 1.8.</i> Модуль сдвига и механический гистерезис	131

ПРЕДИСЛОВИЕ

Лабораторный практикум «МЕХАНИКА» содержит описания лабораторных работ, которые выполняются студентами НИЯУ МИФИ в первом семестре при изучении курса «Общая физика».

Выполнение лабораторных работ в физическом практикуме первого семестра является неотъемлемой частью изучения курса «Общая физика» и ставит целью привить студентам навыки исследовательской работы, научить пользоваться современными измерительными приборами и аппаратурой, ознакомить с методами измерения различных физических величин и основами статистической обработки результатов измерений. Большое значение придается также возможности самостоятельного наблюдения и изучения физических явлений и закономерностей.

Описание каждой работы содержит несколько разделов. Во-первых, необходимое для сознательного выполнения работы изложение основных понятий и закономерностей, характерных для изучаемого физического явления; во-вторых, подробное описание установки, измерительных приборов, в нее входящих, методов измерений с помощью данных приборов и правил техники безопасности при работе с ними; в-третьих, перечень действий, которые должен выполнить студент при выполнении работы и при обработке её результатов. Кроме того, в конце описания каждой работы приведены контрольные вопросы для самостоятельной проверки уровня подготовленности студента к работе и список литературы, в котором подробно изложен материал, необходимый для полного понимания физических явлений, изучаемых в работе.

На выполнение каждой работы студенту отводится четыре академических часа. К лабораторным занятиям студенты готовятся в часы самостоятельной работы. Обработка результатов измерений, оформление отчета о работе и написание заключения, в случае необходимости, также переносятся на время самостоятельных занятий.

Для получения зачета по физическому практикуму каждый студент должен в течение семестра выполнить установленное число лабораторных работ по индивидуальному графику и получить за каждую из них зачет. В случае пропуска работы по той или иной

причине ее все равно необходимо будет выполнить и получить по ней зачет.

В основу этой книги положен физический практикум, который создавался и совершенствовался на протяжении многих лет коллективом преподавателей и сотрудников кафедры «Общая физика» Московского инженерно-физического института. Данное издание выходит под редакцией С.А. Воронова.

ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА РАБОТЫ В ЛАБОРАТОРИЯХ КАФЕДРЫ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

I. На каждое лабораторное занятие студент должен приносить с собой:

- 1) лабораторный журнал – толстая тетрадь формата А4, которую необходимо завести и принести уже на первое занятие (см. ниже);
- 2) лабораторный практикум, содержащий описание выполняемой работы;
- 3) калькулятор, на котором можно вычислять логарифмы и тригонометрические функции;
- 4) несколько листов миллиметровой бумаги, размер которых должен быть не меньше 18×14 см (А5); желательный размер – 19×28 см (А4);
- 5) ручку (с синими, фиолетовыми или черными чернилами);
- 6) карандаш (ТМ или М) и ластик;
- 7) линейку.

Первый лист лабораторного журнала должен быть подписан: «Лабораторный журнал по физике, студента группы ... ФИО ..., ... – ... учебный год».

Листы (не страницы, а листы) лабораторного журнала должны быть пронумерованы (все, до конца журнала).

Правые страницы лабораторного журнала (именно они нумеруются) используются для оформления подготовки к работе, записей результатов измерений, формул, размещения графиков и написания заключения.

Левые страницы лабораторного журнала (не нумеруются) используются для таких черновых записей, как протоколы вычислений и т.д.

В лабораторном журнале **ЗАПРЕЩАЕТСЯ**:

- вырывать листы, или склеивать их вместе;
- вести в лабораторном журнале посторонние записи, не относящиеся к лабораторной работе;
- передавать лабораторный журнал другому студенту;
- вымарывать, замазывать или исправлять записи в лабораторном журнале; это категорически запрещается делать с записями результатов измерений после того, как эти результаты были подпи-

саны преподавателем; все исправления могут быть сделаны только до подписи их преподавателем и так, чтобы можно было прочесть зачеркнутый текст;

- писать в лабораторном журнале карандашом.

II. Студент обязан являться в лабораторию подготовленным. Подготовка к лабораторной работе производится в часы самостоятельных занятий и включает в себя следующее.

1. Необходимо тщательно изучить описания лабораторной работы по лабораторному практикуму и соответствующего теоретического материала по рекомендуемым обязательным учебникам. В случае необходимости студент может воспользоваться учебниками и учебными пособиями из дополнительного списка литературы.

В результате подготовки студент должен понимать физическую сущность явлений, которые будут изучаться в предстоящем эксперименте; ясно представлять, что и каким методом будет измеряться, как устроена и работает экспериментальная установка. Необходимо иметь представление о порядках тех величин, которые будут измеряться в процессе работы.

Подготовленность к работе можно считать удовлетворительной, если студент может самостоятельно ответить на контрольные вопросы, которые приведены в конце описания каждой работы.

2. Необходимо правильно оформить лабораторный журнал.

Все записи в журнале выполняются аккуратно ручкой на правой странице журнала (левая страница предназначается для выполнения расчетов). Следует писать достаточно свободно, оставляя место для возможных исправлений.

На новой странице (правой) журнала должны быть написаны номер и название лабораторной работы, дата ее выполнения. Начиная со следующей страницы (правой) необходимо написать цель работы, краткое теоретическое введение к работе, а затем каждый раз с новой страницы все задания, которые содержатся в выполняемой работе (см. далее).

Теоретическое введение обязательно должно содержать следующие сведения:

а) основные формулы теории (формулы, по которым производится вычисление определяемых в лабораторной работе величин, должны быть особо выделены);

б) формулы для вычисления погрешностей (см. раздел «Погрешности измерения физических величин»);

в) выполненную с помощью карандаша и линейки схему экспериментальной установки (если во всех заданиях используется одна и та же установка, на схеме должны быть представлены основные блоки и узлы без лишних подробностей).

Каждое задание обязательно должно содержать:

а) номер (если их несколько) и название задания (например, «Задание 1. Определение плотности металла»);

б) выполненную с помощью карандаша и линейки схему экспериментальной установки (только если в каждом задании используется отдельная установка; в случае, если установка одна, ее схема должна быть во введении);

в) таблицы для записи экспериментальных данных (таблицы нужно чертить с помощью карандаша и линейки, рекомендуемый размер клетки: не менее $1,5 \times 2,5$ см).

В настоящем лабораторном практикуме в большинстве описаний работ приведен рекомендуемый вид таблиц для записи результатов измерений и вычислений. Таблицы необходимо чертить в лабораторном журнале для полного числа измерений (в практикуме обычно показана часть таблицы).

Если в задании требуется выполнить измерения, а образца таблицы нет, то студент разрабатывает и рисует таблицу самостоятельно. При этом следует обратить внимание на количество измерений и число измеряемых величин. Каждую таблицу желательно чертить на новой странице, оставляя место над таблицей (около 5 см) и под таблицей (около 10 см). Над таблицей – место для записи названий приборов и их характеристик: классов точности, полного числа делений шкалы и предела измерений шкалы, на котором производится измерение. Место под таблицей необходимо на случай, если потребуются выполнить дополнительные измерения. Если в работе используются несколько таблиц, то их необходимо пронумеровать.

Если в работе используются стрелочные приборы, то показания всегда нужно записывать в делениях шкалы. Поэтому соответст-

вующие таблицы должны иметь графу для показаний в делениях и графу для показаний в единицах измерения соответствующих физических величин. Например, если в работе измеряется сила тока I стрелочным амперметром, то в таблице необходимо предусмотреть: два столбца « I , дел.» и « I , А».

III. Порядок выполнения лабораторной работы.

1. Выполнение работы начинается с детального изучения установки. Необходимо записать технические характеристики всех приборов (класс точности, пределы измерений и т.д.), определить цену деления прибора. На этом этапе выполнения работы не разрешается крутить ручки приборов и прикасаться к установке, так как можно сбить ее настройку.

2. Включать установку и приступать к измерениям можно только после разрешения преподавателя. Студент не допускается к выполнению работы, если:

а) не оформлена предыдущая работа, т.е. по предыдущей работе не сделаны все указанные в практикуме действия: не рассчитаны все требуемые величины, не рассчитаны все необходимые погрешности, не построены все необходимые графики, не написано заключение;

б) имеется более одной несданной работы, т.е. студент не имеет зачета по двум и более выполненным лабораторным работам;

в) отсутствуют необходимые записи, входящие в подготовку к новой работе;

г) студент не может удовлетворительно ответить на контрольные вопросы преподавателя.

3. Получив разрешение преподавателя, студент приступает к выполнению работы, последовательно выполняя все пункты задания, указанные в лабораторном практикуме, связанные с измерительной частью работы. При этом необходимо соблюдать правила техники безопасности.

4. Все записи во время работы необходимо делать только в лабораторном журнале и только ручкой. Использование дополнительных листков и карандаша для записи результатов измерений категорически запрещается.

5. Прежде чем приступить к серии измерений, обычно проводят прикидочные измерения. При этом проверяется соответствие хода экспериментальной зависимости теоретической (качественно), оп-

ределяются пределы измерений, выполняется оценочный расчет искомых величин (на левой странице журнала). Если оценки совпадают с ожидаемыми, то выполняется основной эксперимент. Если нет совпадения, то следует проверить схему экспериментальной установки.

6. Данные основной серии измерений записываются в таблицы. Запрещаются всякие черновые записи исходных данных.

7. Если был записан ошибочный результат, то его следует аккуратно зачеркнуть одной чертой и рядом написать правильный результат.

8. Выполнив измерения, студент подписывает результаты измерения у своего преподавателя, при этом преподаватель делает отметку о выполнении работы в своем журнале.

После этого студент последовательно выполняет все пункты задания, указанные в лабораторном практикуме, связанные с расчетной частью работы: заполняет все оставшиеся графы в таблицах, вычисляет все необходимые величины и их погрешности, строит все графики. Графики строятся только на листе миллиметровой бумаги, и потом клеиваются в лабораторный журнал. Размер графика должен быть таким, чтобы он занимал не менее половины листа лабораторного журнала.

9. Работа завершается написанием заключения, в котором указывается:

- а) какие явления или процессы изучались в настоящей работе;
- б) что и каким методом измерялось в данной работе;
- в) что и каким способом вычислялось в данной работе;

г) окончательные результаты работы с указанием абсолютной и относительной погрешностей и доверительной вероятности (пример записи погрешности см. далее в разделе «Измерение физических величин»). Допустимо сослаться на графики, вклеенные в лабораторный журнал, например: «график данной зависимости представлен на рис. 1»;

д) краткое обсуждение полученных результатов (в том числе всех графиков) и анализ погрешностей. Полученные значения следует сравнить с известными табличными значениями измеряемых величин (табличные значения приведены в лабораторном практикуме в конце описания каждой работы). По результатам сравнения сделать вывод о «совпадении в пределах погрешности», «совпаде-

нии по порядку величины», или о полном несовпадении полученных в работе результатов с табличными.

После заключения следует оставить не менее одного листа свободного места на случай возможной его переделки.

10. Если студент не успевает получить зачет по работе в день ее выполнения, оформление работы необходимо закончить во внеаудиторное время. Какие бы результаты не были получены, студент обязан полностью оформить выполненную работу к следующему занятию.

ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКОВ

Результаты измерений и вычислений во многих случаях удобно представлять в графическом виде. Приведем основные правила построения и обработки графиков.

Графики строятся на миллиметровой бумаге; размеры самого графика на рисунке должны быть больше половины страницы лабораторного журнала. На рисунок, прежде всего, с помощью карандаша и линейки наносятся координатные оси. Для аргумента всегда выбирается ось абсцисс, а для функции – ось ординат. На концах осей ручкой указываются обозначения физических величин и их размерности. Затем на оси карандашом наносятся и ручкой подписываются масштабные деления так, чтобы расстояния между делениями составляли 1, 2, 5 единиц или эти цифры, умноженные на $10^{\pm n}$ (n – целое число). Обычно порядок масштаба, т.е. $10^{\pm n}$, выносится на конец оси и указывается перед размерностью физической величины.

Точка пересечения осей необязательно должна соответствовать нулю по одной или обоим осям. Исключение составляет тот случай, когда нулевому значению аргумента соответствует нулевое значение функции и этот факт важен с точки зрения согласия или несогласия эксперимента и теории. Например, в отсутствие тока через сопротивление падение напряжения на нем должно быть равно нулю. Если это не так, то это предмет для отдельного разбирательства.

Начало отсчета по осям и масштабы следует выбирать так, чтобы:

- 1) кривая заняла все поле рисунка;
- 2) погрешности соответствовали нескольким мелким делениям;
- 3) углы касательной к кривой графика с осями координат были близки к 45° по возможности в большей части графика.

После выбора начала отсчета по осям и масштабов на рисунок наносятся экспериментальные точки. Их обозначают маленькими кружочками, треугольниками, квадратами и т.п. Затем от каждой точки вверх, вниз и вправо, влево откладываются отрезки, изображающие погрешности величин в масштабе графика.

Графики выполняются карандашом и клеиваются в лабораторный журнал.

В верхней части рисунка ручкой пишется полностью словами название той зависимости, которая изображается графиком.

Приведем пример построения графика. Пусть в работе изучалось равноускоренное движение, и была экспериментально измерена зависимость скорости тела от времени, представленная в табл. 1.

Таблица 1

$t, \text{с}$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
$v, \times 10^{-2} \text{м/с}$	2,1	2,9	3,8	4,6	6,2	7,0	8,1	9,3

Пусть для всех точек рассчитанные значения абсолютных погрешностей измерения времени и скорости составляют $\Delta t = 0,2 \text{ с}$ и $\Delta v = 0,8 \text{ м/с}$ соответственно.

Тогда правильно построенный и оформленный график зависимости скорости тела от времени должен иметь вид, представленный на рис. 1.

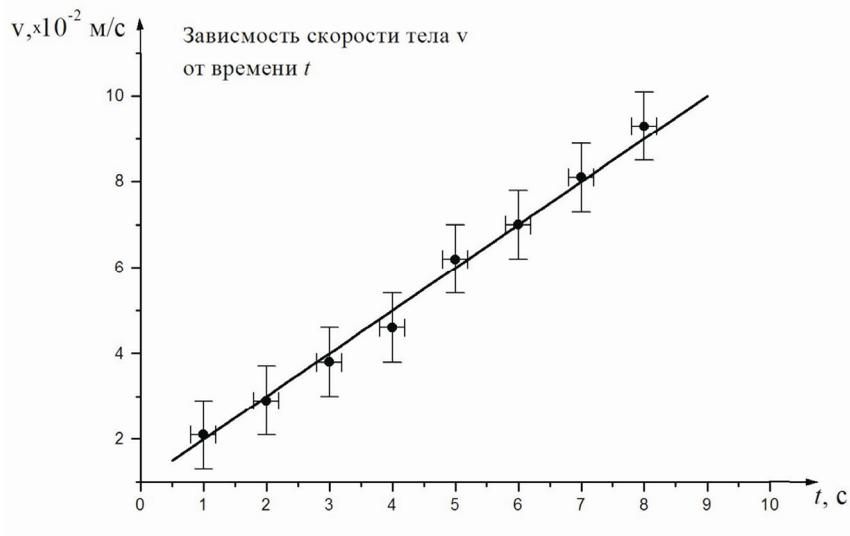


Рис. 1

В большинстве лабораторных работ из настоящего лабораторного практикума данные измерений необходимо аппроксимировать линейной зависимостью одной величины y от другой x :

$$y = kx + b,$$

где k и b – постоянные параметры.

График такой зависимости представляет собой прямую линию. Коэффициент k определяет наклон прямой и называется *угловым коэффициентом*. Коэффициент b представляет собой y координату точки, в которой прямая пересекает ось ординат ($y = b$ при $x = 0$).

Однако при проведении реального эксперимента точки из-за влияния различных погрешностей, как правило, не ложатся строго на одну прямую. Возникает задача определения параметров прямой, наилучшим образом согласующейся с экспериментом. Во многих случаях основной целью эксперимента является определение углового коэффициента прямой k .

Достаточно хорошим методом для определения углового коэффициента прямой является метод парных точек. Например, пусть на графике есть десять точек. Пронумеруем экспериментальные точки последовательно, возьмем две из них, например 1 и 6. Тогда, если бы мы проводили через них прямую, то она имела бы угловой коэффициент:

$$k_1 = (y_6 - y_1) / (x_6 - x_1).$$

Если бы мы проводили прямую через точки 2 и 7, то она имела бы угловой коэффициент:

$$k_2 = (y_7 - y_2) / (x_7 - x_2)$$

и т.д.

Подчеркнем, что расстояние между выбираемыми парами точек должно быть максимальным, по возможности одинаковым и составлять не менее половины расстояния между крайними точками, так как если брать соседние близко расположенные точки, то погрешность вычисления углового коэффициента может быть сильно завышена.

Таким образом, определив угловые коэффициенты для всех выбранных пар точек, получим набор значений: k_1, k_2, \dots, k_n . Среднее

арифметическое этих чисел дает искомый угловой коэффициент построенной прямой:

$$k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_i,$$

где n – полное число взятых пар точек.

Погрешность полученного таким образом углового коэффициента вычисляется как обычная случайная погрешность при проведении серии измерений (см. далее).

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

1. Погрешности измерений

Следует помнить, что всякое измерение дает результат, лишь приближенный к истинному значению определяемой величины. Причина этого обусловлена неточностью измерительных приборов, несовершенством измерительной процедуры и флуктуациями самой измеряемой величины из-за воздействия различных внешних факторов на исследуемую систему.

Рассмотрим процедуру обработки результатов *прямых* измерений физической величины (т.е. в эксперименте эта величина непосредственно измеряется прибором).

Все погрешности можно разделить на *статистические* и *систематические*. Систематические ошибки остаются постоянными на протяжении всей серии измерений, а статистические – хаотически меняются. Среди хаотически меняющихся ошибок особое место занимают так называемые *грубые промахи*. В большинстве случаев промахи сразу заметны, так как их значения измеряемой величины сильно отличаются от результатов других отсчетов в серии. Математическим критерием промаха является отклонение этого значения от среднего на величину, превышающую $3\sigma_{\bar{x}}$, где $\sigma_{\bar{x}}$ – стандартная ошибка (см. далее). При обработке результатов измерений промахи отбрасываются.

Например, пусть при проведении серии измерений напряжения получены следующие значения: 2,7; 2,8; 2,5; 2,7; 2,6; 2,3; 10,5; 2,5 В. Значение 10,5 В очевидно является промахом. Поэтому при обработке результатов приведенной серии измерений это значение следует отбросить.

В теории ошибок доказывается, что почти всегда наилучшей аппроксимацией истинного значения является среднее арифметическое значение измеряемой величины. Истинное значение может быть получено в результате усреднения результатов бесконечного числа измерений этой величины, при использовании абсолютно точных приборов при неизменных внешних условиях.

В реальных экспериментах для определения физической величины обычно проводят серию измерений, т.е. выполняется n изме-

рений этой величины (обычно $n \geq 3$). В результате этого получается n значений: x_1, x_2, \dots, x_n , вообще говоря, не совпадающих между собой. По этим данным находится среднее значение \bar{x} и абсолютная погрешность среднего Δx .

Таким образом, в результате обработки результатов серии измерений получается интервал $[\bar{x} - \Delta x, \bar{x} + \Delta x]$, в котором с некоторой вероятностью лежит истинное значение измеряемой величины. Такой интервал называется *доверительным*, а вероятность того, что истинное значение лежит в доверительном интервале – *доверительной*. Например, пусть доверительная вероятность $\alpha = 0,7$. Это означает, что если проделать 1000 таких же серий измерений, то приблизительно для $\alpha \cdot 1000 = 700$ серий получаемое значение x окажется в пределах указанного доверительного интервала, а для остальных случаев – вне его пределов.

Доверительная вероятность однозначно связана с абсолютной погрешностью среднего. Чем больше доверительная вероятность, тем шире доверительный интервал. При проведении конкретных расчетов экспериментатор сам задает значение доверительной вероятности и затем использует его при расчете абсолютной погрешности среднего.

Окончательный результат записывается в виде:

$$X = (\bar{x} \pm \Delta x) \text{ единицы измерения; } \varepsilon_x = \delta x, \alpha = \dots,$$

где ε_x – относительная погрешность среднего значения величины X в процентах, которая определяется по формуле:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} 100\%,$$

α – доверительная вероятность.

Среднее арифметическое значение величины X , как известно, равно:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$

При определении абсолютной погрешности среднего значения Δx необходимо учесть три фактора:

1) флуктуации самой измеряемой величины из-за воздействия различных внешних факторов на исследуемую систему, в том числе и на прибор, с помощью которого производится измерение (это

приводит к несовпадению величин x_1, x_2, \dots, x_n между собой, иначе говоря к разбросу);

2) наличие у каждой из величин x_1, x_2, \dots, x_n погрешности Δx_i , связанной с тем, что измерительный прибор не является абсолютно точным;

3) наличие у каждой из величин x_1, x_2, \dots, x_n погрешности Δx_i , связанной с условиями проведения отсчетов, остротой зрения экспериментатора, освещенностью и т.п., т.е. с тем, что влияет на съем показаний приборов.

Первый фактор приводит к возникновению так называемой *случайной погрешности*, а второй – к возникновению *приборной погрешности*, третий – иногда рассматривают отдельно как *погрешность отсчета*, иногда включают в приборную погрешность.

В погрешность среднего Δx таким образом будет давать вклад как случайная погрешность $\Delta x_{сл}$, так и приборная погрешность $\Delta x_{пр}$ и погрешность отсчета $\Delta x_{отсч}$. Рассмотрим подробно случайную и приборную погрешности.

Случайная погрешность. Во многих лабораторных работах первого семестра для определения случайной погрешности $\Delta x_{сл}$ достаточно использовать метод **Корнфельда**. При вычислении погрешности методом Корнфельда в качестве доверительного интервала выбирается промежуток от минимального до максимального значения результата измерений в серии, т.е. от $x_{\min} = \bar{x} - \Delta x$ до $x_{\max} = \bar{x} + \Delta x$ и Δx определяется выражением:

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}.$$

В теории ошибок доказывается, что для метода Корнфельда соответствующая доверительная вероятность определяется числом измерений n в серии по формуле:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

Главным недостатком метода Корнфельда является то, что при фиксированном числе измерений нельзя произвольно выбрать доверительную вероятность. Однако, несмотря на этот недостаток, рекомендуется использовать при обработке результатов измерений

некоторых лабораторных работ из настоящего практикума метод Корнфельда. Это обусловлено тем, что он достаточно прост.

В случае если метод Корнфельда не применим, для расчета случайной погрешности необходимо использовать более сложные методы.

В научных статьях общепринятым является использование в качестве случайной погрешности среднего $\Delta x_{\text{сл}}$ так называемой *стандартной погрешности* или *стандартной ошибки* $\sigma_{\bar{x}}$, численно равной среднеквадратичной погрешности среднего значения величины X :

$$\Delta x_{\text{сл}} = \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}.$$

Для стандартной погрешности доверительная вероятность, т.е. вероятность того, что значение x лежит в пределах доверительно-го интервала: $(\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}})$, если число измерений велико $n \gg 1$ (иногда достаточно, чтобы $n > 5$), равна приблизительно $\alpha = 0,7$.

Отметим также, что при $n \gg 1$ вероятность того, что истинное значение x лежит в пределах доверительного интервала: $(\bar{x} - 3\sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + 3\sigma_{\bar{x}})$, равна приблизительно $\alpha = 0,997$, т.е. за пределами доверительного интервала оказывается менее 0,3% результатов. Поэтому величина $3\sigma_{\bar{x}}$ может служить критерием грубого промаха.

Если же число измерений невелико, или если необходимо рассчитать случайную погрешность среднего $\Delta x_{\text{сл}}$ для произвольного значения доверительной вероятности (не равной 0,7), то необходимо умножить стандартную ошибку на коэффициент Стьюдента $t_{\alpha,n}$, зависящий от выбранной доверительной вероятности α и числа измерений n :

$$\Delta x_{\text{сл}} = t_{\alpha,n} \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}.$$

В каждом конкретном случае экспериментатор самостоятельно выбирает доверительную вероятность. Обычным является значение $\alpha = 0,7$. Зная α и n , по таблице коэффициентов Стьюдента можно определить соответствующий коэффициент $t_{\alpha,n}$.

Приборная погрешность и погрешность отсчета. Приборная погрешность $\sigma_{\text{пр}}$ и погрешность отсчета $\sigma_{\text{отсч}}$ определяются для ка-

ждого измерения в отдельности. Если погрешность отсчета $\sigma_{\text{отсч}}$ рассматривается как часть приборной погрешности, то последняя складывается из двух частей – погрешности показаний $\sigma_{\text{показ}}$ и погрешности отсчета $\sigma_{\text{отсч}}$, рассчитанных при одинаковой доверительной вероятности. В общем случае сложение погрешностей осуществляется по формуле:

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{(\sigma_{\text{показ}})^2 + (\sigma_{\text{отсч}})^2}.$$

Однако часто одна из них значительно превосходит другую, поэтому в качестве приборной погрешности следует брать максимальную из погрешности показаний и погрешности отсчета:

$$\sigma_{\text{пр}} = \max(\sigma_{\text{показ}}, \sigma_{\text{отсч}}).$$

Погрешность показаний (иногда называемая приборной погрешностью) связана с неточностью самого прибора. Для доверительной вероятности $\alpha = 0,7$ погрешность показаний определяется предельной (максимальной) приборной погрешностью Δx_m следующим образом:

$$\sigma_{\text{показ}} = \Delta x_m / 3.$$

Приборная погрешность Δx_m приводится в паспортных данных прибора и связана с его классом точности γ соотношением:

$$\gamma = \frac{\Delta x_m}{x} \cdot 100\%,$$

где x_m – предел измерения прибора.

Для магазинов сопротивлений, емкостей и других приборов с пошаговым (дискретным) изменением показаний в формуле для класса точности вместо предела измерений прибора следует взять непосредственно измеренное значение x , т.е.

$$\gamma_{\text{магазина}} = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%.$$

Погрешность отсчета возникает при снятии отсчета со стрелочных приборов. Для прибора с ценой деления шкалы $l_{\text{цд}}$ погрешность отсчета, отвечающая доверительной вероятности $\alpha = 0,7$, обычно определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{отсч}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{l_{\text{цд}}}{2}.$$

Для доверительной вероятности $\alpha = 0,997$ погрешности показаний и отсчета вычисляются по формулам:

$$\sigma_{\text{показ}} = \Delta x_m; \quad \sigma_{\text{отсч}} = \frac{l_{\text{цд}}}{2}.$$

У цифровых приборов погрешность отсчета, как правило, отсутствует. А погрешность показаний цифровых приборов либо определяется текущим показанием прибора с помощью определенной формулы из описания самого прибора, либо равна единице в последнем разряде измеряемой величины.

Порядок расчета погрешности прямых измерений. При расчете погрешности каждой серии измерений в любой лабораторной работе необходимо выполнить следующие действия.

1. Вычислить среднее значение величины x .
2. Рассчитать случайную погрешность.
3. Если она равна нулю, рассчитать приборную погрешность и взять ее в качестве окончательного значения погрешности.
4. Если случайная погрешность не равна нулю, то, исходя из числа измерений в серии, определить доверительную вероятность, соответствующую этой погрешности.
5. Рассчитать относительную погрешность результата.

2. Запись результата с погрешностью

Заканчивая рассмотрение общих положений, отметим, что погрешность сама определена неточно (с некоторой погрешностью). Поэтому погрешность принято записывать с точностью до одной значащей цифры, если первая значащая цифра не единица. Под значащей цифрой здесь подразумевается любая цифра результата, кроме нулей, стоящих впереди.

Пример неправильной записи: $\pm 0,084$; $\pm 0,30$; $\pm 2,1$. Здесь в трех случаях записано по две значащие цифры: 84, 30 и 21.

Пример правильной записи: $\pm 0,08$; $\pm 0,3$; ± 2 .

В случае если первая значащая цифра погрешности 1, то обычно указываются две значащие цифры. Пример: $\pm 0,14$.

Результат измерений округляется так, чтобы последняя цифра результата соответствовала последней значащей цифре погрешности.

Пример неправильной записи:

$$\text{Длина стержня } l = (10,83 \pm 0,4) \text{ мм.}$$

Пример правильной записи:

$$\text{Длина стержня } l = (10,8 \pm 0,4) \text{ мм.}$$

Заметим, что в промежуточных расчетах полезно сохранять один лишний знак, который при окончательной записи устраняется.

3. Примеры

Пример 1. Проведена серия измерений периода колебаний маятника с помощью цифрового секундомера, табло которого имеет четыре разряда, единицы измерения – миллисекунды, (результаты приведены в табл. 2). Рассчитать среднее значение периода и его погрешность для самостоятельно выбранной доверительной вероятности.

Таблица 2

№ измерения	1	2	3	4	5
T , мс	2,577	2,577	2,577	2,577	2,577

Так как все значения периода одинаковы, то разброса нет, а следовательно, случайная погрешность равна нулю $\Delta T_{сл} = 0$, а среднее значение величины $T = 2,577$ мс.

Так как это цифровой прибор, то погрешности отсчета у него нет и при доверительной вероятности $\alpha = 0,997$ его приборная погрешность равна $\sigma_{пр} = \Delta T_m = 0,001$ мс.

Следовательно, эту приборную погрешность следует взять в качестве окончательной погрешности периода. Таким образом, окончательный результат для представленной в таблице серии измерений периода имеет вид:

$$T = (2,577 \pm 0,001) \cdot 10^{-3} \text{ с}, \quad \delta T = 0,03\%, \quad \alpha = 0,997.$$

Пример 2. Проведена серия измерений периода колебаний маятника с помощью цифрового секундомера, табло которого имеет четыре разряда, единицы измерения – миллисекунды (результаты приведены в табл. 3). Рассчитать среднее значение периода и его погрешность для самостоятельно выбранной доверительной вероятности.

