

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

В.И. Савандер, М.А. Увакин

**ФИЗИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ**

Часть II

**ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ И МЕДЛЕННЫЕ
НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ**

*Рекомендовано УМО «Ядерные физика и технологии»
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений*

Москва 2013

УДК 621.039.51(075)+621.039.51.125.15(075)
ББК 31.46я7
С12

Савандер В.И., Увакин М.А. **Физическая теория ядерных реакторов. Ч. 2
Теория возмущений и медленные нестационарные процессы:** Учебное пособие. М.: НИЯУ МИФИ, 2013. –152 с.

Настоящее пособие представляет собой изложение учебного материала, относящегося ко второй части двухсеместрового курса «Физическая теория ядерных реакторов», читаемого на 5-м и 6-м семестрах студентам кафедры теоретической и экспериментальной физики ядерных реакторов. В пособии излагаются основы теории медленных физических процессов, происходящих при работе ядерного реактора, и элементы теории возмущений, основанной на понятии ценности нейтронов.

Пособие содержит ряд дополнений и исправлений, и является последним по времени вариантом представления лекционного материала по этому курсу.

Материал пособия предполагает знание основ курса «Теория переноса нейтронов», а также первой части пособия «Однородная размножающая среда и теория гетерогенных структур».

Пособие ориентировано на студентов вузов, специализирующихся по направлению «Ядерные энергетические установки», а также может быть полезно для научных работников, занимающихся теорией и методами расчета ядерных реакторов.

Подготовлено в рамках Программы создания и развития НИЯУ МИФИ.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Ю.В. Волков

ISBN 978-5-7262-1718-5

© Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1. Ценность нейтронов	7
1.1. Понятие асимптотической ценности нейтронов	7
1.2. Газокинетическое уравнение ценности	14
1.3. Уравнение ценности в многогрупповом диффузионном приближении	23
1.4. Расчет асимптотической ценности нейтронов в гомогенном реакторе без отражателя	28
1.5. Функция ценности нейтронов в задачах с внешним источником	31
Глава 2. Применение функции ценности нейтронов в теории возмущений	33
2.1. Оценка изменения реактивности при внесении возмущения в реактор	33
2.2. Теория малых возмущений	37
2.3. Частные случаи применения теории возмущений	41
Глава 3. Отравление и шлакование ядерного реактора	46
3.1. Физическая природа отравления	46
3.2. Стационарное отравление реактора ксеноном	50
3.3. Нестационарные ксеноновые процессы, эффект «иодной ямы»	55
3.4. Учет пространственной зависимости ксеноновых процессов	68
3.5. Шлакование ядерного реактора	74
3.6. Эффект «самариевая смерть»	78
Глава 4. Выгорание ядерного топлива	81
4.1. Основные процессы изменения изотопного состава	81
4.2. Уравнения изменения нуклидного состава топлива	83
4.3. Модель эффективного осколка	95
4.4. Изменение реактивности с выгоранием	102
4.5. Выгорание топлива. Связь выгорания с обогащением топлива	105
Глава 5. Перегрузки топлива в ядерных реакторах	109
5.1. Физические основы повышения глубины выгорания, эффективность перегрузок топлива	109
5.2. Частичные перегрузки, схемы «in-out» и «out-in»	115
5.3. Непрерывные перегрузки	117
Глава 6. Воспроизводство топлива в ядерных реакторах	120

6.1. Воспроизводство и конверсия ядерного топлива	120
6.2. Балансная формула для коэффициента воспроизводства	121
6.3. Связь критичности и коэффициента воспроизводства....	123
6.4. Связь коэффициента воспроизводства с выгоранием топлива	125
6.5. Время удвоения в системе реакторов-умножителей	128
Глава 7. Органы регулирования в ядерных реакторах	131
7.1. Основные системы органов управления	131
7.2. Центральный стержень в однокрупном приближении	133
7.3. Решетка регуляторов.....	138
7.4. Эффективность эксцентрично расположенного стержня.....	144
7.5. Интерференция регуляторов	147
Список рекомендуемой литературы.....	151

ПРЕДИСЛОВИЕ

Современная ядерная энергетика в общемировом объеме производства электроэнергии составляет не менее 16 % с большим последующим потенциалом роста. Основное преимущество ядерной энергии заключается в высокой калорийной способности ядерного топлива.

Курс «Физическая теория ядерных реакторов» является базовым курсом по специальности «Ядерные энергетические установки» и включает в себя материал, содержащий описание физических процессов в ядерных реакторах. Курс тематически разделен на две части, каждая из которых изучается в течение семестра. В настоящем пособии излагается материал второй части курса. Он посвящен теории ценности нейтронов и описанию основных физических процессов в ядерных реакторах: отравление реактора, выгорание и воспроизводство топлива, перегрузки и регулирование в ядерных реакторах. Главный акцент в излагаемом материале был сделан авторами на осмысление физической природы происходящих процессов и формирование математического описания, корректно отражающего их суть.

Главы 1 и 2 посвящены описанию основных положений теории ценности нейтронов и ее применения для решения задач об изменении реактивности при внесении различного рода возмущений в размножающую среду. Приведены основные уравнения теории ценности при различных приближениях, показан способ количественной оценки реактивности при возмущении параметров среды (реактора), в качестве примеров получены результаты для одногруппового диффузионного приближения.

Глава 3 содержит описание процессов отравления и шлакования ядерного реактора. В рамках точечной модели приводятся уравнения изменения концентраций иода и ксенона, получены их решения для различных режимов: пуск реактора, переход на другой уровень мощности, остановка реактора (эффект «иодной ямы»). Также приводится оценка вносимой отрицательной реактивности при учете пространственного накопления ксенона. Аналогично, рассмотрены уравнения изменения концентраций самария и прометия, изложена суть эффекта «самариевой смерти».

В главе 4 рассматриваются основные цепочки ядерных превращений в работающем реакторе, показывается принцип построения

системы дифференциальных уравнений выгорания и анализируется изменение реактивности при выгорании ядерного топлива.

Глава 5 посвящена описанию процедуры перегрузок топлива в ядерных реакторах. Для упрощенной модели получены выражения для запаса реактивности реактора и глубины выгорания в зависимости от кратности перегрузок. Рассмотрены основные, применяющиеся в современных энергетических реакторах, схемы частичных перегрузок топлива и схемы непрерывных перегрузок.

Описание основных физических особенностей процессов воспроизводства и конверсии топлива в ядерных реакторах дано в главе 6. Здесь также приведены рассуждения о возможности применения расширенного воспроизводства и выбора коэффициента воспроизводства в ядерной энергетике.

Глава 7 посвящена описанию органов регулирования в ядерных реакторах. В рамках упрощенной модели получено выражение для оценки эффективности одиночного стержня в центре реактора, приведена методика оценки параметров решетки регуляторов и оценки эффективности стержня, расположенного эксцентрично. Рассмотрены некоторые принципы размещения стержней регулирования в активной зоне реактора и понятие интерференции регуляторов.

Глава 1

ЦЕННОСТЬ НЕЙТРОНОВ

1.1. Понятие асимптотической ценности нейтронов

При описании процесса цепной ядерной реакции деления, которая лежит в основе работы ядерного реактора, основное внимание уделяется проблеме определения коэффициента размножения. Как правило, для этого формируется модель, описывающая перенос нейтронов в пределах некоторых приближений и допущений. По изменению плотности потока нейтронов во времени определяется степень близости реактора к критическому состоянию и вычисляется коэффициент размножения.

Однако протекание цепного процесса деления характеризуется не только потоком нейтронов. Поток нейтронов несет информацию только о среднестатистическом количестве нейтронов, находящихся в определенной точке реактора и имеющих определенные характеристики, чего недостаточно для определения нового поколения нейтронов, родившихся в результате взаимодействия со средой нейтронов предыдущего поколения. Так, к примеру, большой поток нейтронов на границе реактора или вблизи поглощающего стержня не позволяет судить о том, какое количество нейтронов появится в реакторе в результате деления, так как большая часть рассматриваемых нейтронов поглотится или утечет за пределы активной зоны.

Таким образом, каждый нейтрон в реакторе характеризуется не только количественными показателями, но и определенной ценностью для цепного процесса деления. Суть этой ценности заключается в том, насколько полезным оказался нейтрон для генерации в реакторе нейтронов последующих поколений.

В общем случае следует рассматривать некоторую мультиплицирующую нейтроны среду, заполняющую определенную область в пространстве с выпуклой границей (рис. 1.1).

Функция распределения плотности потока нейтронов $\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ в общем случае для стационарного состояния является функцией нескольких переменных. Каждая размножающая среда относительно цепного процесса размножения нейтронов в первую очередь характеризуется величиной, называемой коэффициентом размножения. Для бесконечных однородных сред это есть величина

на K_∞ , а для конечных сред — K_{eff} . Величина коэффициента размножения определяется как составом размножающей среды, так и ее геометрической формой. Относительно этой величины размножающие среды делятся на три класса: подкритические ($K_{eff} < 1,0$), надкритические ($K_{eff} > 1,0$) и критические ($K_{eff} = 1,0$).

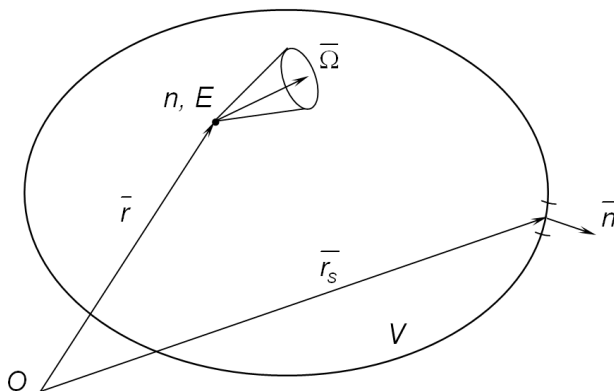


Рис. 1.1. Размножающая среда с объемом V и границей \vec{r}_s

Нейтроны в размножающей среде характеризуются положением, энергией и направлением движения. Коэффициент размножения является общей характеристикой для всех нейтронов в размножающей среде. Это значит, что если мы будем рассматривать нейтроны в какой-либо точке среды или нейтроны с определенной энергией либо направлением движения, то отношение числа выделенных групп нейтронов в двух последовательных поколениях будет одним и тем же, равным коэффициенту размножения. Интуитивно ясно, что вклад каждой выделенной группы нейтронов в интенсивность цепного процесса будет различным. Так, например, нейтроны, расположенные вблизи границы размножающей среды или вблизи сильного поглотителя нейтронов, имеют повышенную вероятность либо вылететь за ее пределы, либо поглотиться вне топлива, тем самым прервать цепной процесс. Нейтроны тепловых энергий имеют большую вероятность вызвать деление ядер в топливе, чем быстрые нейтроны. Поэтому способность нейтронов инициировать и поддерживать цепной процесс зависит от их ме-

стоположения, энергии и направления движения. В данном разделе мы введем новое понятие, а именно: ценность нейтронов и выведем уравнение для вычисления ценности.

Постановка задачи. Рассмотрим вначале критическую размножающую среду, коэффициент размножения которой $K_{eff} = 1,0$. Коэффициент размножения характеризует способность размножающей среды воспроизводить нейтроны. Однако до тех пор, пока в размножающей среде нет нейтронов, никакого цепного процесса в ней происходить не будет. Для реализации цепного процесса или, иначе, для его «зажигания» необходимо впустить в среду некоторое первоначальное количество нейтронов. Конечно, в окружающей среде всегда имеются нейтроны, да и в самой размножающей среде возникают собственные нейтроны за счет спонтанного деления ядер. Однако мы будем предполагать, что ни в окружающей среде, ни в самой размножающей среде нет источников нейтронов.

Для осуществления цепного процесса впустим в эту среду в начальный момент времени $t = 0$ в точку с координатой \vec{r}_0 q_0 нейтронов, с энергией E_0 и направлением движения $\vec{\Omega}_0$. Дальнейшее распространение нейтронов в размножающей среде и их энергетическое и угловое распределение можно найти, применяя метод итераций источников к уравнению для распределения поля нейтронов в критическом реакторе. Запишем это уравнение в операторной форме

$$\hat{L}\Phi = \hat{Q}\Phi$$

с однородными граничными условиями, которые на границе размножающей среды с вакуумом имеют вид $\Phi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}) = 0$, если $\langle \vec{\Omega} \cdot \vec{n}_s \rangle < 0$. Тогда система уравнений метода итераций источников будет иметь вид

$$\begin{aligned} \hat{L}\Phi_0 &= q_0; \\ \hat{L}\Phi_1 &= q_1; \quad q_1 = \hat{Q}\Phi_0 \\ &\dots\dots\dots \\ \hat{L}\Phi_{i+1} &= \hat{Q}\Phi_i; \end{aligned} \tag{1.1.1}$$

где q_0 – первоначальный источник нейтронов; \hat{L} – оператор, отвечающий за перенос, рассеяние и поглощение нейтронов; \hat{Q} – оператор рождения нейтронов деления. Метод итераций источников сходится, причем так, что выполняется предельное соотношение

$$K_{eff} = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{\Phi_{i+1}}{\Phi_i} = 1. \quad (1.1.2)$$

Поскольку мы рассматриваем критическую размножающую среду, то число нейтронов в двух последовательных поколениях с большими номерами будет примерно одинаковым. В пределе это соотношение выполняется абсолютно точно. Кроме того, как показано в первой части пособия, в асимптотике пространственно-энергетическое и угловое распределение нейтронов в каждом поколении также будет одинаковым, причем вид функции распределения $\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ не зависит от первоначального источника нейтронов $q(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0)$, а определяется только свойствами и геометрией размножающей среды и удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \hat{L}\Psi &= \frac{1}{K_{eff}} \hat{Q}\Psi; \\ K_{eff} &= 1. \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

В (1.1.3) $\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ – первая собственная функция критической задачи. Вследствие линейности данного уравнения функция $\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ определяется с точностью до множителя. Если этот множитель выбрать из того условия, что полное число нейтронов деления в размножающей среде мы принимаем равным одному нейтрону:

$$\int_V d\vec{r} \int_0^{E_{max}} dE \int_{4\pi} d\vec{\Omega} \hat{Q}\Psi_1(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = 1, \quad (1.1.4)$$

то общее решение для любого начального источника можно представить в виде

$$\Psi = C \cdot \Psi_1. \quad (1.1.5)$$

Константа C определяется начальным источником, поскольку именно с него начинается итерационный процесс

$$C = \int_V d\vec{r} \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\vec{\Omega} \hat{Q} \Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}). \quad (1.1.6)$$

Фактически эта константа определяет интегральное количество нейтронов деления во всем объеме размножающей среды, порожденное этим начальным источником.

Если выбрать источник самого простого вида, а именно: точечный моноэнергетический и мононаправленный, испускающий N нейтронов, то асимптотическую мощность источников нейтронов деления в каждом поколении можно выбрать в качестве количественной меры эффективности этого источника относительно инициирования цепного процесса в данной размножающей среде.

$$q_0 = N \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \delta(E - E_0) \delta(\vec{\Omega} - \vec{\Omega}_0). \quad (1.1.7)$$

Эта величина, очевидно, является функцией местоположения источника \vec{r}_0 , энергии нейтронов источника E_0 и направления движения $\vec{\Omega}_0$ в размножающей среде.

$$\Psi^+(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0) = \frac{1}{N} \lim_{i \rightarrow \infty} \int_V d\vec{r} \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\vec{\Omega} \hat{Q} \Phi_i(\vec{r}, E, \vec{\Omega}). \quad (1.1.8)$$

Величину (1.1.8), отнесенную на один нейтрон источника, назовем **асимптотической ценностью** нейтронов с данными характеристиками $(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0)$ относительно инициирования цепного процесса в заданной размножающей среде. Величина $\Psi^+(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0)$ называется асимптотической ценностью, потому что эта функция реализуется при бесконечно большом числе поколений нейтронов. Под-

черкнем, что асимптотическая ценность не есть просто физическое свойство нейтронов, а свойство нейтронов относительно данной размножающей среды.

Для некритических размножающих сред мощность источников нейтронов деления будет либо монотонно возрастать (для надкритических сред), либо монотонно убывать (для подкритических сред), а асимптотическая мощность источников, соответственно, будет стремиться либо к бесконечности, либо к нулю. Однако если для некритической среды рассмотреть условно критическую задачу, то для этого случая можно будет также ввести понятие асимптотической ценности нейтронов:

$$\hat{L}\Phi = \frac{1}{K_{eff}} \hat{Q}\Phi. \quad (1.1.9)$$

Для этого необходимо заранее определить K_{eff} и найти асимптотическую ценность для некритической размножающей среды путем решения уравнения

$$\begin{aligned} \hat{L}\Phi &= \hat{Q}'\Phi; \\ \hat{Q}' &= \frac{1}{K_{eff}} \hat{Q}. \end{aligned} \quad (1.1.10)$$

Конечно, использовать указанную процедуру для вычисления асимптотической ценности нейтронов слишком сложно, поскольку требуется решение большого количества задач для разного положения нейтронов в активной зоне, их энергии и направления движения. В дальнейшем, используя свойства асимптотической ценности, получим уравнение для определения ценности любых нейтронов.

Свойства асимптотической ценности. Из определения асимптотической ценности следует, что эта величина определена с точностью до постоянного множителя. Действительно, при определении ценности мы ввели определенную нормировку для первой собственной функции (1.1.4), через которую и выразили численное значение асимптотической ценности. При другой нормировке величина асимптотической ценности изменится. Однако соотноше-

ние ценностей для разных совокупностей нейтронов при этом меняться не будет.

1. *Свойство аддитивности.* Асимптотическая ценность обладает свойством аддитивности. Если первоначальный точечный источник нейтронов представляется в виде суммы двух элементарных источников $q = q_1 + q_2$, каждый из которых является моноэнергетическим и мононаправленным, то ценность такого источника равна сумме ценностей каждого из источников по отдельности:

$$\begin{aligned} q_1 &= \delta(\vec{r} - \vec{r}_1) \delta(E - E_1) \delta(\vec{\Omega} - \vec{\Omega}_1); \\ q_2 &= \delta(\vec{r} - \vec{r}_2) \delta(E - E_2) \delta(\vec{\Omega} - \vec{\Omega}_2); \\ \Psi^+_{1+2}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= \Psi^+_1(\vec{r}_1, E_1, \vec{\Omega}_1) + \Psi^+_2(\vec{r}_2, E_2, \vec{\Omega}_2). \end{aligned}$$

Это свойство следует из линейности операторов, входящих в уравнение для критической задачи. Для непрерывно распределенных источников данное свойство выражается в интегральном виде, то есть ценность источника нейтронов $q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, непрерывно распределенного в области V , энергия нейтронов которого заключена в энергетическом интервале $[E_1, E_2]$ и в телесном угле $\Delta\vec{\Omega}$, будет определяться выражением

$$\Psi^+_q = \int_V d\vec{r}_0 \int_{E_1}^{E_2} dE_0 \int_{\Delta\vec{\Omega}} d\Omega \int_0 q(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0) \Psi^+(\vec{r}_0, E_0, \vec{\Omega}_0).$$

2. *Закон (свойство) сохранения ценности в цепном процессе.* Это свойство связано с сохранением функции ценности в процессе размножения нейтронов по поколениям. Действительно, рассматривается начало цепного процесса размножения нейтронов в среде с некоторого произвольного источника $q(r, E, \vec{\Omega})$. В результате в первом поколении получен источник $q_1(r, E, \vec{\Omega}) = \hat{Q}\Phi_0(r, E, \vec{\Omega})$. Если бы начался цепной процесс с этого источника $q_1(r, E, \vec{\Omega})$, то была получена бы та же самая величина для константы C , а значит, и та же самая асимптотическая ценность нейтронов, как и пер-

воначального источника. Следовательно, и для любого промежуточного источника $q_i(r, E, \vec{\Omega})$ мы также получили бы ту же самую асимптотическую ценность нейтронов. Именно этот факт позволяет говорить о сохранении функции ценности по поколениям нейтронов.

1.2. Газокинетическое уравнение ценности

Для вывода уравнения ценности рассмотрим критическую размножающую среду, занимающую некоторый объем V . Впустим в начальный момент времени в некоторую точку этого объема \vec{r} пучок из N моноэнергетических и моно направленных нейтронов с энергией E и направлением движения $\vec{\Omega}$. В соответствии со свойством аддитивности ценности полная ценность всей совокупности нейтронов есть $\Psi = N\Psi^+(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, где $\Psi^+(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ – ценность одного нейтрона из этой совокупности. Проследим за дальнейшей судьбой этих N нейтронов в течение малого промежутка времени Δt . За этот промежуток времени с ними могут произойти следующие события:

некоторые из них в течение указанного промежутка времени Δt пролетят в направлении первоначального движения $\vec{\Omega}$ без взаимодействия с ядрами размножающей среды (так называемые прямопролетные нейтроны);

другая часть сможет испытать взаимодействия типа рассеяния, как упругое, так и неупругое с ядрами среды, в результате чего они изменят свою энергию E' и направление движения $\vec{\Omega}'$ (рассеявшиеся нейтроны);

оставшиеся нейтроны будут поглощены ядрами среды, как в реакции радиационного захвата (n, γ) , так и в реакции деления (n, f) . В первом случае эти нейтроны будут потеряны для дальнейшего продолжения цепной реакции, а во втором – появятся новые нейтроны деления с произвольными значениями энергии E' и направления движения $\vec{\Omega}'$ (вторичные нейтроны).

В силу закона сохранения ценности с учетом всех возможных событий с исходными нейтронами полная ценность должна быть

равна первоначальной. Рассчитаем изменение ценности первоначальных нейтронов в результате произошедших с ними событий.

Прямопролетные нейтроны. За интервал времени Δt эти нейтроны пролетят в направлении своего движения путь $\Delta\xi = v\Delta t$ и окажутся в точке с координатой $\vec{r}' = \vec{r} + \Delta\xi\vec{\Omega}$, а их ценность станет равной

$$C_1 = N_1\Psi^+(\vec{r} + \Delta\xi\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}),$$

где N_1 – число прямопролетных нейтронов. Если промежуток времени Δt взять достаточно малым так, чтобы $\Delta\xi \ll \lambda_t$, где $\lambda_t = 1/\Sigma_t(\vec{r}, E)$ – средняя длина свободного пробега нейтронов с энергией E вблизи точки с координатой \vec{r} , то полное число прямопролетных нейтронов

$$N_1 \approx N\left(1 - \frac{\Delta\xi}{\lambda_t}\right) = N(1 - \Delta\xi\Sigma_t(\vec{r}, E)).$$

В этом равенстве величина $\frac{\Delta\xi}{\lambda} = \Delta\xi\Sigma_t(\vec{r}, E)$ есть вероятность первоначальным нейтронам испытать взаимодействие какого-либо типа на пути $\Delta\xi$, причем это соотношение тем более точно, чем меньше интервал $\Delta\xi$.

Таким образом, общее число нейтронов первоначального источника, прошедших путь $\Delta\xi$ без столкновений равно $N(1 - \Delta\xi\Sigma_t(\vec{r}, E))$. Поскольку эти нейтроны изменили только свое местоположение, сохранив первоначальную энергию E и направление движения $\vec{\Omega}$, то их ценность будет равна

$$C_1 = N\Psi^+(\vec{r} + \vec{\Omega}\Delta\xi, E, \vec{\Omega})(1 - \Delta\xi\Sigma_t(\vec{r}, E)).$$

Рассеявшиеся нейтроны. Нейтроны исходного пучка, которым не удалось избежать столкновения на пути $\Delta\xi = v\Delta t$, могут испытать взаимодействие типа рассеяния и перейти в результате этого в

новый пучок нейтронов с энергией E' и направлением полета $\vec{\Omega}'$. Вероятность рассеяния на отрезке $\Delta\xi$ равна $\Delta\xi\Sigma_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega} \rightarrow E', \vec{\Omega}')$, а число нейтронов исходного пучка, испытавших такое взаимодействие, будет равно $N\Delta\xi\Sigma_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega} \rightarrow E', \vec{\Omega}')\Delta E'\Delta\vec{\Omega}'$. В силу предположения о малости интервала $\Delta\xi$, можно, без умаления общности, принять, что все акты рассеяния происходят в одной и той же точке этого интервала, так что ценность каждого из этих рассеявшихся нейтронов будет равна $\Psi^+(\vec{r} + \varepsilon\Delta\xi\vec{\Omega}, E', \vec{\Omega}')$, где $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Тогда их суммарная ценность

$$\Pi_s = N\Delta\xi \int_0^{E_{\max}} dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \Sigma_s(\vec{r}, E\vec{\Omega} \rightarrow E'\vec{\Omega}') \Psi^+(\vec{r} + \varepsilon\Delta\xi\vec{\Omega}', E', \vec{\Omega}'),$$

где E_{\max} – максимальная энергия нейтронов в реакторе (в спектре деления).

Нейтроны деления. Нейтроны, которым не удалось избежать столкновения на пути $\Delta\xi = v\Delta t$, также могут поглотиться ядрами среды. При этом ценность поглощенных нейтронов равна нулю. Однако часть нейтронов, поглощенная делящимися ядрами, может вызвать реакцию деления, что приведет к образованию нейтронов деления. Полное число актов деления за время Δt , или, что тоже самое, на интервале $\Delta\xi$, можно с большой степенью точности представить выражением $N_f = N\Delta\xi\Sigma_f(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, где величина $P_f = \Delta\xi\Sigma_f(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ по физическому смыслу является вероятностью акта взаимодействия с ядрами среды путем деления при движении нейтрона вдоль отрезка $\Delta\xi$. В результате реакции деления образуется $\nu_f(E)$ новых нейтронов, энергетическое распределение которых дается спектром деления $\chi(E)$. Будем считать, что нейтроны деления равновероятно распределены по направлению полета в телесном угле 4π и доля нейтронов с энергией E' в интервале dE' равна $\chi(E')dE'$. Тогда число нейтронов деления, попавших в пучок с энергией E' в интервале dE' и направлением

полета $\vec{\Omega}'$ в интервале $d\vec{\Omega}'$, будет равно $\nu_f(E)N_f\chi(E')dE'\frac{d\vec{\Omega}'}{4\pi}$,

или

$$N\Delta\xi\nu_f(E)\Sigma_f(\vec{r} + \varepsilon\Delta\xi\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega})\chi(E')\Delta E'\frac{\Delta\vec{\Omega}'}{4\pi}.$$

Предполагая, как и ранее, что все акты деления происходили в одно и той же точке $\vec{r} + \varepsilon\Delta\xi\vec{\Omega}$, суммарную ценность нейтронов деления Π_f представим в следующем виде:

$$\Pi_f = N\Delta\xi \int_0^{E_{\max}} \chi(E')dE' \int_{4\pi} \frac{d\vec{\Omega}'}{4\pi} \nu_f(E)\Sigma_f(\vec{r}, E)\Psi^+(\vec{r} + \varepsilon\Delta\xi\vec{\Omega}, E', \vec{\Omega}').$$

На основании закона сохранения ценности, суммарная ценность всех нейтронов в активной зоне реактора через малый интервал времени Δt будет равна общей ценности первоначально впущенных нейтронов, то есть $\Pi = \Pi_1 + \Pi_s + \Pi_f$.

Для получения уравнения ценности преобразуем баланс ценности к виду $\frac{\Pi - \Pi_1}{N\Delta\xi} = \frac{\Pi_s + \Pi_f}{N\Delta\xi}$ и перейдем в обеих частях равенства к пределу при $\Delta\xi \rightarrow 0$. Преобразуем левую часть равенства:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta\xi \rightarrow 0} \frac{\Pi - \Pi_1}{N\Delta\xi} &= \lim_{\Delta\xi \rightarrow 0} \frac{\Psi^+(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) - \Psi^+(\vec{r} + \Delta\xi\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega})}{\Delta\xi} + \\ &+ \lim_{\Delta\xi \rightarrow 0} (\Sigma_t(\vec{r}, E)\Psi^+(\vec{r} + \Delta\xi \cdot \vec{\Omega}, E, \vec{\Omega})) = \\ &= -\vec{\Omega}\nabla\Psi^+(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E)\Psi^+(\vec{r}, E, \vec{\Omega}). \end{aligned}$$

Правая часть исходного равенства имеет вид

$$\begin{aligned}
& \lim_{\Delta\xi \rightarrow 0} \int_0^{E_{\max}} dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \Sigma_s(\vec{r}, E\vec{\Omega} \rightarrow E'\vec{\Omega}') \cdot \Psi^+(\vec{r} + \varepsilon\Delta\xi\vec{\Omega}', E', \vec{\Omega}') + \\
& + \lim_{\Delta\xi \rightarrow 0} \frac{\nu_f(E)\Sigma_f(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_0^{E_{\max}} \chi(E') dE' \int_{4\pi} \Psi^+(\vec{r} + \varepsilon\Delta\xi \cdot \vec{\Omega}', E', \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' = \\
& = \int_0^{E_{\max}} dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \Sigma_s(\vec{r}, E\vec{\Omega} \rightarrow E'\vec{\Omega}') \Psi^+(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') + \\
& + \frac{\nu_f(E)\Sigma_f(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_0^{E_{\max}} \chi(E') dE' \int_{4\pi} \Psi^+(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}'.
\end{aligned}$$

В итоге получим уравнение для ценности нейтронов в газокинетическом приближении для критической размножающей среды:

$$\begin{aligned}
& -\vec{\Omega}\nabla\Psi^+(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E)\Psi^+(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) - \\
& - \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \Sigma_s(\vec{r}, E\vec{\Omega} \rightarrow E'\vec{\Omega}') \Psi^+(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') = \quad (1.2.1a) \\
& = \frac{\nu_f\Sigma_f(\vec{r}, E)}{4\pi} \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' \chi(E') \Psi^+(\vec{r}, E', \vec{\Omega}').
\end{aligned}$$

Что касается граничного условия для функции ценности, то на границе с вакуумом ценность нейтронов, вылетающих из среды в вакуум очевидно равна нулю, то есть граничные условия даются выражением

$$\begin{cases} \Psi^+(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}) = 0; \\ (\vec{\Omega}, \vec{n}_s) \geq 0. \end{cases} \quad (1.2.2)$$

В выражениях (1.2.2) \vec{r}_s – радиус вектор точек на границе размножающей среды с вакуумом, а \vec{n}_s – направление внешней нормали в граничной точке \vec{r}_s .

Если же размножающая среда не критична, то необходимо использовать модель условно-критического реактора, в результате

чего получим уравнение для асимптотической ценности нейтронов для этого случая

$$\begin{aligned}
 & -\bar{\Omega}\nabla\Psi^+(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) + \Sigma_t(\bar{r}, E)\Psi^+(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) - \\
 & - \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Sigma_s(\bar{r}, E\bar{\Omega} \rightarrow E'\bar{\Omega}')\Psi^+(\bar{r}, E', \bar{\Omega}') = \quad (1.2.16) \\
 & = \frac{\nu_f \Sigma_f(\bar{r}, E)}{4\pi \cdot K_{eff}} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \chi(E')\Psi^+(\bar{r}, E', \bar{\Omega}').
 \end{aligned}$$

Заметим, что в силу линейности этого уравнения ценность нейтронов, как и поток нейтронов, определяется с точностью до постоянного множителя. Это обстоятельство указывает на то, что ценность нейтронов величина относительная, то есть во всех расчетных формулах, связанных с использованием асимптотической ценности, результат не должен зависеть от условия нормировки функции ценности.

Уравнение для потока нейтронов в газокинетическом приближении имеет вид

$$\begin{aligned}
 & \bar{\Omega} \cdot \nabla\Psi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) + \Sigma_t(\bar{r}, E)\Psi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) - \\
 & - \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Sigma_s(\bar{r}, E'\bar{\Omega}' \rightarrow E\bar{\Omega})\Psi(\bar{r}, E', \bar{\Omega}') = \\
 & = \frac{1}{K_{eff}} \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \nu_f \Sigma_f(\bar{r}, E')\Psi(\bar{r}, E', \bar{\Omega}'); \quad (1.2.3) \\
 & \left\{ \begin{array}{l} \Psi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) = 0; \\ (\bar{\Omega}, n_s) \leq 0. \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Сравнивая уравнения для потока и ценности, можно отметить тот факт, что они с математической точки зрения являются сопряженными по Лагранжу. Это позволяет записать уравнение для ценности в общей операторной форме в следующем виде:

$$\hat{L}^+ \Psi^+ = \frac{1}{K_{eff}} \hat{Q}^+ \Psi^+ \quad (1.2.4)$$

где операторы \hat{L}^+ и \hat{Q}^+ оказываются сопряженными* по Лагранжу к операторам \hat{L} и \hat{Q} в уравнении для потока нейтронов (1.2.3).

В нашем случае линейное векторное пространство образуют функции $\{\Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})\}$, на которые действуют линейные операторы \hat{L} и \hat{Q} . Скалярное произведение определяется выражением

$$\langle \Psi, \Psi^+ \rangle = \int_V dV \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\vec{\Omega} \Psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \Psi^+(\vec{r}, E, \vec{\Omega}),$$

которое обладает всеми свойствами скалярного произведения в указанном линейном пространстве. Операторы L и L^+ называются сопряженными по Лагранжу, если выполняется соотношение

$$\langle \Psi^+, \hat{L}\Psi \rangle = \langle \Psi, \hat{L}^+\Psi^+ \rangle. \quad (1.2.5)$$

Операция сопряжения операторов обладает следующими простейшими свойствами:

* **Понятие сопряженного оператора.** Рассмотрим некоторое линейное пространство векторов $\{x\}$, в котором задано скалярное произведение $\langle x, y \rangle$. Пусть в этом пространстве задан линейный оператор $y = \hat{A}(x)$. Рассмотрим числовую функцию, определенную в этом векторном пространстве $J(x) = \langle y, \hat{A}(x) \rangle$, которая для линейного оператора является линейным функционалом. Общий вид линейного функционала в линейном векторном пространстве (по крайней мере, для конечномерного пространства) является $J(x) = \langle y, \hat{A}(x) \rangle = \langle x, a \rangle$. Следовательно, для каждого вектора y поставлен в соответствие вектор a , причем это соответствие является линейным оператором $a = \hat{B}(y)$. Определенный таким образом линейный оператор \hat{B} называется сопряженным по Лагранжу к линейному оператору \hat{A} , обозначается $\hat{B} = \hat{A}^+$ и определяется из соотношения $\langle y, \hat{A}(x) \rangle = \langle x, \hat{A}^+(y) \rangle \quad \forall x, y \in \{x\}$.

если $\hat{L} = \hat{L}_1 + \hat{L}_2$ и $\exists \hat{L}_1^+, \hat{L}_2^+$, то $\exists \hat{L}^+ = \hat{L}_1^+ + \hat{L}_2^+$;

если $\hat{L} = \hat{L}_1 \cdot \hat{L}_2$ и $\exists \hat{L}_1^+, \hat{L}_2^+$, то $\exists \hat{L}^+ = \hat{L}_1^+ \cdot \hat{L}_2^+$.

Покажем, что операторы \hat{L}^+ и \hat{Q}^+ в уравнении для ценности нейтронов являются сопряженными по Лагранжу для соответствующих операторов \hat{L} и \hat{Q} в уравнении для потока нейтронов.

Вначале докажем сопряженность операторов утечки, то есть $(\bar{\Omega}\nabla\Psi)^+ = -\bar{\Omega}\nabla\Psi^+$. Для этого проведем следующие преобразования:

$$\begin{aligned}
 & \int_V dV \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega}\Psi^+ (\bar{\Omega}\nabla\Psi) = \\
 & = \int_V dV \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega} (\bar{\Omega}\nabla\Psi\Psi^+ - \bar{\Omega}\nabla\Psi^+\Psi) = \\
 & = \int_{4\pi} d\bar{\Omega} \int_0^{E_{\max}} dE \oint_S dS \bar{\Omega}\Psi\Psi^+ - \int_V dV \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega}\Psi (\bar{\Omega}\nabla\Psi^+) = \\
 & = - \int_V dV \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega}\Phi (\bar{\Omega}\nabla\Psi^+).
 \end{aligned}$$

При векторных операциях использовалось следующее соотношение для скалярных функций ϕ и ψ : $\nabla(\phi\psi) = \psi\nabla\phi + \phi\nabla\psi$, откуда $\psi\nabla\phi = \nabla(\phi\psi) - \phi\nabla\psi$, а также теорема Гаусса–Остроградского о замене объемного интеграла поверхностным: $\int_V \nabla\phi dV = \oint_S \phi dS$.

Поскольку граничные условия на границе с вакуумом для этих функций таковы, что при $(\bar{\Omega}, \vec{n}_s) \geq 0$ $\Psi^+ = 0$, а при $(\bar{\Omega}, \vec{n}_s) \leq 0$ $\Psi = 0$, то и весь интеграл по замкнутой поверхности

$\int_{4\pi} d\bar{\Omega} \int_0^{E_{\max}} dE \oint_S dS \bar{\Omega}\Phi\Psi^+ = 0$. В итоге получим

$$\int_V dV \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega}\Psi^+ (\bar{\Omega}\nabla\Psi) = - \int_V dV \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega}\Psi (\bar{\Omega}\nabla\Psi^+)$$

или $\langle \Psi^+, \bar{\Omega} \nabla \Psi \rangle = \langle \Psi, -\bar{\Omega} \nabla \Psi^+ \rangle$, что и требовалось доказать.

Теперь покажем сопряженность операторов рассеяния для ценности и потока нейтронов. Проведем соответствующие преобразования:

$$\begin{aligned} & \int_V dV \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega} \Psi^+ (\vec{r}, E, \bar{\Omega}) \times \\ & \times \int_0^{E_{\max}} dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Sigma_s (\vec{r}, E, \bar{\Omega} \rightarrow E' \bar{\Omega}') \Psi (\vec{r}, E', \bar{\Omega}') = \\ & = \int_V dV \int_0^{E_{\max}} dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Psi (\vec{r}, E', \bar{\Omega}') \times \\ & \times \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega} \Sigma_s (\vec{r}, E' \bar{\Omega}' \rightarrow E \bar{\Omega}) \Psi^+ (\vec{r}, E, \bar{\Omega}). \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что взаимная замена переменных $\bar{\Omega}' \leftrightarrow \bar{\Omega}$, $E' \leftrightarrow E$ приведет к необходимому равенству $\langle \Psi^+; \hat{L}_s \Psi \rangle = \langle \Psi; \hat{L}_s^+ \Psi^+ \rangle$, где \hat{L}_s^+ есть оператор, равный

$$\int_0^{E_{\max}} dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Sigma_s (\vec{r}, E, \bar{\Omega} \rightarrow E' \bar{\Omega}').$$

Сопряженность оператора ценности нейтронов деления в уравнении ценности доказывается аналогичной заменой переменных

$$\begin{aligned} & \int_V dV \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega} \Psi^+ (\vec{r}, E, \bar{\Omega}) \Sigma_t (\vec{r}, E) \Psi (\vec{r}, E, \bar{\Omega}) = \\ & = \int_V dV \int_0^{E_{\max}} dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega} \Psi (\vec{r}, E, \bar{\Omega}) \Sigma_t (\vec{r}, E) \Psi^+ (\vec{r}, E, \bar{\Omega}). \end{aligned}$$

Таким образом, показана сопряженность всех трех составляющих оператора переноса для ценности нейтронов, записанного в левой части уравнения ценности (1.2.1а), и оператора переноса для потока нейтронов, записанного в левой части уравнения потока

(1.2.3). Откуда, в соответствии со свойствами сопряженных операторов, следует, что оператор переноса для ценности нейтронов \hat{L}^+ сопряжен по Лагранжу с оператором переноса \hat{L} для потока нейтронов.

Аналогичным образом доказывается сопряженность оператора источника для ценности и потока нейтронов. В результате для операторов, входящих в уравнения ценности (1.2.4), и операторов, соответствующих уравнению для потока (1.2.3), установлены следующие важные соотношения:

$$\langle \Psi^+, \hat{L}\Psi \rangle = \langle \Psi, \hat{L}^+\Psi^+ \rangle; \quad (1.2.6)$$

$$\langle \Psi^+, \hat{Q}\Psi \rangle = \langle \Psi, \hat{Q}^+\Psi^+ \rangle. \quad (1.2.7)$$

Эти соотношения полезны тем, что однозначно отражают взаимосвязь между физическим смыслом ценности и потока нейтронов.

1.3. Уравнение асимптотической ценности в многогрупповом диффузионном приближении

В практике нейтронно-физических расчетов газокинетическое приближение используется довольно редко, поскольку требует больших вычислительных затрат. Поэтому наибольшее распространение в реакторных расчетах получило многогрупповое диффузионное приближение. В этом приближении непрерывная энергетическая зависимость микросечений заменяется кусочно-постоянной, а при подготовке групповых сечений применяется принцип сохранения числа процессов и используются приближенные спектры нейтронов в различных энергетических интервалах. Кроме того, в тех случаях, когда зависимость плотности потока нейтронов в размножающей среде имеет слабую угловую зависимость, применяют разложение угловой зависимости по сферическим функциям Лежандра, ограничиваясь двумя первыми членами разложения: полным потоком нейтронов и полным током. Физически это отражает тот факт, что ядро является сферически симметричным и для взаимодействия не существенно, с какой стороны подлетает нейтрон. Для связи тока нейтронов с градиентом полного потока используют закон Фика. В результате получается многогрупповое

диффузионное приближение. Чтобы получить уравнение ценности в этом приближении, воспользуемся тем фактом, что уравнение для ценности нейтронов в газокинетическом приближении является сопряженным по отношению к уравнению для потока нейтронов. Следовательно, этим свойством должны обладать операторы и в многогрупповом диффузионном приближении.