Таблица 3

№ измерения	1	2	3	4	5
T , мс	2,577	2,563	2,566	2,581	2,573

Так как это цифровой прибор, то при доверительной вероятности $\alpha = 0,997$ приборная погрешность равна $\sigma_{\text{пр}} = \Delta T = 0,001$ мс.

Для расчета погрешности периода воспользуемся методом Корнфельда. В рассматриваемой серии из пяти измерений доверительная вероятность будет равна:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = 0,93.$$

Среднее значение периода и его случайная погрешность, вычисляемая методом Корнфельда, равны:

$$\langle T \rangle = \frac{2,577 + 2,563 + 2,566 + 2,581 + 2,573}{5} = 2,572 \text{ мс};$$

$$\Delta \langle T \rangle = \frac{2,581 - 2,563}{2} = 0,009 \text{ мс}.$$

Следовательно, приборная погрешность много меньше случайной. Таким образом, окончательный результат для представленной в таблице серии измерений периода имеет вид:

$$T = (2,572 \pm 0,009) \cdot 10^{-3} \text{ с}, \delta T = 0,3 \%, \alpha = 0,93.$$

Пример 3. Проведена серия измерений силы тока с помощью стрелочного амперметра, шкала которого имеет 75 делений, предел измерения равен 7,5 мА, а класс точности прибора равен 0,1 (результаты приведены в табл. 4). Рассчитать среднее значение силы тока и его погрешность для доверительной вероятности $\alpha = 0,7$.

Таблица 4

№ измерения	1	2	3	4	5	6
I , мА	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5

Исходя из имеющихся данных, цена деления использованного прибора равна $7,5 \text{ мА} / 75 \text{ дел.} = 0,1 \text{ мА} / \text{дел.}$ Тогда погрешность отсчета, вычисленная для доверительной вероятности 0,7, равна:

$$\sigma_{\text{отсч}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{I_{\text{цд}}}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{0,1 \text{ мА}}{2} = 0,017 \text{ мА}.$$

Погрешность показаний равна:

$$\sigma_{\text{показ}} = \frac{\Delta x_m}{3} = \frac{\gamma x_m}{3 \cdot 100\%} = \frac{0,1 \cdot 7,5 \text{ мА}}{300\%} = 0,003 \text{ мА.}$$

Следовательно, приборная погрешность одного измерения равна:

$$\sigma_{\text{пр}} = \max(\sigma_{\text{показ}}, \sigma_{\text{отсч}}) = \sigma_{\text{отсч}} = 0,017 \text{ мА.}$$

Случайная погрешность равна нулю, так как все значения силы тока в серии – одинаковые. Следовательно, абсолютная погрешность среднего значения силы тока равна приборной погрешности $\Delta I = \Delta I_{\text{пр}} = \sigma_{\text{пр}} = 0,017 \text{ мА.}$

Среднее значение силы тока равно $I_{\text{ср}} = 2,5 \text{ мА}$, а его относительная погрешность $\delta I_{\text{ср}} = \Delta I / I_{\text{ср}} = 0,7\%$. Следовательно, результат рассматриваемой серии измерений может быть записан в виде:

$$I = (2,500 \pm 0,017) \cdot 10^{-3} \text{ А}, \delta I = 0,07\%, \alpha = 0,7.$$

Пример 4. Проведена серия измерений силы тока с помощью стрелочного амперметра, шкала которого имеет 75 делений, предел измерения равен 7,5 мА, а класс точности прибора равен 0,1 (результаты приведены в табл. 5). Рассчитать среднее значение силы тока и его погрешность для доверительной вероятности $\alpha = 0,7$.

Таблица 5

№ измерения	1	2	3	4	5	6
$I, \text{ мА}$	2,5	2,7	2,5	2,4	2,5	2,6

Так как использовался тот же прибор и требуется рассчитать погрешность с той же доверительной вероятностью, что и в примере 3, то приборная погрешность среднего значения силы тока будет той же самой: $\Delta I_{\text{пр}} = 0,017 \text{ мА.}$

Среднее значение силы тока, исходя из результатов, приведенных в табл. 5, равно $I_{\text{ср}} = 2,533 \text{ мА.}$

Случайная погрешность для доверительной вероятности $\alpha = 0,7$ равна стандартной ошибке:

$$\Delta I_{\text{сл}} = \sigma_{I_{\text{ср}}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (I_i - I_{\text{ср}})^2}{6 \cdot 5}} = 0,09 \text{ мА,}$$

т.е. случайная погрешность на порядок больше приборной.

Следовательно, абсолютная погрешность среднего значения силы тока равна $\Delta I = \Delta I_{\text{сл}} = 0,09$ мА. Результат рассматриваемой серии измерений может быть записан в виде:

$$I = (2,53 \pm 0,09) \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad \delta I = 4 \%, \quad \alpha = 0,7.$$

4. Погрешность косвенных измерений

До сих пор рассматривался расчет погрешности для результата прямых измерений, т.е. измерений, выполняемых непосредственно с помощью приборов. При так называемых косвенных измерениях искомая величина не измеряется, а вычисляется по результатам измерений других величин, связанных с искомой определенной математической зависимостью. Например, при определении скорости равномерно движущегося тела измеряются путь линейкой и время секундомером. Затем по полученным данным рассчитывается скорость. В таком случае можно говорить, что для пути и времени проводились прямые измерения, а для скорости – косвенные.

Рассмотрим общий случай. Пусть необходимо определить величину z , которая является функцией величин a , b , c и т.д., каждая из которых определена соответствующей стандартной погрешностью: $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c, \dots$.

$$z = z(a, b, c, \dots).$$

Сначала вычислим результирующее значение величины z :

$$z = z(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots).$$

В качестве погрешности Δz возьмем стандартную погрешность σ_z . Напомним, что доверительная вероятность того, что истинное значение лежит в пределах доверительного интервала $(z - \sigma_z, z + \sigma_z)$ равна $\alpha \approx 0,7$. Стандартная погрешность σ_z определяется по формуле:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial a} \sigma_a\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial b} \sigma_b\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial c} \sigma_c\right)^2 + \dots},$$

где $\frac{\partial z}{\partial a}, \frac{\partial z}{\partial b}, \frac{\partial z}{\partial c}, \dots$ – частные производные функции z по соответствующим переменным a, b, c, \dots . При вычислении $\frac{\partial z}{\partial a}$ производная z

по переменной a вычисляется обычным способом, при условии, что все переменные кроме a , считаются постоянными. Аналогично и для других переменных.

Часто в практических расчетах формула для стандартной погрешности σ_z допускает упрощение в случае, когда вклады от разных величин сильно отличаются (не менее чем на порядок).

Пусть, например, искомая величина z является функцией двух величин a и b : $z = z(a, b)$. Допустим, что вычисления частных погрешностей дали следующий результат: $(\partial z / \partial a)\sigma_a = 1,0$ и $(\partial z / \partial b)\sigma_b = 0,3$. По приведенной выше формуле получим:

$$\sigma_z = \sqrt{(1,0)^2 + (0,3)^2} = \sqrt{1,0 + 0,09} \approx 1,04.$$

Поскольку в оценке σ_z нет смысла оставлять три значащих цифры, окончательный результат: $\sigma_z \approx 1,0$. Таким образом, в рассматриваемом примере погрешность величины b не дает практически никакого вклада в погрешность величины z . Вообще, при вычислении σ_z можно отбрасывать частные погрешности величин, значения которых не превышают $1/3$ от максимальной.

В качестве примера в табл. 6 приведены формулы расчета погрешности величины z , когда ее зависимость от величин x и y выражается простыми функциями.

Таблица 6

Функция	Погрешность
$z = a + b$	$\sigma_z = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}$
$z = ab$	$\sigma_z = z \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2}$
$z = \frac{a}{b}$	$\sigma_z = z \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2}$
$z = a^\alpha b^\beta$	$\sigma_z = z \sqrt{\left(\frac{\alpha \Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\beta \Delta b}{b}\right)^2}$

Работа 1.1

ИЗМЕРЕНИЕ МАССЫ, ДЛИНЫ И ВРЕМЕНИ

Цель: изучение простых приборов, используемых при измерении массы, длины, времени и методов работы с ними; определение плотности металлов; определение фокусного расстояния и оптической силы линзы; исследование свободных колебаний математического маятника; определение ускорения свободного падения.

Оборудование: рулетка; штангенциркуль, микрометр; набор металлических образцов; весы с набором разновесов; сферометр; лупа; металлический шар; нить; штатив; электронный секундомер.

ВВЕДЕНИЕ

I. Приборы для измерения массы, длины и времени

В современной науке и технике используются разнообразные приборы для измерения длины, массы и времени с большой степенью точности. Некоторые из них имеются в нашем физическом практикуме. В ряде работ требуемая точность измерений сравнительно невелика. Поэтому в этих случаях для измерений пользуются более простыми приборами:

- для измерений длины – масштабной линейкой (рулеткой), штангенциркулем или микрометром;
- для измерения кривизны поверхностей – сферометром с микрометрической круговой шкалой;
- для измерения массы – рычажными весами;
- для измерения времени – цифровым секундомером.

Далее приведены описания этих приборов и порядок работы с ними.

Единицами измерения времени, длины и массы в Международной системе единиц, принятой в России, являются секунда, метр и килограмм соответственно. Секунда равна $9\,192\,631\,770$ периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния $2S_{1/2}$ атома цезия-133. Метр ра-

вен расстоянию, которое проходит свет в вакууме за промежутки времени, равный $1/299792458$ с. Килограмм определяется как масса *международного эталона килограмма*, хранящегося в Международном бюро мер и весов (расположенного в г. Севр (Франция)) и представляющего собой цилиндр диаметром и высотой 39,17 мм из сплава платины и иридия (90 % платины, 10 % иридия).

Масштабная линейка. В повседневной практике для измерения длины пользуются стальными масштабными линейками, разделенными на сантиметры и миллиметры. Для измерения длин, превышающих 50 см, часто используются рулетки, представляющие собой длинную гибкую металлическую линейку, свернутую в спираль. Первые несколько сантиметров линейки иногда имеют деления через каждые 0,5 мм.

Ошибка отсчета при измерении по линейке составляет несколько десятых долей миллиметра. По этой причине при помощи линейки можно производить измерения с точностью $\pm 0,5$ мм, т.е. с возможной максимальной ошибкой в 0,5 мм в большую или меньшую сторону. Для измерений длины с более высокой точностью применяют другие измерительные инструменты, например штангенциркуль, микрометр и т.д.

Штангенциркуль состоит из прочной негнущейся масштабной линейки 1 и подвижной части (движка) 2. На линейку 1 нанесена шкала 3, имеющая санти- и миллиметровые деления (рис. 1.1.1). Масштабная линейка 1 и подвижная часть 2 имеют параллельно расположенные губки для внутренних 4 и наружных 5 измерений. С обратной стороны штангенциркуля к движку закреплен стержень 6, служащий для измерения глубины.

В вырезе движка 2 имеется скос 7, край которого находится напротив делений масштабной линейки. На скосе 7 нанесены деления несколько меньшего масштаба, чем сантиметровые деления основной шкалы. Это дополнение к масштабной линейке, называемое *ноннусом*, позволяет повысить точность измерений. Движок можно закреплять в нужном положении винтом 8.

В некоторых моделях штангенциркулей (рис. 1.1.2) линейка и движок имеют две шкалы нижнюю (проградуированную в сантиметрах) и верхнюю (проградуированную в дюймах).

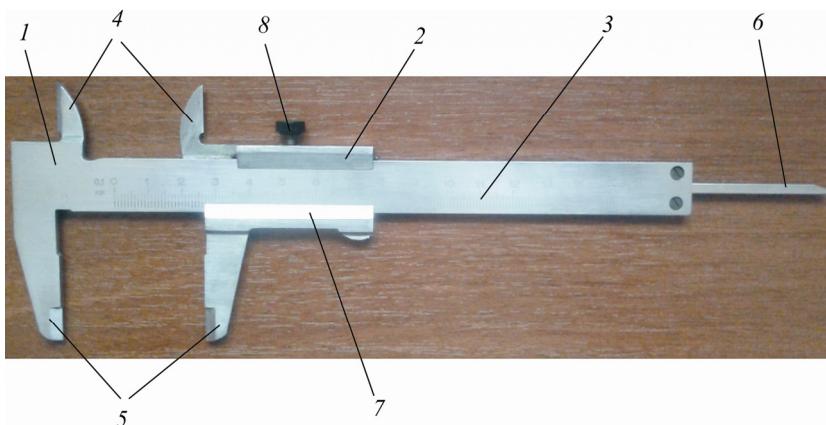


Рис. 1.1.1

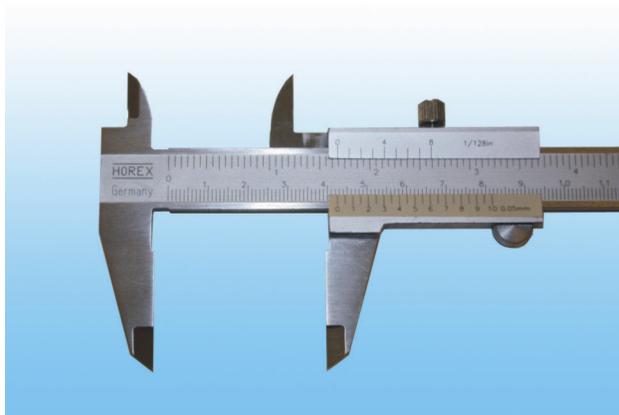


Рис. 1.1.2

Для штангенциркуля, представленного на рис. 1.1.1, шкала нониуса строится так, чтобы десять делений нониуса соответствовали 19 делениям основной шкалы. Цена деления основной шкалы $x_0 = 1 \text{ мм}$, а шкалы нониуса $-x$. Тогда очевидно, что цена деления нониуса $x = 1,9 \text{ мм}$. Поэтому, если нули шкалы и нониуса совмещены, то первое деление нониуса отстоит от ближайшего деления основной шкалы справа (2 мм) на расстояние $\Delta x = 2 \text{ мм} - x = 0,1 \text{ мм}$. Это значение называется *точностью нониуса*.

Точность нониуса иногда указывается на масштабной линейке или движке. Далее будет выяснено, что точность нониуса определяет погрешность отсчета по соответствующему измерительному прибору.

Второе деление нониуса не дойдет до ближайшего деления справа основной шкалы на 0,2 мм, третье – на 0,3 мм и т.д. (рис. 1.1.3, *а*). Сдвинув нониус так, чтобы его первое деление совпало с ближайшим делением справа основной шкалы, создадим между нулевыми делениями обеих шкал расстояние 0,1 мм; совместив второе деление нониуса с ближайшим делением справа основной шкалы, увеличим расстояние между нулевыми делениями до 0,2 мм (рис. 1.1.3, *б*) и т.д.

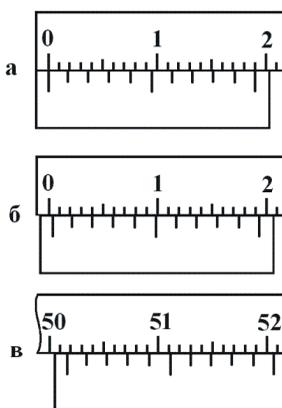
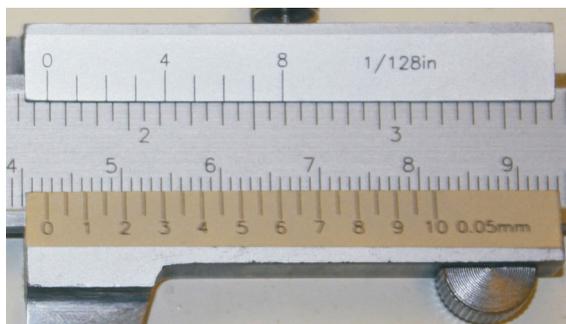


Рис. 1.1.3

Отсюда вытекает следующее правило отсчета длины с помощью нониуса: целое число миллиметров определяется по штриху основной шкалы, ближайшему слева от нулевого штриха нониуса. Дробное число миллиметров вычисляется

умножением точности нониуса на номер его штриха, совпадающего с каким-либо делением основной шкалы (т.е. при измерении необходимо найти штрих нониуса, совпадающий с каким-либо штрихом основной шкалы, и с его помощью определить десятые доли миллиметров). Например, значение, которое показывает штангенциркуль на рис. 1.1.3, *в*, составляет 501,6 мм.

По таким же правилам построен нониус штангенциркуля, изображенного на рис. 1.1.2. Отличие состоит в том, что кроме десяти пронумерованных делений, на нониусе есть еще промежуточные деления, т.е. общее их число равно 20, а точность измерения по такому штангенциркулю составляет 0,05 мм. На рис. 1.1.4, *а* представлена фотография шкал штангенциркуля при некотором положении движка. Соответствующее показание штангенциркуля составляет 42,55 мм.



a



б

Рис. 1.1.4

Нониус штангенциркуля с точностью 0,02 мм построен аналогичным образом. На нем кроме десяти пронумерованных делений есть еще промежуточные деления, т.е. общее их число равно 50. На рис. 1.1.4, б представлена фотография шкалы такого штангенциркуля при некотором положении движка. Соответствующее показание штангенциркуля составляет 31,40 мм.

Шкалы штангенциркуля наносятся таким образом, что при полностью сдвинутых губках нуль шкалы нониуса и нуль основной шкалы совпадают. При измерении штангенциркулем предмет помещают между губками, которые сдвигают до соприкосновения с предметом и закрепляют их в таком положении зажимным винтом δ (см. рис. 1.1.1); затем производится отсчет длины с помощью нониуса.

Микрометр представляет собой массивную стальную скобу 1, на концах которой находятся друг против друга неподвижный упор 2 и микрометрический винт 3 (рис. 1.1.5). Винт вращается во втулке, вдоль которой снаружи нанесена шкала с делениями через 0,5 мм. Шаг винта равен 0,5 мм. На винт насажен барабан 4, край которого при вращении винта перемещается относительно шкалы, нанесенной на втулке. По краю барабана нанесена шкала, разделяющая окружность барабана на 50 равных делений. На конце винта имеется приспособление 5 для вращения, называемое *трещоткой*. Вращение передается от трещотки к винту посредством трения, вследствие чего при достижении определенной силы нажима винта на упор или на измеряемый предмет дальнейшее вращение винта прекращается.

Если винт и упор привести в соприкосновение, вращая трещотку, край барабана окажется напротив нулевого деления шкалы, нанесенной на втулке, а нулевое деление шкалы барабана совпадает с продольной чертой, нанесенной на втулке. Если затем повернуть винт против часовой стрелки на один оборот (отвернуть), то между винтом и упором образуется просвет в 0,5 мм. При этом нулевое деление шкалы барабана снова совпадает с продольной чертой на втулке, а край барабана окажется напротив первого полумиллиметрового деления шкалы, нанесенной на втулке. Если бы винт был повернут не на полный оборот, а лишь на одно деление барабана (т.е. на $1/50$ часть оборота), то просвет между винтом и упором составил бы 0,01 мм.



Рис. 1.1.5

При работе с микрометром измеряемый предмет зажимается с помощью трещотки 5 между упором 2 и винтом 3 и закрепляется зажимом 6, после чего по шкале втулки отсчитывается целое или полуцелое число миллиметров; к этому отсчету должно быть добавлено число сотых долей миллиметра, отсчитанное по шкале барабана. Из сказанного следует, что точность отсчета по микрометру составляет 0,01 мм.

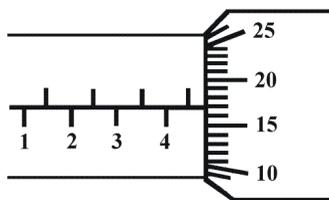


Рис. 1.1.6

На рис. 1.1.6 изображено в качестве примера положение барабана, соответствующее показанию микрометра 4,67 мм. Как видно из рисунка, для удобства отсчета миллиметровые и лежащие между ними полумиллиметровые деления шкалы втулки нанесены по разные стороны черты, по которой делается отсчет по шкале барабана.

Прежде чем приступить к измерениям с помощью микрометра, нужно убедиться в том, что при доведении винта до упора с помощью трещотки получается нулевой отсчет по обоим шкалам. Если это не так, то нуль микрометра следует настроить.

Необходимо также иметь в виду, что правильный результат можно получить лишь в том случае, если измеряемый предмет зажимается с помощью трещотки.

Сферометр. Сферометр – прибор, предназначенный для измерения радиуса кривизны сферических поверхностей. Сферометр представляет собой треножник с тремя опорами 1, образующими равнобедренный треугольник (рис. 1.1.7). В центре треножника расположен стрелочный микрометр, имеющий измерительный стержень 2 и круговую шкалу 3. На шкале отображается расстояние между кончиком измерительного стержня и плоскостью, на которой стоят опоры треножника 1. Точность измерения кривизны поверхности с помощью такого сферометра составляет 0,01 мм.

Для установки нуля шкалы сферометр следует разместить на плоской поверхности прилегаемой плоскопараллельной стеклянной пластины, и вращать шкалу 3 при помощи черного кольца с насечкой 4 до тех пор, пока отметка «нуль» не совпадет со стрелкой-указателем. При снятии показаний для максимальной точности измерений не оказывайте вертикального давления на сферометр.

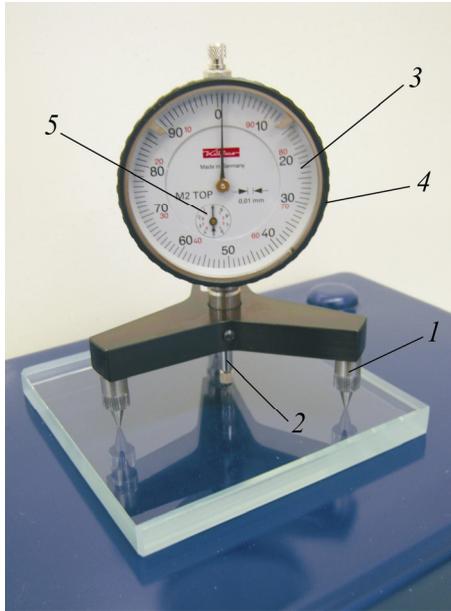


Рис. 1.1.7

При измерении кривизны поверхности один оборот большой стрелки, отсчитанный по шкале 3, соответствует 1 мм, т.е. одно деление большой шкалы составляет 0,01 мм. Число оборотов, которое делает большая стрелка при установке сферометра на исследуемую поверхность, показывает малая стрелка 5, также снабженная шкалой. Таким образом, целое число миллиметров определяется по малой шкале, а сотые доли миллиметра – по большой.

Пусть сферометр размещен на некоторой сферической поверхности радиуса R с центром в точке O (рис. 1.1.8). На рис. 1.1.8 цифрами 1 и 2 обозначены опоры треножника и измерительный стержень сферометра соответственно. Плоскость рисунка проходит через одну из опор и измерительный стержень сферометра, поэтому вторая опора 1 на рис. 1.1.8. изображена пунктиром. Все три опоры сферометра находятся на одинаковом расстоянии a от измерительного стержня.

Таким образом, при проведении измерения сферометр покажет расстояние, на которое сместится измерительный стержень при установке прибора на сферическую поверхность, т.е. прогиб h (см. рис. 1.1.8). Применяя теорему Пифагора к прямоугольному треугольнику, изображенному на рис. 1.1.8, получим формулу для расчета радиуса кривизны исследуемой сферической поверхности:

$$R = \frac{a^2 + h^2}{2h}. \quad (1.1.1)$$

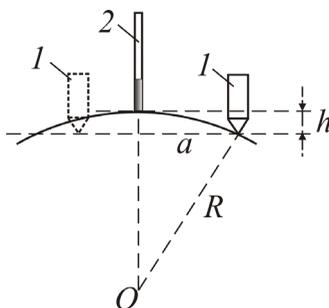


Рис. 1.1.8

Относительная погрешность радиуса кривизны, рассчитанного по формуле (1.1.1) при $a \gg h$, определяется соотношением:

$$\varepsilon_R = \frac{\Delta R}{R} = \sqrt{\left(\frac{2\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2}, \quad (1.1.2)$$

где Δa , Δh – абсолютные погрешности соответствующих величин.

Весы рычажные прецизионные. Наиболее простым прибором для измерения массы образцов массой до 200 г служат рычажные весы (рис. 1.1.9).

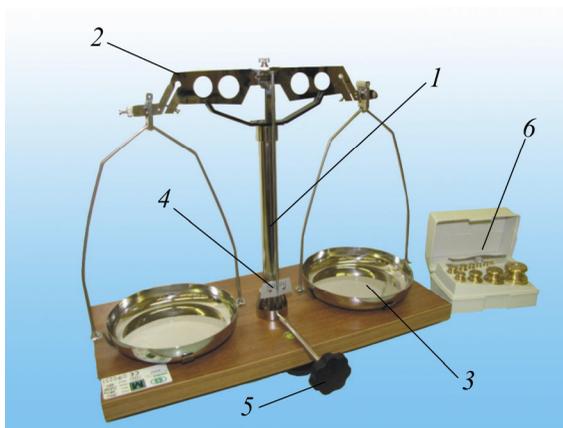


Рис. 1.1.9

Весы представляют собой деревянную основу с вертикальной стойкой 1, на которой помещен массивный симметричный рычаг 2, по краям которого на одинаковом расстоянии от стойки подвешены две одинаковых чашки 3. На концах рычага имеются регулировочные винты, позволяющие установить положение равновесия ненагруженных весов. При измерениях на одну из чашек весов помещается образец, массу которого необходимо определить, а на другую – гири (разновесы). Весы уравновешены, когда стрелка, прикрепленная к рычагу 2, указывает на середину шкалы 4. Рядом с одной из чашек может быть смонтирован специальный столик для временного размещения разновесов в ходе проведения измерений.

При установке образца в чашку для предотвращения колебаний системы рычаг следует зафиксировать, повернув ручку 5. Когда весы не используются, рычаг также следует зафиксировать, во избежание поломки деталей весов.

К весам прилагается набор разновесов разной массы 6 с пинцетом для их перемещения. При работе с весами не следует дотрагиваться пальцами до чашек и гирек, для них всегда следует использовать пинцет. Если это правило не будет соблюдаться, возможен перенос жира или пыли на чашки и гири, что может привести к потере точности измерения. Если в ходе измерений использовался столик для разновесов, по окончании работы разновесы следует убрать в коробку 6.

Для определения массы образца с максимальной точностью следует:

- зафиксировать чашки весов рычагом 5;
- установить образец на одну из чашек;
- освободить фиксатор 5;
- пинцетом аккуратно помещать гири на вторую чашку, чтобы добиться уравновешивания весов;
- по массе разновесов, находящихся на чашке, определить массу образца;
- зафиксировать чашки рычагом 5;
- аккуратно пинцетом удалить все гири с чашки весов и поместить их в коробку.

Если указанные правила не будут выполняться, то возможно существенное снижение точности измерения.

Точность весов, используемых в работе, составляет 0,1 г (масса самого маленького используемого разновеса составляет 100 мг).

Цифровой счетчик. В качестве прибора для измерения времени в данной работе может использоваться многофункциональный четырехразрядный счетчик (рис. 1.1.10, а). С его помощью можно, во-первых, измерить время между двумя событиями, вручную включая и останавливая секундомер.



а



б

Рис. 1.1.10

Во-вторых, счетчик имеет гнезда для подключения фотодатчика или другого электронного выключателя. Таким образом, возможно измерение времени между двумя моментами, определяемыми процессами в самой установке, состояние которой сообщается счетчику через соответствующие датчики. Кроме того, счетчик содержит в себе источник постоянного напряжения 5 В, позволяющий обеспечить питание датчиков.

Для включения питания счетчика служит кнопка на задней панели прибора (на рис. 1.1.10, а задняя панель не показана). На передней панели есть две группы кнопок: для установки режима измерения времени и для управления процессом измерения. Кнопка «Start» предназначена для запуска счетчика в любом режиме измерения. При нажатии на кнопку «Stop» в режиме ручного измерения времени отсчет останавливается. Перед запуском счетчика необходимо нажать на кнопку «Reset» для обнуления счетчика и стирания с экрана результата, полученного в предыдущем измерении.

С помощью кнопки «Function» можно выбрать режим измерения счетчика из четырех возможных вариантов: «Timer» – время измеряется между двумя моментами, определяемыми по сигналу от датчика; «Time» – время измеряется между нажатиями кнопки «Start» и кнопки «Stop» (именно этот режим используется в настоящей работе); «Freq.» – измеряется частота сигналов, идущих от датчика; «Imp.» – измеряется число импульсов, идущих от датчика. Для выбора режима необходимо несколько раз нажать на кнопку, чтобы загорелся светодиод около нужного названия режима.

Кнопка «Display» предназначена для выбора единиц измерения соответствующей физической величины. При выбранном режиме измерения последовательное нажатие кнопки «Display» приводит к переключению между возможными для данного режима единицами измерения. Например, при выбранном режиме «Timer» возможны два варианта единиц измерения – секунды (s) и миллисекунды (ms).

Кнопка «Trigger» предназначена для выбора режима фотодатчика, подключаемого к счетчику.

Электронный секундомер. В качестве прибора для измерения времени в работе также может быть использован электронный секундомер. В верхней части прибора расположены три кнопки. Левая кнопка сбрасывает показания секундомера. Средняя кнопка служит для переключения между режимами. А правая кнопка запускает и останавливает отсчет времени. Данный секундомер измеряет время с точностью 0,01с.

II. Измерение плотности твердых тел

Плотностью вещества называется масса, приходящаяся на единицу объема этого вещества, т.е. если есть тело, выполненное из однородного материала, например металла, то его плотность можно определить по формуле:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1.1.3)$$

где m – масса тела; V – его объем.