Таким образом, в дальнейшем рассмотрим многогрупповое диффузионное приближение

$$-\nabla \hat{D} \nabla \vec{\Phi}(\vec{r}) + \hat{\Sigma}(\vec{r}) \vec{\Phi}(\vec{r}) = \frac{1}{K_{eff}} \vec{\chi} \cdot \langle \overline{\mathbf{v}_f \Sigma_f}, \vec{\Phi}(\vec{r}) \rangle, \quad (1.3.1)$$

где $\vec{\Phi} = \begin{pmatrix} \Phi_1(\vec{r}) \\ \Phi_2(\vec{r}) \\ \dots \\ \Phi_G(\vec{r}) \end{pmatrix}$ – вектор групповых потоков нейтронов, а G –

число энергетических групп, причем нумерация групп идет сверху вниз;

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} D_1 & & & 0 \\ & D_2 & & \\ & & \dots & \\ 0 & & & D_G \end{pmatrix} \text{ – групповые коэффициенты диффузии,}$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Sigma_{ad}^1 & -\Sigma^{2 \rightarrow 1} & \dots & -\Sigma^{G \rightarrow 1} \\ -\Sigma^{1 \rightarrow 2} & \Sigma_{ad}^2 & \dots & -\Sigma^{G \rightarrow 2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\Sigma^{1 \rightarrow G} & -\Sigma^{2 \rightarrow G} & \dots & \Sigma_{ad}^G \end{pmatrix} \text{ – матрица групповых макросе-$$

чений взаимодействия, по главной диагонали которой расположены макросечения поглощения Σ_a^g и увода Σ_d^g нейтронов из соответствующих групп $\Sigma_{ad}^g = \Sigma_a^g + \Sigma_d^g$, а по остальным позициям – макросечения сечения рассеяния (перевода) нейтронов между группами. В области замедления перевод нейтронов из нижних

групп в верхние отсутствует, такие переводы существуют в области тепловых нейтронов. Поэтому в том случае, когда все тепловые нейтроны объединены в одну группу, то эта матрица имеет нижнетреугольный вид.

Далее, $\vec{\chi} = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \dots \\ \chi_G \end{pmatrix}$ – вектор, компоненты которого χ_g – суть доли

нейтронов спектра деления, попадающих в группу g ;

$\vec{v}\Sigma_f = \left\{ \begin{matrix} v_f \Sigma_f^1, \\ v_f \Sigma_f^2, \\ \dots, \\ v_f \Sigma_f^G \end{matrix} \right\}$ – вектор, описывающий генерацию нейтронов в

группах.

Уравнение (1.3.1) дополняется стандартным граничным условием $\vec{\Phi}(\vec{r}_S) = 0$, где \vec{r}_S – экстраполированная граница активной зоны.

Определим скалярное произведение двух векторных функций, зависящих от пространственных переменных, как это имеет место в многогрупповом диффузионном приближении следующим выражением:

$$\langle \vec{a}; \vec{b} \rangle = \int d\vec{r} \sum_{g=1}^G a_g(\vec{r}) b_g(\vec{r}).$$

Возьмем произвольный матричный оператор \hat{M} и построим к нему сопряженный, исходя из определения сопряженности:

$$\begin{aligned}
\langle \vec{a}; \hat{M} \vec{b} \rangle &= \int d\vec{r} \sum_{g=1}^G a_g(\vec{r}) \sum_{g'=1}^G M_{gg'} b_{g'}(\vec{r}) = \int d\vec{r} \sum_{g'=1}^G a_{g'}(\vec{r}) \sum_{g=1}^G M_{g'g} b_g(\vec{r}) = \\
&= \int d\vec{r} \sum_{g=1}^G b_g(\vec{r}) \sum_{g'=1}^G M_{g'g} a_{g'}(\vec{r}) = \langle \vec{a}; M^T \vec{b} \rangle.
\end{aligned}$$

Таким образом, путем замены индексов в соответствующих суммах, установлено, что сопряженным оператором по отношению к матричному является оператор, построенный путем транспонирования исходной матрицы, т.е. $\hat{M}^+ = \hat{M}^T$.

Рассматривая оператор $-\nabla D(\vec{r}) \nabla$ как произведение трех операторов и учитывая, что для матричного оператора с диагональной матрицей сопряженный оператор совпадает с исходным, а сопряженный к дифференциальному оператору $\nabla^+ = -\nabla$ также дифференциальный, но с обратным знаком, получим

$$(-\nabla \hat{D}(\vec{r}) \nabla)^+ = -(\nabla^+) \cdot \hat{D}(\vec{r}) \cdot (\nabla^+) = -\nabla \hat{D}(\vec{r})^+ \nabla.$$

Далее рассмотрим оператор, отвечающий за источник нейтронов деления $\vec{\chi} \cdot \langle \overline{\mathbf{v}_f \Sigma_f}, \vec{\Phi}(\vec{r}) \rangle$. Для того чтобы получить вид этого члена в сопряженном виде, запишем его в виде скалярного произведения

$$\begin{aligned}
\langle \vec{a}, \vec{\chi} \cdot \langle \overline{\mathbf{v}_f \Sigma_f}, \vec{b} \rangle \rangle &= \int_V d\vec{r} \sum_{g=1}^G a_g(\vec{r}) \cdot \left(\sum_{g'=1}^G (\mathbf{v}_f \Sigma_f^{g'} \cdot b_{g'}(\vec{r})) \right) \cdot \chi_g = \\
&= \int_V d\vec{r} \sum_{g'=1}^G a_{g'}(\vec{r}) \cdot \left(\sum_{g=1}^G (\mathbf{v}_f \Sigma_f^g \cdot b_g(\vec{r})) \right) \cdot \chi_{g'} = \\
&= \int_V d\vec{r} \sum_{g=1}^G b_g(\vec{r}) \cdot \left(\sum_{g'=1}^G (\chi_{g'} \cdot a_{g'}(\vec{r})) \right) \cdot \mathbf{v}_f \Sigma_f^g = \langle \vec{b}, \overline{\mathbf{v}_f \Sigma_f} \cdot \langle \vec{\chi}, \vec{a} \rangle \rangle.
\end{aligned}$$

Таким образом, член с источником нейтронов деления в уравнении для ценности будет иметь вид $\vec{\chi} \cdot \langle \overline{\mathbf{v}_f \Sigma_f}, \dots \rangle^+ = \overline{\mathbf{v}_f \Sigma_f} \cdot \langle \vec{\chi}, \dots \rangle$.

Используя полученные сопряженные операторы, уравнение для ценности нейтронов в многогрупповом диффузионном приближении будет иметь следующий вид:

$$-\nabla \hat{D}^T(\vec{r}) \nabla \bar{\Phi}^+(\vec{r}) + \hat{\Sigma}^T(\vec{r}) \bar{\Phi}^+(\vec{r}) = \frac{1}{K_{eff}} \overline{v_f \Sigma_f} \cdot \langle \bar{\chi}, \bar{\Phi}^+(\vec{r}) \rangle. \quad (1.3.2)$$

Граничные условия на экстраполированной границе и для функции ценности остаются нулевыми: $\bar{\Phi}^+(\vec{r}_S) = 0$.

Для случая реакторов на быстрых нейтронах, когда все тепловые нейтроны объединены в одну группу, покомпонентная запись уравнения ценности имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla D_g(\vec{r}) \nabla \Phi_g^+(\vec{r}) - \Sigma_{a,d}^g(\vec{r}) \Phi_g^+(\vec{r}) + \sum_{g'=g+1}^G \Sigma^{g' \rightarrow g} \Phi_{g'}^+(\vec{r}) + \\ + \frac{(v_f \Sigma_f(\vec{r}))_g}{K_{eff}} \cdot \sum_{g'=1}^G \chi_{g'} \Phi_{g'}^+(\vec{r}) = 0; \\ \Phi_g^+(\vec{r}_S) = 0; \quad g = 1, \dots, G. \end{array} \right. \quad (1.3.3)$$

В общем случае матрица сечений перевода будет матрицей общего вида. Это имеет место в том случае, когда энергия налетающего нейтрона сравним а с энергией ядер рассеивающей среды, например в реакторах на тепловых нейтронах в области термализации. Тогда при рассеянии нейтрона возможна как потеря энергии нейтроном, так и ее приобретение. В этом случае уравнение (1.3.3) будет иметь более сложную структуру.

Частным случаем для уравнения (1.3.3) является одногрупповое приближение, когда рассматривается всего одна группа нейтронов. Уравнение для потока нейтронов в этом случае имеет вид

$$\begin{cases} \nabla D(\vec{r})\nabla\Phi(\vec{r}) - \Sigma_a(\vec{r})\Phi(\vec{r}) + \frac{1}{K_{eff}}\nu_f\Sigma_f(\vec{r})\Phi(\vec{r}) = 0; \\ \Phi(\vec{r}_S) = 0; \end{cases} \quad (1.3.4)$$

а уравнение ценности

$$\begin{cases} \nabla D(\vec{r})\nabla\Phi^+(\vec{r}) - \Sigma_a(\vec{r})\Phi^+(\vec{r}) + \frac{1}{K_{eff}}\nu_f\Sigma_f(\vec{r})\Phi^+(\vec{r}) = 0; \\ \Phi^+(\vec{r}_S) = 0. \end{cases} \quad (1.3.5)$$

Сопоставляя уравнения (1.3.4) и (1.3.5), нетрудно видеть, что поток и ценность нейтронов удовлетворяют одному и тому же уравнению и поэтому имеют одинаковое пространственное распределение, т.е. $\vec{\Phi}(\vec{r}) = \vec{\Phi}^+(\vec{r})$. Математически это означает, что уравнения для ценности и потока нейтронов в этом приближении являются само-сопряженными.

1.4. Расчет асимптотической ценности нейтронов в гомогенном реакторе без отражателя

Рассмотрим многогрупповое диффузионное приближение с числом групп, равным G . Система многогрупповых уравнений для функции ценности, согласно (1.3.3), будет иметь вид

$$\begin{cases} -\nabla D_g \nabla \Phi_g^+ + \Sigma_g \Phi_g^+ = \sum_{g'=g+1}^G \Sigma^{g \leftarrow g'} \Phi_{g'}^+ + \frac{(\nu_f \Sigma_f)_g}{K_{eff}} \cdot \sum_{g=1}^G \chi_g \Phi_g^+; \\ \Phi_g^+(\vec{r}_S) = 0, \quad g = 1, \dots, G. \end{cases}$$

В общем случае с учетом пространственной зависимости макроконстант размножающей среды для решения этой системы применяются численные методы. Но для случая гомогенной размножающей среды, когда макроконстанты в уравнениях не зависят от пространственных переменных, а среда граничит с вакуумом, данная система допускает аналитическое решение.

Для решения этой системы уравнений применим метод разделения переменных, представляя групповую функцию ценности в виде $\bar{\Phi}_g^+(\vec{r}) = F_g^+ \Psi(\vec{r})$, где функция $\Psi(\vec{r})$ представляет собой собственную функцию оператора Лапласа:

$$\begin{cases} \Delta \Psi(\vec{r}) + \alpha_0^2 \Psi(\vec{r}) = 0; \\ \Psi(\vec{r}_S) = 0, \end{cases}$$

а α_0 – наименьшее собственное число, отвечающее знакопостоянной собственной функции $\Psi_0(\vec{r})$. Такое представление решения означает, что пространственное распределение групповых ценностей $\Psi_0(\vec{r})$ одинаково для всех групп, а амплитудные множители F_g^+ определяют многогрупповой спектр ценности нейтронов. Подставляя это разложение в исходную систему уравнений, получим следующую систему уравнений для определения группового спектра ценности F_g^+ :

$$\left(\alpha_0^2 D_g + \Sigma_g \right) F_g^+ = \sum_{g'=g+1}^G \Sigma^{g' \rightarrow g} F_{g'}^+ + \frac{(v_f \Sigma_f)_g}{K_{eff}} \sum_{g'=1}^G \chi_{g'} F_{g'}^+.$$

В результате получена линейная однородная система алгебраических уравнений относительно группового спектра ценности нейтронов F_g^+ . Решение этой системы определено с точностью до некоторого постоянного множителя. Для однозначного выбора этого множителя используем следующую нормировку группового спектра ценности:

$$\sum_{g'=1}^G \chi_{g'} F_{g'}^+ = K_{eff}.$$

Таким образом, получена линейная однородная система алгебраических уравнений для определения коэффициентов F_g^+ и, следовательно, энергетического спектра ценности нейтронов. Решение

данной системы определено с точностью до некоторого постоянно-го множителя. Выберем величину этого множителя, используя сле-

дующую нормировку функции ценности: $\sum_{g'=1}^G \chi_{g'} F_{g'}^+ = K_{eff}$.

При такой нормировке система уравнений для коэффициентов F_g^+ становится неоднородной:

$$\left(\alpha_0^2 D_g + \Sigma_g\right) F_g^+ = \sum_{g'=g+1}^G \Sigma^{g' \rightarrow g} F_{g'}^+ + \left(v_f \Sigma_f\right)_g$$

и может быть решена последовательно, начиная с нижней группы. Для самой нижней группы $g = G$ получим

$$F_g^+ = \frac{\left(v_f \Sigma_f\right)_g}{\left(\alpha_0^2 D_g + \Sigma_g\right)}.$$

Далее, применяя последовательно эту процедуру, получим выражение для коэффициентов F_g^+ через уже известные значения этих величин, соответствующих $g' > g$:

$$F_g^+ = \frac{\left(v_f \Sigma_f\right)_g + \sum_{g'=g+1}^G \Sigma^{g' \rightarrow g} F_{g'}^+}{\left(\alpha_0^2 D_g + \Sigma_g\right)}.$$

Отметим, что расчет спектральной составляющей ценности нейтронов ведется от самой нижней группы к верхним, в то время как аналогичный расчет для потока нейтронов – от самой верхней группы к нижним. Это связано с тем фактом, что при составлении баланса нейтронов рассматривается приход нейтронов из верхних групп в данную, а для ценностей при реакции рассеяния нейтронов исходная ценность этой группы распределяется по всем остальным нижним группам. Поэтому для потока нейтронов в самой верхней

группе нет привода нейтронов за счет рассеяния, а для ценностей нет увода ценности из самой нижней группы.

1.5. Функция ценности нейтронов в задачах с внешним источником

Пусть $\Phi(x)$ – плотность потока нейтронов в фазовом пространстве переменных $\{\vec{r}, E, \vec{\Omega}\}$. Рассмотрим в этом пространстве стационарное уравнение переноса с источником

$$\hat{M}\Phi(x) = q(x). \quad (1.5.1)$$

В выражении (1.5.1) $\hat{M} = \hat{L} - \hat{Q}$, как это следует из уравнения (1.1.4), если его записать для случая задачи с внешним источником. Оператор \hat{M} описывает пространственное перемещение нейтронов источника, их рассеяние и поглощение с учетом появления новых нейтронов деления.

В том случае, когда среда неразмножающая, то $\hat{M} = \hat{L}$ и понятие ценности теряет первоначальный смысл. В этом случае внешний источник нейтронов, вообще говоря, не зависит от поля нейтронов в среде. Введем на множестве функций $\Phi(x)$, являющихся решениями уравнения (1.5.1), линейный функционал вида $F_p(\Phi) = \langle \Phi(x), \Sigma_p(x) \rangle$, где $\Sigma_p(x)$ – некоторая функция, в качестве которой наиболее часто выступает какое-либо макросечение.

Физический смысл функционала $F_p(\Phi)$ определяется выбором функции $\Sigma_p(x)$. Если $\Sigma_p(x) = \Sigma_a(x)$, то $F_p(\Phi)$ есть полное число поглощенных в данной системе нейтронов в единицу времени, независимо от их энергии и направления движения. Если $\Sigma_p(x) = \Sigma_s(x)$, то $F_p(\Phi)$ – скорость рассеяния нейтронов в среде при всех энергиях и направлениях их движения, и т.д.

Наряду с исходным уравнением (1.5.1) рассмотрим сопряженное к нему уравнение, в котором в качестве источника выберем функцию $\Sigma_p(x)$:

$$\hat{M}^+ \Phi^+(x) = \Sigma_p(x) \quad (1.5.2)$$

Умножим уравнения (1.5.1) и (1.5.2) скалярно на $\Phi^+(x)$ и $\Phi(x)$ соответственно и вычтем одно из другого. В результате получим:

$$\begin{cases} \hat{M}\Phi(x) = q(x) & \cdot \Phi^+(x); \\ \hat{M}^+\Phi^+(x) = \Sigma_p(x) & \cdot \Phi(x); \end{cases}$$

$$\langle \Phi^+; \hat{M}\Phi \rangle - \langle \Phi; \hat{M}^+\Phi^+ \rangle = \langle \Phi^+; q \rangle - \langle \Phi; \Sigma_p \rangle = 0.$$

Равенство нулю правой части выражения обусловлено свойством сопряженности операторов. Таким образом, $\langle \Phi^+; q \rangle = \langle \Phi; \Sigma_p \rangle$, и тогда оказывается, что $F_p(\Phi) = \langle \Phi; \Sigma_p \rangle = \langle \Phi^+; q \rangle$.

Пусть $q(x) = \delta(x - x_0)$ точечный источник по всей совокупности переменных фазового пространства. Тогда

$$F_p(\Phi) = \langle \Phi^+; q \rangle = \langle \Phi^+; \delta(x - x_0) \rangle = \Phi^+(x_0).$$

В результате оказалось, что определенная таким образом функция ценности равна значению функционала $F_p(\Phi)$, при определенном выборе источника, а именно: от единичного точечного источника. Другими словами, оказывается, что решение сопряженного уравнения с источником является значением функционала, рассчитанного на функции Грина исходного уравнения.

Глава 2 ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ ЦЕННОСТИ НЕЙТРОНОВ В ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

2.1. Оценка изменения реактивности при внесении возмущения в реактор

Понятие ценности нейтронов – важный инструмент при определении различных физических особенностей нейтронных процессов в ядерных реакторах. Ценность нейтронов позволяет установить степень влияния того или иного внешнего или внутреннего фактора на характеристики реактора. Одним из таких наиболее практически значимых приложений функции ценности является теория возмущений.

Функция ценности играет большую роль для выбора оптимального распределения делящихся и поглощающих компонентов активной зоны. Тот факт, что в тепловой области энергии микросечение деления делящихся нуклидов значительно выше, чем в других энергетических областях, позволяет утверждать, что тепловые нейтроны в реакторах с любым спектром имеют наибольшую ценность. Если мы для определенного состава топлива в активной зоне рассчитали распределение ценности нейтронов, то с точки зрения эффективности стержней управления их необходимо размещать в областях с повышенной ценностью нейтронов. Именно поэтому ценность нейтронов играет большую роль в теории малых возмущений. С математической точки зрения применение ценности нейтронов в теории возмущений связано с тем, что она является решением сопряженного уравнения.

Пусть имеется размножающая область с объемом V и площадью поверхности S . Запишем для этой области уравнение условно критического реактора:

$$\hat{L}\Phi = \frac{1}{K_{eff}}\hat{Q}\Phi. \quad (2.1.1)$$

Нейтронно-физические свойства размножающей среды определяются заданием макроконстант, которые входят в состав операторов \hat{L} и \hat{Q} . Предположим, что мы изменили состав и распределе-

ние различных компонентов активной зоны без изменения размеров и формы активной зоны (например, ввели или извлекли некоторые органы регулирования либо произвели замену ТВС в процессе перегрузки топлива). В результате такого воздействия на среду были изменены ее свойства, которые будем трактовать как возмущения этих свойств и связанных с ним операторов:

$$\begin{aligned}\hat{L} &\rightarrow \hat{L}' = \hat{L} + \delta\hat{L}; \\ \hat{Q} &\rightarrow \hat{Q}' = \hat{Q} + \delta\hat{Q}.\end{aligned}$$

Для возмущенной системы уравнение условно критического реактора в операторной форме будет иметь вид

$$\hat{L}'\Phi' = \frac{1}{K'_{eff}}\hat{Q}'\Phi'. \quad (2.1.2)$$

Поскольку размеры и форма активной зоны не изменились, то граничные условия для основной и возмущенной задачи будут одинаковы, и они не влияют на изменение коэффициента размножения. В результате изменится распределение плотности потока нейтронов и эффективный коэффициент размножения реактора, то есть они получают приращение:

$$\begin{aligned}\Phi &\rightarrow \Phi' = \Phi + \delta\Phi; \\ \frac{1}{K_{eff}} &\rightarrow \frac{1}{K'_{eff}} = \frac{1}{K_{eff}} + \delta\left(\frac{1}{K_{eff}}\right).\end{aligned}$$

Запишем уравнение ценности нейтронов для невозмущенной системы также в операторной форме:

$$\hat{L}^+\Phi^+ = \frac{1}{K_{eff}}\hat{Q}^+\Phi^+. \quad (2.1.3)$$

Поскольку коэффициент размножения определяет критичность или степень некритичности реактора, то в первую очередь нас ин-

интересует изменение коэффициента размножения при внесении возмущения в размножающую среду. Поэтому главная задача заключается в определении изменения реактивности реактора (или же аналогичной по смыслу величины приращения коэффициента размножения), возникающего при таком возмущении его нейтронно-физических характеристик. Для этого умножим скалярно уравнение (2.1.2) на Φ^+ , а уравнение (2.1.3) на Φ' и вычтем одно из другого:

$$- \begin{cases} \hat{L}'\Phi' = \frac{1}{K'_{eff}} \hat{Q}'\Phi' & \cdot \Phi^+; \\ \hat{L}^+\Phi^+ = \frac{1}{K_{eff}} \hat{Q}^+\Phi^+ & \cdot \Phi'. \end{cases}$$

В итоге преобразований придем к выражению

$$\begin{aligned} & \langle \Phi^+; \hat{L}'\Phi' \rangle - \langle \Phi'; \hat{L}^+\Phi^+ \rangle = \\ & = \frac{1}{K'_{eff}} \langle \Phi^+; \hat{Q}'\Phi' \rangle - \frac{1}{K_{eff}} \langle \Phi'; \hat{Q}^+\Phi^+ \rangle. \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

Учитывая условия сопряженности операторов для потока и ценности нейтронов

$$\begin{aligned} \langle \Phi'; \hat{L}^+\Phi^+ \rangle &= \langle \Phi^+; \hat{L}\Phi' \rangle; \\ \langle \Phi'; \hat{Q}^+\Phi^+ \rangle &= \langle \Phi^+; \hat{Q}\Phi' \rangle, \end{aligned}$$

получим следующее соотношение:

$$\langle \Phi^+, \hat{L}'\Phi' - \hat{L}\Phi' \rangle = \langle \Phi^+, \frac{1}{K'_{eff}} \hat{Q}'\Phi' - \frac{1}{K_{eff}} \hat{Q}\Phi' \rangle.$$

После несложных преобразований

$$\begin{aligned}
\hat{L}'\Phi' - \hat{L}\Phi' &= (\hat{L}' - \hat{L})\Phi' = \Delta\hat{L}\Phi'; \\
\frac{1}{K'_{eff}}\hat{Q}'\Phi' - \frac{1}{K_{eff}}\hat{Q}\Phi' &= \left(\frac{1}{K_{eff}} + \delta\left(\frac{1}{K_{eff}}\right) \right) \hat{Q}'\Phi' - \frac{1}{K_{eff}}\hat{Q}\Phi' = \\
&= \frac{1}{K_{eff}}\Delta\hat{Q}\Phi' + \delta\left(\frac{1}{K_{eff}}\right)\hat{Q}'\Phi'; \\
\langle \Phi, \delta\hat{L}'\Phi' \rangle &= \langle \Phi^+, \frac{1}{K_{eff}}\delta\hat{Q}'\Phi' + \delta\left(\frac{1}{K_{eff}}\right)\hat{Q}'\Phi' \rangle
\end{aligned}$$

получим искомое выражение для приращения величины эффективного коэффициента размножения

$$\delta\left(\frac{1}{K_{eff}}\right) = \frac{\langle \Phi^+, \delta\hat{L}\Phi' \rangle - \frac{1}{K_{eff}} \cdot \langle \Phi^+, \delta\hat{Q}\Phi' \rangle}{\langle \Phi^+, \hat{Q}'\Phi' \rangle}. \quad (2.1.5)$$

Выражение (2.1.5) представляет собой точную формулу для приращения коэффициента размножения реактора при всех возможных вариациях операторов $\delta\hat{L}$ и $\delta\hat{Q}$. Однако прямое использование этого выражения является излишним, поскольку для его вычисления необходимо знать решение возмущенной задачи, а в этом случае мы уже получаем и само значение возмущенного значения K'_{eff} . Важность этого выражения заключается в том, что с его помощью можно получить приближения теории возмущений любой степени малости.

Следует отметить, что знак изменения коэффициента размножения согласно полученному выражению (2.1.5) определяется исключительно возмущенными частями операторов переноса и источника нейтронов. То есть, фактически, внесение положительной или отрицательной реактивности в реактор зависит от соотношения именно возмущений в переносе (включая и рассеяние, и размножение), а не от этих операторов в невозмущенной среде.

2.2. Теория малых возмущений

Рассмотрим линейную теорию возмущений, предполагая, что внесенные возмущения являются малыми по отношению к исходной задаче. Это означает, что

$$\begin{aligned}\|\Delta\hat{L}\| &\ll \|\hat{L}\|; \\ \|\Delta\hat{Q}\| &\ll \|\hat{Q}\|;\end{aligned}$$

где $\|\hat{A}\|$ обозначает норму соответствующего оператора. При этих условиях и приращения плотности потока и эффективного коэффициента размножения также будут малы по отношению к исходным величинам:

$$\begin{aligned}\|\delta\Phi\| &\ll \|\Phi\|; \\ |\delta K_{eff}| &\ll K_{eff}.\end{aligned}$$

Пренебрегая членами второго порядка малости в (2.1.5), получим формулу теории малых возмущений или линейную теорию возмущений:

$$\delta\left(\frac{1}{K_{eff}}\right) = \frac{\langle\Phi^+; \delta\hat{L}\Phi\rangle - \frac{1}{K_{eff}}\langle\Phi^+; \delta\hat{Q}\Phi\rangle}{\langle\Phi^+; \hat{Q}(\Phi + \delta\Phi)\rangle}.$$

Учитывая тот факт, что $\|\hat{Q}\Phi\| \gg \|\hat{Q}\delta\Phi\|$, числитель этой дроби принимает вид $\langle\Phi^+; \hat{Q}\Phi\rangle$, а сама эта величина есть суммарная ценность нейтронов деления, так что формула теории малых возмущений будет иметь вид

$$\delta\left(\frac{1}{K_{eff}}\right) = \frac{\langle\Phi^+; \delta\hat{L}\Phi\rangle - \frac{1}{K_{eff}}\langle\Phi^+; \delta\hat{Q}\Phi\rangle}{\langle\Phi^+; \hat{Q}\Phi\rangle}. \quad (2.2.1)$$

Предположим, что невозмущенный реактор был критическим, то есть $K_{ef} = 1.0$. Тогда

$$\delta \left(\frac{1}{K_{ef}} \right) = \frac{1}{K'_{ef}} - 1 = \frac{1 - K'_{ef}}{K'_{ef}} = - \frac{K'_{eff} - 1}{K'_{eff}} = -\delta\rho,$$

и в результате получим, что изменение реактивности реактора при введенных возмущениях определяется выражением

$$\delta\rho = \frac{-\langle \delta\hat{L}\Phi, \Phi^+ \rangle + \langle \delta\hat{Q}\Phi, \Phi^+ \rangle}{\langle \hat{Q}\Phi, \Phi^+ \rangle}. \quad (2.2.2)$$

Ценность нейтронов деления, обозначаемая как ЦНД = $\langle \Phi^+, \hat{Q}\Phi \rangle$, не зависит от внесенных возмущений. Кроме того, ценность нейтронов определена с точностью до константы, но величина $\Phi^+ / \langle \hat{Q}\Phi, \Phi^+ \rangle = \Phi^+ / \text{ЦНД}$ не зависит от нормировки и в определенном смысле является абсолютной. Ее смысл заключается в том, что это есть весовой множитель, с которым локальные возмущения $\delta\hat{L}\Phi$ и $\delta\hat{Q}\Phi$ входит в баланс изменения реактивности, а именно:

$$\delta\rho = - \left\langle \delta\hat{L}\Phi, \frac{\Phi^+}{\text{ЦНД}} \right\rangle + \left\langle \delta\hat{Q}\Phi, \frac{\Phi^+}{\text{ЦНД}} \right\rangle. \quad (2.2.3)$$

Ценность нейтронов деления не зависит от внесенных возмущений. Хотя ценность нейтронов определена с точностью до константы, но величина $\Phi^+ / \langle \hat{Q}\Phi, \Phi^+ \rangle = \Phi^+ / \text{ЦНД}$ уже не зависит от нормировки, и в определенном смысле является абсолютной. Ее смысл заключается в том, что это есть весовой множитель, с которым локальные возмущения $\delta\hat{L}\Phi$ и $\delta\hat{Q}\Phi$ входит в баланс изменения реактивности (2.2.2). Члены, определяющие изменение утечки нейтронов, их поглощение и рассеяние входят в (2.2.3) с отрицательным знаком, а члены, связанные с рождением нейтронов, – с положительным знаком.

Рассмотрим подробный вид выражения (2.2.1) для различных приближений.

Газокинетическое приближение. Так как дифференциальный оператор $\bar{\Omega}\nabla\Phi$ не зависит от нейтронно-физических свойств размножающей среды, то возмущение этого оператора всегда равно нулю. Следовательно, изменение реактивности в газокинетическом приближении имеет вид

$$\begin{aligned} \delta\rho = & \frac{1}{\text{ЦНД}} \int_V dV \int_0^\infty dE \int_{4\pi} d\bar{\Omega} \Phi^+(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) \cdot \\ & \left(\left[\delta\Sigma_t \Phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) - \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \Sigma_s(\bar{r}, E', \bar{\Omega}' \rightarrow E, \bar{\Omega}) \Phi(\bar{r}, E', \bar{\Omega}') \right] + \right. \\ & \left. - \frac{1}{K_{eff}} \frac{\chi}{4\pi} \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\bar{\Omega}' \delta(v_f \Sigma_f) \Phi(\bar{r}, E', \bar{\Omega}') \right) \end{aligned}$$

а ценность нейтронов деления представляется выражением

$$\text{ЦНД} = \int d\bar{r} \int dE \int d\bar{\Omega} \frac{\chi(E)}{4\pi} \Psi^+(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) \int dE' \int d\bar{\Omega}' v_f \Sigma_f(\bar{r}, E', \bar{\Omega}') \Psi(\bar{r}, E', \bar{\Omega}')$$

Многогрупповое диффузионное приближение. Вводя стандартные обозначения (см. п.1.3), в многогрупповом диффузионном приближении для (2.2.1) получим следующее выражение:

$$\delta\rho = -\frac{1}{\text{ЦНД}} \int_V d\bar{r} \left\{ \sum_{g=1}^G \Phi_g^+ \left[(-1)\nabla\delta D_g \nabla\Phi_g + \delta\Sigma_{ad}^g \Phi_g - \sum_{g'=1}^{g-1} \delta\Sigma_s^{g' \rightarrow g} \Phi_{g'} - \frac{\chi_g}{K_{eff}} \sum_{g'=1}^G v_f \Sigma_f^{g'} \Phi_{g'} \right] \right\}$$

где

$$\text{ЦНД} = \int_V d\bar{r} \sum_{g=1}^G \left(\Phi_g^+(\bar{r}) \chi_g \left(\sum_{g'=1}^G v_f \Sigma_f^{g'}(\bar{r}) \Phi_{g'}(\bar{r}) \right) \right)$$

Для упрощения полученного выражения воспользуемся формулой Грина $\text{div}(j\vec{V})=j\text{div}\vec{V}+\langle\vec{V},\text{grad}j\rangle$, где j – некая скалярная функция, а \vec{V} – вектор. Полагая в этой формуле $j=\Phi^+(\vec{r})$, а $\vec{V}=\delta D_g(\vec{r})\nabla\Phi_g$, получим выражение для оценки изменения реактивности в теории малых возмущений для случая многогруппового диффузионного приближения

$$\delta\rho=\frac{1}{\text{ЦНД}_V}\int d\vec{r}\sum_{g=1}^G\delta D_g\langle\nabla\Phi_g^+,\nabla\Phi_g\rangle-\Phi_g^+\left[\frac{\delta\Sigma_{ad}^g\Phi_g-\delta\Sigma_{ad}^g\Phi_g}{K_{eff}}-\frac{\chi_g}{K_{eff}}\sum_{g'=1}^G\delta v_f\Sigma_f^{g'}\Phi_{g'}\right]. \quad 2.2.4$$

Отметим, что в одногрупповом диффузионном приближении поток и ценность нейтронов совпадают, поэтому получается более простое выражение для изменения реактивности в приближении теории малых возмущений

$$\delta\rho=\frac{\int d\vec{r}\left(-\delta D(\nabla\Phi)^2-\delta\Sigma_a\Phi^2+\frac{1}{K_{eff}}\delta(v_f\Sigma_f)\Phi^2\right)}{\int_V d\vec{r}v_f\Sigma_f\Phi^2}. \quad (2.2.5)$$

Самым важным следствием полученного выражения (2.2.5) является тот факт, что величина реактивности, вносимая возмущением, определяется квадратом потока нейтронов. Физический смысл такой зависимости напрямую связан со смыслом ценности нейтронов – важно не только изменение количества взаимодействий нейтронов в определенной точке реактора, но и их роль в процессе смены поколений.

2.3. Частные случаи применения теории возмущений

Наиболее обширная область практического применения теории малых возмущений связана с определением реактивности, вноси-

мой в активную зону реактора заданным элементом (стержнем регулирования, тепловыделяющей сборкой и т.п.). Рассмотрим некоторые наиболее практически значимые примеры таких задач. Для простоты возьмем одномерную активную зону в плоской геометрии, в которую вносится точечное возмущение в виде некоторого образца из различных материалов, что приводит к возмущению макроскопических констант. Пусть размер активной зоны равен H , а координата, куда вносится возмущающий образец – x_0 . Поток нейтронов в одногрупповом приближении будет описываться функцией $\Phi(x) = A \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{H}\right)$, где A – нормировочная константа (рис. 2.1).

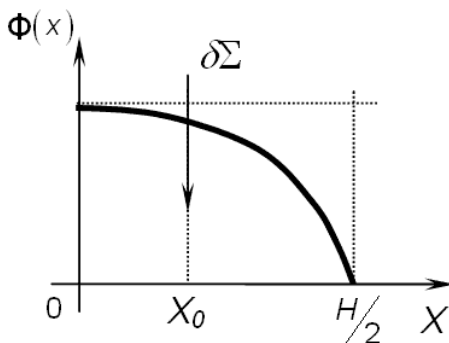


Рис. 2.1. Внесение возмущающего образца в реактор в виде плоской пластины

Рассмотрим образцы с различными ядерными свойствами.

Чисто рассеивающий образец. В этом случае возмущение вносится только в сечение рассеяния, что приводит к возмущению коэффициента диффузии:

$$\delta D = \delta\left(\frac{1}{3\Sigma_s}\right) = -\frac{\delta\Sigma_s}{3\Sigma_s^2} = -D \frac{\delta\Sigma_s}{\Sigma_s};$$

$$\delta\Sigma_a = 0;$$

$$\delta(v_f \Sigma_f) = 0.$$

В соответствии с формулой (2.2.5) получим оценку внесенной реактивности

$$\delta\rho = -\frac{1}{\text{ЦНД}_H} \int dx \left(-D \frac{\delta\Sigma_s}{\Sigma_s} (\nabla\Phi(x))^2 \right) = \frac{1}{\text{ЦНД}} D \frac{\delta\Sigma_s}{\Sigma_s} (\nabla\Phi(x_0))^2,$$

считая $\delta\Sigma_s(x) = \delta\Sigma_s \delta(x - x_0)$.

Полученное выражение позволяет сделать вывод, что внесенное возмущение положительно и пропорционально квадрату градиента потока нейтронов. Для одногруппового случая величина вносимой реактивности возрастает по мере приближения рассеивающего образца к границе активной зоны (рис. 2.2). Физически это означает, что рассеивающий образец является отражателем и приносит наибольшую эффективность на границе активной зоны, в то время как при размещении в центре реактора просто рассеивает нейтроны и практически не вносит возмущения.

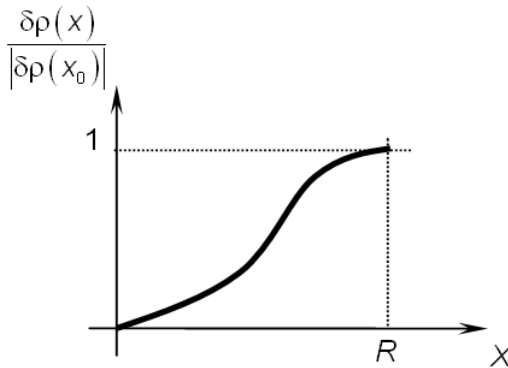


Рис. 2.2. Относительное изменение реактивности в зависимости от координаты размещения чисто рассеивающего образца (x_0 — координата, соответствующая максимальной величине $|\delta\rho|$)

Чисто поглощающий образец. В этом случае возмущение вносится только в сечение поглощения, что приводит к его возмущению:

$$\begin{aligned}\delta D &= 0; \\ \delta \Sigma_a &= \delta(\sigma_a \rho_a) \approx \sigma_a \delta \rho_a; \\ \delta(v_f \Sigma_f) &= 0,\end{aligned}$$

где $\delta \rho_a$ – возмущение концентрации поглотителя в точке, куда помещается образец. Отметим, что в общем случае, сечение σ_a при внесении возмущения также может измениться, поскольку может измениться спектр тепловых нейтронов. Но в большинстве случаев, спектральные изменения всё же значительно меньше возмущения, вызываемого изменением концентрации поглотителя. В соответствии с формулой (2.2.5) получим оценку внесенной реактивности:

$$\delta \rho = -\frac{1}{\text{ЦНД}_H} \int dx \sigma_a \delta \rho_a \Phi(x)^2 = -\frac{1}{\text{ЦНД}} \sigma_a \delta \rho_a \Phi(x_0)^2,$$

считая $\delta \rho_a(x) = \delta \rho_a \delta(x - x_0)$.

Полученное выражение позволяет сделать вывод, что внесенное возмущение отрицательно и пропорционально квадрату потока нейтронов. Для одногруппового случая величина вносимой отрицательной реактивности возрастает по мере приближения поглощающего образца к центру активной зоны (рис. 2.3). Физически это означает, что поглощающий образец вносит наибольшее возмущение там, где поглощает наиболее ценные нейтроны. Ценность же нейтронов, вылетающих из реактора, равна нулю, и размещение поглощающего образца на границе активной зоны не приводит к изменению нейтронного баланса.

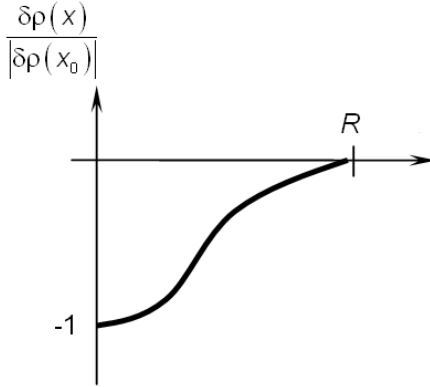


Рис. 2.3. Относительное изменение реактивности в зависимости от координаты размещения чисто поглощающего образца (x_0 – координата, соответствующая максимальной величине $|\delta\rho|$)

Делящийся образец. Чисто делящихся образцов в природе не существует, поэтому в данном случае возмущение вносится как в сечение поглощения, так и в сечение деления:

$$\delta D = 0;$$

$$\delta \Sigma_a = \delta(\sigma_a \rho_a) = \sigma_a \delta \rho_f;$$

$$\delta(v_f \Sigma_f) = \delta(v_f \sigma_f \rho_f) = v_f \sigma_f \delta \rho_f,$$

где $\delta \rho_f$ – изменение концентрации делящегося нуклида в точке, куда помещается образец. В соответствии с формулой (2.2.5) получим оценку внесенной реактивности, считая для простоты, что невозмущенный реактор был в критическом состоянии и $K_{eff} = 1$:

$$\delta \rho = -\frac{1}{\text{ЦНД}_H} \int dx (\sigma_a - v_f \sigma_f) \delta \rho_f \Phi(x)^2 = \frac{1}{\text{ЦНД}} (v_f \sigma_f - \sigma_a) \delta \rho_f \Phi(x_0)^2,$$

считая $\delta \rho_f(x) = \delta \rho_f \delta(x - x_0)$.

Так как для всех известных делящихся материалов $\nu_f \sigma_f > \sigma_a$, внесенное возмущение положительно и пропорционально квадрату потока нейтронов. Для одногруппового случая величина вносимой положительной реактивности возрастает по мере приближения поглощающего образца к центру активной зоны (рис. 2.4). Физически это означает, что делящийся образец вносит наибольшее возмущение там, где вновь появившиеся нейтроны деления будут иметь наибольшую ценность для процесса размножения.

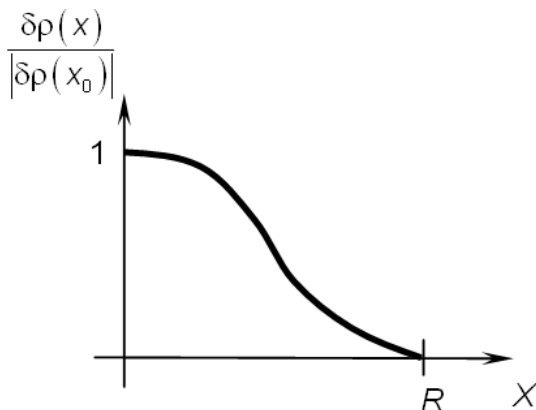


Рис. 2.4. Относительное изменение реактивности в зависимости от координаты размещения делящегося образца (x_0 – координата, соответствующая максимальной величине $|\delta\rho|$)

Следовательно, как показано на простейших моделях, теория ценности нейтронов и ее приложение в области теории малых возмущений позволяет оценивать изменение реактивности при внесении в реактор какого-либо возмущения без пересчета коэффициента размножения. Данный подход удобно применять при планировании перегрузок топлива, анализе изменения эффективного коэффициента размножения нейтронов при выгорании и многих других задачах, возникающих при работе ядерного реактора на мощности.