В работе определяется плотность металла, из которого сделаны либо цилиндры одинакового радиуса и разной длины, либо бруски в форме прямоугольных параллелепипедов.

Объем цилиндра равен $V = l \cdot \pi d^2 / 4$, где l – высота цилиндра; d – его диаметр. Объем бруска равен $V = a \cdot b \cdot c$, где a , b и c – его длина, ширина и высота. Таким образом, измеряя геометрические размеры тела, можно определить плотность металла по формуле:

$$1) \text{ цилиндр: } \rho = \frac{4m}{l \cdot \pi d^2}; \quad (1.1.4)$$

$$2) \text{ брусок: } \rho = \frac{m}{a \cdot b \cdot c}. \quad (1.1.4a)$$

Относительная погрешность плотности, рассчитанной по формулам (1.1.4) и (1.1.4a), определяется, соответственно, выражениями:

$$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2}, \quad (1.1.5)$$

$$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2}, \quad (1.1.5a)$$

где $\Delta\rho$, Δm , Δl , Δd , Δa , Δb , Δc – абсолютные погрешности соответствующих величин.

III. Определение фокусного расстояния и оптической силы линзы

Оптическую силу D и фокусное расстояние f тонкой линзы, выполненной из стекла с известным показателем преломления n , можно рассчитать, предварительно измерив с помощью сферометра радиусы кривизны R_1 и R_2 обеих поверхностей линзы, по формулам:

$$D = (n - 1)(1/R_1 - 1/R_2), \quad (1.1.6)$$

$$f = 1/D. \quad (1.1.7)$$

На рис. 1.1.11 представлена схема двояковыпуклой линзы, на которой отмечены ее радиусы кривизны (оптическая ось линзы изображена пунктирной прямой).

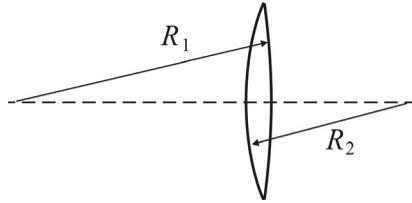


Рис. 1.1.11

С радиусами кривизны нужно обращаться как с алгебраическими величинами. Для выпуклой поверхности (т.е. в случае, когда центр кривизны лежит справа от вершины) радиус кривизны нужно считать положительным. Для вогнутой поверхности (т.е. в случае, когда центр кривизны лежит слева от вершины) радиус следует считать отрицательным. На рисунке, приведенном справа, $R_1 > 0$, а $R_2 < 0$. Отсюда, в частности, следует, что оптическая сила двояковогнутой линзы должна рассчитываться по формуле:

$$D = (n - 1) \left(1/R_1 + 1/|R_2| \right). \quad (1.1.8)$$

Абсолютные погрешности оптической силы линзы, рассчитанной по формуле (1.1.8), и фокусного расстояния, вычисленного по формуле (1.1.7), определяются выражениями:

$$\Delta D = (n - 1) \sqrt{\left(\frac{\Delta R_1}{R_1^2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta R_2}{R_2^2} \right)^2}, \quad (1.1.9)$$

$$\Delta f = \Delta D / D^2. \quad (1.1.10)$$

IV. Математический маятник

Математическим маятником называется идеализированная система, состоящая из невесомой и нерастяжимой нити, на конце которой находится материальная точка массы m . Достаточно хорошей моделью математического маятника является небольшой тяжелый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити (длина нити l много больше радиуса шарика R : $l \gg R$).

Если покоящийся маятник отвести в сторону и отпустить (т.е. создать начальное смещение), то он начнет совершать колебания

около положения равновесия. Время, за которое маятник совершает движение из одного крайнего положения в другое и возвращается обратно в первоначальное положение, называется *периодом колебаний* маятника.

При движении маятника в одной плоскости его положение в каждый момент времени можно задать с помощью одной переменной – угла отклонения нити φ из положения равновесия в плоскости колебаний. Величина наибольшего угла отклонения маятника из положения равновесия, достигаемая в ходе его колебаний, называется *амплитудой колебаний*.

На рис. 1.1.12 изображен математический маятник, подвешенный в точке O . Маятник может совершать колебания в плоскости рисунка. Положение равновесия маятника соответствует моменту, когда нить совпадет с вертикальной прямой.

При малых колебаниях математического маятника, т.е. если угол его отклонения в любой момент времени мал $\varphi \ll 1$, период его колебаний зависит только от расстояния от точки подвеса до материальной точки:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}, \quad (1.1.11)$$

где g – ускорение свободного падения.

Тогда квадрат периода колебаний математического маятника прямо пропорционален его длине:

$$T^2 = k \cdot l, \quad (1.1.12)$$

где $k = 4\pi^2/g$.

В работе используется шарик радиуса порядка сантиметра. Поэтому в качестве длины математического маятника следует выбрать расстояние от точки подвеса до центра масс шарика, т.е. $l = L + R = L + D/2$, где L – длина нити, а R и D – радиус и диаметр шарика соответственно.

Таким образом, измеряя при различных длинах нити математического маятника период его колебаний, можно рассчитать угловой

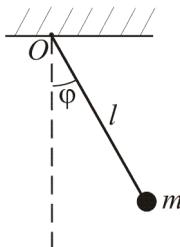


Рис. 1.1.12

коэффициент k зависимости $T^2(l)$, а затем ускорение свободного падения и его погрешность:

$$g = 4\pi^2 / k, \quad \Delta g = \frac{4\pi^2}{k^2} \Delta k. \quad (1.1.13)$$

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В работе для изучения математического маятника и определения ускорения свободного падения используется установка, состоящая из массивного штатива, на котором укреплен математический маятник (длинная нить, на конце которой привязан небольшой стальной шарик), и прибора для измерения периода: либо цифрового счетчика, либо электронного секундомера.

Для определения периода колебаний маятника необходимо сначала настроить установку. Для этого, наматывая нить на стержень штатива (или разматывая ее), задать необходимую длину маятника. Если используется цифровой счетчик; настроить счетчик для измерения времени: с помощью кнопки «Function» установить режим «Time», с помощью кнопки «Display» – режим «s». Нажать кнопку «Reset».

При проведении измерений:

- отклонить маятник из положения равновесия на малый угол и отпустить его, если маятник колеблется не в одной плоскости – остановить его и запустить снова;
- нажать кнопку «Start», если используется цифровой счетчик, или правую кнопку секундомера, если используется секундомер, когда маятник отклонится на максимальный угол от положения равновесия;
- после того, как маятник совершит десять полных колебаний и вернется в первоначальное положение, нажать кнопку «Stop», если используется цифровой счетчик, и правую кнопку секундомера, если используется секундомер; прибор для измерения времени покажет измеренное время, которое будет равно десяти периодам колебаний маятника.

На используемой в работе установке рекомендуется измерять не менее десяти периодов колебаний маятника для повышения точности измерений.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Будьте осторожны с мелкими деталями установки, во избежание их порчи или потери.
2. При измерениях микрометром зажимайте образец, вращая винт только через трещотку.
3. Сферометр устанавливайте на плоскопараллельную пластину или линзу аккуратно, не прилагая никаких усилий сверху!
4. При работе с весами при установке и снятии образца с чашки фиксируйте рычаг весов. После окончания измерений также зафиксируйте рычаг.
5. Не отклоняйте математический маятник на большие углы.
6. Не удерживайте в нажатом состоянии кнопки цифрового счетчика. Выполняйте однократные нажатия на кнопки.

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Определение плотности металлов

1. Для выполнения этого задания используются металлические цилиндры, или металлические бруски (каждый студент получает свои образцы). Материал образцов подписан на коробке.
2. Взять один из трех образцов. Измерить его размеры с помощью штангенциркуля. Результаты записать в заранее подготовленную табл. 1.1.1а для цилиндров, или табл. 1.1.1б для брусков.
3. Измерить размеры выбранного образца с помощью микрометра. Результаты записать в табл. 1.1.1а или 1.1.1б. В случае если один из размеров бруска или цилиндра превосходит предел измерения микрометра (2,5 см), этот размер микрометром не измерять.
4. Повторить пп. 2–3 для оставшихся двух образцов.

Таблица 1.1.1а

Материал цилиндров:							
№	Измерение штангенциркулем		Измерение микрометром		m , г	ρ , кг/м ³	$\Delta\rho$, кг/м ³
	l , мм	d , мм	l , мм	d , мм			
1							
2							
3							

Таблица 1.1.16

Материал брусков: №1:			№2:			№3:			
№	Измерение штангенциркулем			Измерение микрометром			m , Г	ρ , кг/м ³	$\Delta\rho$, кг/м ³
	a , мм	b , мм	c , мм	a , мм	b , мм	c , мм			
1									
2									
3									

5. С помощью рычажных весов определить массу каждого из образцов. Результаты записать в табл. 1.1.1а или 1.1.1б.

Задание 2. Определение фокусного расстояния и оптической силы линзы

1. Аккуратно достать из коробки сферометр. Поставить его на плоскую стеклянную пластину (ее желательно из коробки не вынимать). Вращая черное кольцо шкалы 4 (см. рис. 1.1.7), совместить нуль шкалы с большой стрелкой сферометра.

2. Положить на стол линзу. Поставить на нее сферометр и измерить прогиб h_1 . Результат записать в заранее подготовленную табл. 1.1.2.

Таблица 1.1.2

h_1 , мм	R_1 , мм	h_2 , мм	R_2 , мм	ΔR , см	f , см	Δf , см	D , дптр	ΔD , дптр

3. Перевернуть линзу и измерить прогиб с другой стороны линзы h_2 . Результат записать в табл. 1.1.2.

Задание 3. Изучение математического маятника. Определение ускорения свободного падения

1. С помощью штангенциркуля измерить диаметр шарика. Результат записать в лабораторный журнал.

2. Разматывая или наматывая нить маятника на стержень штатива, установить первоначальную длину нити 25–27 см.

3. Измерить длину нити с помощью рулетки. Результат записать в заранее подготовленную табл. 1.1.3.

4. Измерить промежуток времени, соответствующий десяти периодам колебаний маятника. Методика измерений цифровым счетчиком приведена в разделе «Описание установки» (см. ранее). Результат записать в табл. 1.1.3.

5. Повторить п. 4 еще четыре раза.

Таблица 1.1.3

№	L , мм	l , мм	$10T$, с	$\langle T \rangle$, с	ΔT , с	T^2 , с ²	$\Delta(T^2)$, с ²
1							
2							
...

6. Размотать нить маятника со стрелки штатива на один оборот. Повторить измерения описанные в пп. 3–5.

7. Повторить пп. 3–6 для семи-десяти различных длин нити маятника в промежутке от 25 до 50 см.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Задание 1

1. По полученным данным с помощью формул (1.1.4) и (1.1.5) или (1.1.4а) и (1.1.5а) рассчитать плотность материала каждого образца и его погрешность. При расчете плотности использовать более точные – измеренные микрометром – размеры образцов. Если один из размеров одного из образцов не удалось измерить микрометром – использовать для этого размера результат измерения штангенциркулем.

2. Вычислить среднее значение плотности металла и его погрешность, если два или все три образца были выполнены из одного материала.

Задание 2

1. По формулам (1.1.1) и (1.1.2) рассчитать радиусы кривизны обеих поверхностей линзы и их погрешности. Значение параметра сферометра a приведено в таблице в конце описания работы (или на коробке сферометра).

2. По формулам (1.1.7) – (1.1.10) рассчитать оптическую силу и фокусное расстояние линзы и их погрешности.

Задание 3

1. По полученным результатам измерений рассчитать для каждого значения длины нити маятника расстояние от точки подвеса до центра масс шарика, среднее значение периода колебаний и его погрешность. Также вычислить квадраты периодов колебаний и их погрешности по формуле: $\Delta(T^2) = 2T\Delta T$.

2. Построить график зависимости квадрата периода колебаний маятника от расстояния от точки подвеса до центра масс шарика, т.е. $T^2(l)$.

3. Методом парных точек определить угловой коэффициент прямой k и его погрешность.

4. По формулам (1.1.13) рассчитать ускорение свободного падения и его погрешность.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе по первому заданию сравнить результаты измерений высоты и диаметра металлических образцов, выполненные с помощью микрометра и штангенциркуля. Сделать вывод о точности этих приборов. Привести рассчитанное значение плотности металла, из которого выполнены образцы. Сравнить полученные значения с табличными.

По результатам второго задания привести полученные значения оптической силы и фокусного расстояния линзы.

По результатам третьего задания представить график зависимости квадрата периода колебаний математического маятника от его длины. Сделать вывод о характере полученной зависимости и о том, согласу-

ется ли она с теорией. Привести рассчитанное значение углового коэффициента прямой. Привести полученное значение ускорения свободного падения. Сравнить результат с табличным значением.

Табличные значения

Расстояние от опоры сферометра до его измерительного стержня	$a = 40$ мм (или указано на установке)
Плотность латуни	$\rho = (8,4 \div 8,7) \cdot 10^3$ кг/м ³
Плотность алюминия	$\rho = 2,70 \cdot 10^3$ кг/м ³
Плотность железа	$\rho = 7,60 \cdot 10^3$ кг/м ³
Показатель преломления стекла линзы	$n = 1,52$
Ускорение свободного падения	$g = 9,81$ м/с ²

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие существуют простые приборы для измерения длины? Какой из них наиболее точный?
2. Как определить показания штангенциркуля по нониусу?
3. Как считать показания с микрометра?
4. Как следует зажимать образец в микрометр для максимальной точности измерения?
5. Как устроены рычажные весы?
6. Как следует производить взвешивания для достижения максимально возможной точности?
7. Как устроен сферометр? Какова его точность?
8. Как установить нуль шкалы сферометра? Какая с этим может быть связана систематическая ошибка?
9. В чем состоит метод определения фокусного расстояния линзы с помощью сферометра?
10. Как настроить цифровой четырехразрядный счетчик для измерения периода колебаний маятника?
11. Что такое плотность материала?
12. Как в работе измеряется плотность металла, из которого сделаны образцы? Это метод прямых или косвенных измерений?
13. Что такое математический маятник?

14. Чему равен период малых колебаний математического маятника?
15. Какова методика определения периода колебаний маятника в работе?
16. Почему рекомендуется измерять промежутки времени, равные десяти периодам колебаний маятника?
17. Как в работе определяется ускорение свободного падения?

Работа 1.1а

ИЗУЧЕНИЕ АМПЕРМЕТРА И ВОЛЬТМЕТРА

Цель: изучение основных электроизмерительных приборов и методики измерений с помощью этих приборов.

ВВЕДЕНИЕ

Для различных измерений в цепях переменного и постоянного тока в лабораторной практике используются так называемые электроизмерительные приборы.

Эти приборы классифицируются по роду измеряемой величины: амперметры (миллиамперметры, микроамперметры), вольтметры (милливольтметры, микровольтметры), ваттметры, омметры и т.д. В данной работе изучаются первые два типа приборов: амперметр и вольтметр.

Амперметр, служащий для измерения силы тока в цепи, включается в цепь последовательно. *Вольтметр*, предназначенный для измерения напряжения на участке цепи, подключается параллельно к этому участку.

При включении эти приборы не должны вносить изменений в электрическую цепь, чтобы не изменять величины измеряемых токов и напряжений. Это значит, что амперметр должен обладать малым сопротивлением, а вольтметр – большим по сравнению с сопротивлением цепи или ее участка.

Основными характеристиками электроизмерительных приборов являются: система, класс точности, пределы измерений и чувствительность к измеряемой величине. Они обозначаются на шкале прибора условными знаками.

Системы приборов

Электроизмерительный прибор состоит из подвижной и неподвижной частей. По величине перемещения подвижной части судят о величине измеряемого тока, напряжения, мощности и т.д. В зависимости от принципа действия измерительного механизма разли-

чают системы: магнитоэлектрическую, электромагнитную, электродинамическую, электростатическую и т.д.

Системы наиболее употребительных приборов приведены в табл. 1.1а.1.

Рассмотрим более подробно первые две системы.

Работа приборов магнитоэлектрической системы основана на взаимодействии поля постоянного магнита и подвижной катушки, по которой протекает измеряемый ток.

Таблица 1.1а.1

№ п/п	Система прибора	Условное обозначение системы по шкале
1	Магнитоэлектрическая	
2	Электромагнитная	
3	Электродинамическая	
4	Электростатическая	
5	Электронная	

На рис. 1.1а.1 схематически показано устройство наиболее распространенного вида магнитоэлектрического прибора. Сильный постоянный магнит 1 скреплен с магнитопроводом 2 и полюсными наконечниками 3. Между полюсными наконечниками укреплен цилиндрический сердечник 4. Подвижная катушка (рамка) 5 из тонкого медного или алюминиевого провода намотана на легкий алюминиевый каркас.

На оси подвижной части укреплена стрелка, конец которой перемещается по шкале прибора. Для создания противодействующего момента и одновременно для подвода тока в обмотку рамки служат две спиральные пружины.

Так как угол поворота катушки α пропорционален току I , чувствительность магнитоэлектрических приборов постоянна и шкала их равномерна.

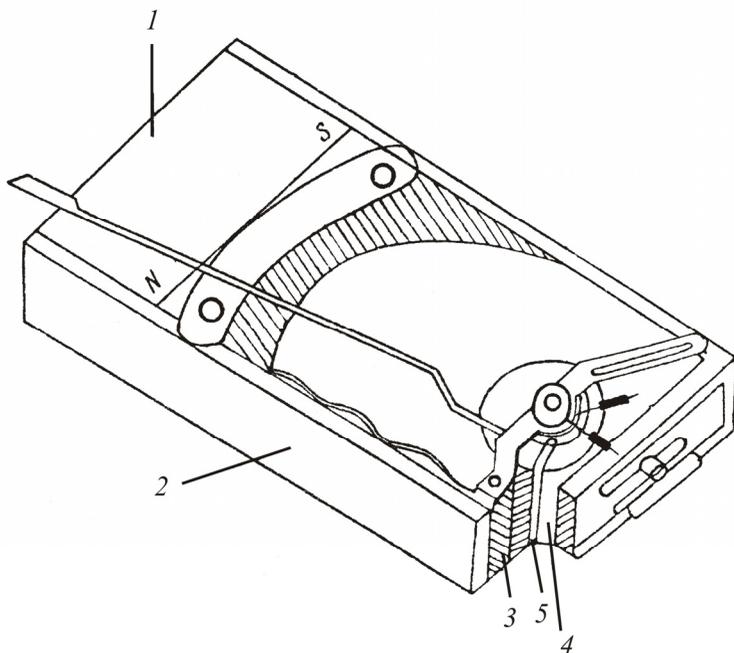


Рис. 1.1а.1

Достоинством приборов магнитоэлектрической системы являются: высокая чувствительность к измеряемой величине; высокая точность (класс точности до 0,005); малое собственное потребление мощности; малая чувствительность к внешним магнитным полям.

К недостаткам магнитоэлектрических приборов можно отнести возможность применения их только в цепях постоянного тока.

В приборах электромагнитной системы в неподвижной катушке, по которой протекает измеряемый ток, создается магнитное поле. В это магнитное поле втягивается, поворачиваясь на оси, ферромагнитный сердечник, намагничиваемый этим же полем.

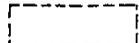
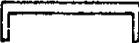
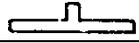
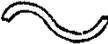
Угол поворота сердечника α пропорционален квадрату силы измеряемого тока. Так как $\alpha \approx I^2$, то: а) приборы электромагнитной системы могут применяться в цепях постоянного и переменного тока (преимущественно в цепях переменного тока); б) шкала прибора неравномерна, сильно сжата в начальной части.

Достоинством приборов электромагнитной системы могут считаться: простота и надежность конструкции; небольшое собственное потребление мощности.

К недостаткам приборов этой системы следует отнести: невысокую чувствительность к измеряемой величине; относительно низкую точность (класс точности до 1,0); большую чувствительность к внешним магнитным полям.

Некоторые условные обозначения на шкалах приборов представлены в табл. 1.1а.2.

Таблица 1.1а.2

Защита от внешних магнитных полей	
Защита от внешних электрических полей	
Горизонтальное положение прибора	
Вертикальное положение прибора	
Класс точности	1,0
Прибор для измерения в цепи постоянного тока	
Прибор для измерения в цепи переменного тока	
Испытательное напряжение изоляции между электрической цепью прибора и корпусом, в кВ	

Класс точности

Если обозначить истинное неизвестное нам значение измеряемой величины через X , показание прибора – через x , то абсолютной погрешностью показаний прибора называется разность

$$\Delta x = X - x, \quad (1.1а.1)$$

относительной погрешностью – отношение (в процентах)

$$E_x = (\Delta x / x) 100\%. \quad (1.1а.2)$$

Государственными стандартами чаще всего нормируется приведенная погрешность. Согласно ГОСТ 1845-59 электроизмерительные приборы по степени точности делятся на восемь классов точности: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Класс точности γ опреде-

ляет наибольшее допустимое значение абсолютной погрешности по формуле

$$\gamma = (\Delta x / x_m) 100\%, \quad (1.1a.3)$$

где x_m – максимальное значение показаний прибора (предел измерений); Δx – максимальная допустимая абсолютная погрешность, принимаемая одинаковой для всех точек шкалы.

Пример. Милливольтметром со шкалой до 50 мВ, имеющим класс точности 0,5, измерено напряжение 5,0 мВ. Максимальная абсолютная погрешность при измерениях любого напряжения в пределах от 0 до 50 мВ равна

$$\Delta V = (\gamma V_m) / 100\% = (0,5 \cdot 50 \text{ мВ}) / 100\% = 0,25 \text{ мВ}.$$

Следовательно, относительная погрешность измерения

$$E_V = (\Delta V / V) / 100\% = (0,25 / 5,0) / 100\% = 5 \text{ \%}.$$

Как следует из определения класса точности, $E_x \geq \gamma$. Поэтому при работе с электроизмерительными приборами следует подбирать такие режимы измерений, при которых показания приборов приходились бы на вторую половину шкалы: это обеспечит меньшую относительную погрешность результата. Так, если в рассмотренном примере воспользоваться милливольтметром со шкалой на 10 мВ даже более низкого класса точности (например, равного 1,5), то абсолютная погрешность

$$\Delta V = (\gamma V_m) / 100\% = (1,5\% \cdot 10 \text{ мВ}) / 100\% = 0,15 \text{ мВ},$$

а относительная погрешность

$$E_V = (\Delta V / V) / 100\% = (0,15 / 5,0) / 100\% = 3 \text{ \%}.$$

Следует иметь в виду, что приведенное выше определение класса точности электроизмерительного прибора не применимо к всевозможным магазинам: магазинам сопротивлений, емкости, индуктивности и т.д. Для всех этих приборов класс точности определяет абсолютную погрешность соответствующей величины, набранной на магазине.

Пример. На магазине сопротивлений Р33, имеющем класс точности 0,2, набрано сопротивление 1,5 кОм. Абсолютная погрешность величины этого сопротивления

$$\Delta R = (\gamma \cdot R) / 100\% = (0,2\% \cdot 1,5 \text{ кОм}) / 100\% = 3,0 \text{ Ом}.$$

Пределы измерений

Значение измеряемой величины, при котором стрелка прибора отклоняется до конца шкалы, называется *пределом измерения этого прибора*.

Электроизмерительные приборы могут иметь несколько пределов измерений (так называемые многопредельные приборы). Необходимо помнить, что при измерениях таким прибором на различных пределах цена деления будет различна, поэтому необходимо уметь определить цену деления.

Цена деления прибора равна доле измеряемой величины, соответствующей одному делению шкалы прибора.

Пример. Амперметр имеет два предела измерения: 15 и 30 А. Шкала прибора имеет 150 дел. Цена деления для предела 15 А равна 0,1 А/дел., для предела 30 А – 0,2 А/дел.

Чувствительность

Чувствительностью электроизмерительного прибора называется отношение линейного или углового перемещения указателя к измеряемой величине, вызвавшей это перемещение, т.е.

$$S = n / x ,$$

где n – угловое или линейное перемещение, которое может измеряться в линейной или угловой мере или, в частности, в делениях шкалы; x – измеряемая величина.

Пример. При измерении тока, равного 2,5 А, указатель прибора изменил свое положение на 50 дел. Следовательно, чувствительность прибора по току

$$S_I = 50 / 2,5 = 20 \text{ дел./А.}$$

Шунты и дополнительные сопротивления

Электроизмерительные приборы часто имеют несколько пределов измерений. Это достигается использованием шунтов (для амперметров) и дополнительных сопротивлений (для вольтметров).

Шунтом называется сопротивление, подключаемое параллельно к амперметру (рис. 1.1a.2).

При шунтировании только часть тока I_a от измеряемого I ответвляется в прибор и непосредственно измеряется. Остальной ток $I_{ш}$ идет через шунт.

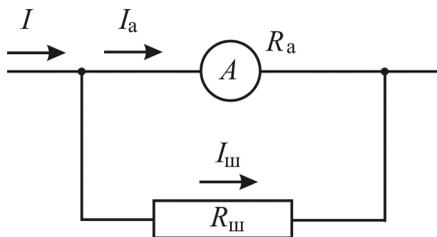


Рис. 1.1a.2

Пусть надо измерить ток I в n раз больший, чем максимально допустимый через прибор ток I_a . Внутреннее сопротивление амперметра R_a известно. Определим, пользуясь законом Ома, сопротивление необходимого шунта $R_{ш}$.

Падения напряжения на амперметре и шунте одинаковы, так как они соединены параллельно:

$$I_{ш}R_{ш} = I_a R_a .$$

Кроме того,

$$I = I_a + I_{ш}; \quad I / I_a = n .$$

Из этих уравнений находим

$$R_{ш} = R_a / (n - 1) . \tag{1.1a.4}$$

Следовательно, для расширения предела измерения амперметра в n раз необходимо, чтобы сопротивление шунта было в $n - 1$ раз меньше сопротивления прибора.

В качестве вольтметра может быть использован любой электроизмерительный прибор, проградуированный в единицах напряжения и включаемый параллельно участку цепи, на концах которого измеряется напряжение (рис. 1.1a.3).

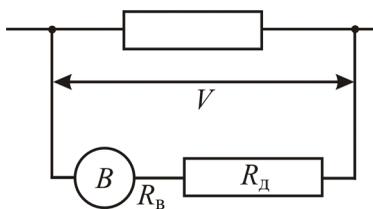


Рис. 1.1a.3

Дополнительным сопротивлением R_d называется сопротивление, подключаемое последовательно к вольтметру для увеличения его предела измерений.

Пусть измеряемое напряжение V в n раз больше, чем максимальное допустимое напряжение V_b на вольтметре. Тогда (см.

рис. 1.1a.3) можно так подобрать R_d , чтобы падение напряжения на нем было равно $V_d = V - V_v$.

Поделив это уравнение на V_v и учтя, что через вольтметр и дополнительное сопротивление идет один и тот же максимально допустимый для вольтметра ток I_{\max} , получим

$$V_d / V_v = R_d I_{\max} / R_v I_{\max} = V / V_v - 1 = n - 1.$$

Откуда

$$R_d = (n - 1)R_v. \quad (1.1a.5)$$

Следовательно, для изменения предела измерений вольтметра в n раз необходимо подключить к нему последовательно дополнительное сопротивление, в $n - 1$ раз большее внутреннего сопротивления вольтметра. В данной работе в качестве дополнительного сопротивления используется магазин сопротивлений.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Не прикасайтесь к неизолированным частям приборов (клеммам, контактам) при включенной установке.
2. Не отключайте заземление приборов.
3. Включение установки производите только после проверки схемы преподавателем или дежурным сотрудником.

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Ознакомление с электроизмерительными приборами

Оборудование: амперметр; вольтметр; милливольтметр (он же миллиамперметр); выпрямитель; реостат; магазин сопротивлений.

Изучить приборы, находящиеся на рабочем месте: амперметр, вольтметр, милливольтметр (он же миллиамперметр), выпрямитель, реостат и магазин сопротивлений.

Данные вольтметра, амперметра и милливольтметра занести в табл. 1.1a.3. Если прибор – многопредельный, то для каждого предела измерений необходимо заполнить отдельный столбец. Градуи-

руемый прибор описать дважды: как миллиамперметр и милливольтметр.

В отдельную самостоятельно составленную таблицу занести данные выпрямителя, реостата и магазина сопротивлений. Для реостата указать сопротивление и максимальный ток; для выпрямителя – максимальный ток, максимальное напряжение и возможность плавной регулировки; для магазина – максимальное сопротивление, минимальную ступень изменения сопротивления, класс точности. Например, магазин МСР-63 дает возможность получить любое значение сопротивления от 0,01 до 111111,11 Ом ступенями через 0,01 Ом.

Таблица 1.1а.3

№ п/п	1	2	3	...
Наименование прибора				
Заводской номер				
Система				
Класс точности				
Предел измерений x_m				
Число делений шкалы n				
Цена деления x_m / n				
Чувствительность n / x_m				
Абсолютная погрешность Δx				
Внутреннее сопротивление на данном пределе измерений R				

Задание 2. Шунтирование и градуировка амперметра

Оборудование: выпрямитель; контрольный амперметр; градуируемый миллиамперметр; реостат; набор шунтов.

1. Рассчитать сопротивление шунта по формуле (1.1а.4). Максимальная величина измеряемого тока I задается преподавателем. Внутреннее сопротивление миллиамперметра R_a рассчитать по данным на шкале прибора (предельной величине напряжения).

2. Подобрать на рабочем столе лаборанта шунт с нужным сопротивлением и подключить его параллельно к клеммам градуируемого прибора.