Глава 3 ОТРАВЛЕНИЕ И ШЛАКОВАНИЕ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА

3.1. Физическая природа отравления

В процессе работы реактора в результате деления ядерного топлива образуется много новых нуклидов – осколков деления и продуктов их радиоактивного распада. Под осколками деления обычно понимают ядра, образовавшиеся непосредственно в результате реакции деления. Такие ядра, как правило, нестабильны и в результате 1–2 радиоактивных распадов, а также возможных реакций с нейтронами, образуют относительно стабильные нуклиды, которые называют *продуктами деления*.

Некоторые из продуктов деления обладают большой величиной сечения захвата нейтронов, и присутствие в активной зоне таких нуклидов оказывает заметное влияние на реактивность реактора. Скорость накопления таких вредных поглотителей зависит от интенсивности процесса деления (фактически от мощности реактора), а их убыль определяется, во-первых, скоростью их радиоактивного распада, а во-вторых, поглощением ими нейтронов, приводящих к реакции радиационного захвата и образованию новых нуклидов, имеющих, как правило, намного меньшее сечение поглощения.

По времени жизни нуклиды, образующиеся в ядерном реакторе, обычно разделяют по сравнению с характерным временем кампании реактора – 1–3 года. Нуклиды со временем жизни, значительно меньшим кампании реактора, являются короткоживущими, со временем жизни, соразмерным или ненамного превышающим кампанию реактора, – среднеживущими, а со временем жизни, значительно превышающим кампанию реактора, – долгоживущими. Поглощение нейтронов короткоживущими нуклидами называется отравлением ядерного реактора, так как при остановке реактора канал накопления таких нуклидов исчезает, а через некоторое время практически все они распадаются и перестают влиять на реактивность. Поглощение нейтронов долгоживущими и стабильными нуклидами называется шлакованием ядерного реактора, так как, в отличие от отравления, данный эффект влияния на реактивность в остановленном реакторе не пропадает.

С течением времени в стационарно работающем реакторе устанавливается равновесие между скоростью генерации продуктов

деления, являющихся сильными поглотителями нейтронов, и скоростью их убыли за счет радиоактивного распада и поглощения ими нейтронов. В результате совокупного действия обоих процессов в реакторе устанавливается стационарная (равновесная) концентрация этих нуклидов. Однако при нестационарной работе реактора (например, при пуске и останове, при изменении уровня мощности), это равновесие нарушается. В результате может произойти как накопление поглотителя, так и его убыль, что, соответственно, приводит к изменению реактивности реактора. Вследствие этого имеет место ряд таких важнейших для управления реактором физических эффектов, как «иодная яма» и «самариевая смерть». Их результат заключается в существенном влиянии на реактивность реактора, поэтому одной из основных задач, возникающих при эксплуатации реакторов, является строгий учет таких эффектов.

С точки зрения нейтронного баланса (доля поглощаемых нейтронов) практически все отравление обусловлено изотопом ^{135}Xe . Этот нуклид имеет исключительно большое сечение захвата тепловых нейтронов, достигающее в тепловой точке ($E = 0,025 \text{ эВ}$) нескольких миллионов барн (рис. 3.1).

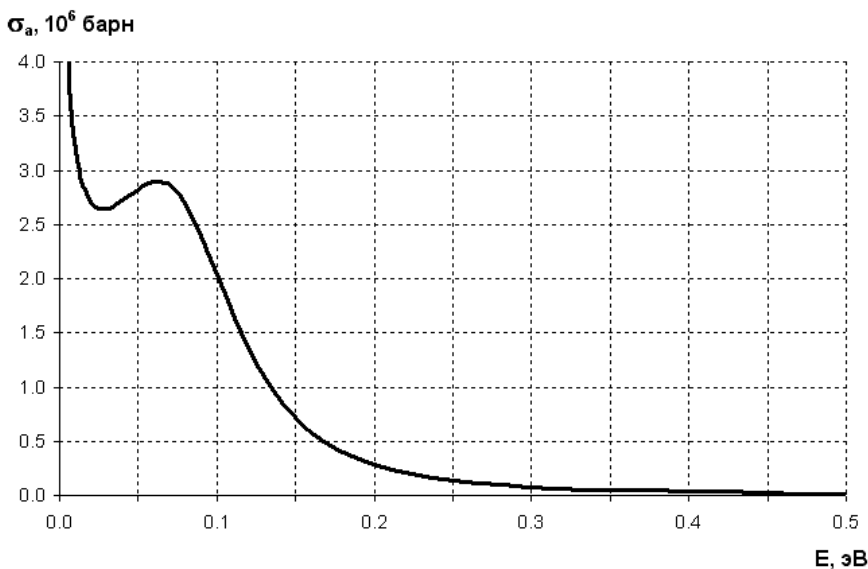


Рис. 3.1. График зависимости сечения поглощения нейтронов ^{135}Xe от энергии

Следствием приведенной зависимости сечения поглощения ^{135}Xe от энергии нейтрона является очень существенное влияние эффекта отравления на реактивность в тепловых реакторах и резкое снижение данного эффекта при перемещении спектра нейтронов в реакторе в область резонансных энергий – при энергии нейтронов $E = 0,2 \text{ эВ}$ сечение поглощения ^{135}Xe снижается на порядок. Для реакторов на промежуточных нейтронах эффект отравления ^{135}Xe уже несуществен, а у быстрых реакторов и вовсе отсутствует.

Изотоп ^{135}Xe образуется в ядерном реакторе в результате распада изотопа иода ^{135}J , который в свою очередь также образуется в результате распада теллура ^{135}Te , являющегося осколком деления. Существует вероятность образования ксенона ^{135}Xe непосредственно в результате реакции деления. Ядерные цепочки ксеноновых процессов показаны на рис. 3.2. Более точные данные по кумулятивному выходу йода и прямому выходу ксенона при делении различных ядер представлены в табл. 3.1.

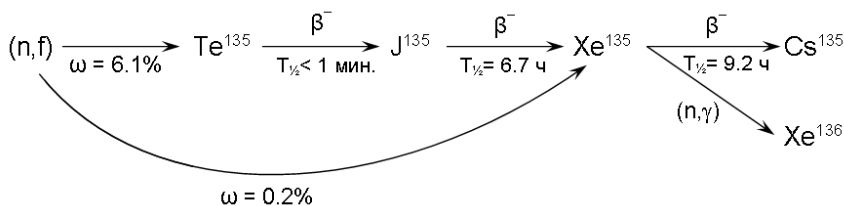


Рис. 3.2. Ядерные реакции образования ксенона

Таблица 3.1

**Кумулятивный выход иода-135 и прямой выход ксенона-135
(Данные взяты из библиотеки ядерных данных ENFDB/VI)**

Делящийся нуклид	^{233}U	^{235}U	^{239}Pu	^{241}Pu
Кумулятивный выход иода-135 (%)	5,03	6,03	6,54	6,94
Прямой выход ксенона-135 (%)	0,42	0,08	0,31	0,07

Вследствие малого периода полураспада ^{135}Te , считают, что в результате реакции деления непосредственно образуется ^{135}J . Поскольку ^{135}J практически не поглощает нейтроны (его сечение поглощения $\sigma(E=0,025 \text{ эВ}) \approx 6$ барн), исчезновение иода происходит главным образом путем радиоактивного распада. В результате в рамках однокрупного диффузионного приближения можно записать баланс между скоростью образования и скоростью исчезновения ^{135}J в элементе активной зоны реактора dV с координатой \vec{r} :

$$\left(\omega_{\text{J}} \Sigma_f(\vec{r}, t) \Phi(\vec{r}, t) - \lambda_{\text{J}} \rho_{\text{J}}(\vec{r}, t) \right) dV dt, \text{ где } \lambda_{\text{J}} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}^{\text{J}}} - \text{постоянная}$$

распада ^{135}J ; ω_{J} – вероятность выхода иода в реакции деления. В результате уравнение изменения концентрации ядер ^{135}J со времени $\rho_{\text{J}}(\vec{r}, t)$ можно записать в виде

$$\frac{d\rho_{\text{J}}(\vec{r}, t)}{dt} = \bar{\omega}_{\text{J}} \Sigma_f(\vec{r}, t) \Phi(\vec{r}, t) - \lambda_{\text{J}} \rho_{\text{J}}(\vec{r}, t). \quad (3.1.1)$$

Для расчета временного изменения ядерной концентрации ^{135}Xe необходимо учитывать два канала образования: в результате распада ^{135}J и в результате реакции деления с вероятностью выхода ω_{Xe} , и два канала убыли: в результате захвата нейтрона $\bar{\sigma}_a^{\text{Xe}} \rho_{\text{Xe}}(\vec{r}, t) \Phi(\vec{r}, t)$ и в результате его радиоактивного распада $\lambda_{\text{Xe}} \rho_{\text{Xe}}(\vec{r}, t)$. Здесь $\bar{\sigma}_a^{\text{Xe}}$ – усредненное по спектру тепловых нейтронов сечение поглощения ксенона; $\lambda_{\text{Xe}} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}^{\text{Xe}}}$ – постоянная

распада ^{135}Xe . В результате уравнение для изменения концентрации ядер ^{135}Xe $\rho_{\text{Xe}}(\vec{r}, t)$ со временем будет иметь вид

$$\frac{d\rho_{Xe}(\vec{r}, t)}{dt} = \bar{\omega}_{Xe} \Sigma_f(\vec{r}, t) \Phi(\vec{r}, t) + \lambda_J \rho_J(\vec{r}, t) - \lambda_{Xe} \rho_{Xe}(\vec{r}, t) - \bar{\sigma}_a^{Xe} \rho_{Xe}(\vec{r}, t) \Phi(\vec{r}, t). \quad (3.1.2)$$

Величины $\bar{\omega}_{Xe}$ и $\bar{\omega}_J$ зависят от состава топлива и для смеси делящихся нуклидов выражения для этих величин определяются из соотношений

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_J \Sigma_f &= \sum_i \omega_J^i \Sigma_f^i; & \bar{\omega}_{Xe} \Sigma_f &= \sum_i \omega_{Xe}^i \Sigma_f^i; \\ \bar{\omega}_J &= \frac{\sum_i \omega_J^i \Sigma_f^i}{\sum_i \Sigma_f^i}; & \bar{\omega}_{Xe} &= \frac{\sum_i \omega_{Xe}^i \Sigma_f^i}{\sum_i \Sigma_f^i}, \end{aligned}$$

где суммирование производится по всем делящимся нуклидам.

Коэффициенты в уравнениях (3.1.1) и (3.1.2) для теплового реактора приблизительно таковы:

$$\lambda_J = 2,86 \cdot 10^{-5} \text{ 1/c}, \quad \omega_J = 0,061,$$

$$\lambda_{Xe} = 2,07 \cdot 10^{-5} \text{ 1/c}, \quad \omega_J = 0,002, \quad \sigma_a^{Xe} = 3,5 \cdot 10^6 \text{ барн.}$$

3.2. Стационарное отравление реактора ксеноном

В общем случае концентрации иода и ксенона являются функциями координат и времени, потому наряду с временными эффектами имеют место и пространственные. На первом этапе исследования ксеноновых процессов ограничимся рассмотрением эффектов во времени, для чего рассмотрим точечную модель активной зоны и усредним зависимость потока нейтронов от пространственной

координаты, то есть будем считать $\Phi = \frac{1}{V_{AZ} V_{AZ}} \int d\vec{r} \Phi(\vec{r})$, где

усреднение ведется по всему объему V_{AZ} активной зоны. Для определенности, будем также предполагать, что сечение деления и поток нейтронов во времени практически не изменяются. Тогда урав-

нения (3.1.1) и (3.1.2) преобразуются в следующую систему уравнений для ядерных концентраций ^{135}J и ^{135}Xe

$$\begin{cases} \frac{d\rho_{\text{J}}(t)}{dt} = \omega_{\text{J}}\Sigma_f\Phi - \lambda_{\text{J}}\rho_{\text{J}}(t); \\ \frac{d\rho_{\text{Xe}}(t)}{dt} = \omega_{\text{Xe}}\Sigma_f\Phi + \lambda_{\text{J}}\rho_{\text{J}}(t) - \lambda_{\text{Xe}}\rho_{\text{Xe}}(t) - \bar{\sigma}_a^{\text{Xe}}\rho_{\text{Xe}}(t)\Phi. \end{cases} \quad (3.2.1)$$

В системе (3.2.1) Φ – средний по объему реактора поток нейтронов, Σ_f – среднее по объему реактора сечение деления. Эти величины определяют мощность реактора: $W = E_f\Phi\Sigma_fV_{\text{A.З.}}$, где E_f – средняя энергия на один акт деления.

В общем случае начальные условия для системы уравнений (3.2.1) таковы: $\begin{cases} \rho_{\text{J}}(0) = \rho_{\text{J}}^0 \\ \rho_{\text{Xe}}(0) = \rho_{\text{Xe}}^0 \end{cases}$, однако, в частном случае, при первоначальном запуске реактора, когда концентрации ядер ^{135}J и ^{135}Xe равны нулю, начальные условия будут однородными

$$\begin{cases} \rho_{\text{J}}(0) = 0; \\ \rho_{\text{Xe}}(0) = 0. \end{cases}$$

Очевидно, что стационарное отравление имеет место в случае, когда ядерные концентрации ^{135}J и ^{135}Xe достигают своих равновесных значений и перестают изменяться. Величину этих концентраций можно определить из условия равенства нулю производных в левых частях уравнений системы (3.2.1):

$$\begin{cases} \frac{d\rho_{\text{J}}(t)}{dt} = 0 \\ \frac{d\rho_{\text{Xe}}(t)}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{\rho}_{\text{J}} = \frac{\bar{\omega}_{\text{J}}\Sigma_f\Phi}{\lambda_{\text{J}}}; \\ \tilde{\rho}_{\text{Xe}} = \frac{(\bar{\omega}_{\text{J}} + \bar{\omega}_{\text{Xe}})\Sigma_f\Phi}{\lambda_{\text{Xe}} + \bar{\sigma}_a^{\text{Xe}}\Phi}. \end{cases}$$

Полагая $\bar{\omega}_0 = \bar{\omega}_J + \bar{\omega}_{Xe}$, получаем следующие выражения для равновесных концентраций ^{135}J и ^{135}Xe

$$\tilde{\rho}_J(t) = \frac{\bar{\omega}_J \Sigma_f \Phi}{\lambda_J}, \quad \tilde{\rho}_{Xe}(t) = \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f \Phi}{\lambda_{Xe} + \sigma_a^{Xe} \Phi}. \quad (3.2.2)$$

Из соотношений (3.2.2) видно, что равновесная концентрация ^{135}J прямо пропорциональна потоку нейтронов. Этот факт имеет простую физическую суть: интенсивность образования ^{135}J (реакция деления) прямо пропорциональна потоку нейтронов, а канал исчезновения из реактора (радиоактивный распад) от потока нейтронов не зависит и определяется только постоянной распада.

Зависимость равновесной концентрации ^{135}Xe от потока нейтронов в реакторе имеет более сложный характер. Для удобства анализа обозначим Φ_0 поток, при котором скорость радиоактивного распада ^{135}Xe равна скорости реакции поглощения: $\lambda_{Xe} = \sigma_a^{Xe} \Phi_0$, тогда выражение для равновесной концентрации

^{135}Xe примет следующий вид: $\tilde{\rho}_{Xe}(t) = \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f \Phi}{\lambda_{Xe} \left(1 + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)}$. При потоке

нейтронов $\Phi \ll \Phi_0$ равновесная концентрация ^{135}Xe будет пропорциональна потоку нейтронов: $\tilde{\rho}_{Xe}(t) \approx \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f \Phi}{\lambda_{Xe}}$, что отражает

факт преобладающего вклада в исчезновение ^{135}Xe реакции радиоактивного распада. В этом случае, равновесная концентрация ^{135}Xe ведет себя аналогично равновесной концентрации ^{135}J .

Наоборот, при потоке $\Phi \gg \Phi_0$ равновесная концентрация ^{135}Xe не будет зависеть от уровня потока нейтронов: $\tilde{\rho}_{Xe}(t) \approx \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f}{\sigma_a^{Xe}}$, что объясняется прямой зависимостью канала образования и канала исчезновения ^{135}Xe от потока нейтронов. Следовательно, в высо-

копоточных реакторах ядра ^{135}Xe не успевают испытать радиоактивный распад, поскольку за время жизни относительно распада происходит поглощение нейтрона с исчезновением по каналу радиационного захвата. Описанные зависимости равновесных концентраций ^{135}J и ^{135}Xe от потока нейтронов представлены на рис. 3.3.

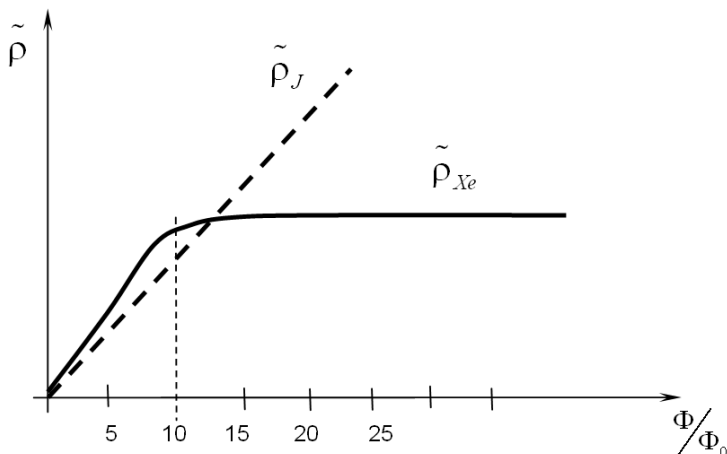


Рис. 3.3. Зависимости равновесных концентраций ^{135}J и ^{135}Xe от потока нейтронов

Порядок величины Φ_0 можно оценить таким образом: пусть $\bar{\sigma}_a^{\text{Xe}} = 3,5 \cdot 10^6$ барн, $\lambda_{\text{Xe}} = 2,07 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$, в результате получим $\Phi_0 = \frac{\lambda_{\text{Xe}}}{\sigma_a^{\text{Xe}}} \approx 10^{13}$ нейтр/см²·с.

Влияние стационарного отравления ксеноном на реактивность. Чтобы оценить влияние стационарной концентрации ксенона на реактивность, рассмотрим величину относительного поглощения нейтронов на ксеноне $q_{\text{Xe}} = \frac{\Sigma_a^{\text{Xe}}}{\Sigma_a}$, где Σ_a – полное макросечение поглощения нейтронов в активной зоне. Подставив в это выражение значение равновесной концентрации ксенона, получим:

$q_{Xe} = \frac{\tilde{\rho}_{Xe} \bar{\sigma}_a^{Xe}}{\Sigma_a}$. Предельное значение эта величина достигает при

$\Phi \gg \Phi_0$, и подставляя соответствующее выражение для равновесной концентрации ксенона для данного случая, а именно $\tilde{\rho}_{Xe}(t) \approx \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f}{\bar{\sigma}_a^{Xe}}$, получим $q_{Xe} = \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f}{\Sigma_a} = \bar{\omega}_0 \frac{1}{1 + \alpha_f}$, где величина

$\alpha_f = \frac{\Sigma_c}{\Sigma_f}$ зависит от нуклидного состава топлива и лежит в преде-

лах 0,2–0,3. Таким образом, поскольку $\bar{\omega}_0 \approx 6,0\%$, величина поглощения на ксеноне при равновесной концентрации будет не выше 5,0 % суммарного поглощения нейтронов в активной зоне. Покажем, что данная оценка справедлива и для отрицательной реактивности, вносимой равновесной концентрацией ксенона.

В одnogрупповом приближении эффективный коэффициент размножения имеет вид $K_{eff} = \frac{K_\infty}{1 + \alpha_0^2 L^2}$, где $K_\infty = \mu \phi \nu_{ef}$, α_0^2 – гео-

метрический параметр, а $L^2 = \frac{D}{\Sigma_a}$ – длина диффузии нейтронов в

реакторе. Коэффициент размножения на быстрых нейтронах μ , вероятность избежать резонансного поглощения ϕ , и коэффициент диффузии D практически не зависят от наличия ксенона в реакторе. Произведем следующие преобразования:

$$\theta \nu_{ef} = \frac{\nu_f \Sigma_f}{\Sigma_a} = \frac{\nu_f \Sigma_f}{\Sigma_a^0} \cdot \frac{1}{1 + q_{Xe}^0}, \quad L^2 = \frac{D}{\Sigma_a^0} \cdot \frac{1}{1 + q_{Xe}^0} = L_0^2 \frac{1}{1 + q_{Xe}^0},$$

где Σ_a^0 – полное макросечение поглощения нейтронов в неотравленной активной зоне (без ксенона); $q_{Xe}^0 = \frac{\Sigma_a^{Xe}}{\Sigma_a^0}$ – поглощение

нейтронов ксеноном относительно неотравленной активной зоны. В результате получаем

$$K_{eff} = \frac{\mu \nu_f \Sigma_f}{\Sigma_a^0 (1 + q_{Xe}^0) \left(1 + \frac{\alpha_0^2 L_0^2}{1 + q_{Xe}^0} \right)} = \frac{K_\infty^0}{(1 + \alpha_0^2 L_0^2) \left(1 + \frac{q_{Xe}^0}{1 + \alpha_0^2 L_0^2} \right)} = \frac{K_{eff}^0}{1 + \frac{q_{Xe}^0}{1 + \alpha_0^2 L_0^2}}.$$

Если в начальный момент времени при нулевой концентрации ксенона $K_{eff}^0 = 1$, то после установления равновесной концентрации ксенона эффективный коэффициент размножения реактора станет равным $K_{eff} \approx 1 - \frac{q_{Xe}^0}{1 + \alpha_0^2 L_0^2}$. Таким образом, в упрощенном случае,

для физически большого реактора ($\alpha_0^2 L_0^2 \ll 1$), получим следующую оценку для изменения коэффициента размножения (а для случая критического реактора и оценку отрицательной реактивности, вносимой ксеноном): $\Delta K_{eff} \approx -q_{Xe}^0$, то есть также примерно 5,0 %.

Так как ксенон накапливается в топливе, а не по всей активной зоне, данная оценка является несколько завышенной. В реальных больших тепловых энергетических реакторах величина реактивности, вносимая равновесной концентрацией ксенона, не превышает 2,5–3,0 %. Данная величина реактивности не является препятствием для работы реактора и компенсируется заранее подготовленными средствами органов регулирования реактора. Однако не следует забывать, что стационарное отравление ксеноном снижает эффективность использования ядерного топлива, поскольку в этом случае нейтроны поглощаются бесполезно.

3.3. Нестационарные ксеноновые процессы, эффект «иодной ямы»

Как было показано, равновесная концентрация ксенона не представляет существенных проблем при стационарной работе реактора на мощности. Наибольшие трудности возникают в случаях нестационарных процессов в реакторах на тепловых нейтронах. Для систематизации задачи, рассмотрим три основных нестационарных процесса:

- запуск реактора из неотравленного состояния;
- переход с одного уровня мощности на другой;

- быстрая останов реактора, работавшего на мощности (эффект «иодной ямы»).

При рассмотрении нестационарных процессов удобно пользоваться нормированными концентрациями ксенона и иода, а именно: относительно их равновесных концентраций. При введении нормированных концентраций $\rho_J^*(t) = \frac{\rho_J(t)}{\bar{\rho}_J}$ и $\rho_{Xe}^*(t) = \frac{\rho_{Xe}(t)}{\bar{\rho}_{Xe}}$ система уравнений (3.2.1) преобразуется к виду

$$\begin{cases} \frac{d\rho_J^*(t)}{dt} = \lambda_J - \lambda_J \rho_J^*(t); \\ \frac{d\rho_{Xe}^*(t)}{dt} = \frac{\bar{\omega}_{Xe}}{\bar{\omega}_0} \tilde{\lambda}_{Xe} + \frac{\bar{\omega}_{Xe}}{\bar{\omega}_0} \tilde{\lambda}_{Xe} \rho_J^*(t) - \lambda_{Xe} \rho_{Xe}^*(t). \end{cases} \quad (3.3.1)$$

В системе (3.3.1) $\lambda_{Xe} = \lambda_{Xe} + \bar{\sigma}_a^{Xe} \Phi$. Решением системы дифференциальных уравнений (3.3.1) с начальными условиями общего

типа $\begin{cases} \rho_J^*(0) = \rho_J^0 \\ \rho_{Xe}^*(0) = \rho_{Xe}^0 \end{cases}$ будут следующие функции:

$$\begin{cases} \rho_J^*(t) = 1 - e^{-\lambda_J t} + \rho_J^0 e^{-\lambda_J t}; \\ \rho_{Xe}^*(t) = 1 - e^{-\lambda_{Xe} t} + \rho_{Xe}^0 e^{-\lambda_{Xe} t} - \lambda_{Xe} \frac{\bar{\omega}_J}{\bar{\omega}_0} (1 - \rho_J^0) \frac{e^{-\lambda_J t} - e^{-\lambda_{Xe} t}}{\lambda_{Xe} - \lambda_J}. \end{cases} \quad (3.3.2)$$

Применим полученные соотношения при рассмотрении нестационарных процессов.

Выход реактора на мощность из неотравленного состояния.

При запуске реактора после длительной остановки, начальные концентрации ^{135}J и ^{135}Xe равны нулю. Таким образом, систему уравнений (3.3.1) будем решать для случая нулевых начальных условий

$$\begin{cases} \rho_{\text{J}}^*(0) = 0; \\ \rho_{\text{Xe}}^*(0) = 0. \end{cases}$$

Кроме того, предполагается, что время выхода на мощность существенно меньше периода полураспада ксенона. В этом случае мы считаем поток нейтронов не зависящим от времени и равным его стационарному значению. Вообще говоря, система уравнений (3.3.1) допускает аналитическое решение и при зависящем от времени потоке нейтронов. В результате, для изменения нормированных концентраций ^{135}J и ^{135}Xe получаем соотношения

$$\begin{cases} \rho_{\text{J}}^*(t) = 1 - e^{-\lambda_{\text{J}}t}; \\ \rho_{\text{Xe}}^*(t) = 1 - e^{-\lambda_{\text{Xe}}t} - \lambda_{\text{Xe}} \frac{\bar{\omega}_{\text{J}}}{\bar{\omega}_0} \cdot \frac{e^{-\lambda_{\text{J}}t} - e^{-\lambda_{\text{Xe}}t}}{\lambda_{\text{Xe}} - \lambda_{\text{J}}}. \end{cases} \quad (3.3.3)$$

Очевидно, что из полученных решений следует

$$\begin{aligned} \rho_{\text{J}}^*(t \rightarrow \infty) &\rightarrow 1; \\ \rho_{\text{Xe}}^*(t \rightarrow \infty) &\rightarrow 1, \end{aligned}$$

что физически отражает факт достижения концентрациями ^{135}J и ^{135}Xe своих равновесных значений. Время установления равновесных концентраций определяется показателями соответствующих экспонент вида $\lambda t = \ln 2 \frac{t}{T_{1/2}}$ и составляет 3–4 периода полураспада рассматриваемых изотопов, то есть порядка 1,5–2 сут. Равновесная концентрация ^{135}Xe устанавливается позднее, чем равновесная концентрация ^{135}J , что объясняется не только большей величиной периода полураспада, но и наличием цепочки образования ^{135}Xe , где ^{135}J является его предшественником.

Графики изменения концентраций ^{135}J и ^{135}Xe , а также графики соответствующего изменения мощности приведены на рис. 3.4.

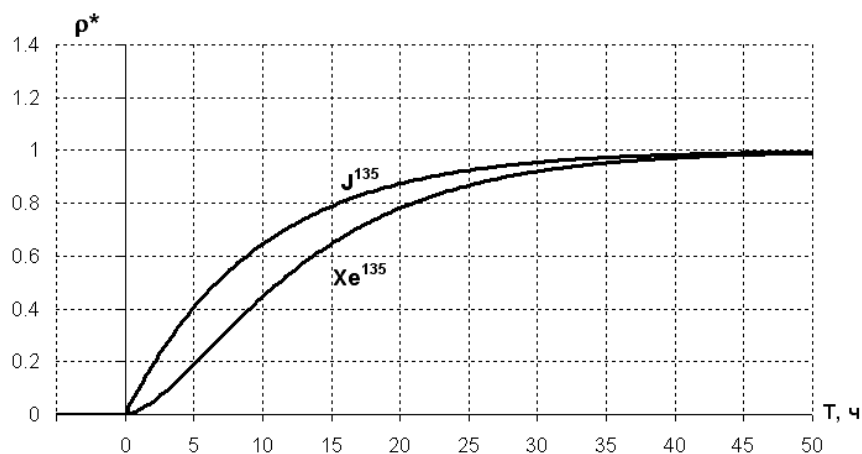
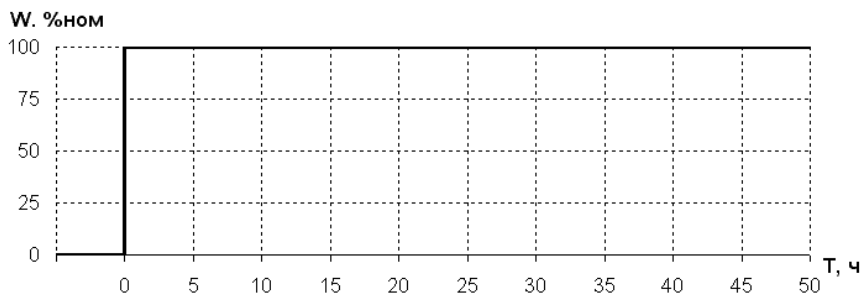


Рис. 3.4. Изменение концентраций ^{135}J и ^{135}Xe , и мощности реактора при запуске реактора из неотравленного состояния. Нормировка на равновесное состояние при номинальном уровне мощности (100 %)

Данные по ксеноновым процессам, отображенные на рис. 3.4–3.7, приблизительно соответствуют реактору типа РБМК-1000, физически большому энергетическому уран-графитовому реактору с тепловым спектром нейтронов. Номинальная мощность реактора составляет 3200 МВт.

Переход с одного уровня мощности на другой. Постановка задачи выглядит следующим образом: до момента времени $t = 0$ реактор работал на некотором уровне мощности W_1 с потоком нейтронов Φ_1 . В момент времени $t = 0$ мощность реактора скачкообразно изменяется до значения W_2 с потоком нейтронов Φ_2 . Необходимо установить, как изменяются при этом концентрации ^{135}J и ^{135}Xe .

Очевидно, что в начальный момент времени концентрации ^{135}J и ^{135}Xe равнялись равновесным концентрациям для уровня мощности W_1 :

$$\begin{cases} \rho_J^*(0) = \frac{\bar{\omega}_J \Sigma_f \Phi_1}{\lambda_J} \\ \rho_{\text{Xe}}^*(0) = \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f \Phi_1}{\lambda_{\text{Xe}} + \bar{\sigma}_a^{\text{Xe}} \Phi_1} \end{cases}$$

Однако решение системы уравнений (3.3.1) будет отвечать уровню мощности W_2 , поэтому необходимо отнормировать начальные условия относительно равновесных концентраций, соответствующих потоку нейтронов Φ_2 :

$$\begin{cases} \rho_J^*(0) = \frac{\omega_J \Sigma_f \Phi_1}{\lambda_J} \Big/ \frac{\omega_J \Sigma_f \Phi_2}{\lambda_J} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2}; \\ \rho_{\text{Xe}}^*(0) = \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f \Phi_1}{\lambda_{\text{Xe}} + \bar{\sigma}_a^{\text{Xe}} \Phi_1} \Big/ \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f \Phi_2}{\lambda_{\text{Xe}} + \bar{\sigma}_a^{\text{Xe}} \Phi_2} = \frac{\lambda_{\text{Xe}} + \bar{\sigma}_a^{\text{Xe}} \Phi_2}{\lambda_{\text{Xe}} + \bar{\sigma}_a^{\text{Xe}} \Phi_1} \cdot \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{\lambda_{\text{Xe}2} \Phi_1}{\lambda_{\text{Xe}1} \Phi_2} \end{cases}$$

Итак, переходной процесс начинается со стационарных концентраций ксенона и иода, соответствующих потоку Φ_1 . Затем концентрации ^{135}J и ^{135}Xe должны выйти на новые стационарные значения, соответствующие потоку Φ_2 . Поэтому главный вопрос заключается в том, как будет происходить переход с одного стационарного уровня на другой, что определяется тем, как будет изменяться концентрация ксенона в начальный момент переходного

процесса. Для этого рассмотрим значение производной по времени от концентрации ксенона в времени $t = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{Xe}^*(0)}{dt} &= \frac{\bar{\omega}_{Xe}}{\bar{\omega}_0} \lambda_{Xe2} + \frac{\bar{\omega}_J}{\bar{\omega}_0} \lambda_{Xe2} \rho_J^*(0) - \lambda_{Xe2} \rho_{Xe}^*(0) = \\ &= \frac{\bar{\omega}_{Xe}}{\bar{\omega}_0} \lambda_{Xe2} + \frac{\bar{\omega}_J}{\bar{\omega}_0} \lambda_{Xe2} \frac{\Phi_1}{\Phi_2} - \lambda_{Xe2} \frac{\lambda_{Xe2}}{\lambda_{Xe1}} \cdot \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \\ &= \lambda_{Xe2} \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Phi_2} \left(\frac{1}{1 + \frac{\lambda_{Xe}}{\bar{\sigma}_a^{Xe} \Phi_1}} - \frac{\bar{\omega}_{Xe}}{\bar{\omega}_0} \right). \end{aligned}$$

Поскольку $\bar{\omega}_{Xe} \ll \bar{\omega}_0$, то их отношение $\frac{\bar{\omega}_{Xe}}{\bar{\omega}_0} \ll 1$, а величина

$$\frac{\lambda_{Xe}}{\bar{\sigma}_a^{Xe} \Phi_1} \approx 0,5 \text{ при потоке нейтронов порядка } 5 \cdot 10^{13} \text{ нейтр/см}^2 \cdot \text{с, от-}$$

куда следует, что знак производной $\frac{d\rho_{Xe}^*(0)}{dt}$ в начальный момент времени определяется разностью $\Phi_1 - \Phi_2$. Таким образом, если происходит повышение мощности реактора и $\Phi_1 < \Phi_2$, то $\frac{d\rho_{Xe}^*(0)}{dt} < 0$ и в начальный момент времени концентрация ксенона будет убывать. Наоборот, если происходит снижение мощности реактора и $\Phi_1 > \Phi_2$, то $\frac{d\rho_{Xe}^*(0)}{dt} > 0$ и в начальный момент времени концентрация ксенона будет увеличиваться.

Физическое объяснение такого характера протекания переходного процесса связано с тем фактом, что основной вклад в снижение концентрации ксенона оказывает реакция радиационного захвата. При скачкообразном снижении мощности реактора соответствующее снижение среднего потока тепловых нейтронов приводит к уменьшению скорости реакции поглощения нейтронов ксе-

ноном, в то время как скорость радиационного распада иода, являющаяся основным источником образования ксенона, остается практически неизменной. В результате концентрация ксенона вначале начинает возрастать. Однако с течением времени происходит снижение скорости распада иода, которая соответствует новому уровню потока нейтронов. Этот эффект снижает скорость нарастания концентрации ксенона и обеспечивает выход концентрации ксенона на новый равновесный уровень. Аналогично объясняется и начальное снижение концентрации ксенона при мгновенном подьеме мощности реактора.

Все описанные факты играют важную роль при эксплуатации реакторов, так как ксенон является поглотителем. Его накопление при снижении мощности приводит к появлению дополнительной отрицательной реактивности, а при повышении мощности, наоборот, снижение концентрации ксенона влечет за собой рост коэффициента размножения. Таким образом, при снижении мощности реактора концентрация ксенона вначале увеличивается, хотя его новая равновесная концентрация будет не выше первоначального значения. С ростом концентрации ксенона реактивность реактора падает, и требуется определенный дополнительный запас реактивности, чтобы мощность не упала ниже требуемого уровня. При повышении мощности реактора концентрация ксенона на начальном этапе переходного процесса будет уменьшаться, хотя его новая равновесная концентрация должна быть не ниже первоначальной. С уменьшением концентрации ксенона в реакторе высвобождается положительная реактивность, вызывающая дополнительный рост мощности. Таким образом, ксеноновое отравление реактора ведет себя как положительная обратная связь.

Пример изменения концентраций ^{135}J и ^{135}Xe при увеличении мощности реактора показан на рис. 3.5, а пример изменения концентраций ^{135}J и ^{135}Xe при снижении мощности реактора – на рис. 3.6.

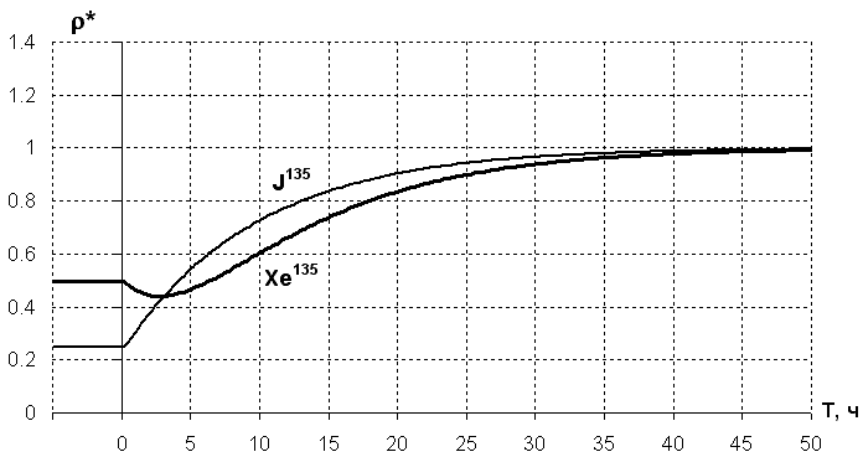
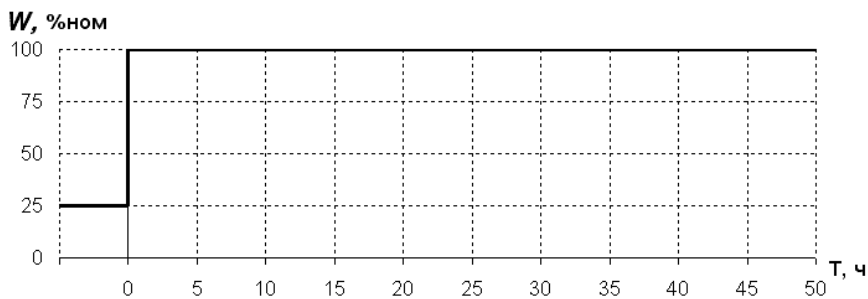


Рис. 3.5. Изменение концентраций ^{135}J и ^{135}Xe и мощности реактора при переводе реактора с 25 % уровня мощности на 100 % от номинального. Нормировка на равновесное состояние при номинальном уровне мощности 100 %

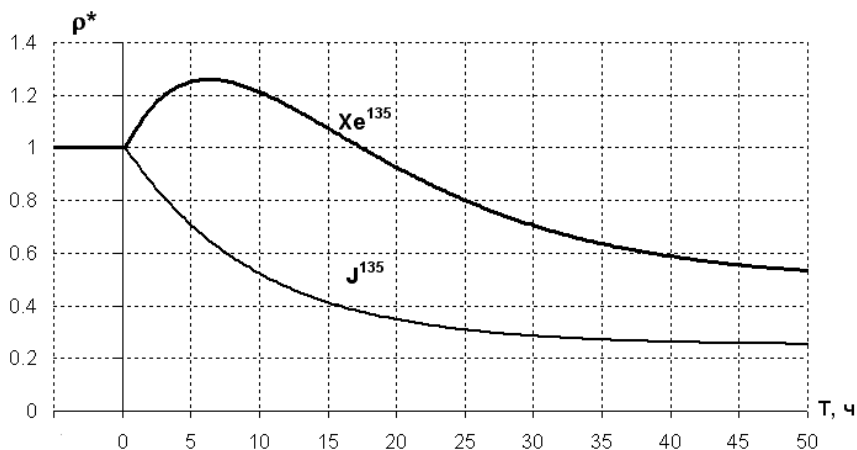
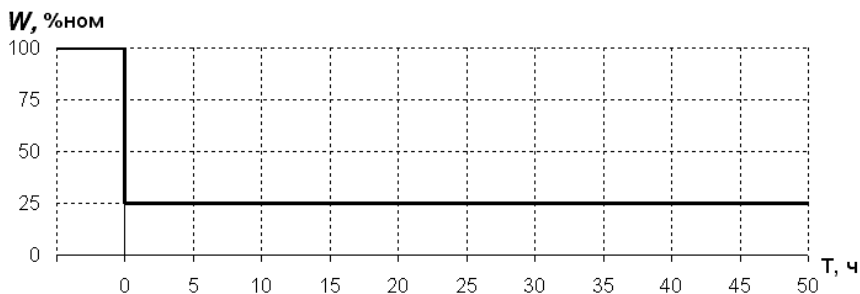


Рис. 3.6. Изменение концентраций ^{135}J и ^{135}Xe , и мощности реактора при переводе реактора со 100 % уровня мощности на 25 % от номинального. Нормировка на равновесное состояние при номинальном уровне мощности 100 %

Быстрая остановка реактора, работавшего на мощности (эффект «иодной ямы»). Этот переходной процесс является частным случаем рассмотренного ранее процесса перехода реактора с одного уровня мощности на другой, когда конечная мощность и, соответственно, поток нейтронов равны нулю: $\Phi_2 = 0$. Так как равновесная концентрация ксенона при нулевой мощности реактора равна нулю, то применить полученное ранее решение (3.3.2) нельзя. В этом случае постановка задачи выглядит следующим образом. До момента времени $t = 0$ реактор работал на уровне мощ-

ности W и потоке нейтронов Φ . Начальные концентрации ^{135}J и ^{135}Xe равнялись их равновесным значениям:

$$\begin{cases} \rho_{\text{J}}(0) = \frac{\bar{\omega}_{\text{J}}\Sigma_f\Phi}{\lambda_{\text{J}}}; \\ \rho_{\text{Xe}}(0) = \frac{\bar{\omega}_0\Sigma_f\Phi}{\lambda_{\text{Xe}} + \bar{\sigma}_a^{\text{Xe}}\Phi}. \end{cases}$$

Запишем систему уравнений (3.2.1) для абсолютных значений концентраций ^{135}J и ^{135}Xe в случае остановленного реактора (поток нейтронов равен нулю):

$$\begin{cases} \frac{d\rho_{\text{J}}(t)}{dt} = -\lambda_{\text{J}}\rho_{\text{J}}(t); \\ \frac{d\rho_{\text{Xe}}(t)}{dt} = \lambda_{\text{J}}\rho_{\text{J}}(t) - \lambda_{\text{Xe}}\rho_{\text{Xe}}(t). \end{cases}$$

Решение этой системы при начальных условиях, соответствующих потоку нейтронов Φ , будет таковым:

$$\begin{cases} \rho_{\text{J}}(t) = \frac{\bar{\omega}_{\text{J}}\Sigma_f\Phi}{\lambda_{\text{J}}} e^{-\lambda_{\text{J}}t}; \\ \rho_{\text{Xe}}(t) = \frac{\bar{\omega}_0\Sigma_f\Phi}{\lambda_{\text{Xe}} + \bar{\sigma}_a^{\text{Xe}}\Phi} e^{-\lambda_{\text{Xe}}t} + \frac{\omega_{\text{J}}\Sigma_f\Phi}{\lambda_{\text{Xe}} - \lambda_{\text{J}}} (e^{-\lambda_{\text{J}}t} - e^{-\lambda_{\text{Xe}}t}). \end{cases}$$

Первое слагаемое в формуле изменения концентрации ксенона со временем описывает распад начальной равновесной концентрации ксенона. Второе слагаемое учитывает превращение иода в ксенон и его последующий радиоактивный распад. Это слагаемое приведет к начальному росту концентрации ксенона, тем в большей степени, чем выше начальная концентрация иода, которая пропорциональна мощности реактора до остановки.