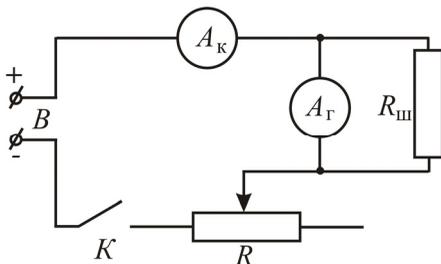


Рис. 1.1а.4

3. Собрать схему, приведенную на рис. 1.1а.4, где B – выпрямитель; A_k – контрольный миллиамперметр; A_r – градуируемый миллиамперметр; $R_{ш}$ – шунт; R – реостат; K – ключ (в качестве ключа используется выключатель выпрямителя).

4. После проверки преподавателем собранной схемы, замкнуть ключ и проверить правильность подбора шунта. Если шунт подобран правильно, то при отклонении стрелки шунтируемого прибора до конца шкалы контрольный амперметр должен показать значение заданного тока I . В том случае, когда такого соответствия нет, необходимо изменить длину шунта. После экспериментальной подгонки длины шунта проградуировать миллиамперметр по показаниям контрольного амперметра.

Показания приборов занести в табл. 1.1а.4. Общий объем измерений должен составить 15 точек.

Таблица 1.1а.4

Показания градуируемого прибора, в делениях шкалы							...
Показания контрольного прибора, в делениях шкалы							...
Показания контрольного прибора, А							...

Задание 3. Градуировка вольтметра

Оборудование: выпрямитель; потенциометр; контрольный вольтметр; градуируемый милливольтметр; магазин сопротивлений.

1. Рассчитать дополнительное сопротивление по формуле (1.1а.5). Максимальная величина измеряемого напряжения V задается преподавателем. Все остальные данные определяются по шкале градуируемого прибора, в качестве которого используется тот же прибор, что и в задании 2.

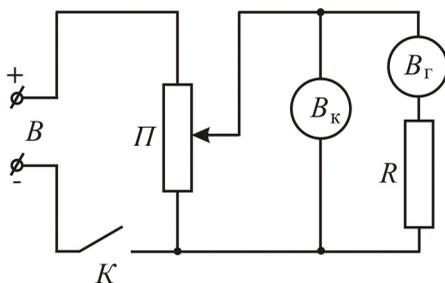


Рис. 1.1а.5

2. Собрать схему, приведенную на рис. 1.1а.5, где B – выпрямитель; P – потенциометр; B_k – контрольный вольтметр; B_r – градуируемый милливольтметр; R – магазин сопротивлений, играющий роль дополнительного сопротивления; K – ключ.

3. После проверки преподавателем собранной схемы замкнуть ключ и проверить правильность подбора дополнительного сопротивления. Для этого набрать на магазине сопротивление, величина которого рассчитана в п. 1, и, передвигая движок потенциометра, увеличивать напряжение, подаваемое на вольтметры, пока стрелка на градуируемом приборе не достигнет максимального деления. Если дополнительное сопротивление R_d рассчитано правильно, то при максимальном отклонении стрелки градуируемого прибора контрольный вольтметр должен показать заданное напряжение. Если такого соответствия нет, необходимо подобрать сопротивление магазина так, чтобы требуемое условие соблюдалось. В этом

случае набранное на магазине сопротивление действительно равно необходимому добавочному сопротивлению R_d .

4. Проградуировать милливольтметр по показаниям контрольного вольтметра, используя в качестве дополнительного сопротивления экспериментально подобранное значение сопротивления. Записать показания градуируемого и контрольного приборов в таблицу, составленную самостоятельно по образцу табл. 1.1а.4.

Задание 4. Определение сопротивления провода методом точного измерения тока

Оборудование: установка для измерения сопротивления провода.

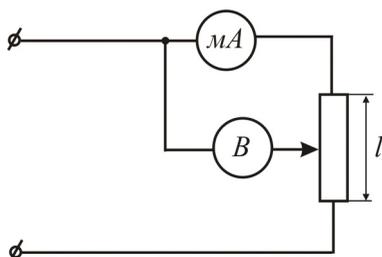


Рис. 1.1а.6

Измерение производится методом амперметра и вольтметра при точном измерении тока, т.е. по схеме, представленной на рис. 1.1а.6.

Амперметр измеряет ток, текущий через участок провода длины l ; вольтметр измеряет напряжение на амперметре и указанном участке провода. Сопротивление R участка l

с учетом падения напряжения на амперметре вычисляется по формуле:

$$R = \frac{U}{I} - R_a = \frac{U}{I} \left(1 - \frac{IR_a}{U} \right), \quad (1.1а.6)$$

где U – показание вольтметра; I – показание амперметра; $R_a = 0,15$ Ом – внутреннее сопротивление амперметра.

Тот факт, что сопротивление амперметра R_a отлично от нуля, приводит к появлению поправочного члена IR_a/U в формуле (1.1а.6). По этой причине точное значение сопротивления участка провода отличается от величины U/I .

1. Перемещением верхнего контакта установить начальную длину провода 10 см. Ручку «Рег. тока» повернуть против часовой стрелки до упора.

2. Включить установку нажатием клавиши «СЕТЬ». При этом должна загореться лампочка.

3. Нажать клавишу «МОСТ» и отжать клавишу, находящуюся между нарисованными на панели схемами. При этом включается левая схема – схема точного измерения тока.

4. Поворачивая регулятор тока, установить диапазон его изменений. Выбрать четыре значения тока I , включая минимальное и максимальное. Занести их в заранее подготовленную табл. 1.1a.5.

Таблица 1.1a.5

l , см	10				20				30				40				50			
I , мА																				
U , В																				
R , Ом																				
$\langle R \rangle$, Ом																				

Устанавливая выбранные значения тока, записать в табл. 1.1a.5 показания вольтметра U .

5. Провести указанные в п. 4 измерения для пяти длин провода l в интервале от 10 до 50 см.

Задание 5. Определение сопротивления провода методом точного измерения напряжения

Оборудование: установка для измерения сопротивления провода.

Для одной из длин провода из задания 4 измерить сопротивление методом точного измерения напряжения, т.е. по схеме на рис. 1.1a.7.

Сопротивление провода в этом случае вычисляется по формуле:

$$R = \frac{U}{I - U/R_B} \approx \frac{U}{I} \left(1 + \frac{U}{IR_B} \right), \quad (1.1a.7)$$

где $R_B = 2,5$ кОм – внутреннее сопротивление вольтметра. Остальные обозначения те же, что и в формуле (1.1a.6).

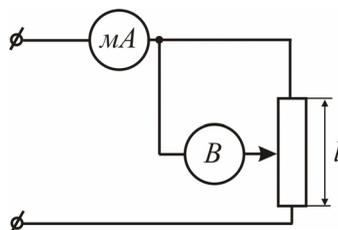


Рис. 1.1a.7

В окончательной записи формулы (1.1a.7) учтена малость по сравнению с единицей поправочного члена $U/(IR_b)$. Появление этого слагаемого связано с конечностью величины внутреннего сопротивления вольтметра.

Для измерений в этом задании клавиша на панели прибора между схемами должна быть нажата.

Аналогично п. 4 предыдущего задания выполнить измерения.

Результаты измерений занести в заранее подготовленную таблицу (по образцу табл. 1.1a.5, в которой оставлено только одно значение I).

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Задание 1

Заполнить до конца табл. 1.1a.3, для этого рассчитать цену деления, чувствительность, абсолютную погрешность и внутреннее сопротивление для каждого предела измерений стрелочных приборов.

Задание 2

По данным табл. 1.1a.4 построить градуировочный график миллиамперметра, для чего по оси абсцисс отложить показания градуируемого прибора в делениях шкалы, а по оси ординат – соответствующие показания контрольного амперметра в амперах (см. раздел «Правила построения графиков»).

Задание 3

По полученным данным построить градуировочный график, на который нанести показания контрольного вольтметра (в вольтах) и градуируемого милливольтметра (в делениях шкалы).

Задание 4

1. Для каждого тока и напряжения по формуле (1.1a.6) вычислить сопротивление R . Найти среднее арифметическое результатов вычислений $\langle R \rangle$.

2. Для каждой из длин l рассчитать погрешность сопротивления методом Корнфельда.

3. Построить график зависимости сопротивления $\langle R \rangle$ участка провода от его длины l . В качестве погрешности длины провода принять $\Delta l = \pm 0,2$ см.

Задание 5

1. Для каждого тока и напряжения по формуле (1.1а.6) вычислить сопротивление R . Найти среднее арифметическое результатов вычислений $\langle R \rangle$.

2. Вычислить погрешности аналогично предыдущему заданию.

3. Вычислить величины поправочных членов: IR_a / U в формуле (1.1а.6) и $U / (IR_b)$ в формуле (1.1а.7).

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе указать, какие электроизмерительные приборы были изучены.

По результатам второго задания указать величину максимального тока, использованную при шунтировании амперметра, и расчетное сопротивление шунта. Привести градуировочный график амперметра.

По результатам третьего задания указать величину максимального напряжения, использованного при изменении предела измерений вольтметра. Привести расчетное и экспериментальное значения дополнительного сопротивления. Привести градуировочный график вольтметра.

В заключении к четвертому и пятому заданиям привести график зависимости сопротивления участка провода от его длины. Указать, согласуется ли полученная зависимость с теорией. Привести значения поправочных членов в формулах (1.1а.6) и (1.1а.7). Сделать заключение о том, какой из двух методов (метод точного измерения тока или метод точного измерения напряжения) более целесообразен в данной установке с точки зрения влияния самих измерительных приборов на результаты измерений.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как должны подключаться к нагрузке амперметр и вольтметр?
2. Каким условиям должны удовлетворять внутренние сопротивления амперметра и вольтметра?
3. Как отличить по внешнему виду шкалы прибор электромагнитной системы от прибора магнитоэлектрической системы?
4. Можно ли использовать прибор магнитоэлектрической системы для измерений в цепях переменного тока?
5. Чем достигается универсальность приборов электромагнитной системы в смысле использования их в цепях как постоянного, так и переменного тока?
6. В какой части шкалы прибора относительная погрешность измерения минимальна? Как выбрать оптимальный предел измерения многопредельного прибора, чтобы относительная погрешность была минимальной?
7. Вольтметром на 15 В (класс точности 1,0) измерено напряжение 6,0 В. Какова относительная погрешность измерения?
8. Каковы цена деления и чувствительность амперметра на 30 мА, шкала которого имеет 300 дел.?
9. Можно ли использовать миллиамперметр, рассчитанный на максимальный ток 10 мА, для измерений тока силой 10 А? Внутреннее сопротивление прибора – 10 Ом.

Работа 1.2

ИЗУЧЕНИЕ КАТЕТОМЕТРА И СФЕРОМЕТРА

Цель: изучение катетометра и сферометра, методики измерения с помощью этих приборов.

Оборудование: катетометр; дифракционная решетка; штатив; пружина с чашкой для грузов; набор грузов; сферометр; линза; плоскопараллельная стеклянная пластинка.

ВВЕДЕНИЕ

В практике физической лаборатории часто возникает необходимость измерять линейные величины с более высокой степенью точности, чем может обеспечить линейка, штангенциркуль или микрометр. В этих случаях рекомендуется использовать различные точные измерительные приборы. В данной работе предлагается изучить два таких прибора: катетометр и сферометр.

Катетометр В-630 предназначен для измерения вертикальных отрезков на недоступных для непосредственного измерения объектах, расположенных на расстоянии нескольких десятков сантиметров от объектива зрительной трубы катетометра.

В работе катетометр используется для определения периода дифракционной решетки и для проверки закона Гука для упругих деформаций пружины.

Дифракционные решетки широко используются в лабораторной практике для производства спектрального анализа излучения источников света.

На штативе вертикально расположена модель дифракционной решетки, представляющей собой непрозрачную пластинку с большим числом прозрачных штрихов, разделенных непрозрачными промежутками. Штрихи расположены на равных расстояниях друг от друга. Расстояние между серединами соседних штрихов называется *постоянной (периодом) решетки*.

Всякое тело под действием приложенных к нему сил деформируется, т.е. изменяет свои размеры и форму. В том случае, когда

после снятия сил тело принимает первоначальные размеры и форму, деформация называется *упругой*.

Если к концам пружины приложить равные по величине, противоположно направленные силы F , то под действием этих сил пружина растянется на некоторую величину Δl . При упругих деформациях, как показывает опыт, удлинение пружины Δl оказывается пропорциональным величине приложенных сил F , т.е.

$$F = k\Delta l, \quad (1.2.1)$$

где k – коэффициент пропорциональности, называемый *жесткостью пружины*. Утверждение о пропорциональности между упругой силой и деформацией называется *законом Гука*.

Сферометр ИЗС-7 служит для измерения радиусов кривизны выпуклых и вогнутых сферических поверхностей.

Сферометр в данной работе применяется для определения радиусов кривизны поверхностей линзы. Зная радиусы кривизны, можно рассчитать для тонкой линзы оптическую силу D и фокусное расстояние f по формулам:

$$D = (n - 1)\left(1/R_1 - 1/R_2\right); \quad (1.2.2)$$

$$f = 1/D, \quad (1.2.3)$$

где n – показатель преломления стекла линзы.

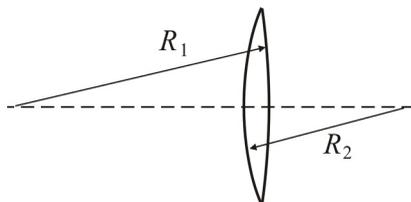


Рис. 1.2.1

С радиусами кривизны нужно обращаться как с алгебраическими величинами. Для выпуклой поверхности (т.е. в случае, когда центр кривизны лежит справа от вершины) радиус кривизны нужно считать положительным; для вогнутой поверхности (т.е. в случае, когда центр кривизны лежит слева от вершины) радиус следует считать отрицательным. На рис. 1.2.1 $R_1 > 0$, а $R_2 < 0$. Отсюда, в частности, следует, что оптическая сила двояковыпуклой линзы должна рассчитываться по формуле:

$$D = (n - 1) \left(1 / R_1 + 1 / |R_2| \right). \quad (1.2.4)$$

Погрешность оптической силы линзы, рассчитанной по формуле (1.2.4), определяется выражением:

$$\Delta D = (n - 1) \left[\left(\frac{\Delta R_1}{R_1^2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta R_2}{R_2^2} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (1.2.5)$$

Поскольку часто линзы бывают симметричными, т.е. $R_1 \approx R_2$ и $\Delta R_1 \approx \Delta R_2$, то это выражение упрощается:

$$\Delta D = \sqrt{2} (n - 1) \frac{\Delta R}{R^2}. \quad (1.2.6)$$

Погрешность фокусного расстояния оценивается по формуле:

$$\Delta f = \Delta D / D^2. \quad (1.2.7)$$

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Катетометр В-630. Катетометр (рис. 1.2.2) состоит из вертикального штатива с колонкой 1 на треножнике 2, измерительной каретки 3, зрительной трубы 4 с окуляром 5. Подъемными винтами 6 треножника колонку можно установить по круглому уровню 7 строго вертикально. С помощью рукояток 8 колонку можно поворачивать вокруг вертикальной оси, открутив винт на обратной стороне треножника (на рисунке не виден). Измерительная каретка 3, несущая визирную трубу 4, перемещается по колонке на шарикоподшипниках. Грубое перемещение каретки по вертикали производится от руки при открепленном винте 9, точное – с помощью микрометрического винта 10 при закрепленном винте 9.

Визирная труба имеет фокусирующую линзу, с помощью которой осуществляется наводка на резкость изображения выбранных точек измеряемого объекта. Фокусирующая линза перемещается вращением маховичка 11. Внизу на визирной трубе укреплен цилиндрический уровень, изображение которого видно в правой части поля зрения при наблюдении объекта в трубу катетометра. При совмещении изображений концов пузырька уровня визирная ось принимает строго горизонтальное положение. Установка визирной трубы в вертикальной плоскости по уровню производится микро-

метрическим винтом 12. Наводка на резкость изображений масштабной сетки, штрихов шкалы, измеряемого объекта и пузырька уровня, наблюдаемых в одном поле зрения, производится окуляром 5.

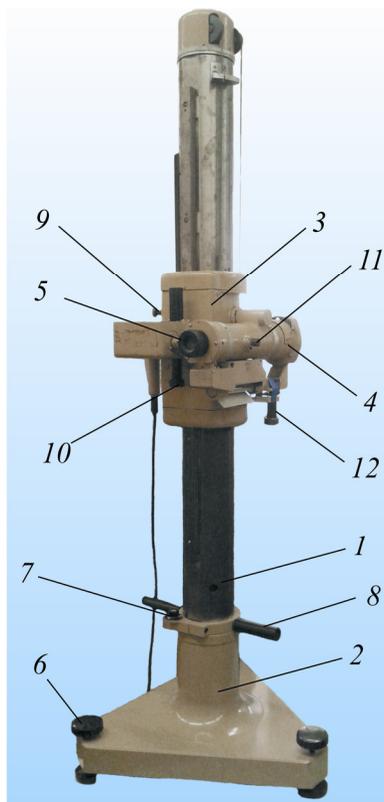


Рис. 1.2.2

Измерительная система катетометра состоит из зрительной трубы и отсчетного микроскопа с осветительной системой.

В поле зрения зрительной трубы имеется сетка в виде перекрестия, левый горизонтальный штрих которого выполнен в виде углового бисектора (рис. 1.2.3). При наводке трубы выбранная точка объекта должна располагаться в левой половине углового бисектора на уровне горизонтального штриха. Окуляр зрительной трубы

снабжен накатанным кольцом для установления резкого изображения сетки. В левой части поля зрения визирной трубы одновременно видны изображения штрихов миллиметровой шкалы, обозначенных крупными цифрами, и масштабной сетки (рис. 1.2.4).

Как проводить отсчет по шкале катетометра, легко понять из приводимого примера. На рис. 1.2.4 большой миллиметровый штрих «162» располагается на масштабной сетке. Целое число миллиметров дает большая цифра, соответствующая этому штриху (162 мм).

Отсчет десятых долей миллиметра производится в вертикальном направлении сетки. Десятые доли миллиметра дает ближайшая к большому штриху сверху цифра, отвечающая целому пройденному делению, в данном случае – цифра «2» (0,2 мм).

Отсчет сотых долей миллиметра производится в горизонтальном направлении сетки там, где большой штрих пересекает наклонные светлые линии сетки. На рис. 1.2.4 большой миллиметровый штрих пересекает наклонную светлую линию между четвертым и шестым делениями сетки, что соответствует примерно 0,05 мм. Окончательный отсчет в этом примере 162,25 мм.

Предельная приборная погрешность измерения на катетометре $\Delta_{пр} = \pm 0,02$ мм.

Методика измерений с помощью катетометра заключается в следующем. С помощью винтов 6 треножника колонка устанавливается вертикально по уровню 7. Зрительная труба ориентируется в горизонтальном направлении при помощи микрометрического винта 12 по уровню (изображение которого расположено в правой части поля зрения). В дальнейшем перед каждым снятием отсчета необходимо проверять положение уровня.

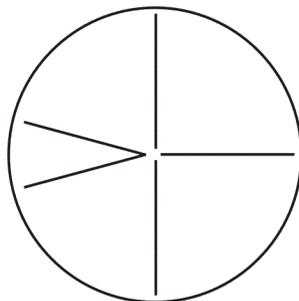


Рис. 1.2.3

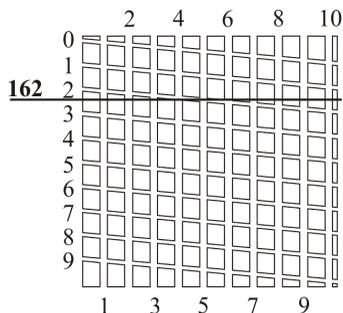


Рис. 1.2.4

Осветительная система масштабной сетки катетометра включается через трансформатор в сеть. Винт 9 открепляется, и измерительная каретка вручную перемещается по колонке до уровня выбранной точки объекта. Окуляр зрительной трубы 5 вращением накатанного кольца устанавливается на резкое изображение сетки; затем вращением маховичка 11 фокусируется на резкое изображение объекта. После этого производится точная наводка трубы на выбранную точку объекта: в вертикальной плоскости с помощью винта 10 при закрепленном винте 9.

После всех этих процедур производится отсчет по масштабной сетке отсчетного микроскопа.

Сферометр ИЗС-7. Сферометр (рис. 1.2.5) состоит из корпуса 1, в верхней части которого имеется измерительное кольцо 2 с тремя опорными шариками, на которые помещается измеряемая линза. Внутри корпуса расположен измерительный стержень 3, который под действием специального груза поднимается вверх до соприкосновения с поверхностью линзы. Если вес линзы недостаточен, чтобы преодолеть давление со стороны измерительного стержня, то применяется упор 4, которым линза прижимается к измерительному кольцу. Для отвода измерительного стержня вниз служит рычаг-арретир 5. Измерительная система сферометра состоит из измерительного стержня 3, связанного с миллиметровой шкалой, отсчет по которой производится через окуляр 6.

В поле зрения окуляра одновременно видны (рис. 1.2.6) два-три штриха миллиметровой шкалы, обозначенные крупными цифрами «11», «12», неподвижная вертикальная шкала десятых долей миллиметра с делениями от «0» до «10», круговая шкала для отсчета сотых и тысячных долей миллиметра и двойные витки спирали.

Чтобы произвести отсчет, необходимо предварительно маховичком 7 (см. рис. 1.2.5) подвести двойной виток спирали так, чтобы миллиметровый штрих в зоне двойных витков оказался точно посередине между линиями витка. Индексом для отсчета миллиметров служит нулевой штрих десятых долей миллиметра.

На рис. 1.2.6 миллиметровый штрих «12» прошел нулевой штрих шкалы десятых долей миллиметра, а штрих «13» еще не дошел до нулевого штриха шкалы. Отсчет будет 12 мм плюс отрезок от штриха «12» до нулевого штриха шкалы десятых долей миллиметра. В этом отрезке число десятых долей миллиметра будет обозначено цифрой «2» последнего пройденного штриха шкалы десятых долей. Сотые и тысячные доли миллиметра отсчитываются

по круговой шкале, указателем для отсчета по ней служит стрелка. Цена деления круговой шкалы – 0,001 мм. Окончательный отсчет в данном случае – 12,271 мм.

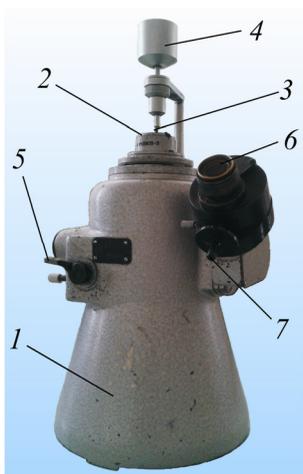


Рис. 1.2.5

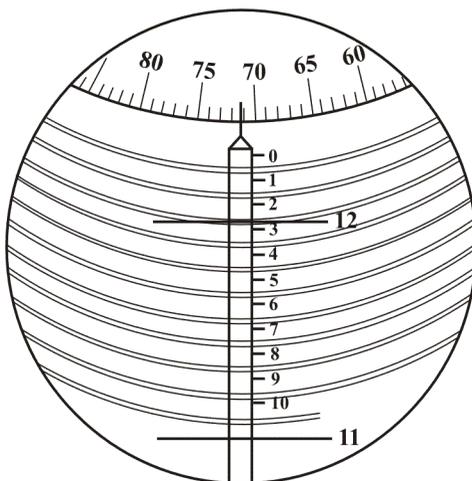


Рис. 1.2.6

Методика измерения с помощью сферометра радиуса кривизны линзы состоит в следующем. Опустив рычагом 5 (см. рис. 1.2.5) измерительный стержень сферометра, осторожно положить на кольцо 2 плоскую стеклянную пластинку, прилегаемую к прибору. Отпустить рычаг 5, после чего измерительный стержень, плавно поднимаясь, придет в соприкосновение с пластинкой. Через окуляр снять соответствующий отсчет.

Затем на кольцо 2 кладется линза, радиус сферической поверхности которой нужно измерить (рис. 1.2.7). Описанным выше способом произвести отсчет. Разность двух отсчетов для плоской пластинки и линзы дает величину стрелы прогиба сферы d .

Радиус сферической поверхности вычисляется по формуле

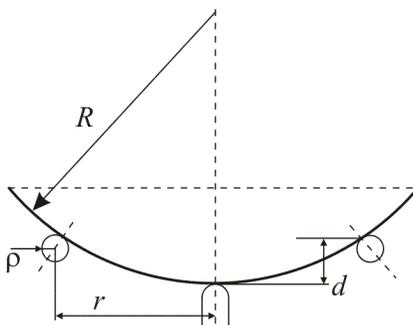


Рис. 1.2.7

$$R = \frac{r^2}{2d} + \frac{d}{2} \mp \rho, \quad (1.2.8)$$

где r – радиус кольца; ρ – радиус шарика кольца; d – измеренная стрела прогиба.

В формуле (1.2.8) знак «минус» перед ρ соответствует выпуклой поверхности, а «плюс» – вогнутой. На рис. 1.2.7 показана выпуклая поверхность.

Погрешность радиуса кривизны линзы, рассчитанной по формуле (1.2.8), определяется соотношением:

$$\begin{aligned} \Delta R &= \left[\left(\frac{r}{d} \Delta r \right)^2 + \left(-\frac{r^2}{2d^2} + \frac{1}{2} \right)^2 (\Delta d)^2 + (\Delta \rho)^2 \right]^{1/2} \approx \\ &\approx \left[\left(\frac{r}{d} \Delta r \right)^2 + \left(\frac{r^2 \Delta d}{2d^2} \right)^2 \right]^{1/2} \approx \frac{r^2 \Delta d}{2d^2}. \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

Параметры сферометра ИЗС-7, используемого в работе: $\rho = 2,366 \pm 0,001$ мм; $r = 15,009 \pm 0,001$ мм; приборная относительная погрешность результата измерения радиусов сферических поверхностей $\delta_{\text{пр}} = 0,04\%$.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Осторожно перемещайте каретку катетометра. Если она не двигается, укрепите винт 9 (см. рис. 1.2.2).
2. При переносе лампочки осветителя из катетометра в сферометр отключите питание.
3. Во избежание повреждения линзы или стеклянной пластины, устанавливайте их на кольцо сферометра аккуратно.
4. Не перегружайте пружину, чтобы не растянуть ее до удлинений, при которых деформация перестает быть упругой.

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Определение периода дифракционной решетки

1. Навести трубу катетометра на первый сверху штрих дифракционной решетки и выполнить первый отсчет по масштабной сетке x_0 в мм (иметь в виду, что катетометр дает перевернутое изображение). Отсчитать пять периодов и записать положение следующего (шестого сверху) штриха дифракционной решетки x_5 в мм. Затем пропустить еще пять периодов и записать положение следующего (одиннадцатого сверху) штриха решетки x_{10} в мм и т.д.

2. Выполнив описанным выше способом шесть измерений и закончив серию измерений, поднять каретку катетометра вверх и вновь повторить серию измерений, пройдя по тем же штрихам и начиная с первого сверху.

3. Таким способом произвести не менее трех серий измерений.

Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.2.1.

Таблица 1.2.1

№ п/п	Номер штриха	x_i , мм	$\langle x_i \rangle$, мм	$l_i = \langle x_{x+5} \rangle - \langle x_i \rangle$, мм	$d_i = l_i/5$, мм
1	0				
2	5				
...	...				

Задание 2. Изучение закона Гука

1. Прикрепить к укрепленной на штативе струбцине пружину, к свободному концу которой подвесить чашку для разновесов. Навести трубу катетометра на натянутую на чашке нить и записать начальный отсчет для ненагруженной пружины x_0 в мм.

2. Измерить зависимость растяжения пружины ($\Delta x_i = x_i - x_0$ мм) от массы нагрузки m_i через каждые 15–20 г. Наводку трубы катетометра каждый раз производить по нити.

3. Произвести 8–10 измерений так, чтобы полная масса нагрузки пружины составила 150–200 г. Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.2.2.

Таблица 1.2.2

Номер	1	2	3	...
m_i , г	0			...
x_i , мм	$x_0 =$...
$\Delta x_i = x_i - x_0$, мм	0			...

Задание 3. Измерение радиусов кривизны тонкой линзы и определение ее оптической силы

Пользуясь методикой измерений с помощью сферометра, изложенной во введении, измерить стрелы прогиба d_1 и d_2 для обеих поверхностей линзы. Для этого положить линзу каждой из сторон на кольцо сферометра и измерить координаты x_1 и x_2 . После этого проделать измерения с плоскопараллельной стеклянной пластиной, получив таким образом координату x_0 . Тогда стрелы прогиба линзы определяются по формулам: $d_1 = x_1 - x_0$, $d_2 = x_2 - x_0$.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Задание 1

1. По результатам табл. 1.2.1 определить среднее арифметическое значение периода решетки. Найти погрешность методом Корнфельда.

Задание 2

1. По данным табл. 1.2.2 построить график зависимости $\Delta x_i(m_i)$. При условии выполнения закона Гука этот график представляет собой прямую линию. Определить угловой коэффициент

наклона этой k_n прямой методом парных точек и его погрешность Δk_n методом Корнфельда.

2. По формулам, следующим из (1.2.5), и из условия, что нагружение пружины происходит под действием силы тяжести груза, рассчитать, используя полученный угловой коэффициент k_n , жесткость пружины k и ее погрешность Δk :

$$k = \frac{g}{k_n}; \quad \Delta k = \frac{g}{k_n^2} \Delta k_n, \quad (1.2.10)$$

где g – ускорение свободного падения.

Задание 3

1. По формулам (1.2.8) и (1.2.9) вычислить радиусы кривизны R_1 и R_2 поверхностей и их погрешности.

2. По формулам (1.2.4) и (1.2.3) вычислить оптическую силу и фокусное расстояние тонкой линзы. Рассчитать погрешности этих величин по формулам (1.2.5) (или (1.2.6)) и (1.2.7).

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе по результатам первого задания представить полученное значение периода дифракционной решетки.