В конце переходного процесса и иод, и ксенон полностью распадутся, и их концентрации в реакторе станут нулевыми. Поэтому концентрация ксенона в определенный момент t_0 , достигнув максимума, начнет убывать. Условие достижения максимального значения найдем применяя условие экстремум функции $\rho_{Xe}(t)$:

$$\frac{d\rho_{Xe}(t_0)}{dt} = 0 \Rightarrow \lambda_J \rho_J(t_0) = \lambda_{Xe} \rho_{Xe}(t_0),$$

откуда

$$t_0 = \frac{1}{\lambda_J - \lambda_{Xe}} \ln \left(\frac{\frac{\lambda_J}{\lambda_{Xe}} \bar{\omega}_J (\lambda_{Xe} + \bar{\sigma}_a^{Xe} \Phi)}{\bar{\omega}_0 (\lambda_{\lambda_J} - \lambda_{Xe}) + \bar{\omega}_J (\lambda_{Xe} + \bar{\sigma}_a^{Xe} \Phi)} \right).$$

Упростим выражение, учитывая, что $\frac{\lambda_{Xe}}{\sigma_a^{Xe}} = \Phi_0$ и $\bar{\omega}_{Xe} \ll \bar{\omega}_0$

$$t_0 = \frac{1}{\lambda_J - \lambda_{Xe}} \ln \left(\frac{1 + \frac{\Phi}{\Phi_0}}{1 + \frac{\lambda_{Xe}}{\lambda_J} \frac{\Phi}{\Phi_0}} \right).$$

Проанализируем полученное выражение для различных значений начального потока нейтронов Φ .

При $\Phi \ll \Phi_0$ имеем $\frac{\Phi}{\Phi_0} \rightarrow 0$ и, раскладывая выражение под логарифмом в ряд, получим

$$t_0 = \frac{1}{\lambda_J - \lambda_{Xe}} \ln \left(1 + \frac{\lambda_J - \lambda_{Xe}}{\lambda_J} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \approx \frac{1}{\lambda_J} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_0}.$$

Следовательно, для этого случая время достижения максимальной концентрации ксенона линейно растет с потоком нейтронов.

Для случая $\Phi \gg \Phi_0$ получим

$$t_0 = \frac{1}{\lambda_J - \lambda_{Xe}} \ln \left(\frac{\lambda_J}{\lambda_{Xe}} \right).$$

В результате оказывается, что момент времени, при котором концентрация ксенона после остановки реактора достигает максимума, не зависит от уровня потока нейтронов перед остановкой реактора и составляет $t_0 \approx 11,3$ ч. Таким образом, время достижения максимального состояния в зависимости от потока нейтронов находится в интервале $0 < t_0 < 11,3$ ч.

Оценим максимальную величину концентрации ксенона: $\rho_{Xe}(t_0) = \frac{\lambda_J}{\lambda_{Xe}} \rho_J(t_0)$. Предельный случай будет соответствовать условию $\Phi \gg \Phi_0$, в результате получим следующее соотношение:

$$\rho_{Xe}(t_0) = \left(\frac{\lambda_J}{\lambda_{Xe}} \right)^{\frac{\lambda_J}{\lambda_J - \lambda_{Xe}}} \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f \Phi}{\sigma_a^{Xe} \Phi_0} \approx 0,3 \tilde{\rho}_{Xe} \frac{\Phi}{\Phi_0}.$$

В результате при характерных значениях потока нейтронов в тепловых реакторах порядка $5,0 \cdot 10^{13} - 1,0 \cdot 10^{14}$ нейтр/см²·с концентрация ксенона при быстрой остановке реактора может возрасти в 1,5–3,0 раза по сравнению с равновесным значением для исходного уровня мощности реактора. Поскольку такой процесс на некоторое время приводит к появлению в реакторе существенной отрицательной реактивности, то он получил название «иодной ямы». Такое название объясняется тем фактом, что рост концентрации ксенона вызван распадом равновесной концентрации иода и приводит к глубокому падению реактивности реактора. Пример изменения концентраций ¹³⁵J и ¹³⁵Xe при эффекте «иодной ямы» показан на рис. 3.7.

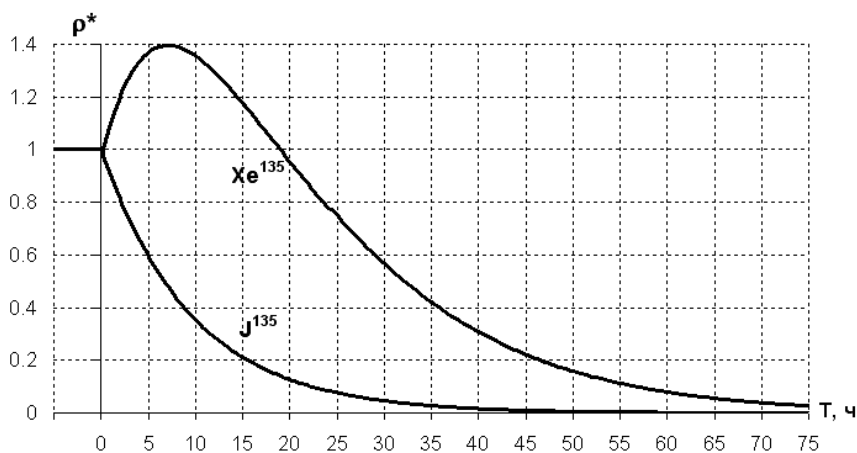
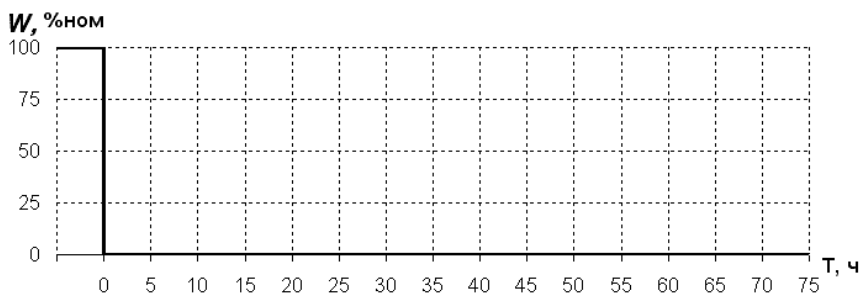


Рис. 3.7. Изменение концентраций ^{135}J , ^{135}Xe и мощности реактора при быстрой остановке реактора (эффект «иодной ямы»). Нормировка на равновесное состояние при номинальном уровне мощности 100 %

Итак, установлен практически важный факт, заключающийся в эффекте «иодной ямы»: после остановки реактора на тепловых нейтронах отрицательная реактивность, связанная с отравлением активной зоны ксеноном, быстро нарастает. Если в системе управления реактором нет достаточного запаса реактивности для компенсации этого эффекта, то реактор, образно говоря, попадает в подкритическую «яму» и не может быть выведен в критическое состояние до тех пор, пока концентрация ксенона не снизится до первоначального значения. Длительность пребывания в такой яме (ширина «иодной ямы») для тепловых реакторов составляет порядка 20–30 ч.

Практическая значимость эффекта «иодной ямы» заключается в том, что системы компенсации реактивности, как правило, не имеют запаса, позволяющего компенсировать повышенное поглощение на ксеноне. Например, запуск реактора из «иодной ямы» может потребовать извлечения дополнительных стержней регулирования, что приводит к потере средств воздействия на реактивность и недопустимо по соображениям безопасной эксплуатации реактора. Поэтому внештатная остановка реактора, вызванная, например, кратковременным сбоем энергооборудования, может потребовать 1,5–2,0 сут из-за необходимости прохождения «иодной ямы».

3.4 Учет пространственной зависимости ксеноновых процессов

Применение точечного приближения для потока нейтронов для анализа ксенонового отравления в стационарно работающем реакторе занижает эффект воздействия на реактивность, поскольку ценность нейтронов зависит от их местоположения в реакторе. Это связано с тем фактом, что появление концентрации ксенона в области, где ценность нейтронов высока (например, в центре активной зоны), вносит большее возмущение, нежели такая же концентрация ксенона на периферии активной зоны, поскольку поглощаются нейтроны с более высокой ценностью.

Влияние пространственной неравномерности потока нейтронов на стационарное отравление. Как показано ранее, стационарная концентрация ксенона зависит от величины потока нейтронов, в котором происходит его накопление. В активной зоне поток обладает пространственной зависимостью, в однородной активной зоне имеет максимум в центре и спадает к границе активной зоны. Следовательно, равновесная концентрация ксенона оказывается выше в центре активной зоны и снижается к границе. Поэтому величина потери реактивности реактора в стационарном случае за счет отравления ксеноном с учетом пространственного распределения потока нейтронов будет отличаться от величины, которая получена без учета пространственного распределения.

Используя понятие ценности нейтронов, можно ожидать, что повышенное накопление ксенона в центре активной зоны, где ценность нейтронов максимальна, приведет к более высокому значе-

нию потери реактивности, чем в случае равномерного накопления ксенона по активной зоне.

Оценим величину стационарного ксенонового отравления, учитывая пространственное распределение потока нейтронов. Для этого воспользуемся теорией малых возмущений. Вспомним, что возмущение эффективного коэффициента размножения поглощающим образцом (см. раздел 2.3) пропорционально квадрату потока нейтронов. Ценность и поток нейтронов в одnogрупповом приближении совпадают, поэтому вклад в реактивность той области реактора, где поток выше среднего значения, будет превалировать над вкладом в реактивность области, где поток ниже среднего значения. Концентрация же ксенона при малых потоках ($\Phi \ll \Phi_0$) пропорциональна потоку нейтронов, а при высоких ($\Phi \gg \Phi_0$) – не зависит от потока. В результате можно ожидать, что точечная модель ксеноновых процессов дает заниженное значение запаса реактивности на ксеноновое отравление.

Примем упрощенно, что активная зона реактора представляет собой однородную размножающую среду с постоянными свойствами. Распределение нейтронов в этой среде будем описывать в одnogрупповом диффузионном приближении. Пусть в неотравленном состоянии $K_{eff} = 1$. Изменение реактивности реактора $\delta\rho$ при наличии ксенона рассмотрим в приближении теории малых возмущений как появление поглотителя ^{135}Xe с концентрацией $\rho_{\text{Xe}}(\vec{r})$:

$$\delta\rho = -\frac{1}{\text{ЦНД}_V} \int d\vec{r} \bar{\sigma}_a^{\text{Xe}} \rho_{\text{Xe}} \Phi(\vec{r})^2,$$

где $\text{ЦНД}_V = \int_V d\vec{r} \nu_f \Sigma_f \Phi(\vec{r})^2$. Равновесная концентрации ксенона в каждой точке активной зоне зависит от уровня потока $\Phi(\vec{r})$ в ней, так что возмущение в макросечении поглощения для отравленной активной зоны будет

$$\Sigma_a^{Xe} = \bar{\sigma}_a^{Xe} \rho_{Xe} = \bar{\sigma}_a^{Xe} \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f \Phi(\bar{r})}{\lambda_{Xe} + \bar{\sigma}_a^{Xe} \Phi(\bar{r})} = \frac{\bar{\sigma}_a^{Xe} \bar{\omega}_0 \Sigma_f \Phi(\bar{r})}{\bar{\sigma}_a^{Xe} (\Phi_0 + \Phi(\bar{r}))} = \frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f}{1 + \frac{\Phi_0}{\Phi(\bar{r})}}.$$

Для номинальной мощности реактора, как правило, поток нейтронов практически во всех точках активной зоны реактора $\Phi(\bar{r}) \gg \Phi_0$ и $\frac{1}{1 + \frac{\Phi_0}{\Phi}} \approx 1 - \frac{\Phi_0}{\Phi}$. Тогда для оценки возмущения реак-

тивности реактора, вносимого ксеноном, получим:

$$\delta\rho(\Phi(\bar{r})) = -\frac{\bar{\omega}_0 \Sigma_f}{\text{ЦНД}_V} \int d\bar{r} \left(\Phi(\bar{r})^2 - \Phi(\bar{r}) \Phi_0 \right) = -\frac{\omega_0 \Sigma_f V_{az}}{\text{ЦНД}} \left(\overline{\Phi^2} - \bar{\Phi} \Phi_0 \right),$$

где $\overline{\Phi^2}$ – средний квадрат потока нейтронов, $\bar{\Phi}$ – средний поток нейтронов. Для случая, когда пространственная зависимость распределения ксенона не учитывается, поток нейтронов считается одинаковым по всей активной зоне и равным среднему: $\Phi(\bar{r}) = \bar{\Phi} \Rightarrow \overline{\Phi^2} = \bar{\Phi}^2$. В этом случае возмущение реактивности будет равно

$$\delta\rho(\bar{\Phi}) = -\frac{\omega_0 \Sigma_f V_{az}}{\text{ЦНД}} \left(\bar{\Phi}^2 - \bar{\Phi} \Phi_0 \right).$$

Рассмотрим отношение полученных величин:

$$\begin{aligned} \frac{\delta\rho(\Phi(\bar{r}))}{\delta\rho(\bar{\Phi})} &= \frac{\overline{\Phi^2} - \bar{\Phi} \Phi_0}{\bar{\Phi}^2 - \bar{\Phi} \Phi_0} = -\frac{1 - \frac{\bar{\Phi} \Phi_0}{\overline{\Phi^2}}}{1 - \frac{\Phi_0}{\bar{\Phi}}} \approx \left(1 - \frac{\bar{\Phi} \Phi_0}{\overline{\Phi^2}} \right) \left(1 + \frac{\Phi_0}{\bar{\Phi}} \right) \approx \\ &\approx 1 + \frac{\Phi_0}{\bar{\Phi}} \left(1 - \frac{\bar{\Phi}^2}{\overline{\Phi^2}} \right). \end{aligned}$$

В качестве примера рассмотрим однородный реактор в плоской геометрии, в котором толщина активной зоны H . Пусть поток

нейтронов в нем описывается функцией $\Phi(x) = A \sin\left(\frac{\pi x}{H}\right)$. Сред-

ний поток нейтронов равен $\bar{\Phi} = \frac{1}{H} \int_0^H dx \Phi(x) = \frac{2A}{\pi}$, средний квадрат

потока, соответственно, $\overline{\Phi^2} = \frac{1}{H} \int_0^H dx \Phi^2(x) = \frac{A^2}{2}$, и $\frac{\overline{\Phi^2}}{\bar{\Phi}^2} = \frac{8}{\pi^2} < 1$.

Таким образом, учет пространственной неравномерности плотности потока нейтронов по активной зоне, повышает величину эффекта ксенонового отравления по сравнению с точечной моделью.

Пространственные ксеноновые колебания. Как было показано в точечной модели, при изменении уровня мощности временное изменение концентрации ксенона носит характер отрицательной обратной связи. Если рассматривать изменения потока нейтронов в активной зоне с учетом его пространственной неравномерности, то возникает явление, которое называется ксеноновыми колебаниями.

Для простоты рассмотрим простейшую модель одномерной активной зоны, в которой в начальный момент времени реализовался плоский поток нейтронов, то есть в каждой точке поток нейтронов имел одинаковое значение. Рассмотрим две половины активной зоны, верхнюю и нижнюю, и предположим, что в начальный момент времени поток нейтронов в верхней половине скачкообразно увеличился, а в нижней – скачкообразно уменьшился на ту же самую величину. В результате этого концентрация ксенона в верхней половине активной зоны начинает убывать по отношению к равновесному значению, а в нижней – возрастать. В свою очередь макросечение поглощения нейтронов в верхней зоне начинает убывать, а в нижней – возрастать. Такое перераспределение свойств будет приводить к дальнейшему искажению потока нейтронов по выделенным областям.

Однако при изменении нейтронных потоков в зонах происходит и изменение концентрации предшественника ксенона – иода, причем этот процесс идет в противоположном направлении, а именно: в верхней половине активной зоны концентрация иода возрастает, а в нижней – снижается. В результате снижение концентрации ксенона в верхней половине замедляется и, в конце концов, начинает-

ся обратный процесс – повышение концентрации ксенона. В свою очередь этот приводит к снижению потока нейтронов в этой половине, что усиливает эффект возрастания концентрации ксенона. В нижней половине происходит обратный процесс: повышение концентрации ксенона затормаживается и переходит в процесс снижения концентрации ксенона и повышение потока нейтронов в этой зоне. В некоторый момент времени ситуация в зонах вернется к исходной ситуации, то есть потоки нейтронов в зонах выровняются.

Но концентрации ксенона в зонах в этот момент времени не достигнут своих равновесных значений и процесс изменения как нейтранных потоков в зонах, так и концентраций ксенона и йода продолжится, но теперь более высокий поток нейтронов будет реализовываться в нижней половине активной зоны, а, соответственно, в верхней – снижаться. При определенных условиях этот процесс перераспределения мощностей и концентраций ксенона и йода по зонам будет продолжаться сколь угодно долго. В этом суть процесса возникновения ксеноновых колебаний.

Пространственные ксеноновые эффекты в реальных реакторных системах довольно сложны, так как в реальной установке всегда идет процесс регулирования, связанный со многими причинами: выравнивание поля энерговыделения, компенсация реактивности и т.п. Все эти процессы приводят к пространственным изменениям плотности потока в реакторе и, следовательно, вызывают изменение концентрации ксенона.

Пусть, например, в некотором объеме реактора, по какой либо причине произошло снижение плотности потока нейтронов в сравнении со стационарным уровнем (рис. 3.8). В этом объеме в начальный момент времени начнет увеличиваться концентрация ксенона, что приведет к падению реактивности реактора. Система управления реактором начнет повышать мощность, для компенсации ксенона, и когда ее значение вернется на прежний уровень, реактивность восстановится. Однако поскольку концентрация йода не успеет еще достичь равновесного состояния, канал образования ксенона не будет соответствовать нужному уровню мощности, и концентрация ксенона будет продолжать снижаться за счет поглощения нейтронов. Система управления реактором вновь будет вы-

нуждена начать снижение мощности для компенсации появляющейся положительной реактивности.