По результатам второго задания привести график зависимости удлинения пружины от массы нагрузки. Сделать вывод о характере полученной зависимости. Представить рассчитанный коэффициент жесткости пружины.

По результатам третьего задания представить оптическую силу и фокусное расстояние тонкой линзы.

Табличные значения

Показатель преломления стекла линзы	$n = 1,52$
Ускорение свободного падения	$g = 9,81 \text{ м/с}^2$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Для каких измерений используется катетометр? Чему равна предельная приборная погрешность этого прибора?
2. Для каких измерений используется сферометр? Чему равна предельная приборная погрешность этого прибора?
3. Сравните количество значащих цифр в отсчете, производимом с помощью штангенциркуля, микрометра и катетометра.
4. Укажите возможные источники систематических погрешностей при измерениях на катетометре и сферометре.
5. Почему при измерении периода решетки следует измерять расстояние между серединами не соседних штрихов, а отстоящих друг от друга на несколько периодов?
6. Как должен выглядеть экспериментальный график зависимости растяжения пружины от величины нагрузки при условии выполнения закона Гука?

Работа 1.3

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ТЕЛ

Цель: изучение свободного падения тел; определение ускорения свободного падения.

Оборудование: установка для изучения свободного падения; электронный секундомер; стальные шарики.

ВВЕДЕНИЕ

Поступательным движением тела называется такое движение, при котором любая прямая, связанная с движущимся телом, остается параллельной самой себе. При поступательном движении все точки тела за один и тот же промежуток времени получают равные по величине и направлению перемещения. Поэтому скорости и ускорения всех точек тела в каждый момент времени одинаковы. Следовательно, чтобы охарактеризовать полностью движение всего тела, достаточно определить движение одной из точек тела. Другими словами, изучение поступательного движения тела сводится к изучению движения материальной точки с массой, равной массе соответствующего тела, положение которой совпадает с положением центра масс тела. Например, для однородного шара центр масс совпадает с его геометрическим центром.

В настоящей работе изучается падение с различной высоты маленьких шариков (размер шариков много меньше высоты, с которой они падают). Поэтому движение шарика можно описывать, как поступательное движение материальной точки.

Уравнение, описывающее поступательное движение материальной точки (частицы), имеет вид:

$$m\mathbf{w} = \mathbf{F}, \quad (1.3.1)$$

где m , \mathbf{w} – масса и ускорение материальной точки; \mathbf{F} – сумма всех внешних сил, действующих на материальную точку.

Материальная точка массой m , помещенная в однородное и постоянное гравитационное поле, будет совершать поступательное движение.

Экспериментально установлено, что под действием силы притяжения к Земле все тела падают с одинаковым ускорением, которое принято обозначать \mathbf{g} . Это означает, что на всякое тело массой m действует сила тяжести, равная: $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$.

Тогда из уравнения (1.3.1) следует, что ускорение материальной точки равно ускорению свободного падения:

$$\mathbf{w} = \mathbf{g}. \quad (1.3.2)$$

Учитывая определение мгновенного ускорения $\mathbf{w} = \dot{\mathbf{v}}$, уравнение (1.3.2) можно переписать в виде:

$$d\mathbf{v} = \mathbf{g}dt,$$

где $d\mathbf{v}$ – приращение скорости точки за время dt . Проинтегрируем обе части этого равенства:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{g}t. \quad (1.3.3)$$

Положение материальной точки, определяемое радиусом-вектором $\mathbf{r}(t)$, находится аналогично. Из определения скорости следует: $d\mathbf{r} = \mathbf{v}(t)dt$. Проинтегрировав обе части этого равенства, получим:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \int_0^t \mathbf{v}(t)dt. \quad (1.3.4)$$

Подставляя (1.3.3) в (1.3.4), получим:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0t + \frac{\mathbf{g}t^2}{2}. \quad (1.3.5)$$

Рассмотрим систему координат, где направление одной из осей (оси y) совпадает с направлением ускорения свободного падения. Тогда согласно (1.3.5) в проекции на эту ось получим:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{gt^2}{2}. \quad (1.3.6)$$

Пусть в начальный момент времени материальная точка покоилась в начале координат (т.е. $y_0 = 0$ и $v_{0y} = 0$). Тогда из (1.3.6) следует, что за время t она, свободно падая, пройдет путь h , который определяется выражением:

$$h = \frac{gt^2}{2}. \quad (1.3.7)$$

Масса фигурирует в двух различных законах: во втором законе Ньютона (1.3.1) и в законе всемирного тяготения. В первом случае

она характеризует инертные свойства тела, во втором – гравитационные свойства, т.е. способность тел притягиваться друг к другу. Рассмотрим в геоцентрической системе отсчета (начало отсчета которой совпадает с центром Земли) свободное падение тел. Всякое тело вблизи поверхности Земли испытывает силу притяжения к Земле, равную:

$$F = G \frac{m_g M_3}{R_3^2}, \quad (1.3.8)$$

где m_g – гравитационная масса тела; M_3 – гравитационная масса Земли; R_3 – радиус земного шара. Под действием этой силы тело приобретает ускорение w , которое согласно второму закону Ньютона равно:

$$w = \frac{F}{m_{in}} = G \frac{M_3}{R_3^2} \frac{m_g}{m_{in}}, \quad (1.3.9)$$

где m_{in} – инертная масса тела.

Опыт показывает, что ускорение w для всех тел одинаково. Следовательно, так как множитель $G \frac{M_3}{R_3^2}$ не зависит от тела, то отношение

к $\frac{m_g}{m_{in}}$ оказывается одинаковым для всех тел.

Итак, инертная и гравитационная массы любого тела строго пропорциональны друг другу. Это утверждение составляет содержание *принципа эквивалентности*.

Для экспериментального подтверждения принципа эквивалентности необходимо измерить времена падения различных тел с одинаковой высоты при прочих равных условиях и сравнить их. В случае если эти времена окажутся совпадающими, то можно будет сделать вывод о том, что отношение инертной массы к гравитационной не зависит от конкретного тела, т.е. принцип эквивалентности соблюдается.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В работе используется установка, фотография которой представлена на рис. 1.3.1. Установка состоит из штативного стержня 1, на котором укреплен держатель для шарика (фиксирующее устройство) 2, улавливающее устройство 3, масштабная (измерительная)

линейка 4, которая снабжена вертикальной шкалой и двумя красными указателями 5. Указатели имеют заметный люфт, поэтому погрешность измерения высоты с их помощью $\Delta h = 5$ мм.

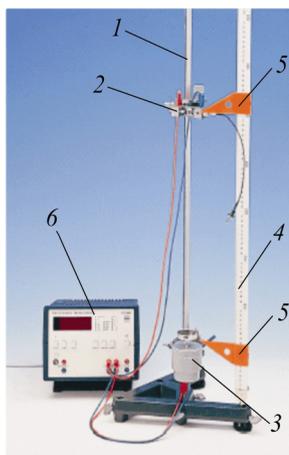


Рис. 1.3.1

Измерение времени падения шарика производится с помощью электронного секундомера 6, подключенного к фиксирующему и улавливающему устройствам.

Для закрепления шарика в фиксирующем устройстве следует нажать и удерживать кнопку на его тросике.

При отпускании кнопки на тросике фиксирующего устройства шарик начинает падение, а фиксирующее устройство посылает сигнал на секундомер, и секундомер включается. Остановка секундомера происходит также автоматически в момент времени, когда срабатывает датчик улавливающего устройства.

Перед каждым измерением чашку улавливающего устройства следует поднять, иначе измерение времени падения будет не точным, а шарик после столкновения с чашкой отскочит и упадет с рабочего стола.

В неметаллических шариках для обеспечения электрического контакта вмонтирован металлический стержень. Для корректного запуска секундомера при использовании неметаллического шарика следует располагать его таким образом, чтобы металлический стержень замыкал цепь между удерживающими стержнями фиксирующего устройства.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Не вынимайте провода из разъемов секундомера, фиксирующего и улавливающего устройств.
2. Следите за шариком, не допускайте его скатывание с рабочего места.

3. В случае если шарик не попадает в улавливающее устройство, не пытайтесь исправить это самостоятельно, обратитесь к лаборанту.

4. Не располагайте посторонних предметов на пути падающего шарика. Будьте осторожны при помещении шарика в фиксирующее устройство, во избежание защемления кожных покровов.

ЗАДАНИЕ

Определение ускорения свободного падения тел

1. Подготовить электронный секундомер к работе, для чего необходимо выполнить ряд действий.

Включить секундомер с помощью тумблера «СЕТЬ», который находится на задней панели прибора. На цифровом табло секундомера должны загореться нули. Если это не так – нажать кнопку «Reset».

Выбрать режим работы секундомера «Timer», несколько раз нажимая на кнопку «Function». При этом автоматически установятся единицы измерения времени «ms», т.е. время будет измеряться в миллисекундах. Выбрать режим «┌┐» работы секундомера с датчиками, нажимая несколько раз кнопку «Trigger».

2. Измерить с помощью штангенциркуля диаметр шарика D . Результаты измерений занести в лабораторный журнал.

3. Поместить нижний красный указатель на масштабной линейке на уровне улавливающего устройства при опущенной чашке.

Расположить фиксирующее устройство на некоторой высоте H . На этой же высоте установить верхний указатель около красной метки (расположенной напротив центра шара) на фиксирующем устройстве.

Чтобы определить высоту падения шарика h , необходимо из расстояния между метками H , определяемого по масштабной линейке, вычесть радиус шарика $R = D/2$, т.е. $h = H - R$.

4. Приступить к измерениям. Для этого:
зажать шарик с помощью фиксирующего устройства;
поднять чашку улавливающего устройства;

нажать клавишу «Reset» на панели секундомера, при этом во всех разрядах шкалы секундомера высветятся нули;

нажать клавишу «Start» и освободить шарик, отпустив кнопку на тросике фиксирующего устройства;

после падения шарика на индикаторе секундомера высветится время его падения в миллисекундах.

Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.3.1. Измерения повторить 5 раз.

5. Установить фиксирующее устройство на другой высоте.

Для различных значений высоты H в диапазоне от 20 до 60 см с шагом 5 см производить измерения времени падения шарика согласно п. 4. При этом менять положение только верхней метки и фиксирующего устройства. Положение нижней метки и улавливающего устройства во время всей работы оставлять неизменным.

Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.3.1.

Таблица 1.3.1

H , мм	h , мм	t_i , мс					$\langle t_i \rangle$, мс	Δt , мс	t^2 , мс ²	$\Delta(t^2)$, мс ²
		1	2	3	4	5				

6. Аналогичные измерения времени падения провести для других шариков, отличающихся материалом или радиусом. Результаты измерений занести в заранее подготовленные таблицы.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Для каждой серии измерений времени падения шариков, которым отвечают различные значения высоты h , найти среднее значение $\langle t_i \rangle$. Погрешность измерения времени Δt следует определить методом Корнфельда (см. введение).

2. По результатам измерений, приведенных в таблицах, построить для всех шариков графики зависимости квадрата времени падения от высоты.

3. Определить, пользуясь построенными графиками, угловые коэффициенты наклона этих прямых k методом парных точек. Погрешности угловых коэффициентов оценить методом Корнфельда.

4. По формуле $g = 2/k$, следующей из выражения (1.3.7), определить для каждого шарика ускорение свободного падения, а по формуле $\Delta g = 2 \Delta k/k^2$ вычислить его погрешность.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключение к работе привести графики зависимости квадрата времени падения от высоты для трех различных шариков. Сделать вывод о характере полученных зависимостей, обсудить их согласие с теорией.

Привести полученные значения ускорения свободного падения. Сравнить их с табличным значением на широте Москвы. Указать возможные источники систематических ошибок в определении величины g используемым методом.

Сделать вывод, зависит ли отношение инертной массы к гравитационной от конкретного шарика. По результатам проведенных экспериментов сделать вывод, выполняется ли принцип эквивалентности.

Табличные значения

Ускорение свободного падения	$g = 9,81 \text{ м/с}^2$
---------------------------------	--------------------------

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каким методом измеряется время падения шарика в данной работе?

2. Как должен выглядеть экспериментальный график зависимости скорости шарика от высоты падения в однородном поле силы тяжести?

3. Как изменится выражение (1.3.7), если начало координат поместить в точку падения?

4. Какие измерения, сделанные в данной лабораторной работе, были прямыми, какие – косвенными?
5. Как повлияет на время падения отклонение штатива от вертикали?
6. При каком соударении шарика и уловителя упругом или неупругом измерения будут более точными?
7. Оценить, какую систематическую погрешность вносит то, что шарик не является материальной точкой.
8. Известно, что сила гравитационного притяжения зависит от расстояния между телами. Насколько оправдано в данной работе приближение $g = \text{const}$?
9. Как будут соотноситься времена падения двух стальных шариков разной массы с одинаковой высоты?
10. Что такое гравитационная и инертная массы? Сформулировать принцип эквивалентности.

Работа 1.4

ИЗУЧЕНИЕ ВТОРОГО ЗАКОНА НЬЮТОНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВОЗДУШНОЙ ДОРОЖКИ

Цель: исследование кинематики и динамики равноускоренного движения планера на воздушной подушке.

Оборудование: установка для изучения второго закона Ньютона; компрессор; весы; набор грузов; линейка.

ВВЕДЕНИЕ

В классической механике для описания механического движения тела необходимо выбрать систему отсчета, задать его координаты и импульс в начальный момент времени и записать уравнение движения.

Система отсчета, в которой в отсутствие внешних сил тело движется равномерно и прямолинейно, называется *инерциальной*. В инерциальных системах отсчета уравнением движения тела является второй закон Ньютона:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \mathbf{F}, \quad (1.4.1)$$

где \mathbf{p} и \mathbf{v} – импульс и скорость тела соответственно; m – его масса; \mathbf{F} – векторная сумма всех действующих на тело сил. Когда масса тела m не меняется, формула (1.4.1) преобразуется к виду:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}. \quad (1.4.2)$$

Используя определение скорости \mathbf{v} и ускорения \mathbf{w} , уравнение (1.4.2) можно переписать в виде:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{\mathbf{F}}{m}. \quad (1.4.3)$$

Если на тело действует постоянная суммарная сила \mathbf{F} , то решенные уравнения (1.4.3) имеет вид:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{w}t, \quad (1.4.4)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{\mathbf{w}t^2}{2}, \quad (1.4.5)$$

где \mathbf{r}_0 и \mathbf{v}_0 – радиус-вектор и скорость тела в момент времени $t = 0$.

Пусть суммарная сила \mathbf{F} , действующая на тело, постоянна. Выберем ось x вдоль направления действия этой силы. Тогда проекция ускорения на ось x , т.е. w_x , будет совпадать с модулем ускорения w . Проецируя векторное равенство (1.4.4) на ось x , получим:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{wt^2}{2}. \quad (1.4.6)$$

В данной работе исследуется движение тела массой M (планера) под действием силы натяжения перекинутой через блок нити, к концу которой привязан груз массой m (рис. 1.4.1). Планер перемещается по горизонтальному треку с воздушной подушкой.

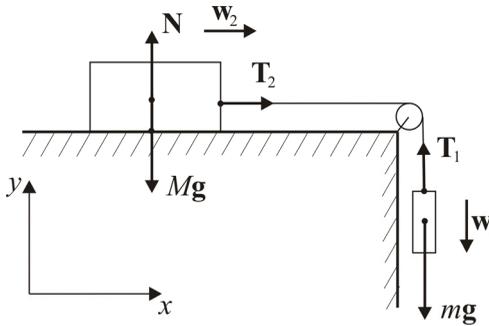


Рис. 1.4.1

При движении системы (связанных нитью груза и планера) на груз действуют сила тяжести mg и сила натяжения нити T_1 , его ускорение w_1 направлено вертикально вниз (см. рис. 1.4.1). На планер действуют сила тяжести Mg , сила нормальной реакции опоры N и сила натяжения нити T_2 , его ускорение направлено горизонтально вправо w_2 (см. рис. 1.4.1). Силой трения, действующей на планер, можно пренебречь в силу того, что он движется на воздушной подушке.

Считая нить нерастяжимой, модули ускорений планера и груза равны: $w_1 = w_2 = w$. Так как массы блока и нити малы по сравнению

с массами планера и груза, модули сил натяжения нити будут также равны: $T_1 = T_2 = T$.

Выберем систему координат так, как показано на рис. 1.4.1. Тогда второй закон Ньютона для груза в проекции на ось y имеет вид:

$$-mg + T = -mw. \quad (1.4.7)$$

Записывая второй закон Ньютона для планера в проекции на ось x , получаем:

$$T = Mw. \quad (1.4.8)$$

Решая систему уравнений (1.4.7) – (1.4.8), получим, что модуль ускорения обоих тел w вычисляется по формуле:

$$w = \frac{m}{M + m} g. \quad (1.4.9)$$

Введем обозначение для величины, обратной сумме масс планера и груза:

$$z = \frac{1}{M+m}. \quad (1.4.10)$$

Тогда соотношение (1.4.9) можно переписать в виде:

$$w = mgz. \quad (1.4.11)$$

Согласно (1.4.11), ускорение w линейно зависит от величины m при фиксированной суммарной массе планера и груза (при этом $z = \text{const}$). Следовательно, получив экспериментально зависимость $w(m)$ при фиксированном z и найдя по графику угловой коэффициент k , можно рассчитать ускорение свободного падения g по формуле:

$$g = \frac{k}{z}. \quad (1.4.12)$$

Для экспериментального определения ускорения планера в работе используется следующая методика. С помощью секундомера измеряется время t прохождения планером расстояния от точки с координатой x_0 (в которой первоначально планер покоился, т.е. $v_0 = 0$) до точки с координатой x . Затем по формуле

$$w = \frac{2(x-x_0)}{t^2}, \quad (1.4.13)$$

следующей из соотношения (1.4.6), вычисляется ускорение планера.

В заключение приведем формулы для расчета погрешностей ускорения планера, обратной суммарной массы груза и планера и ускорения свободного падения:

$$\Delta w = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{t^2}\right)^2 + \left\{\frac{4(x-x_0)}{t^3}\right\}^2}, \quad (1.4.14)$$

$$\Delta z = \frac{\sqrt{(\Delta m)^2 + (\Delta M)^2}}{(m+M)^2}, \quad (1.4.15)$$

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\Delta k}{z}\right)^2 + \left(\frac{k\Delta z}{z^2}\right)^2}. \quad (1.4.16)$$

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка представлена на рис. 1.4.2. Она состоит из массивного трека 1 с отверстиями для создания воздушной подушки. Воздух в трек поступает через воздуховод 2. Планер 3 соединен с держателем для грузов 4 нитью, перекинутой через блок 5. Для запуска планера служит стартовая система 6, а для его остановки – упор 7.

Время движения планера измеряется электронным секундомером 8, к которому присоединены фотодатчики 9–12. Отсечка времени фотодатчиком осуществляется при закрытии его луча прямоугольным экраном, закрепленным в верхней части планера 3 (см. рис. 1.4.2).

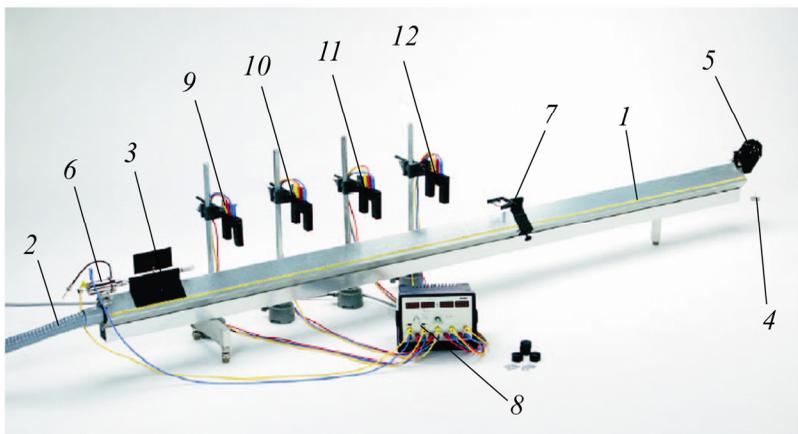


Рис. 1.4.2

Масса планера может регулироваться при помощи грузов, которые надеваются на прикрепленные к нему с обеих сторон стержни. Оба стержня следует нагружать одинаково для обеспечения симметричности планера. Силу натяжения нити, действующую на планер, можно изменять, вешая дополнительные грузы на держатель 4.

Для взведения стартовой системы следует аккуратно нажать на ее стержень со стороны воздуховода до упора. Излишних усилий прилагать не нужно. Запуск планера осуществляется нажатием на кнопку, расположенную на гибком тросике стартовой системы.

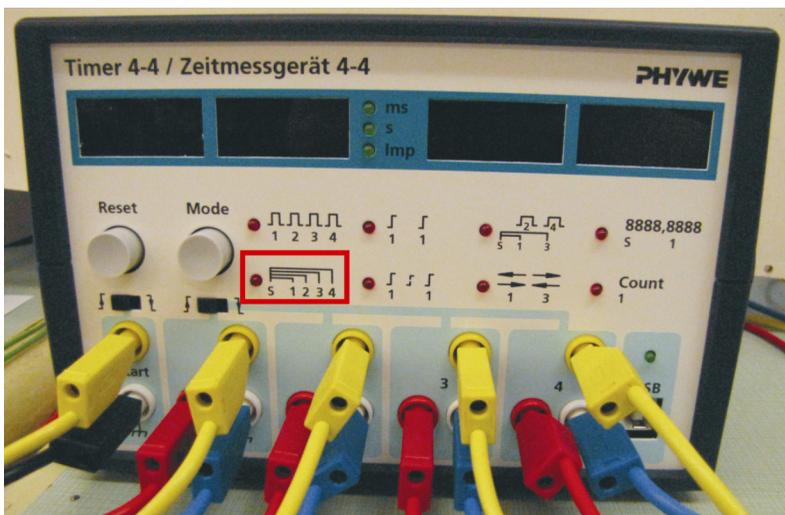


Рис. 1.4.3

Передняя панель многофункционального секундомера показана на рис. 1.4.3. Переключение между различными режимами секундомера осуществляется нажатием кнопки «Mode». На рис. 1.4.3 пиктограмма режима, который используется в работе для измерения времени прохождения планером фиксированных отрезков пути, заключена в прямоугольник. Для сброса значений на всех табло секундомера используется кнопка «Reset». Рекомендуется нажимать кнопку «Reset» 2–3 раза.

Для нагнетания воздуха в трек используется компрессор, передняя панель которого представлена на рис. 1.4.4. Компрессор под-

ключается к установке с помощью гибкого воздуховода 1. Регулировка напора воздуха осуществляется вращением ручки 2.

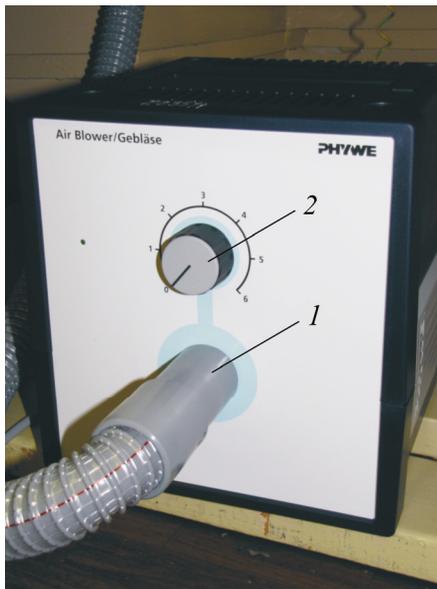


Рис. 1.4.4

Дополнительные грузы, используемые в данной установке для изменения массы планера и груза на нити, имеют массы 1, 10 и 50 г. В зависимости от рекомендуемой в каждом конкретном задании массы планера или груза на нити необходимо навесить на них соответствующее число дополнительных грузов. Например, масса груза на нити в первом задании должна быть 12 г, т.е. на держатель для грузов, масса которого 1 г, необходимо добавить один дополнительный груз массой 1 г и один дополнительный груз массой 10 г. Погрешность массы каждого из дополнительных грузов из комплекта данной установки $\Delta m_{гр} = 0,01$ г.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Перед включением компрессора, непосредственно перемещая планер, убедитесь, что когда планер находится

вплотную к упору, держатель для грузов не достаёт до пола. Если длина нити такова, что держатель касается пола – пригласите лаборанта!

2. Перед запуском нагруженного планера до включения компрессора убедитесь, что планер при движении по треку не задевает фотодатчики!

3. Запрещается отключать или переключать соединительные провода, а также допускать касание их планером во время движения.

4. Запрещается резко поворачивать ручку регулировки напора воздуха на компрессоре, а также выставлять значение напора воздуха, большее четырёх по шкале компрессора (см. рис. 1.4.4).

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Исследование зависимости ускорения планера от суммарной массы системы

1. Поставить планер на трек в точке запуска, зафиксировать его в исходном положении нажатием на стержень стартовой системы со стороны воздуховода. Определить по шкале, нанесенной на трек, координату левого края экрана планера в точке пуска x_0 , а также координаты фотодатчиков x_{1-4} . Так как положение датчиков определяется грубо, в качестве погрешности величин x_{1-4} следует взять 0,3 см.

Внимание! В процессе работы не менять положения датчиков! Если по неосторожности какой-либо из датчиков сдвинется с места, выставить его в исходное положение.

2. Включить секундомер. Нажав кнопку «Mode» один раз, перевести его в режим измерения времени, обозначенный прямоугольником на рис. 1.4.3, при этом загорится лампочка у пиктограммы этого режима. Нажать два раза кнопку «Reset».

3. Перекинуть нить через блок. Нажав кнопку на тросике стартовой системы, освободить планер. Медленно вручную передвигая планер вдоль трека, убедиться, что он может беспрепятственно достигнуть упора: экран не касается в процессе движения соединительных проводов и корпусов фотодатчиков, а держатель для грузов не достаёт до пола. Убедиться также в том, что фотодатчики

фиксируют моменты прохождения мимо них левого края экрана планера.

4. Включить компрессор (см. рис. 1.4.4) нажатием кнопки на его задней панели (на рисунке не показана). Медленно повернуть ручку мощности компрессора до положения, соответствующего двум делениям. Подождать несколько секунд, после чего медленно повернуть ручку до положения, соответствующего четырем делениям.

Внимание! Не устанавливать на компрессоре значения мощности больше четырех делений!

5. С помощью дополнительных грузов установить массу груза, подвешенного на нити (вместе с держателем!), $m = 12$ г и массу планера (вместе с дополнительными грузами!) $M = 230$ г. Перед запуском закрепить планер в стартовом положении, сбросить показания секундомера, нажав кнопку «Reset». Убедившись, что планер и груз на нити покоятся, а нить не соскочила с блока, нажать кнопку на тросике стартовой системы и запустить планер. После прекращения движения системы записать показания секундомера t_1, \dots, t_4 в заранее подготовленную табл. 1.4.1.

6. Повторить измерения, описанные в п. 5, для той же массы планера еще два раза. Результаты измерений занести в табл. 1.4.1.

7. Повторить измерения, описанные в пп. 5, 6, для масс планера в диапазоне 230–330 г с шагом 20 г.

Внимание! Массу груза на нити m не менять!

Результаты измерений занести в табл. 1.4.1.

Таблица 1.4.1

№ п/п	M , г	z , кг ⁻¹	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с
1	230					
2	250					
...

Задание 2. Исследование зависимости ускорения планера от массы груза

1. С помощью дополнительных грузов установить массу груза на нити (вместе с держателем!) $m = 12$ г и массу планера $M = 320$ г. При этом на каждом из стержней планера должно быть по пять дополнительных грузов массой 1 г. Запустив систему, проделать измерения промежутков времени прохождения планером фотодатчиков t_1, \dots, t_4 . Результаты измерений занести в табл. 1.4.2.

2. Повторить измерения, описанные в п. 1, для той же массы планера и груза еще два раза. Результаты измерений занести в табл. 1.4.2.

Таблица 1.4.2

№ п/п	m, г	t ₁ , с	t ₂ , с	t ₃ , с	t ₄ , с
1	12				
2	14				
...

3. Повторить измерения промежутков времени прохождения планером фотодатчиков для масс груза на нити (вместе с держателем!) в диапазоне от 12 до 20 г с шагом 2 г. При каждом увеличении массы груза на нити на 2 г следует просто перенести два дополнительных груза массой по 1 г с каждого из стержней планера на держатель для грузов. При таком способе изменения массы груза на нити полная масса системы остается неизменной и равной $M + m = 332$ г, соответствующее значение z равно $3,01 \text{ кг}^{-1}$. Результаты измерений занести в табл. 1.4.2.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Задание 1

1. По данным табл. 1.4.1 для каждой массы планера определить и занести в табл. 1.4.3:

определяемые по каждому из датчиков ускорения w_i и их приборные погрешности Δw_i , рассчитанные по формулам (1.4.13) и (1.4.14) соответственно;

среднее ускорение w ;

погрешность среднего ускорения Δw , рассчитанную методом Корнфельда;

величину обратной суммарной массы z и ее погрешность, рассчитанную по формуле (1.4.15).

2. Построить по данным табл. 1.4.3 график зависимости ускорения планера w от величины z . Убедиться, что зависимость является линейной.

Таблица 1.4.3

z , кг ⁻¹	w_1 , м/с ²	w_2 , м/с ²	w_3 , м/с ²	w_4 , м/с ²	Δw_1 , м/с ²	Δw_2 , м/с ²	Δw_3 , м/с ²	Δw_4 , м/с ²	w , м/с ²	Δw , м/с ²
...	

Задание 2

1. По данным табл. 1.4.2 для каждого сочетания масс планера и груза определить и занести в табл. 1.4.4 величины:

определяемые по каждому из датчиков ускорения w_i и их погрешности Δw_i , рассчитанные по формулам (1.4.13) и (1.4.14) соответственно;

среднее ускорение w ;

погрешность среднего ускорения Δw , рассчитанную методом Корнфельда.

2. Построить по данным табл. 1.4.4 график зависимости ускорения w от массы груза m . Убедившись, что зависимость является линейной, найти с помощью метода парных точек ее угловой коэффициент k и его погрешность Δk .

3. Вычислить ускорение свободного падения g по формуле (1.4.12), а также его погрешность Δg по формуле (1.4.16).

Таблица 1.4.4

m , г	$w_{1,2}$ м/с ²	$w_{2,3}$ м/с ²	$w_{3,4}$ м/с ²	$w_{4,5}$ м/с ²	$\Delta w_{1,2}$ м/с ²	$\Delta w_{2,3}$ м/с ²	$\Delta w_{3,4}$ м/с ²	$\Delta w_{4,5}$ м/с ²	w , м/с ²	Δw , м/с ²
...	

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе по результатам первого задания представить график зависимости $w(z)$. Сделать вывод о том, как зависит ускорение от массы системы при фиксированной силе.

По результатам второго задания представить график зависимости $w(m)$. Сделать вывод о том, как зависит ускорение от силы при фиксированной суммарной массе системы.

Привести рассчитанные значения углового коэффициента графика зависимости $w(m)$ и ускорения свободного падения. Сравнить полученное в работе значение g с табличным значением. Определить, какие факторы вносят основной вклад в погрешность ускорения свободного падения.

Табличные значения

Ускорение свободного падения	$g = 9,81 \text{ м/с}^2$
Масса планера	$M_0 = 210,0 \pm 1,0 \text{ г}$
Масса держателя для грузов	$m_0 = 1,00 \pm 0,01 \text{ г}$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется радиусом-вектором, скоростью, ускорением материальной точки?
2. Сформулировать законы Ньютона. Что такое инерциальная система отсчета?
3. Приведите примеры движения тела под действием постоянной силы. Какова в общем случае форма его траектории и почему?
4. Как зависит координата и скорость тела от времени при движении с постоянным ускорением?
5. Какие силы действуют на планер при его движении? Куда направлена их векторная сумма? Куда направлено ускорение планера?
6. Почему модули ускорений планера и груза на нити равны?
7. Почему силы натяжения нити T_1 и T_2 равны по модулю?
8. Будет ли ускорение линейно зависеть от массы груза при фиксированной массе планера?
9. Как в используемой установке уменьшают трение между планером и треком?
10. Какой момент времени фиксируют фотодатчики электронного секундомера?
11. Какой режим работы электронного секундомера следует выбрать?
12. Как работает стартовая система?

Работа 1.5

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ ПРИ УПРУГОМ И НЕУПРУГОМ СТОЛКНОВЕНИЯХ

***Цель:** изучение законов сохранения импульса и механической энергии для системы двух сталкивающихся тележек; исследование абсолютно упругого и абсолютно неупругого удара (столкновения).*

Оборудование: воздушный трек; пусковое устройство; электронный секундомер; две тележки; фотодатчики; набор грузов; насадки для изучения упругого и неупругого соударений.

ВВЕДЕНИЕ

При соударении тел друг с другом они претерпевают деформации. При этом кинетическая энергия, которой обладали тела перед ударом, частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации и в так называемую внутреннюю энергию тел.

Существует два предельных вида столкновений тел: абсолютно упругий и абсолютно неупругий.

Абсолютно упругим называется удар (столкновение), при котором механическая энергия соударяющихся тел не переходит в другие немеханические виды энергии.

Абсолютно неупругий удар (столкновение) характеризуется тем, что кинетическая энергия соударяющихся тел частично или полностью превращается во внутреннюю энергию, при этом после соударения тела движутся с одинаковыми скоростями (как одно тело с массой равной сумме масс столкнувшихся тел).

В работе изучаются абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары двух сталкивающихся тележек, расположенных на горизонтальном треке с воздушной подушкой. Наличие воздушной подушки позволяет практически исключить трение между тележками и треком.

Схема эксперимента для изучения упругого и неупругого соударений представлена на рис. 1.5.1. Тележка массой m_1 , двигаясь с постоянной скоростью, налетает на покоящуюся тележку массой m_2 . Пусть до соударения импульс первой тележки равен \mathbf{p}_1 , а после соударения импульсы первой и второй тележек равны \mathbf{p}'_1 и \mathbf{p}'_2 соответственно. Выберем ось X вдоль направления движения тележек, а ось Y – вертикально вверх (см. рис. 1.5.1).

На каждую тележку, движущуюся по треку, действуют сила тяжести, сила реакции опоры и, вообще говоря, сила трения. Проекции силы тяжести и реакции опоры на ось X равны нулю. Кроме того, поскольку в установке, используемой в работе, сила трения пренебрежимо мала, то проекции всех сил, действующих на движущуюся тележку, на ось X равны нулю. Следовательно, x -компонента импульса системы сохраняется как при упругом, так и при неупругом столкновении.

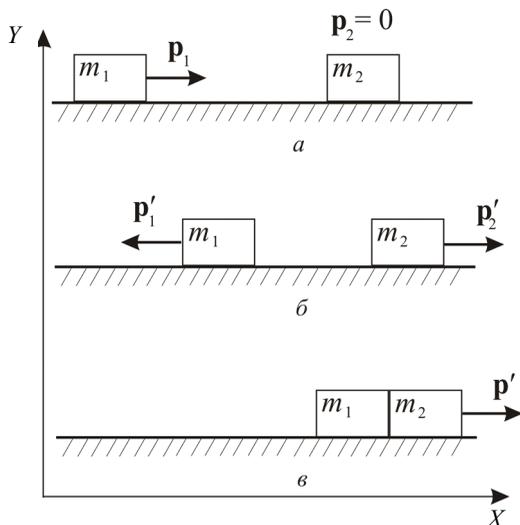


Рис. 1.5.1

При *абсолютно упругом* столкновении двух тележек массами m_1 и m_2 (см. рис. 1.5.1), кроме закона сохранения импульса ЗСИ:

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2, \quad (1.5.1)$$

выполняется закон сохранения механической энергии (ЗСЭ):

$$\frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2}. \quad (1.5.2)$$

В проекции на ось X закон сохранения импульса (1.5.1) имеет вид:

$$p_{1x} = p_{1x}' + p_{2x}'. \quad (1.5.3)$$

Решая систему уравнений (1.5.2) и (1.5.3), получим следующие зависимости проекций импульсов тележек после столкновения p_{1x}' и p_{2x}' от соотношения масс тележек и проекции импульса первой тележки до столкновения p_{1x} :

$$p_{1x}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot p_{1x} = -\frac{1 - \frac{m_1}{m_2}}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \cdot p_{1x}, \quad (1.5.4)$$

$$p_{2x}' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot p_{1x} = \frac{2}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \cdot p_{1x}. \quad (1.5.5)$$

При абсолютно *неупругом* столкновении (см. рис. 1.5.1) выполняется только закон сохранения импульса, так как часть первоначальной кинетической энергии первой тележки переходит во внутреннюю энергию тележек после столкновения. После *абсолютно неупругого* столкновения тележки движутся вместе и их можно считать одним телом суммарной массой $m' = m_1 + m_2$, поэтому закон сохранения импульса можно записать в виде:

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}'. \quad (1.5.6)$$

В проекции на ось X он будет иметь вид:

$$p_{1x} = p_x', \quad (1.5.7)$$

тогда энергия двух тележек до и после столкновения будет определяться следующим образом:

$$E_1 = \frac{p_{1x}^2}{2m_1}, \quad (1.5.8)$$

$$E' = \frac{p_x'^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{1}{1 + \frac{m_2}{m_1}} \cdot E_1. \quad (1.5.9)$$

Измеряя импульс тележек известной массы до и после столкновения, можно проверить закон сохранения импульса при упругом (1.5.3) и неупругом (1.5.5) столкновениях.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Упругое и неупругое столкновения изучаются на установке, фотография которой представлена на рис. 1.5.2.

Основу установки составляет воздушный трек 1 (см. рис. 1.5.2). На треке расположены две тележки 2 и 3 и пусковое устройство 4. Воздушный трек представляет собой горизонтальный рельс с отверстиями, к которому подключен компрессор (на рисунке не показан). При включении компрессора поток воздуха подается в рельс и выходит через многочисленные маленькие отверстия на его поверхности, таким образом создается воздушная подушка для тележек (планеров).

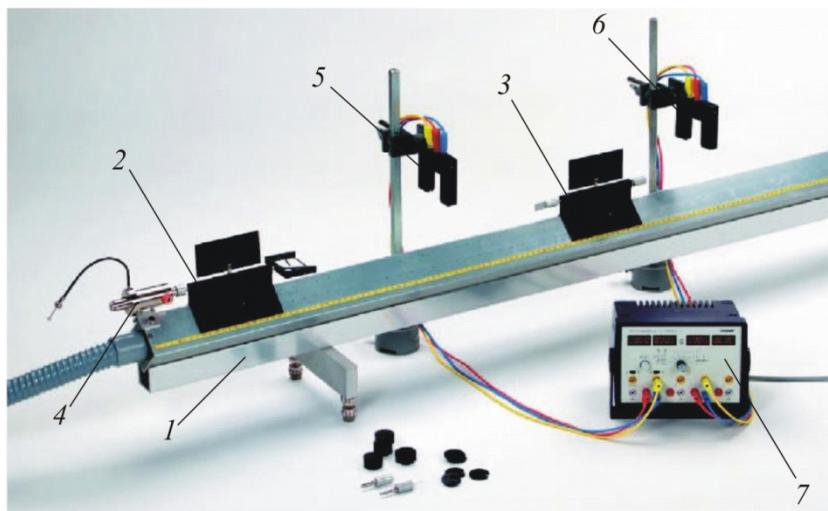


Рис. 1.5.2

Мощность компрессора можно плавно регулировать при помощи ручки, расположенной на его передней панели. В процессе работы необходимо экспериментально установить мощность ком-

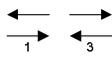
прессора таким образом, чтобы тележки не сдувало потоком воздуха, но при этом сила трения была пренебрежимо мала. Наличие силы трения можно определить визуально, толкнув тележку и наблюдая, уменьшается, увеличивается или остается постоянной ее скорость при движении по треку. Если заметно уменьшение или увеличение скорости тележки, то мощность компрессора необходимо немного подрегулировать. Не рекомендуется устанавливать на шкале мощности компрессора значений больше четырех делений!

Пусковое устройство 4 сообщает импульс первой тележке 2 при нажатии на кнопку на его тросике. Значение импульса, передаваемого тележке, регулируется положением защелки. Рекомендуется для всех измерений использовать третье положение защелки (т.е. перед запуском тележки следует нажать на защелку влево до упора, при этом будет слышно три щелчка).

При движении тележка проходит через фотодатчики 5 и 6, сигнал от которых подается на электронный секундомер 7 (см. рис. 1.5.2). При прохождении через фотодатчик экран, прикрепленный сверху на каждую тележку, перекрывает луч фотодатчика, что служит сигналом для запуска таймера на электронном секундомере 7. После выхода экрана из луча фотодатчика – таймер останавливается.

Для того чтобы электронный секундомер запускал таймер при перекрытии луча фотодатчика и останавливал его при открытии луча, переключатели выбора режима запуска/остановки таймера должны находиться в следующих положениях: первый – сдвинут влево «»; второй – вправо «».

Электронный секундомер имеет несколько режимов, переключение между которыми осуществляется нажатием кнопки «Mode». Выбранный режим обозначается загорающейся рядом с пиктограммой лампочкой.

В работе используется четвертый режим, обозначенный на панели электронного секундомера пиктограммой «». В этом режиме секундомер фиксирует по два последовательных промежутка времени прохождения каждого фотодатчика экраном тележки. При этом фотодатчики должны быть подключены к перво-

му и третьему входам электронного секундомера. Тогда первое и второе табло покажут, соответственно, промежутки времени первого и второго прохождения экраном тележки через фотодатчик, подключенный к первому входу; а третье и четвертое табло покажут, соответственно, промежутки времени первого и второго прохождения экраном тележки через фотодатчик, подключенный к третьему входу.

Перед каждым измерением необходимо сбросить предыдущий результат, нажав несколько раз кнопку «Reset».

Для изучения упругого соударения на тележки необходимо установить дополнительные насадки, показанные на рис. 1.5.3, *а*, а для изучения неупругого соударения – насадки, показанные на рис. 1.5.3, *б*.

К установке приложен набор дополнительных грузов по 50 и 10 г для изменения массы тележек. На каждой тележке имеется два симметрично расположенных штырька для грузов. Грузы необходимо устанавливать симметричным образом, чтобы суммарная масса грузов на обоих штырьках одной тележки была одинаковой. Погрешность массы дополнительных грузов $\Delta m_{гр} = 0,05$ г.

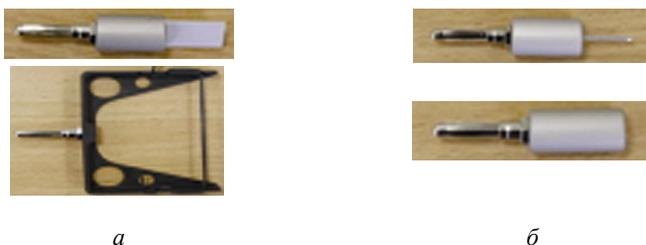


Рис. 1.5.3

Так как в условиях работы установки время прохождения экраном каждой тележкой фотодатчика t мало, то скорость тележки за это время практически постоянна, поэтому импульс тележки можно рассчитать по формуле:

$$p = m \frac{l}{t}, \quad (1.5.10)$$

где m – масса тележки вместе с дополнительными грузами и насадками; l – длина экрана тележки.

Погрешность импульса, рассчитанного по формуле (1.5.10), определяется по формуле:

$$\Delta p = p \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}, \quad (1.5.11)$$

где Δl и Δm определяются приборными погрешностями измерения длины экрана и массы тележки с насадками и дополнительными грузами соответственно, а Δt вычисляется как максимальная из приборной и случайной погрешностей измерения времени прохождения экраном тележки фотодатчика.

Измерив таким образом импульс тележки, можно рассчитать энергию тележки и абсолютную погрешность энергии:

$$E = \frac{p^2}{2m}; \quad \Delta E = E \sqrt{4\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2}. \quad (1.5.12)$$

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Перед запуском тележек убедитесь, что на их пути отсутствуют посторонние предметы.
2. Следите за тем, чтобы в процессе выполнения эксперимента не задевать фотодатчики, и не перемещать их.
3. Не поворачивайте ручку регулятора мощности компрессора в положение большее значения «4».
4. Не отключайте провода, соединяющие фотодатчики и электронный секундомер.

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Экспериментальное исследование абсолютно упругого столкновения тележек

1. Установите фотодатчики так, чтобы они были перпендикулярны треку, а расстояние между ними составляло приблизительно 50 см. Например, первый фотодатчик установите на отметке 30 см, а второй – на отметке 80 см.
2. Включите электронный секундомер, установите на нем необходимый режим измерения времени (см. «Описание установки»),

для чего четыре раза нажмите кнопку «Mode». Нажмите кнопку «Reset» несколько раз для обнуления показаний секундомера.

3. Включите компрессор. Для этого сначала переведите его регулятор мощности в положение «0», затем включите прибор кнопкой, расположенной на его задней панели. После этого плавно переведите регулятор мощности в положение «2». Подождите несколько секунд, пока раскрутится электромотор, после чего плавно переведите регулятор мощности в положение «3».

4. Установите на тележки элементы для изучения упругого столкновения.

5. Установите тележки в начальное положение: первую тележку – вплотную к пусковому устройству, а вторую так, чтобы она была непосредственно перед вторым фотодатчиком (для координат фотодатчиков, указанных ранее, левый край экрана второй тележки должен быть расположен в положении 64 см по линейке, нанесенной на рельс).

6. Запуск системы при измерениях производите следующим образом: удерживая вторую тележку, чтобы ее не сдувало воздухом, запустите первую с помощью пускового устройства. Непосредственно перед столкновением тележек отпустите вторую тележку. При такой процедуре погрешность измерения скоростей тележек будет минимальной.

7. Определите скорости тележек до и после абсолютно упругого столкновения в зависимости от отношения масс тележек. Для этого нагрузите вторую тележку симметрично дополнительными грузами, чтобы их суммарная масса составила $m_{гр} = 200$ г. Запустите систему и измерьте время прохождения тележками через фотодатчики до и после столкновения согласно п. 6. Запишите результаты в заранее подготовленную табл. 1.5.1. В таблице время прохождения фотодатчика первой тележкой перед столкновением обозначено t_1 , время прохождения фотодатчика первой тележкой после столкновения – t'_1 , время прохождения фотодатчика второй тележкой после столкновения – t'_2 .

8. Повторите измерения по п. 7 еще 4 раза.

9. Повторите измерения по пп. 6, 7 для других масс дополнительных грузов в диапазоне 60–200 г с шагом 20 г.

Таблица 1.5.1

$m_{гр}, \Gamma$	m_1/m_2	$t_1, \text{с}$	$\langle t_1 \rangle, \text{с}$	$t'_1, \text{с}$	$\langle t'_1 \rangle, \text{с}$	$t'_2, \text{с}$	$\langle t'_2 \rangle, \text{с}$
200							
180							
...

Задание 2. Экспериментальное исследование абсолютно неупругого соударения тележек

1. Установите на тележки элементы для изучения неупругого соударения.

2. Определите скорости тележек до и после столкновения в зависимости от отношения масс тележек, следуя порядку измерений, использованному в первом задании (пп. 7–9). Отличие от первого задания будет состоять лишь в том, что измеряться будет время t_1 прохождения фотодатчика первой тележкой перед столкновением и время t' прохождения фотодатчика обоими слипшимися тележками после столкновения. Результаты запишите в заранее подготовленную табл. 1.5.2.

Таблица 1.5.2

$m_{гр}, \Gamma$	m_1/m_2	$t_1, \text{с}$	$\langle t_1 \rangle, \text{с}$	$t', \text{с}$	$\langle t' \rangle, \text{с}$	
200						
...	

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Задание 1

1. Для каждой массы дополнительных грузов на второй тележке вычислите: среднее время прохождения тележек через фотодатчики, а также его погрешность методом Кронфельда. Рассчитайте отношение масс тележек m_1/m_2 , где $m_1 = m_{01}$; $m_2 = m_{02} + m_{гр}$ – масса второй тележки с установленными на нее дополнительными грузами. Результаты запишите в заранее подготовленную табл. 1.5.3.

2. Для каждого соотношения масс тележек рассчитайте экспериментальные значения проекций соответствующих импульсов на ось X (учтите знак проекций) до и после столкновения и их погрешности по формулам (1.5.10) и (1.5.11). Найдите сумму проекций на ось X импульсов тележек после столкновения (обратите внимание, что проекция импульса первой тележки после столкновения будет отрицательной). Поскольку масса первой тележки и сила, с которой она запускается, в ходе работы не меняются, для импульса первой тележки до столкновения необходимо рассчитать одно среднее значение x -проекции по всем результатам измерений. Все полученные результаты расчетов занесите в табл. 1.5.3.

Таблица 1.5.3

№	m_1/m_2	p_{1x} , кг·м/с	p'_{1x} , кг·м/с	$p_{1x}^{(теор)}$, кг·м/с	p'_{2x} , кг·м/с	$p'_{2x}^{(теор)}$, кг·м/с	$p'_{1x} + p'_{2x}$, кг·м/с
1							
2							
3							
4							
...							

3. Рассчитайте теоретические значения проекций импульса после столкновения по формулам (1.5.4), (1.5.5) для всех соотношений масс тележек в эксперименте. Импульс p_{1x} первой тележки до столкновения при расчете примите равным соответствующему экспериментальному значению, определенному в п. 2.

4. Постройте на одном листе в одних координатных осях следующие графики:

- теоретические зависимости проекций на ось X импульса первой и второй тележки после столкновения от соотношения масс, рассчитанные в п. 3;

- две горизонтальные прямые, соответствующие доверительному интервалу полного импульса первой тележки до столкновения, т.е. $p = p_{1x} + \Delta p_{1x}$ и $p = p_{1x} - \Delta p_{1x}$;

- экспериментальные точки с погрешностями для суммарной проекции на ось X полного импульса системы после столкновения $p'_{1x} + p'_{2x}$.

Задание 2

1. Для каждой массы дополнительных грузов на второй тележке вычислите: среднее время прохождения тележек через фотодатчики, а также его погрешность методом Корнфельда. Результаты запишите в заранее подготовленную табл. 1.5.4. Отношение масс тележек перепишите из табл. 1.5.3.

2. Для каждого соотношения масс тележек рассчитайте экспериментальные значения проекций соответствующих импульсов на ось X до и после столкновения и их погрешности по формулам (1.5.10) и (1.5.11) и экспериментальные значения энергии системы до и после столкновения по формулам (1.5.12). Поскольку масса первой тележки и импульс силы, который на нее действует, в ходе работы не меняются, для импульса и энергии первой тележки до столкновения необходимо рассчитать среднее значение энергии по всем измерениям. Все полученные результаты расчетов занесите в табл. 1.5.4.

Таблица 1.5.4

№	m_1/m_2	p_{1x} , кг·м/с	p'_{x} , кг·м/с	E_1 , Дж	$E'_{\text{эсп.}}$, Дж	$E'_{\text{теор.}}$, Дж
1						
2						
3						
4						
...						

3. Рассчитайте теоретические значения энергии двух тележек после столкновения по формуле (1.5.9) для соотношений масс те-

лежек, используемых в эксперименте. Энергию E_1 первой тележки до столкновения при расчете примите равной соответствующему экспериментальному значению, определенному в п. 2.

4. Постройте на одном листе график теоретической зависимости энергии системы тележек после столкновения от соотношения их масс. Нанесите на график экспериментальные точки для энергии системы тележек после столкновения и их погрешности для различных соотношений их масс.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ И ВЫВОДЫ

В заключении к работе по результатам первого задания для упругого соударения представить графики теоретической зависимости проекций импульсов тележек после столкновения от соотношения их масс. На график должны быть также нанесены экспериментальные точки для проекций импульсов каждой тележки и проекции суммарного импульса системы после столкновения; должен быть обозначен доверительный интервал проекции импульса первой тележки до столкновения. Сделайте вывод, выполняется ли закон сохранения импульса при абсолютно упругом столкновении.

По результатам второго задания, на основании результатов, представленных в табл. 1.5.4, сделать вывод, выполняется ли закон сохранения импульса при абсолютно неупругом столкновении. Привести теоретическую и экспериментальную зависимости энергии системы тележек после столкновения от соотношения их масс. Сделайте вывод, согласуются ли результаты экспериментальных измерений с теорией.

Табличные значения

Масса первой тележки с насадками	$m_{01} = 210,0 \pm 0,5$ г
Масса второй тележки с насадками	$m_{02} = 200,0 \pm 0,5$ г
Ширина экрана	$l = 10,00$ см

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте закон сохранения полной механической энергии и закон сохранения импульса для системы тел.

2. Что называется абсолютно упругим и абсолютно неупругим ударом?

3. Сформулируйте законы сохранения импульса и полной механической энергии для абсолютно упругого и абсолютно неупругого столкновения двух тележек массами m_1 и m_2 , если вторая тележка до столкновения покоилась.

4. Выполняется ли закон сохранения полной механической энергии при абсолютно неупругом ударе?

5. Какой режим работы электронного секундомера используется в работе?

6. Каким образом следует подбирать мощность компрессора?

7. Указать возможные источники систематических погрешностей в работе.

8. Каков характер зависимости модулей импульсов тележек после соударения от соотношения их масс при абсолютно упругом столкновении?

9. При каком соотношении масс тележек первая тележка после абсолютно упругого соударения остановится?

10. При каком соотношении масс тележек первая тележка после абсолютно упругого соударения продолжит движение в том же направлении, что и до столкновения?

Работа 1.6

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЕТА ПУЛИ МЕТОДОМ ВРАЩАЮЩИХСЯ ДИСКОВ

Цель: знакомство с методом вращающихся дисков; измерение скорости полета пули.

Оборудование: установка для измерения скорости пули методом вращающихся дисков; строботактометр; транспортер; столик с осветителем.

ВВЕДЕНИЕ

Существуют различные способы измерения скоростей тел. Одним из простых методов измерения достаточно больших скоростей тел малых размеров является метод вращающихся дисков.

В настоящей работе предлагается измерить этим методом скорость полета пули из пневматического ружья.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Схема установки изображена на рис. 1.6.1. Установка состоит из электродвигателя 1, на вал которого надеваются два тонких бумажных диска 2, пневматического (духового) ружья 3 и стробоскопического тахометра 4, служащего для определения скорости вращения дисков.

Из ружья производится выстрел – пуля летит параллельно оси вращения дисков, пробивает оба диска и попадает в ловушку 5. За время полета пули между дисками они поворачиваются на некоторый угол φ . Этот угол можно измерить по местам пробойн от пули. Измеряя этот угол, можно определить скорость пули.

Пусть известно расстояние l между дисками, тогда скорость пули равна

$$v = l/t, \quad (1.6.1)$$

где t – время полета пули между дисками. Время t можно найти, зная угол поворота φ и угловую скорость вращения дисков ω , которая выражается через число оборотов дисков в секунду N ,

$$t = \varphi / \omega = \varphi / 2\pi N. \quad (1.6.2)$$

В этой формуле угол φ выражен в радианах. В данной работе угол измеряется в градусах, поэтому нужно добавить множитель $\pi/180$, переводящий значение в градусах в значение в радианах. Для времени полета пули получаем таким образом:

$$t = \varphi / 360N. \quad (1.6.3)$$

Для скорости пули получаем:

$$v = 360 lN / \varphi, \quad (1.6.4)$$

где угол поворота φ измерен в градусах.

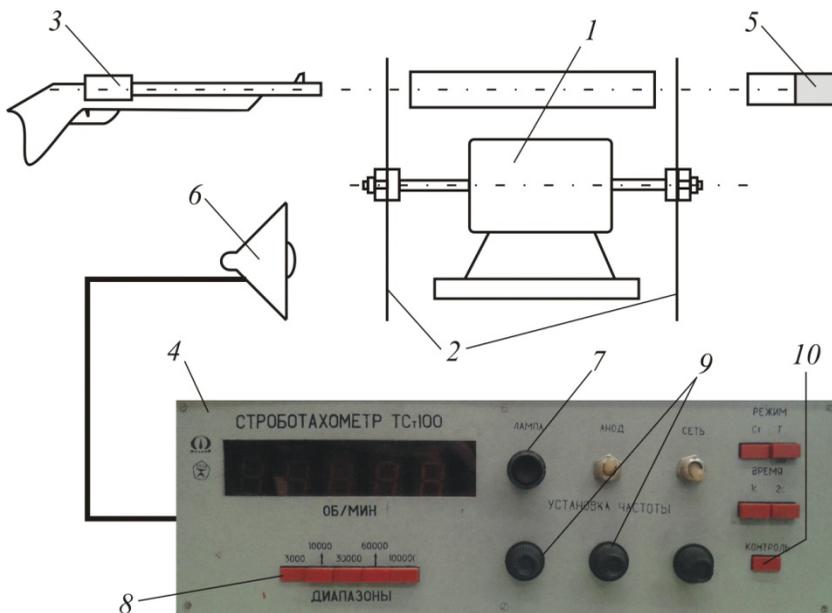


Рис. 1.6.1

Скорость вращения дисков измеряется с помощью стробоскопического тахометра ТС100, работа которого основана на так называемом стробоскопическом эффекте. Он заключается в том, что

вращающееся или колеблющееся тело кажется неподвижным, если оно освещается светом, пульсирующим с частотой, равной частоте вращения или колебания.

Строботахометр имеет пределы измерения от 3000 до 100000 об./мин на пяти диапазонах. Основная приборная погрешность ТСт100 не превышает $\sigma_1 = \pm 0,5\%$ отсчета по шкале. Дополнительная погрешность прибора, вызванная отклонением напряжения питающей сети от номинального значения на $\pm 10\%$, не превышает $\sigma_2 = \pm 0,2\%$. Включение строботахометра производится выключателем с надписью «Сеть». При этом должны загореться лампочки подсветки шкалы. Включать импульсную лампу 6 следует после 5–7 мин прогрева прибора главным поворотом ручки «Лампа» 7 в крайнее правое положение. Следует иметь в виду, что указанная выше точность работы прибора достигается не ранее, чем после 5 мин прогрева.

Пределы измерений частоты световых вспышек выбираются нажатием соответствующей клавиши 8 с надписью «Диапазоны». Плавное изменение частоты вспышек внутри каждого диапазона производится вращением ручек 9 «Установка частоты» (левая ручка – грубо, правая – точно). Цифровая индикация на строботахометре показывает частоту вспышек лампы.

Методика использования ТСт100 в настоящей работе заключается в следующем. На одном из дисков предварительно ставится метка. Сначала производится выстрел по неподвижным дискам, а затем – по дискам, вращающимся с некоторой постоянной скоростью. Свет от лампы направляется на диск с меткой.

Выбрав соответствующий диапазон частот (в настоящей работе «3000 об./мин») и плавно меняя частоту вспышек, необходимо добиться появления неподвижной единичной метки (первая стробоскопическая остановка) на вращающемся диске.

Для проверки наличия именно первой стробоскопической остановки отжать кнопку 10 с надписью «Контроль». При этом частота лампы увеличивается в два раза, а на диске появится вторая стробоскопическая остановка.

После измерения частоты вращения дисков электродвигатель выключается, диски снимаются и совмещаются друг с другом. При этом должны быть совмещены центры дисков и первые две про-

боины, отвечающие выстрелу по неподвижным дискам. Искомый угол поворота дисков определяется по второй паре пробойн.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Во избежание порчи электродвигателя при его запуске выполняйте следующую последовательность действий: включите тумблер на панели и сразу нажмите кнопку, как только двигатель начал вращаться – отпустите кнопку.

2. После выключения двигателя дождитесь полной остановки дисков и только после этого проводите все необходимые действия с ними.

3. Не допускайте попадания посторонних предметов на пути полета пули.

4. В случае если пуля застряла в стволе ружья, обратитесь к лаборанту или дежурному сотруднику. Не пытайтесь извлечь пулю самостоятельно.

ЗАДАНИЕ

Определение скорости полета пули

1. Установить диски на вал электромотора и закрепить их с помощью шайбы и гаек. Первым к лампе ТСт100 должен быть установлен диск с меткой.

2. Включить тумблеры «Сеть» и «Анод» строботачомера. Клавиши «Ст», «Контроль» должны быть нажаты; клавиши «Т», «1 с», «2 с» – отжаты.

Через 5–7 мин после включения прибора поворотом ручки «Лампа» зажечь лампу.

Установить диапазон «3000 об./мин». Включить электродвигатель. Для этого установить тумблер в положение «Включено» и сразу нажать кнопку «Пуск» (после начала вращения сразу отпустить кнопку). Тумблер и кнопка смонтированы на рабочем столе.

Плавным поворотом ручек «Установка частоты» добиться первой стробоскопической остановки метки. С помощью кнопки «Контроль» убедиться в этом. Затем вновь нажать кнопку «Кон-

троль». Записать полученное на экране значение N числа оборотов дисков в секунду.

3. Зарядить пневматическое ружье и произвести один выстрел по неподвижным дискам. Около пробоин на обоих дисках поставить цифру 0.

4. Произвести один выстрел по вращающимся дискам. Остановить электродвигатель, переключив тумблер в положение «Выключено». Дождаться полной остановки вращения системы. После этого пронумеровать пробоины на обоих дисках цифрой 1.

5. Повторить операции и измерения п. 4, произведя в общей сложности 8–10 выстрелов. После каждого выстрела останавливать электродвигатель и после полной остановки вращения системы нумеровать новые пары пробоин.

6. Снять диски с вала мотора. Между центрами дисков и каждой из пробоин провести прямые линии. Поместить диски на осветительный столик и совместить центры и радиусы обоих дисков, отвечающих цифре 0. С помощью транспортира измерить углы между радиусами, проведенными через пробоины на разных дисках, отмеченные одинаковыми цифрами. Результаты измерений занести в заранее подготовленную табл. 1.6.1.

Таблица 1.6.1

№ п/п	φ_i , град.	$\langle \varphi \rangle$, град.	$(\varphi_i - \langle \varphi \rangle)$, град.	$(\varphi_i - \langle \varphi \rangle)^2$, град ² .
1				
2				
...				

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. По результатам измерений определить среднее арифметическое значение угла поворота дисков:

$$\langle \varphi \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi_i, \quad (1.6.5)$$

где n – полное число измерений φ_i .

2. Оценить среднее квадратичное отклонение среднего арифметического значения $\langle \varphi \rangle$ по формуле:

$$\sigma_{\langle \varphi \rangle} = \left[\sum_{i=1}^n (\varphi_i - \langle \varphi \rangle)^2 / n(n-1) \right]^{1/2}. \quad (1.6.6)$$

Выбрать доверительную вероятность $\alpha = 0,7$, найти случайную погрешность $\Delta\varphi_{\text{сл}}$:

$$\Delta\varphi_{\text{сл}} = t_{\alpha n} \sigma_{\langle \varphi \rangle}, \quad (1.6.7)$$

где $t_{\alpha n}$ – коэффициент Стьюдента, значение которого следует брать из табл. П.1.6.1 (см. приложение к данной работе).

Следует заметить, что количество измерений, выполняемых в данной работе, мало для строгого статистического анализа погрешностей. Однако для учебных целей полезно освоить описанную методику.

3. Окончательный результат для угла поворота дисков записать в виде

$$\varphi = \langle \varphi \rangle \pm \Delta\varphi, \quad (1.6.8)$$

4. Вычислить скорость пули по формуле:

$$\langle v \rangle = 360 lN / \langle \varphi \rangle, \quad (1.6.9)$$

где N – число оборотов мотора в секунду.

5. Оценить относительную погрешность скорости пули по формуле:

$$E_v = \left[(\Delta l / l)^2 + (\Delta N / N)^2 + (\Delta\varphi / \langle \varphi \rangle)^2 \right]^{1/2}, \quad (1.6.10)$$

где Δl – погрешность расстояния между дисками (принять $\Delta l = 0,5$ см); ΔN – приборная погрешность строботачометра ($\delta_{\text{пр}} = \Delta N / N = 0,7\%$; $\alpha = 0,7$); $\Delta\varphi$ – погрешность в значении угла поворота дисков.

Вычислить абсолютную погрешность скорости пули.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе привести полученное значение скорости пули. Привести использованную доверительную вероятность. Ука-

зать, что вносит основной вклад в погрешность полученного результата.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое стробоскопический эффект?
2. Сколько меток будет видно на диске, если частота вспышек в два раза меньше (больше) частоты вращения диска?
3. Частота вспышек лампы, при которой метка на диске неподвижна, равна ν_0 . При каких других частотах лампы метка также будет неподвижной?
4. Можно ли использовать строботаксометр ТСт100 для измерения скоростей вращения, превышающих 100000 об./мин? Если да, то какой должна быть методика измерений.
5. Как убедиться в том, что частота вспышек лампы совпадает с частотой вращения дисков, если на диске наблюдается одна неподвижная метка?

ПРИЛОЖЕНИЕ

Пример статистической обработки результатов измерений

Пример. Пусть произведено $n = 8$ измерений случайной величины X , и результаты измерений представлены в табл. П.1.6.1.

Таблица П.1.6.1

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	10,5	10,8	11,2	10,9	10,4	10,6	10,9	11,0

Оценка истинного значения X дается средним арифметическим

$$\langle x \rangle = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 x_i = 10,80. \quad (\text{П.1.6.1})$$

Среднее квадратичное отклонение среднего:

$$\sigma_{\langle x \rangle} = \left[\sum_{i=1}^8 (x_i - \langle x \rangle)^2 / (8 \cdot 7) \right]^{1/2} = 0,096. \quad (\text{П.1.6.2})$$

Задаем доверительную вероятность $\alpha = 0,7$ и определяем доверительный интервал, соответствующий указанной доверительной вероятности и числу измерений.

По табл. П.1.6.2 находим $t_{\alpha n} = 1,12$.

Случайная погрешность равна: $\Delta\varphi_{\text{сл}} = t_{\alpha n} \sigma_{\langle x \rangle} = 0,11$. Таким образом, границы доверительного интервала, окружающего $\langle x \rangle$:

$$x_1 = \langle x \rangle - 0,11 = 10,69 ; x_2 = \langle x \rangle + 0,11 = 10,91.$$

Окончательный результат, приводимый в виде

$$X = \langle x \rangle \pm 0,11 = 10,80 \pm 0,11,$$

означает, что с вероятностью $\alpha = 70\%$ доверительный интервал включает в себя истинное неизвестное значение X .

Таблица П.1.6.2

Значение коэффициентов Стьюдента

n	α				
	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98
5	1,19	1,53	2,13	2,77	3,75
6	1,16	1,48	2,02	2,57	3,36
7	1,13	1,44	1,94	2,45	3,14
8	1,12	1,42	1,90	2,36	3,00
9	1,11	1,40	1,86	2,31	2,90
10	1,10	1,38	1,83	2,26	2,82

Работа 1.7

МОДУЛЬ УПРУГОСТИ

Цель: изучение упругих деформаций твердых тел; определение модуля Юнга металла.

Оборудование: установка для изучения прогиба пластин; стрелочный микрометр; набор грузов; набор пластин разного сечения; штангенциркуль; рулетка.

ВВЕДЕНИЕ

Понятие абсолютно твердого тела – это идеализация, все реальные тела деформируемы, т.е. под действием приложенных сил они меняют форму или объем. Эти изменения называются *деформациями*.

Для твердых тел различают два типа деформаций: *упругие* и *пластические*. *Упругими* называются деформации, полностью исчезающие после прекращения воздействия внешних сил. *Пластическими*, или остаточными, называют деформации, которые сохраняются в теле, по крайней мере частично, и после прекращения действия внешних приложенных сил. Какой тип деформаций возникает в теле, определяется не только материалом, из которого сделано тело, но и величиной приложенной силы. Если сила, отнесенная к единице площади, т.е. *напряжение*, меньше некоторой величины, называемой *пределом упругости*, то деформация будет упругой, если больше, то пластической. Предел упругости имеет различные значения для различных материалов.

Если рассмотреть тонкий стержень, к основаниям которого приложены перпендикулярные основаниям растягивающие или сжимающие силы, то для определения деформаций достаточно ввести всего лишь одну переменную, называемую *нормальным напряжением*. Нормальное напряжение определяется как отношение силы, действующей на основание стержня, к площади поперечного сечения стержня $\sigma = F/S$. Нормальное напряжение принято считать положительным в случае растяжения и отрицательным – в случае сжатия стержня.

Если длина недеформированного стержня равна l_0 , а после приложения к нему силы F , перпендикулярной его основанию, его длина получает приращение Δl и становится равной $l_0 + \Delta l$, тогда само приращение Δl называется *абсолютным* удлинением, а отношение $\varepsilon = \Delta l/l_0$ – *относительным* удлинением стержня. В случае растяжения оно положительно, в случае сжатия отрицательно.

Опыт показывает, что для упругих деформаций *напряжение* σ пропорционально *относительному удлинению*, т.е. выполняется закон Гука:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (1.7.1)$$

где E – постоянная, зависящая только от материала стержня и его физического состояния, называемая *модулем Юнга*.

В настоящей работе исследуется только один вид упругих деформаций – деформация изгиба. Рассмотрим изгиб однородного бруса (балки) одинакового по всей длине прямоугольного поперечного сечения. Предполагаем, что балка – длинная, т.е. характерные поперечные размеры балки много меньше ее длины.

Мысленно вырежем из балки бесконечно малый элемент $AA'BB'$, проведя сечения AB и $A'B'$, перпендикулярные к ее оси. Длину этого элемента обозначим через l_0 (рис. 1.7.1, *a*).

Ввиду бесконечной малости выделенного элемента можно считать, что в результате изгиба прямые AA' , NN' , BB' и все прямые, параллельные им, перейдут в дуги окружности с центрами, лежащими на оси O

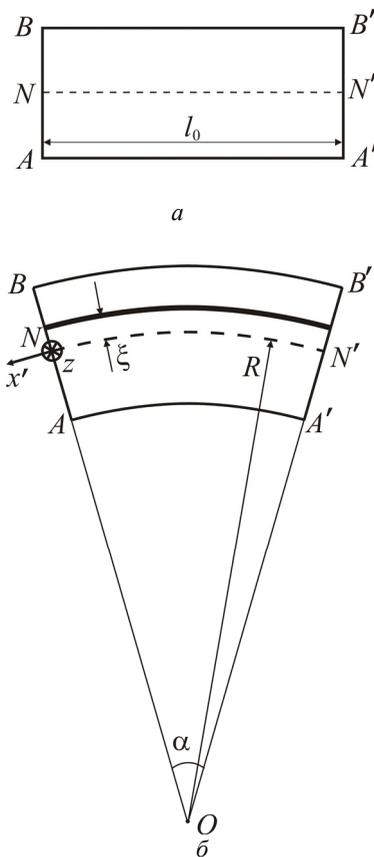


Рис. 1.7.1

(рис. 1.7.1, б), перпендикулярной к плоскости рисунка. Эта ось называется *осью изгиба*.

Длина средней линии NN' остается при такой деформации неизменной, поэтому сама линия NN' получила название *нейтральной линии*. Проходящее через нее сечение недеформированной балки плоскостью, перпендикулярной плоскости рисунка, называется *нейтральным сечением*. *Наружные слои*, т.е. слои балки, лежащие выше линии NN' , при изгибе удлиняются. Слои, лежащие ниже линии NN' , называемые *внутренними слоями*, укорачиваются (см. рис. 1.7.1, б).

Пусть R – радиус кривизны нейтральной линии NN' изогнутого бесконечно малого элемента балки $AA'BB'$. Тогда поскольку при деформации длина нейтральной линии остается неизменной, величина R может быть выражена через начальную длину балки: $l_0 = R\alpha$, где α – центральный угол, опирающийся на дугу NN' (см. рис. 1.7.1, б).

Рассмотрим слой бесконечно малого элемента балки $AA'BB'$, находящийся на расстоянии ξ от нейтрального сечения (этот слой изображает жирная линия на рис. 1.7.1, б). Величина ξ положительна, если слой находится выше нейтрального сечения, и отрицательна, если слой находится ниже нейтрального сечения.

Поскольку линейные размеры поперечного сечения балки малы по сравнению с его длиной, т.е. $|\xi| \ll R$, то длина рассматриваемого слоя равна $l = (R + \xi)\alpha$, а удлинение слоя при деформации изгиба и соответствующая относительная деформация имеют вид:

$$\Delta l = l - l_0 = \xi\alpha, \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\xi\alpha}{l_0}. \quad (1.7.2)$$

Следовательно, подставляя относительную деформацию из (1.7.2) в закон Гука (1.7.1), получим:

$$\sigma = E \frac{\xi}{R}, \quad (1.7.3)$$

Из выражения (1.7.3) видно, что напряжение меняется линейно в зависимости от расстояния ξ . Ниже нейтрального сечения оно отрицательно, а выше – положительно, т.е. на каждый участок сечения балки AB со стороны бесконечно малого элемента балки

$AA'BB'$ действует сила, направленная вдоль оси x' (см. рис. 1.7.1, б), если этот участок расположен ниже нейтральной линии, и направленная в сторону, противоположную оси x' , если этот участок расположен выше нейтральной линии. Например, изображенный на рис. 1.7.1, б слой, отстоящий на расстояние ξ от нормального сечения балки, действует на поперечное сечение AB с силой, направленной в направлении, противоположном оси x' .

Так как деформированная балка находится в равновесии, то сумма всех сил, действующих в сечении AB , равна нулю. Сила dF , действующая на бесконечно малый элемент нормального сечения площади dS , исходя из определения напряжения, равна: $dF = \sigma dS$. Суммируя силы по всему сечению, и приравнивая сумму к нулю, получим $\int \sigma dS = 0$ или в силу соотношения (1.7.3) $\int \xi dS = 0$, где интегрирование ведется по всему поперечному сечению AB бруса. Из (1.7.3) также следует, что участки поперечного сечения AB , имеющие одинаковую площадь и отстоящие на одинаковое расстояние ξ от нормального сечения, но в разные стороны от него, будут создавать силы, равные по модулю и противоположные по направлению.

Поскольку момент пары сил не зависит от выбора точки, относительно которой он вычисляется, а из соотношения $\int \sigma dS = 0$ следует, что все силы, действующие в поперечном сечении балки, возникают парами, то момент сил натяжения $N^{(H)}$, действующих на сечение AB , не зависит от того, относительно какой оси его вычислять. Поэтому для вычисления $N^{(H)}$ проще всего взять ось z , перпендикулярную к плоскости рис. 1.7.1, б и проходящую через точку N .

Умножая действующую силу на плечо и суммируя моменты по всему сечению, получим момент сил натяжения в сечении AB :

$$N_z^{(H)} = \int \xi \sigma dS = \frac{E}{R} \int \xi^2 dS, \quad (1.7.4)$$

или

$$N_z^{(H)} = \frac{E}{R} I, \text{ где } I = \int \xi^2 dS. \quad (1.7.5)$$

Если ось x направить вдоль нейтральной линии недеформированной балки, а ось y перпендикулярно к ней в плоскости изгиба (рис. 1.7.2, а), то уравнение нейтральной линии изогнутой балки можно представить в этой системе координат в виде $y = y(x)$. Для известной зависимости $y = y(x)$ радиус кривизны нейтральной линии определяется следующим образом:

$$\frac{1}{R} = \frac{y''}{\left(1 + (y')^2\right)^{3/2}}.$$

В случае малого изгиба (т.е. когда $y' \ll 1$) квадратом производной в знаменателе можно пренебречь, и это выражение принимает более простой вид:

$$\frac{1}{R} = y''.$$
 (1.7.6)

Подставляя (1.7.6) в (1.7.5), получим, что при малом изгибе момент сил натяжения определяется выражением:

$$N_z^{(H)} = Ely''.$$
 (1.7.7)

У используемых в работе образцов – балок, поперечное сечение имеет форму прямоугольника с шириной a и высотой b , тогда площадь поперечного сечения слоя толщины $d\xi$ равна $dS = a d\xi$ (см. рис. 1.7.2, б), а величина I , входящая в (1.7.5) и (1.7.7), определяется соотношением:

$$I = a \int_{-b/2}^{b/2} \xi^2 d\xi = \frac{ab^3}{12}.$$
 (1.7.8)

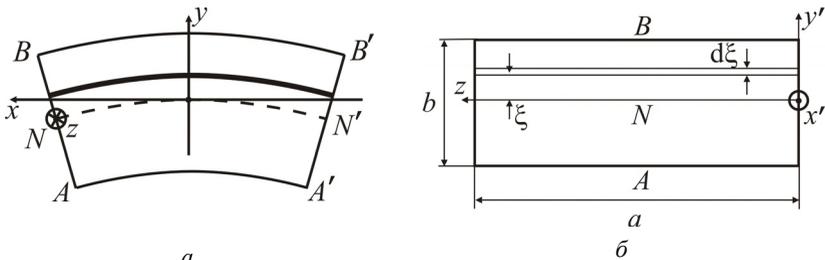


Рис. 1.7.2

Используя полученную выше связь момента сил натяжения с уравнением нейтральной линии $y(x)$ в виде (1.7.7), определим прогиб центра балки, лежащей на двух опорах, если к ее середине приложена сосредоточенная сила F , направленная вниз (рис. 1.7.3). Весом балки пренебрежем.

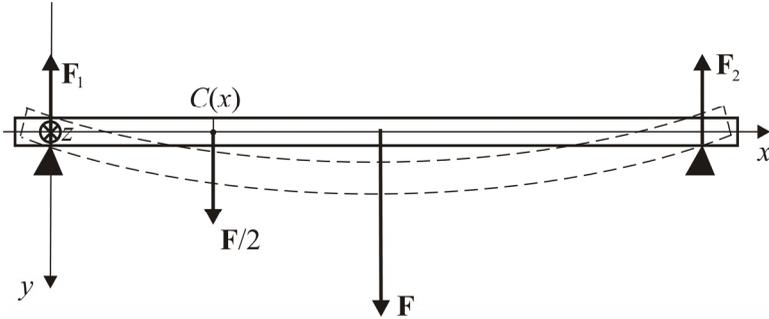


Рис. 1.7.3

Так как балка выполнена из однородного материала и имеет одинаковое поперечное сечение по всей длине, то силы реакции со стороны опор одинаковы, т.е. $F_1 = F_2 = F/2$. Выберем систему координат так, как это показано на рис. 1.7.3. Отсечем мысленно слева часть балки, проведя нормальное сечение через точку C с координатой x , расположенную левее центра балки. Отсеченная часть балки находится в состоянии равновесия, т.е. сумма сил, действующих на нее, и сумма моментов сил должны быть равны нулю. Поэтому со стороны правой части балки на отсеченную часть (расположенную слева от сечения C) будет действовать сила $F/2$, направленная вниз и уравновешивающая действие силы реакции опоры со стороны левой треугольной опоры. Момент силы со стороны правой части балки на отсеченную часть относительно оси z равен:

$$N_z = -\frac{F}{2}x.$$

Так как ось y направлена вниз, т.е. в сторону выпуклости балки, то из условия равенства момента сил натяжения и момента силы $F/2$, действующих в выбранном сечении, получим:

$$EIy'' = -\frac{F}{2}x, \quad (1.7.9)$$

Интегрируя выражение (1.7.9) и учитывая, что смещение точек нейтральной линии, лежащих над опорами, отсутствует, т.е. $y(0) = 0$, а в середине балки наблюдается максимум прогиба, т.е. $y'(l/2) = 0$, где l – расстояние между опорами, получим:

$$y = \frac{Fx}{48EI} (3l^2 - 4x^2). \quad (1.7.10)$$

Выражение (1.7.10) верно только для значений $x \leq \frac{l}{2}$, для остальных точек прогиб будет симметричным относительно вертикальной оси, проходящей через центр балки.

Приравнивая в выражении (1.7.10) координату $x = \frac{l}{2}$, получаем прогиб центральной части балки под действием силы F :

$$\lambda = y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Fl^3}{48EI},$$

или с учетом найденного значения величины I :

$$\lambda = \frac{Fl^3}{4Eab^3}, \quad (1.7.11)$$

где a – ширина балки, а b – ее толщина. Величину λ принято называть *стрелой прогиба* балки.

В работе измеряются стрелы прогиба образцов известных размеров в зависимости от приложенной к их центру сосредоточенной силы. Зная такую зависимость, можно рассчитать модуль Юнга материала балки по формуле:

$$E = \frac{Fl^3}{4\lambda ab^3}. \quad (1.7.12)$$

Сосредоточенная сила в данной работе создается путем подвешивания на специальном держателе груза известной массы, т.е. сила F равна силе тяжести груза: $F = mg$, где m – масса груза; g – ускорение свободного падения.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Схема установки, используемой в работе для исследования упругих свойств металлов, представлена на рис. 1.7.4.

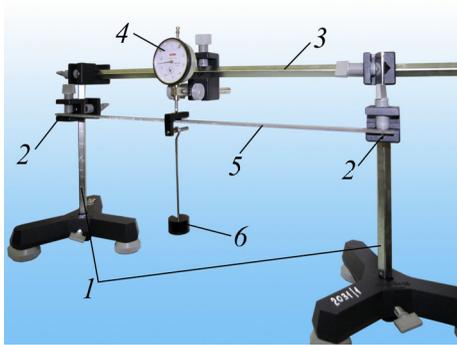


Рис. 1.7.4

Между двумя опорами 1, снабженными кронштейнами 2, при помощи зажимов закрепляется штативный стержень 3 со стрелочным микрометром 4. На кронштейнах опор на подставках треугольного профиля располагается исследуемый образец 5, который нагружается при помощи грузов 6.

Более подробное устройство измерительной части установки показано на рис. 1.7.5. При увеличении стрелы прогиба исследуемого образца стержень стрелочного микрометра 1 смещается вслед за держателем для грузов 2, вследствие чего показания стрелочного микрометра 3 изменяются. Цена деления стрелочного микрометра составляет 0,01 мм. Малая стрелка стрелочного микрометра показывает целую часть измеряемого значения в миллиметрах, а большая – сотые доли миллиметра.

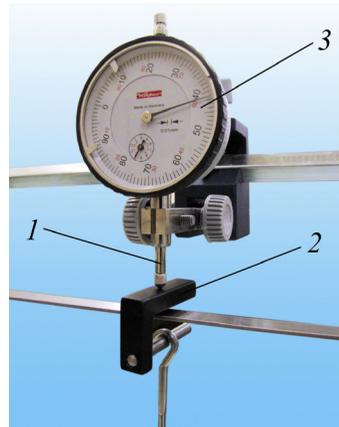


Рис. 1.7.5

При выполнении работы важно следить за тем, чтобы при увеличении нагрузки держатель для грузов не перекашивался.

На рис. 1.7.6 изображены правильное (*а*) и неправильные (*б*, *в*) положения держателя. Прорезь держателя должна находиться ровно под стержнем стрелочного микрометра и стержень должен упираться в точку, расположенную над опорным ребром держателя (см. рис. 1.7.6).

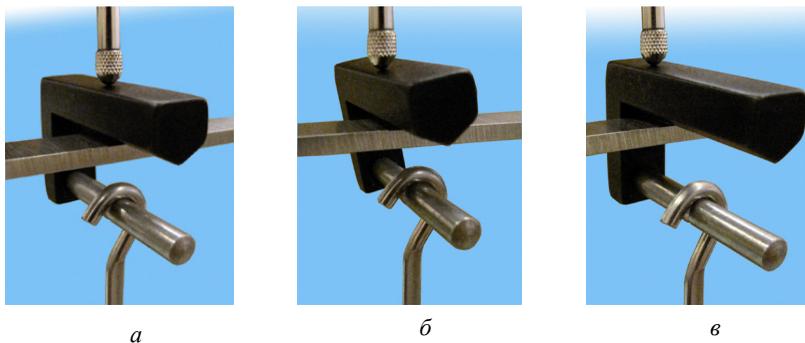


Рис. 1.7.6

При замене образца сначала снимите грузы с держателя, затем, аккуратно приподняв стержень стрелочного микрометра, снимите держатель грузов. Далее снимите образец.

Установка образца производится в обратном порядке.

Стрелочный микрометр устроен таким образом, что он создает небольшое давление на держатель для грузов в ту же сторону, что и подвешиваемый к держателю груз, поэтому в качестве погрешности суммарной массы грузов следует брать величину $\Delta m = 5$ г.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. При увеличении или уменьшении нагрузки образца соблюдать осторожность, следить за тем, чтобы держатель грузов остался неподвижным.

2. При замене образца стержень стрелочного микрометра приподнимать аккуратно, не прилагая избыточных усилий.

3. Зажимы на вертикальных стержнях штатива перемещать медленно, контролируя при этом положение стержня стрелочного микрометра.

4. После окончания измерений обязательно разгрузить образец.

5. Образец кладется непосредственно на опоры треугольного сечения, при этом перед установкой образца следует проверить правильность установки опор: опоры должны быть закреплены в держателях так, чтобы острый угол треугольного сечения был повернут вверх.

ЗАДАНИЕ

Определение модуля Юнга стали

1. При помощи штангенциркуля измерить толщину и ширину всех исследуемых образцов. Занести данные и номер образца в заранее подготовленную табл. 1.7.1.

2. При помощи рулетки измерить расстояние между опорами треугольного сечения для установки образцов. Занести полученное значение в табл. 1.7.1. Проверить, что стрелочный микрометр находится ровно посередине между кронштейнами. Если стрелочный микрометр смещен, установить его посередине.

Таблица 1.7.1

Номер образца	Ширина образца a , мм	Толщина образца b , мм	Расстояние между опорами l , мм

3. Поместить на опоры треугольного сечения исследуемый образец. Установить на образец держатель таким образом, чтобы его прорезь была расположена точно под стержнем стрелочного микрометра, а сам стержень упирался точно в середину держателя (см. рис. 1.7.6, a).

Таблица 1.7.2

Масса нагрузки m , г		310	260	...	10	y_0 , мм
Показания стрелочного микрометра	y_1 , мм					
	y_2 , мм					
	y_3 , мм					
	$\langle y \rangle$, мм					
Стрела прогиба балки λ , мм						
Приложенная нагрузка F , Н						

4. Поместить на стержень для грузов с крюком шесть грузов по 50 г и аккуратно повесить его на держатель. Суммарная масса грузов и держателя в этом случае составит 310 г.

5. Отрегулировать высоту кронштейнов 2 (см. рис. 1.7.4), держащих опоры треугольного сечения, на вертикальных стержнях установки таким образом, чтобы показания стрелочного микрометра составляли от 0,50 до 9,50 мм как при полностью нагруженном, так и при полностью разгруженном держателе. При этом следить за тем, чтобы образец был расположен горизонтально.

6. Постепенно разгружая образец, записывать показания стрелочного микрометра до тех пор, пока нагрузка не составит 10 г (все съемные грузы сняты). Результаты занести в заранее подготовленную табл. 1.7.2.

7. Аккуратно снять стержень с крюком для грузов с держателя для грузов. Записать показание стрелочного микрометра y_0 в лабораторный журнал.

8. Повторить аналогичные измерения еще дважды, один раз нагружая образец, другой раз опять разгружая.

9. Повторить пп. 3–8 для остальных образцов.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Для каждого измерения вычислить среднее значение показаний стрелочного микрометра $\langle y \rangle$, а также стрелу прогиба

$\lambda_i = \left| \langle y \rangle_i - y_0 \right|$ и соответствующую нагрузку F_i . Полученные значения занести в табл. 1.7.2.

2. Используя полученные результаты, построить графики зависимости стрел прогиба λ от нагрузки F для всех трех образцов в одних координатных осях. Погрешность стрелы прогиба λ_i будет определяться случайными погрешностями y_i и y_0 (которые можно вычислить при помощи метода Корнфельда) по формуле:

$$\Delta\lambda_i = \sqrt{(\Delta y_i)^2 + (\Delta y_0)^2}. \quad (1.7.13)$$

3. Методом парных точек определить угловой коэффициент каждой прямой k и его погрешность Δk . В соответствии с формулой (1.7.12) угловой коэффициент полученной зависимости определяется соотношением:

$$k = \frac{l^3}{4Eab^3},$$

следовательно, модуль Юнга вещества может быть вычислен по формуле:

$$E = \frac{l^3}{4ab^3k}. \quad (1.7.14)$$

4. Рассчитать для каждого образца при помощи формулы (1.7.14) модуль Юнга и его погрешность по формуле:

$$\Delta E = E \sqrt{9 \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a} \right)^2 + 9 \left(\frac{\Delta b}{b} \right)^2 + \left(\frac{\Delta k}{k} \right)^2}, \quad (1.7.15)$$

где Δl , Δa и Δb – абсолютные приборные погрешности измерения соответствующих величин.

5. По результатам для всех образцов рассчитать модуль Юнга стали и его погрешность.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе представить график зависимости стрелы прогиба λ от нагрузки F для всех образцов. Сделать вывод о характере полученных зависимостей и указать, совпадают ли графики с предсказаниями теории.

Привести полученное значение модуля Юнга стали. Сравнить полученное значение модуля Юнга с табличным значением.

Сделать вывод о том, что вносит основной вклад в погрешность модуля Юнга и указать причины возможных систематических ошибок при использовании данной установки.

Табличные значения

Модуль Юнга стали	$E = 20,0 \cdot 10^{10}$ Па
-------------------	-----------------------------

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие бывают виды деформаций? Чем они характеризуются? Какой вид деформаций изучается в этой работе?

2. Сформулируйте закон Гука для малых упругих деформаций растяжения и сжатия стержня.

3. Как стрела прогиба центра балки, лежащей на двух опорах, связана с модулем Юнга и толщиной балки?

4. Какими погрешностями определяется погрешность модуля Юнга?

5. Как зависит стрела прогиба балки от ее толщины при постоянной ширине балки и постоянной величине нагрузки?

6. Как должен располагаться стрелочный микрометр по отношению к опорам? Почему?

7. Какой вид имеет зависимость стрелы прогиба балки от приложенной к ней силы?

8. Почему при выполнении работы надо начинать измерения при полностью нагруженной балке? Можно ли начинать измерения, если стержень стрелочного микрометра не касается держателя грузов?

9. Чему равна приборная погрешность стрелочного микрометра? Почему она не учитывается при вычислении погрешности стрелы прогиба?

Работа 1.8

МОДУЛЬ СДВИГА И МЕХАНИЧЕСКИЙ ГИСТЕРЕЗИС

Цель: изучение упругих свойств металлов при деформациях кручения; определение модуля сдвига; изучение явления механического гистерезиса; построение кривой гистерезиса.

Оборудование: торсионный прибор; набор стержней; динамометр; микрометр; линейка.

ВВЕДЕНИЕ

Опыт показывает, что все тела деформируемы, т.е. под действием приложенных сил меняют свою форму и объем. Такие изменения называют *деформацией*. Если после прекращения действия сил, вызвавших деформацию, тело принимает первоначальные размеры и форму, то деформации называются *упругими*. В противном случае деформации называются *пластическими*. Пластические деформации сохраняются, по крайней мере частично, после прекращения действия внешних приложенных сил.

Все виды деформаций можно свести к двум основным: *растяжению* и *сдвигу*.

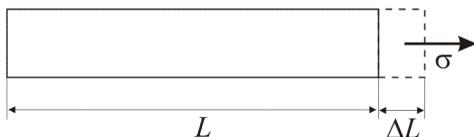


Рис. 1.8.1

Если к концам однородного стержня приложить силу F , направленную вдоль его оси, то длина стержня L получит приращение ΔL , положительное при растяжении и отрицательное при сжатии (рис. 1.8.1). При этом каждый элемент стержня δl получит приращение $\Delta(\delta l)$, пропорциональное его длине, таким образом, что для всех δl отношение $\frac{\Delta(\delta l)}{\delta l}$ оказывается одним и тем же. В качестве

величины, определяющей деформацию, естественно, таким образом, выбрать относительное изменение его длины:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}. \quad (1.8.1)$$

Из опыта следует, что при упругой деформации относительное удлинение пропорционально растягивающей силе и обратно пропорционально площади поперечного сечения стержня:

$$\varepsilon = \alpha \frac{F}{S}, \quad (1.8.2)$$

где коэффициент α зависит только от материала стержня.

Величина, равная отношению силы к площади поверхности, на которую она действует, называется *напряжением*. Если сила перпендикулярна к этой поверхности, то напряжение называется *нормальным* и обозначается:

$$\sigma = \frac{F}{S}. \quad (1.8.3)$$

Если сила направлена по касательной к поверхности, то такое напряжение называется *тангенциальным* и обозначается $\tau = F/S$.

Для характеристики упругих свойств вещества обычно пользуются величиной $E = 1/\alpha$, называемой *модулем Юнга*. Подставив это выражение в (1.8.2) с учетом определения (1.8.3), получим:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad (1.8.4)$$

откуда следует, что модуль Юнга равен такому нормальному напряжению, которое необходимо приложить, чтобы длина тела удвоилась ($\Delta L = L$). Для большинства материалов уже при гораздо меньших относительных удлинениях происходит разрыв, еще раньше зависимость между напряжением и деформацией перестает носить линейный характер. У некоторых веществ, например резины, возможны относительные удлинения порядка единицы.

Деформации сдвига (рис. 1.8.2), аналогично деформациям растяжения, характеризуются отношением величины сдвига двух слоев к расстоянию между слоями $\gamma = \text{tg}\theta \approx \theta$. При малых деформациях это отношение пропорционально тангенциальному напряжению τ :

$$\gamma = \frac{\tau}{G}, \quad (1.8.5)$$

где G – модуль сдвига. Модуль сдвига равен такому тангенциальному напряжению, при котором угол сдвига θ оказался бы равным $\pi/4$. Как и в случае с деформациями растяжения, большинство материалов разрушаются при γ значительно меньших, чем $\pi/4$.

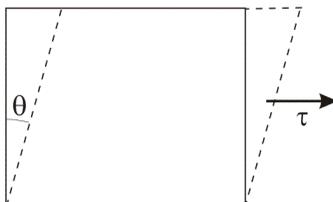


Рис. 1.8.2

Из формул (1.8.4) и (1.8.5) видно, что модули Юнга и сдвига измеряются в паскалях.

Значения E и G для любого материала связаны неравенством $E/3 < G < E/2$. Для большинства металлов значения модулей Юнга лежат в интервале от 10 до 500 ГПа, для различных пород дерева – от 100 МПа до 20 ГПа, для резины – от 10 до 100 МПа.

В общем случае анизотропного тела, к которому приложена произвольная по направлению сила, напряжение характеризуется девятью величинами, составляющими *тензор напряжений*. Согласно определению, его элемент σ_{ik} представляет собой i -ю компоненту силы, действующей на единичную поверхность, перпендикулярную оси k . Так, на единичную площадку, перпендикулярную оси x , действуют нормальная к ней сила σ_{xx} и тангенциальные силы σ_{xy} и σ_{xz} .

Важным случаем деформаций сдвига является *кручение стержней* (рис. 1.8.3). Если круглый стержень закрепить одним концом неподвижно, а к другому приложить постоянный вращающий момент N , имеющий направление вдоль оси стержня, то стержень получит такую деформацию, при которой его нижнее основание повернется относительно верхнего на угол φ , прямо пропорциональный, в случае упругой деформации приложенному моменту, т.е. $\varphi \sim N$.

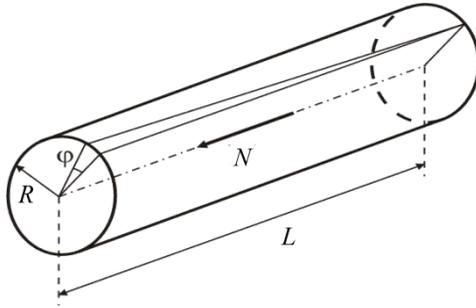


Рис. 1.8.3

При этом если рассмотреть стержень как набор слоев, перпендикулярных к его оси, кручение представляет собой сдвиг каждого последующего слоя относительно предыдущего. Этот сдвиг *неоднороден* – участки, отстоящие на большее расстояние от оси, получают большее смещение.

Точный расчет с использованием теории упругости дает, что угол поворота связан с вращающим моментом соотношением:

$$N = k\varphi = \frac{\pi R^4 G}{2L} \varphi, \quad (1.8.6)$$

где коэффициент пропорциональности k зависит как от упругих свойств стержня, так и от его геометрических размеров – радиуса R и длины L .

Линейная зависимость деформации от приложенных к телу сил (см. (1.8.4) и (1.8.5)) носит название *закона Гука*. При превышении напряжением *предела пропорциональности* $\sigma_{\text{пр}}$ зависимость между напряжением и деформацией становится нелинейной, но по-прежнему обратимой. Верхняя граница этого диапазона называется *пределом упругости* σ_y . Если внешнее воздействие вызывает напряжение, не превышающее предел упругости, то уменьшение нагрузки приведет к возвращению деформации к нулевому значению.

При дальнейшем росте напряжения деформация становится *пластической*, т.е. после прекращения внешнего воздействия на образец в нем присутствует *остаточная деформация* $\varepsilon_{\text{ост}}$. В этом случае имеет место неоднозначная зависимость между σ и ε – одному значению напряжения может соответствовать несколько значений деформации. Так, если при нагружении образца была достигнута точка 1 на кривой деформации (рис. 1.8.4), и затем напряжение

было снято, то в ходе разгрузки зависимость напряжения от относительной деформации будет следовать по пунктирной прямой, проходящей через точку 1 (параллельно линейному участку кривой деформации, соответствующему напряжениям ниже предела пропорциональности). Аналогично, если достигнута точка 2, и потом образец разгружается – зависимость напряжения от относительной деформации будет следовать по пунктирной прямой, проходящей через точку 2.

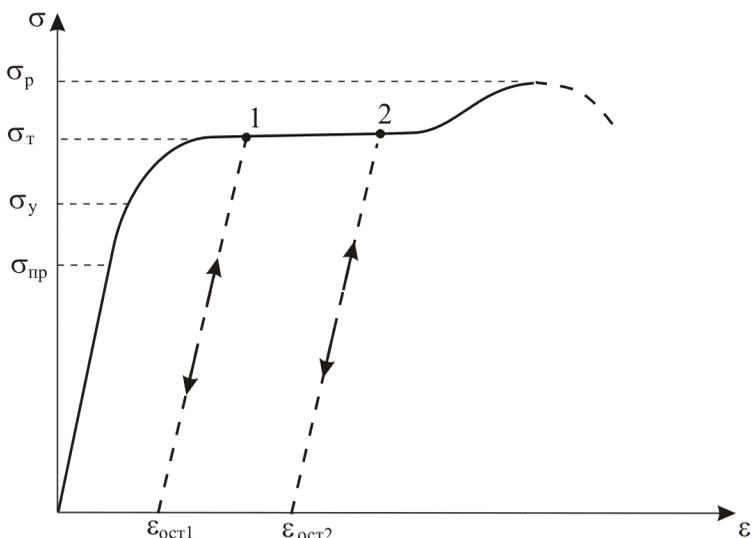


Рис. 1.8.4

Таким образом, на рис. 1.8.4 нулевому напряжению соответствуют три различных значения относительной деформации: нулевое для образца, не подвергавшегося действию внешних сил, и ненулевые $\varepsilon_{ост1}$ и $\varepsilon_{ост2}$, имеющие место после приложения и снятия напряжения, превышающего предел упругости $\sigma > \sigma_y$. Следует отметить, что при последующем растяжении из пластически деформированного состояния $\varepsilon_{ост1}$ или $\varepsilon_{ост2}$ напряжение растет линейно по закону Гука до величины, большей предела упругости для недеформированного образца (пунктирные прямые на рис. 1.8.4). Этот эффект

повышения предела упругости при пластических деформациях называется *деформационным упрочнением*.

Рассмотрим остальные характерные участки кривой деформации (см. рис. 1.8.4). При превышении нагрузкой величины σ_y наблюдается *течение материала* – процесс удлинения образца при практически неизменной нагрузке. Соответствующая величина σ_t называется *пределом текучести*. Течение происходит равномерно по всей длине стержня.

За пределами «площадки текучести» происходит дальнейшая деформация стержня, причем с ростом деформации напряжение растет медленнее, чем в области упругости. При $\sigma > \sigma_t$ деформации могут становиться неоднородными по длине. В некотором сечении стержня при напряжении σ_p , называемом *пределом прочности*, образуется сужение – «шейка». В дальнейшем с возрастанием σ в месте шейки происходит разрыв образца.

Описанная схема деформации является наиболее общей. Размеры областей диаграммы на рис. 1.8.4 зависят от вещества. Некоторые материалы не имеют области текучести вообще, а некоторые (например, стекло) разрушаются при напряжениях ниже предела упругости (например, керамика при комнатных температурах).

Для металлов предел пропорциональности обычно в несколько раз меньше, чем предел прочности. Величины же модулей Юнга и сдвига превышают предел пропорциональности на 2–3 порядка. Следовательно, в области упругости величина относительной деформации металлических стержней имеет порядок величины не более 10^{-2} .

Следует отметить, что при деформациях кручения сдвиг является неоднородным. Внешние слои, получающие большие абсолютные деформации, т.е. напряжения в этих слоях могут уже превысить предел упругости, в то время как внутренние слои будут все еще подчиняться закону Гука. Чистый же сдвиг имеет место в случае кручения тонкостенных трубок.

В области пластических деформаций относительная деформация или угол сдвига зависят от скорости изменения внешней силы, времени ее воздействия и температуры. Напряжения в твердом теле, остающиеся после снятия внешней нагрузки, постепенно уменьшаются со временем.

Для осуществления деформации тела необходимо, чтобы внешние силы совершили работу. Эта работа идет на увеличение потенциальной энергии и в случае пластических деформаций на нагревание тела. Так, если многократно изгибать проволоку, то область ее деформации сильно нагреется.

Определим работу, совершаемую внешними силами при деформации растяжения. Пусть внешняя сила F действует на стержень длины L и поперечного сечения S , предварительно растянутый на ΔL . Эта сила совершает работу

$$dA = Fdx. \quad (1.8.7)$$

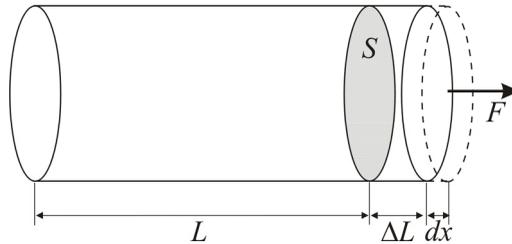


Рис. 1.8.5

В соответствии с (1.8.1), $dx = d(\Delta L) = Ld\varepsilon$. Тогда, используя определение напряжения (1.8.3), выражение (1.8.7) можно переписать в виде

$$dA = (\sigma S)(Ld\varepsilon) = V\sigma d\varepsilon, \quad (1.8.8)$$

где $V = SL$ – объем стержня.

Таким образом, если напряжение зависит от деформации как $\sigma(\varepsilon)$, то для растяжения единицы объема стержня необходимо совершить работу

$$A_V = \int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (1.8.9)$$

Аналогично, для деформаций сдвига:

$$A_V = \int_0^{\gamma} \tau(\gamma) d\gamma. \quad (1.8.10)$$

Если выполняется закон Гука, то формулы (1.8.9) и (1.8.10) определяют плотность энергии упругой деформации стержня. При пластических деформациях часть энергии идет на нагревание тела.

Неоднозначное поведение зависимости деформации от напряжения при пластических деформациях носит название *механического гистерезиса*. При периодически повторяющихся растяжениях и сжатиях кривая зависимости $\sigma(\varepsilon)$ имеет вид, указанный на рис. 1.8.6. Она носит название *петли гистерезиса*.

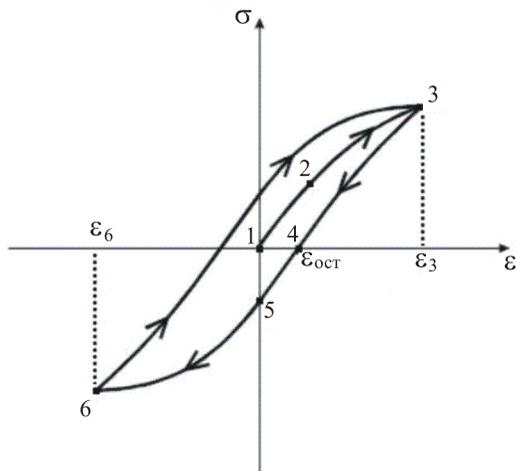


Рис. 1.8.6

Рассмотрим подробно процесс деформации стержня. Ненагруженный стержень находится в состоянии, отмеченном точкой 1 на рис. 1.8.6. Приложим к нему внешнюю растягивающую силу, в результате которой стержень начнет удлиняться. Если эта сила невелика и напряжение не выйдет за предел упругости σ_y , то после снятия нагрузки стержень вернется в исходное состояние ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$). Если же напряжение превысит σ_y , то деформации станут пластическими. Если сначала увеличивать нагрузку на образец до напряжения, соответствующего точке 3 на рис. 1.8.6, а затем разгружать, то полное снятие нагрузки приведет систему в состояние, характеризуемое точкой 4 на рис. 1.8.6, где имеется остаточная деформация $\varepsilon_{ост}$ ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$). Для того же, чтобы вернуть стержню прежнюю длину (согласно (1.8.1), это соответствует $\varepsilon = 0$), необходимо приложить сжимающее напряжение (т.е. из точки 4 перевести образец в точку 5 на рис. 1.8.6). Если же из положения 4 приложить растягивающее напряжение, то деформация начинается с нового

положения равновесия (точки 4) в соответствии с законом Гука (4→3). Если же к стержню, находящемуся в состоянии 5, продолжать прикладывать увеличивающееся сжимающее напряжение, то образец перейдет в точку 6. Если затем снова прикладывать растягивающее напряжение, то образец будет следовать верхней части петли на рис. 1.8.6 и, в конце концов, попадет в точку 3.

Вычисляя работу согласно формуле (1.8.9) как интеграл от ϵ_3 до ϵ_6 по нижней части петли и от ϵ_6 до ϵ_3 по верхней части, получим, что после одного цикла деформации была совершена работа, равная площади петли. Потенциальная энергия является функцией состояния системы и не зависит от того, как стержень попал в точку 3. Следовательно, по закону сохранения энергии площадь петли гистерезиса равна энергии, идущей на нагревание тела за один цикл деформации.

Для деформации сдвига (и, как частного случая, деформаций кручения) справедливы те же зависимости с учетом замены $\sigma(\epsilon)$ на $\tau(\gamma)$ (для кручения).

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В работе для изучения упругих свойств стержней, проявляющихся при деформации кручения, применяется торсионный прибор, изображенный на рис. 1.8.7.

Основу торсионного прибора составляет штатив 1, закрепленный на основании 2. Держатель 3, расположенный сверху на штативе 1, находится над центром установленного на основании диска 4. На диск нанесена шкала, служащая для измерения угла закручивания. К диску через подшипник прикреплена планка 5 со стрелкой 6. Около центра планки имеются два выступа 7 (рис. 1.8.8), предназначенные для крепления стержней.

Для измерения силы служит динамометр 8 (рис 1.8.9).

Для установки стержня в торсионный прибор сначала, ослабив крепление винта держателя 3, вставить стержень в пазы 7 планки 5, закрепленной на шкале 4 торсионного прибора (см. правую часть рис. 1.8.8). Ориентировать планку 5 относительно шкалы 4 так, чтобы стрелка 6 указывала на нуль. После этого, следя за тем, чтобы стержень стоял строго вертикально и не изгибался, закрутить винт держателя 3 (см. левую часть рис. 1.8.8). После закрепления

стержня небольшие неточности положения стрелки *б* относительно шкалы *4* можно устранить поворотом шкалы.

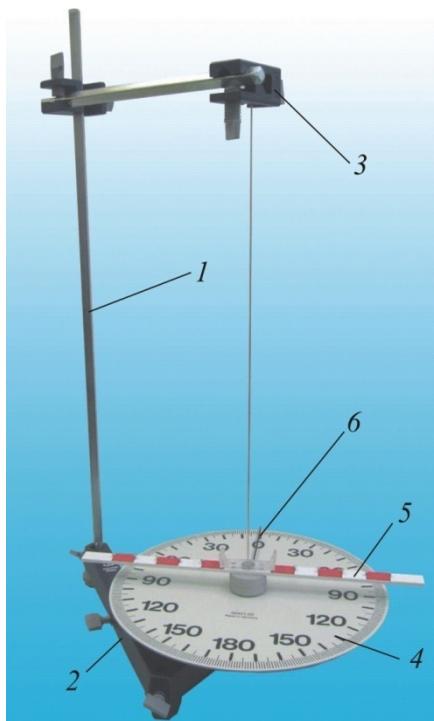


Рис. 1.8.7

Для того чтобы подготовить динамометр к измерениям, необходимо расположить ненагруженный динамометр горизонтально и убедиться, что его шкала установлена на нуль. Если это не так, то следует, ослабив винт *9*, аккуратно установить нулевое значение (см. рис 1.8.9).

При проведении измерений необходимо накинуть петлю динамометра на выступ планки, расположенный на максимальном расстоянии от оси стержня (см. рис 1.8.9). Аккуратно потянув за динамометр, повернуть планку на необходимый угол φ . Динамометр при этом должен находиться под прямым углом к планке.

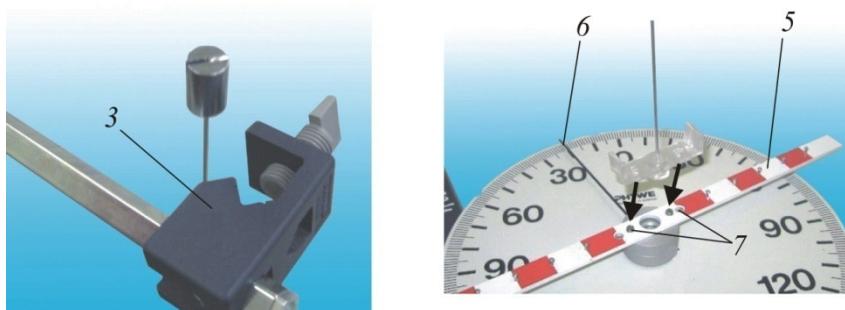


Рис. 1.8.8

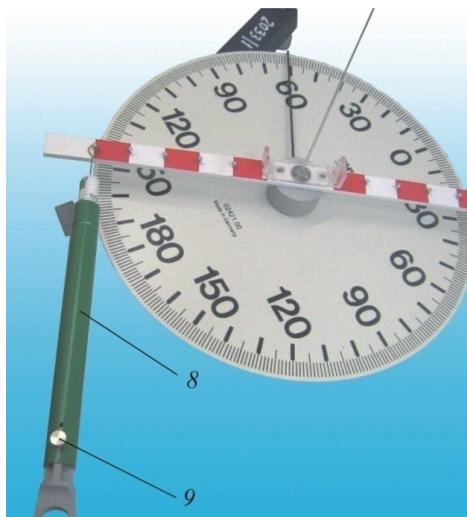


Рис. 1.8.9

При таком расположении динамометра относительно планки модуль момента силы, действующего на стержень, равен произведению модуля силы F , измеренной динамометром, на плечо h (расстояние от стержня до места приложения силы). Таким образом, измеренное значение момента силы определяется по формуле:

$$N = h F . \quad (1.8.11)$$

Необходимо записывать измеренное значение силы, **не отпуская динамометр**. Каждое следующее измерение проводится закручиванием стержня от его предыдущего нагруженного положения. Поскольку деформация распространяется во всем теле не мгновенно, то измерения следует проводить через одинаковый промежуток времени.

В качестве ошибки измерения угла следует использовать погрешность отсчета шкалы торсионного прибора. Ошибку значения момента вычислять по формуле

$$\Delta N = N \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2}, \quad (1.8.12)$$

где ΔF – абсолютная погрешность измерений по динамометру; Δh – абсолютная погрешность измерения плеча силы.

Из выражения (1.8.6) модуль сдвига материала равен:

$$G = \frac{2kL}{\pi R^4}, \quad (1.8.13)$$

где k – угловой коэффициент графика зависимости момента силы от угла поворота стержня $N(\varphi)$.

Тогда погрешность модуля сдвига рассчитывается по формуле:

$$\Delta G = G \sqrt{\left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + 16\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2}, \quad (1.8.14)$$

где Δk – абсолютная погрешность углового коэффициента.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Торсионный прибор следует располагать в центре стола.
2. При установке стержней следует сначала вставить нижнее крепление в пазы, и только после этого закреплять верхний винт штатива.
3. При установке и замене стержней не допускать их изгиба. Перед началом измерений стержень должен быть расположен строго вертикально.
4. После завершения работы с каждым стержнем следует положить его в коробку, а не оставлять на столе.
5. **Внимание!** Не прилагать к динамометру усилий, превышающих его предел измерений.
6. Не закручивать стержни на углы, превышающие 180 градусов.

ЗАДАНИЯ

Задание 1. Экспериментальное определение модуля сдвига

1. В работе используются два стержня – один из жесткого материала (алюминий, латунь или сталь) и один из мягкого (медь). Для жестких материалов петля гистерезиса очень узка, и в рамках данной лабораторной работы ее наблюдение невозможно. В этом можно убедиться, сравнив точность измерений с разностью моментов силы при прямом и обратном ходе петли. Если эти моменты совпадают в пределах погрешности, то невозможно с уверенностью утверждать, что имеет место неоднозначная зависимость $N(\varphi)$.

2. С помощью микрометра измерить диаметр выбранного стержня в 3–4 сечениях, отстоящих друг от друга приблизительно на 10 см. С помощью линейки (или рулетки) измерить длину стержня L . Вычислить среднее значение радиуса стержня R и оценить его погрешность по методу Корнфельда.

3. Установить стержень в торсионный прибор.

4. Используя крайние выступы планки 5, измерить зависимость угла закручивания стержня φ от величины приложенного момента силы N .

Для стального стержня измерения проводить от 0 до 90, от 90 до -90 и от -90 до 0 градусов с интервалом в 10 градусов, для латунного и алюминиевого – от 0 до 180, от 180 до -180 и от -180 до 0 градусов с интервалом в 20 градусов.

Таблица 1.8.1

Материал, $L =$		$см, R =$		$мм, h =$		$см$	
φ , град.	F_1 , Н	F_2 , Н	N_1 , Н·м	N_2 , Н·м	N , Н·м	ΔN , Н·м	
0							
10							
20							
...							

Результаты занести в заранее подготовленную табл. 1.8.1. Величины с индексом 1 соответствуют прямому ходу петли (т.е. измерениям, соответствующим последовательному увеличению угла закручивания), с индексом 2 – обратному (т.е. измерениям, соответствующим последовательному уменьшению угла закручивания).

5. Измерить плечо силы h .

Задание 2. Наблюдение петли гистерезиса

1. Установить в торсионный прибор медный стержень.
2. Используя крайние выступы планки 5, провести измерение зависимости $N(\varphi)$ в интервале от 0 до 180 градусов, потом, не отпуская динамометра, от 180 до -180 градусов, и опять, не разгружая стержень, от -180 до 180 градусов. Измерения проводить с шагом в 20 градусов. Результаты измерений занести в табл. 1.8.2.

Таблица 1.8.2

Материал: медь, $L =$ см, $R =$ мм, $h =$ см		
φ , град.	F , Н	N , Н·м
0	0	0
20		
40		
...		

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Задание 1

1. Для каждого из углов закручивания вычислить среднее значение момента силы и оценить его случайную погрешность методом Корнфельда.
2. Построить график зависимости среднего значения момента закручивающей силы от угла поворота стержня, т.е. $N(\varphi)$. На графике отметить погрешность разброса значений моментов силы, соответствующих данному углу, представленных в табл. 1.8.1.
3. Убедиться, что график носит линейный характер, т.е. имеет место закон Гука. Вычислить угловой коэффициент графика методом парных точек, определить его погрешность.
4. Вычислить модуль сдвига по формуле (1.8.13) и его погрешность по формуле (1.8.14). Сравнить полученное значение G с табличным.

Задание 2

1. Построить на миллиметровой бумаге график зависимости момента приложенной силы от угла закручивания стержня, т.е. $M(\varphi)$. График будет иметь вид петли гистерезиса.

2. Рассчитать площадь фигуры, ограниченной петлей гистерезиса, непосредственно по графику на миллиметровой бумаге.

3. Оценить погрешность энергии, ушедшей на нагревание стержня, как полуразность из максимальной и минимальной площадей петель, которые можно провести в пределах приборных погрешностей экспериментальных точек.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

В заключении к работе по результатам первого задания следует привести рассчитанную величину модуля сдвига для выбранного материала стержня. Сравнить этот результат с табличным значением.

Представить графики зависимости момента силы от угла закручивания для стержней, использованных в заданиях 1 и 2. Сделать вывод о характере полученной зависимости и о соотношении площадей петель гистерезиса для использованных материалов.

По результатам второго задания должна быть приведена полученная величина энергии, идущей на нагревание стержня за один цикл деформации, и ее погрешность.

Укажите, какие погрешности играли основную роль в работе.

Табличные значения

Материал	Модуль сдвига, ГПа
Латунь	36
Сталь	80
Алюминий	26

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое упругая деформация и чем упругая деформация отличается от пластической?

2. Что такое механическое напряжение, какие бывают виды напряжений?

3. Сформулируйте закон Гука для деформаций растяжения и сдвига.
4. В каких единицах измеряются модули Юнга и сдвига?
5. Для закручивания стержня диаметром 2 мм на угол 30 градусов был приложен момент сил в 1 Н·м. Какой момент силы необходимо приложить для закручивания стержня диаметром 4 мм и той же длины на тот же угол?
6. Что такое предел упругости, предел текучести и предел прочности?
7. Какое явление называется механическим гистерезисом?
8. Какой физический смысл площади петли гистерезиса?
9. Как соотносятся площади петли гистерезиса для стали и для меди?
10. Почему следует сначала закреплять основание стержня в торсионный прибор, и только потом – фиксировать его верхнюю часть?
11. Почему при измерениях надо следить, чтобы угол между динамометром и планкой составлял 90 градусов?
12. Почему при получении петли для меди необходимо проводить измерения в интервале от 0 до 180 градусов, потом, не отпуская динамометра, от 180 до -180 градусов, и опять, не разгружая стержень, от -180 до 180 градусов?
13. Как производится настройка динамометра?
14. Почему при измерениях динамометр нужно закреплять на крайние выступы планки?

Лабораторный практикум
«МЕХАНИКА»

Под редакцией С.А. Воронова

Редактор *М.В. Макарова*

Подписано в печать 20.11.2015. Формат 60x84 1/16.
Печ. л. 9,25. Уч.-изд. л. 9,25. Тираж 1740 экз.
Изд. № 1/8. Заказ № 6.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».
115409, Москва, Каширское ш., 31.
ООО «Баркас».
115230, Москва, Каширское ш., 4.