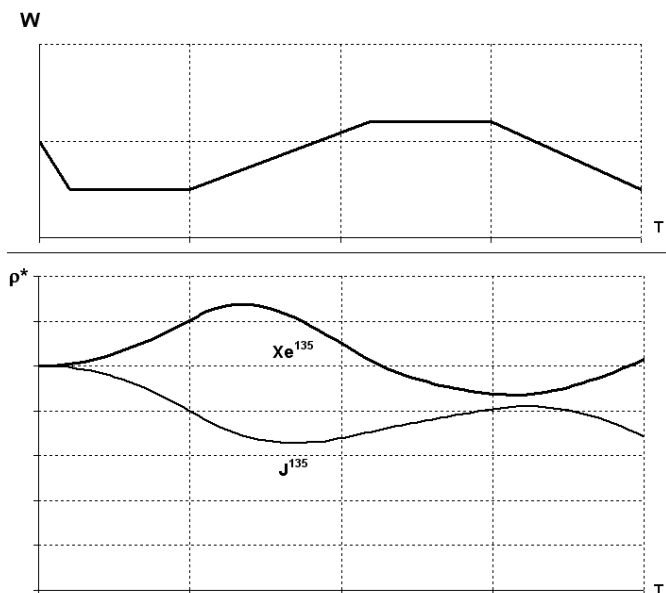


Рис. 3.8. Изменение концентраций ^{135}J , ^{135}Xe и мощности выделенного элемента реактора в процессе регулирования

В результате такого процесса в рассматриваемом объеме реактора происходят колебания концентрации ксенона. Поскольку весь реактор можно представить состоящим из таких объемов, в которых органы управления осуществляют регулирование потока нейтронов, то можно говорить о непрерывных пространственных колебаниях концентрации ксенона, вызывающих неустойчивость потока нейтронов. Очевидно, что с увеличением размеров реактора, он становится менее устойчивым. Перераспределение потока нейтронов происходит в реакторе постоянно, поэтому учет соответствующих пространственных ксеноновых процессов представляет собой важную задачу, которую приходится решать при управлении реактором.

3.5. Шлакование ядерного реактора

Помимо эффекта отравления ядерного реактора, существенную практическую значимость представляет собой эффект шлакования. Принципиальное отличие этого эффекта от отравления состоит в том, что нуклиды-шлаки являются стабильными и снижение реактивности за счет шлаков самопроизвольно не происходит.

Среди стабильных продуктов деления, вызывающих шлакование реактора, необходимо выделить ^{149}Sm . Этот нуклид обладает большим сечением поглощения нейтронов в тепловой области энергий и при энергии нейтронов $E_0 = 0.025$ эВ имеет сечение поглощения порядка 50 000 барн. Цепочка образования самария в ядерном реакторе показана на рис. 3.9. Данные по кумулятивному выходу прометия при делении различных ядер представлены в табл. 3.2.

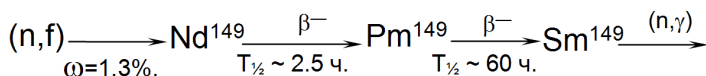


Рис. 3.9. Ядерные реакции образования самария

Таблица 3.2

Кумулятивный выход прометия-149 при делении различных ядер (данные взяты из библиотеки ядерных данных ENFDB/VI)

Делящийся нуклид	^{233}U	^{235}U	^{239}Pu	^{241}Pu
Кумулятивный выход прометия-149, %	0,78	1,08	1,22	1,47

При описании изменения концентраций нуклидов самариевой цепочки звеном с образованием ^{149}Nd обычно пренебрегают в силу относительной малости периода полураспада. Считая, что ^{149}Pm образуется непосредственно в реакции деления, и, пренебрегая пространственной зависимостью потока нейтронов, то есть рассматривая задачу накопления самария в точечном приближении, запишем систему дифференциальных уравнений изменения ядерных концентраций ^{149}Pm и ^{149}Sm .

$$\begin{cases} \frac{d\rho_{Pm}(t)}{dt} = \bar{\omega}_{Pm}\Sigma_f\Phi - \lambda_{Pm}\rho_{Pm}(t); \\ \frac{d\rho_{Sm}(t)}{dt} = \lambda_{Pm}\rho_{Pm}(t) - \bar{\sigma}_a^{Sm}\rho_{Sm}(t)\Phi, \end{cases} \quad (3.5.1)$$

где $\omega_{Pm} = \frac{\sum_i \omega_{Pm}^i \cdot \Sigma_f^i}{\sum_i \Sigma_f^i}$, причем суммирование ведется по всем действующим нуклидам. В общем случае, система (3.5.1) имеет ненулевые начальные условия:

$$\begin{cases} \rho_{Pm}(0) = \rho_{Pm}^0; \\ \rho_{Sm}(0) = \rho_{Sm}^0. \end{cases}$$

В реакторе, работающем на стационарном уровне мощности с определенным значением среднего потока нейтронов, концентрации ^{149}Pm и ^{149}Sm достигают своих равновесных значений:

$$\begin{cases} \tilde{\rho}_{Pm} = \frac{\bar{\omega}_{Pm}\Sigma_f\Phi}{\lambda_{Pm}}; \\ \tilde{\rho}_{Sm} = \frac{\bar{\omega}_{Pm}\Sigma_f\Phi}{\bar{\sigma}_a^{Sm}}. \end{cases} \quad (3.5.2)$$

Как следует из выражений (3.5.2), зависимость равновесной концентрации прометия от потока нейтронов линейна, то есть изменяется аналогично равновесной концентрации ^{135}J . Концентрация ^{149}Sm не зависит от потока нейтронов, так как канал образования самария путем β -распада ^{149}Pm , и канал его исчезновения (захват нейтрона) пропорциональны потоку нейтронов.

Потерю реактивности, возникающую из-за появления в реакторе равновесной концентрации самария, оценим с помощью величины относительного поглощения нейтронов самарием:

$$\rho_{Sm} = \frac{\Sigma_a^{Sm}}{\Sigma_a} = \frac{\bar{\omega}_{Pm} \Sigma_f}{\Sigma_a} = \bar{\omega}_{Pm} \frac{\Sigma_f}{\Sigma_a^{fuel}} \frac{\Sigma_a^{fuel}}{\Sigma_a} = \bar{\omega}_{Pm} \frac{1}{1 + \alpha_f} \cdot \theta,$$

и так как $\bar{\omega}_{Pm}$ примерно в шесть раз меньше кумулятивного выхода ксенона $\bar{\omega}_0$, то и стационарное отравление самарием примерно в шесть раз меньше чем самария, что составляет порядка 0,5 % реактивности. Эта величина значительно меньше отрицательной реактивности, вносимой равновесной концентрацией ксенона, поэтому в случае стационарной работы реактора на мощности накопление самария не вызывает существенных проблем. Однако, как и в случае с отравление реактора, нестационарные процессы могут привести к намного более значимым реактивностным эффектам.

При рассмотрении нестационарных процессов перейдем к нормированным на стационарные значения концентраций прометия и самария:

$$\begin{cases} \frac{d\rho_{Pm}^*(t)}{dt} = \lambda_{Pm} - \lambda_{Pm} \rho_{Pm}^*(t); \\ \frac{d\rho_{Sm}^*(t)}{dt} = \bar{\sigma}_a^{Sm} \Phi \rho_{Pm}^*(t) - \bar{\sigma}_a^{Sm} \Phi \rho_{Sm}^*(t). \end{cases} \quad (3.5.3)$$

Решение системы уравнений (3.5.3) с начальными условиями общего типа имеет вид

$$\begin{cases} \rho_{Pm}^*(t) = 1 + (\rho_{Pm}^0 - 1) e^{-\lambda_{Pm} t}; \\ \rho_{Sm}^*(t) = 1 + (\rho_{Sm}^0 - 1) e^{-\bar{\sigma}_a^{Sm} \Phi t} + \frac{\bar{\sigma}_a^{Sm} \Phi (\rho_{Pm}^0 - 1)}{\bar{\sigma}_a^{Sm} \Phi - \lambda_{Pm}} \left(e^{-\lambda_{Pm} t} - e^{-\bar{\sigma}_a^{Sm} \Phi t} \right). \end{cases}$$

Если же пуск реактора осуществляется на свежей топливной загрузке, то начальные концентрации ^{149}Pm и ^{149}Sm равны нулю, а решение будет представляться следующими зависимостями:

$$\begin{cases} \rho_{Pm}^*(t) = 1 - e^{-\lambda_{Pm}t}; \\ \rho_{Sm}^*(t) = 1 - e^{-\bar{\sigma}_a^{Sm}\Phi t} + \frac{\bar{\sigma}_a^{Sm}\Phi}{\lambda_{Pm} - \bar{\sigma}_a^{Sm}\Phi} \left(e^{-\lambda_{Pm}t} - e^{-\bar{\sigma}_a^{Sm}\Phi t} \right). \end{cases}$$

Очевидно, что обе полученные зависимости при $t \rightarrow \infty$ сходятся к 1, что физически означает достижение равновесных значений. Причем, как следует из цепочки ядерных реакций, сначала этого значения достигает концентрация ^{149}Pm , а затем ^{149}Sm . Примерный вид изменения ядерных концентраций ^{149}Pm и ^{149}Sm при запуске реактора на свежем топливе показан на рис. 3.10.

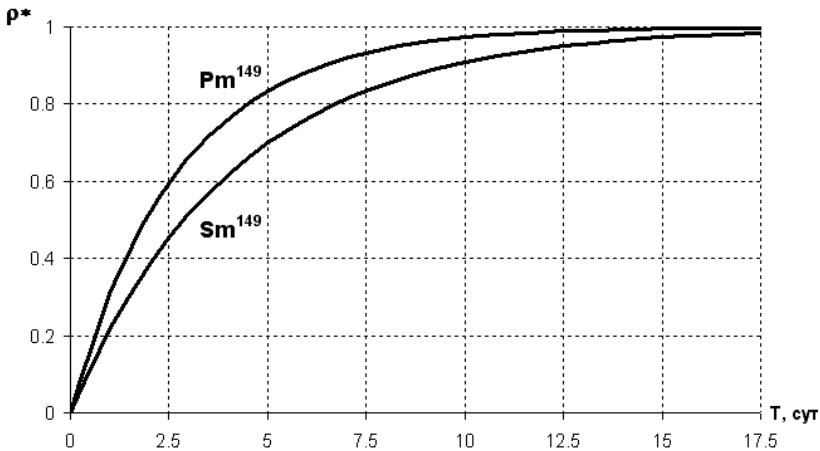


Рис. 3.10. Изменение нормированных ядерных концентраций ^{149}Pm и ^{149}Sm при запуске реактора на свежем топливе

Оценим длительность периода времени для достижения равновесных значений концентраций ^{149}Pm и ^{149}Sm . Приблизительно можно считать, что $e^{-at} \ll 1$, когда $at > 3$. Таким образом, для прометия время достижения равновесного состояния $t_{Pm} > \frac{3}{\lambda_{Pm}} \sim 10$ сут.

Для самария время выхода в равновесное состояние будет зависеть как от t_{Pm} , так и от величины потока нейтронов, поскольку должно быть выполнено условие $t_{Sm} > \frac{3}{\sigma_a^{Sm}\Phi}$. Для потока нейтронов $5 \cdot 10^{13}$ нейтр/см²·с и сечения поглощения 50 000 барн, характерное время выхода в равновесное состояние составляет порядка 5 сут. Значит, концентрация ^{149}Sm достигнет равновесного значения за период времени порядка 15 сут. За это время сначала предшественник самария – прометий – успеет достичь равновесия, и канал исчезновения самария за счет поглощения нейтронов сравняется по интенсивности с каналом радиоактивного распада прометия.

3.6. Эффект «самариевая смерть»

Наибольшую практическую значимость для учета шлакования при эксплуатации реакторов представляет процесс остановки реактора, работающего на мощности в течение длительного промежутка времени, достаточного для установления равновесных концентраций ^{149}Pm и ^{149}Sm . Предположим, что в момент времени $t = 0$ мощность и поток нейтронов снижаются до нулевого уровня, так что система (3.5.1) приобретает вид

$$\begin{cases} \frac{d\rho_{Pm}(t)}{dt} = -\lambda_{Pm}\rho_{Pm}(t); \\ \frac{d\rho_{Sm}(t)}{dt} = \lambda_{Pm}\rho_{Pm}(t). \end{cases} \quad (3.5.4)$$

Разделив обе части уравнений системы (3.5.4) на равновесные концентрации (3.5.2), отвечающие потоку Φ , на котором работал реактор, получим систему уравнений относительно нормированных концентраций ^{149}Pm и ^{149}Sm

$$\begin{cases} \frac{d\rho_{\text{Pm}}^*(t)}{dt} = -\lambda_{\text{Pm}}\rho_{\text{Pm}}^*(t); \\ \frac{d\rho_{\text{Sm}}^*(t)}{dt} = -\bar{\sigma}_a^{\text{Sm}}\Phi\rho_{\text{Sm}}^*(t). \end{cases} \quad (3.5.5)$$

Решение системы (3.5.5) с начальными условиями

$$\begin{cases} \rho_{\text{Pm}}^*(0) = 1; \\ \rho_{\text{Sm}}^*(0) = 1, \end{cases}$$

(которые означают, что концентрации ^{149}Pm и ^{149}Sm на момент останова реактора были равны равновесным значениям) имеет вид

$$\begin{cases} \rho_{\text{Pm}}^*(t) = e^{-\lambda_{\text{Pm}}t}; \\ \rho_{\text{Sm}}^*(t) = 1 + \frac{\bar{\sigma}_a^{\text{Sm}}\Phi}{\lambda_{\text{Pm}}}(1 - e^{-\lambda_{\text{Pm}}t}). \end{cases}$$

Анализ выражения для концентрации ^{149}Sm показывает, что после останова реактора концентрация самария будет возрастать и при $t \rightarrow \infty$ она достигнет максимального значения

$$\rho_{\text{Sm}}^{*\text{max}}(t \rightarrow \infty) = 1 + \frac{\bar{\sigma}_a^{\text{Sm}}\Phi}{\lambda_{\text{Pm}}}.$$

Очевидно, что время достижения данного значения примерно равно нескольким периодам полураспада ^{149}Pm , за который происходит полный распад прометия в самарий, приводящий к увеличению его концентрации до указанного значения. Графики изменения концентраций ^{149}Pm и ^{149}Sm в данном процессе приведены на рис. 3.11.

Если принять $\sigma_a^{\text{Sm}} = 50\,000$ барн, то спустя 15–20 сут. в реакторе относительная концентрация ^{149}Sm , достигнет максимального значения, равного

$$\rho_{Sm}^{*\max}(t \rightarrow \infty) \approx 1 + 1.2 \cdot 10^{-14} \Phi.$$

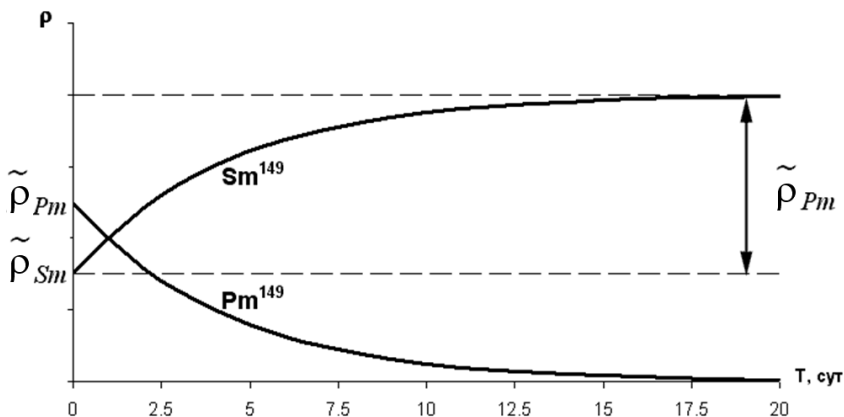


Рис. 3.11. Графики изменения концентраций ^{149}Pm и ^{149}Sm при остановке реактора после длительной работы на мощности

В итоге при потоке нейтронов порядка 10^{14} нейтр/см²·с концентрация самария, накопившегося после остановки реактора станет превышать равновесную более чем в два раза. При этом в такой же степени возрастет отрицательная реактивность, вносимая самарием, и составит величину порядка 1,0 %. Однако самарий не распадется, и вносимую им отрицательную реактивность придется компенсировать органами регулирования реактора. Особую опасность шлакование самарием представляет для высокопоточных реакторов с потоком нейтронов 10^{15} нейтр/см²·с и выше. В случае длительной остановки реактора концентрация самария возрастает более чем в десять раз, что потребует компенсации отрицательной реактивности порядка 8–10 %. Таким запаса реактивности система регулирования реактора не обладает, поэтому в данной ситуации может потребоваться полная или частичная замена выгоревшего топлива на свежее.

ГЛАВА 4 ВЫГОРАНИЕ ЯДЕРНОГО ТОПЛИВА

4.1. Основные процессы изменения изотопного состава

При длительной работе реактора на мощности происходит непрерывное изменение нуклидного состава топлива. Прежде всего, выгорают делящиеся нуклиды, главный из которых – ^{235}U . В результате реакции деления появляются осколки деления. При взаимодействии ядер элементов, входящих в состав материалов активной зоны, с нейтронами, образуются новые изотопы. За счет реакции радиационного захвата на сырьевых нуклидах образуются новые делящиеся элементы. Основные виды ядерных реакций при выгорании топлива таковы:

(n, f) – процесс деления тяжелых ядер, в результате которого образуются осколки деления;

(n, γ) – процесс радиационного захвата нейтронов, в результате которого образуются различные изотопы, в том числе нестабильные и радиоактивные;

$(n, 2n)$ – реакция, приводящая к образованию новых изотопов;

β^- – процесс радиоактивного распада, в результате которого в активной зоне образуются новые элементы.

Реакции радиационного захвата на тяжелых ядрах так же играют значимую роль в изменении нуклидного состава топлива в реакторе. В результате этих реакций образуются более тяжелые нуклиды, которые в дальнейшем, испытывая β^- -распад, приводят к образованию нуклидов с возрастанием заряда ядер. В результате таких превращений возможно образование новых делящихся тяжелых ядер.

В настоящее время в земной коре присутствуют только два элемента, которые могут быть использованы в реакторах деления. Это уран, представленный двумя изотопами, один из которых относится к делящимся – ^{235}U , а второй – пороговый, или, как его называют, сырьевой – ^{238}U . Торий представлен только сырьевым изотопом – ^{232}Th . Реакции радиационного захвата на сырьевых изотопах с последующими радиоактивными превращениями приводят к образованию новых делящихся нуклидов: ^{233}U и ^{239}Pu . Таким образом, на основе имеющихся природных ресурсов в прин-

ципе возможна реализация двух основных топливных циклов: уран-плутониевого и уран-ториевого.

В уран-плутониевом топливном цикле (цепочки ядерных превращений представлены на рис. 4.1) в качестве сырьевого изотопа используется ^{238}U . Этот цикл хорошо технологически отработан и применяется практически во всех эксплуатируемых в настоящее время реакторах.

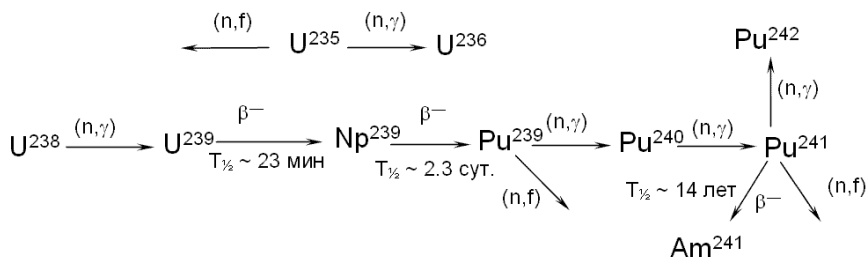


Рис. 4.1. Цепочки ядерных реакций уран-плутониевого топливного цикла

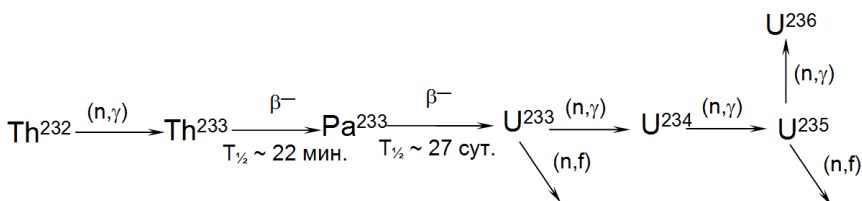


Рис. 4.2. Цепочки ядерных реакций уран-ториевого топливного цикла

Уран-ториевый топливный цикл (цепочки ядерных превращений представлены на рис. 4.2) обычно рассматривается как будущая альтернатива уран-плутониевому. Основными его преимуществами являются большие запасы тория в земной коре, несколько лучшее соотношение реакций радиационного захвата и деления в пользу последней для нуклида ^{233}U по сравнению с ^{235}U , практическое отсутствие в топливном цикле трансурановых элементов, что немаловажно для решения проблемы длительного захоронения радиоактивных отходов. Основным препятствием для внедрения этого топливного цикла служит отсутствие в природном тории делящегося изотопа. В качестве недостатков уран-ториевого топлив-

ного цикла следует также выделить отсутствие наработанных ядерных технологий и накопление в цикле ^{232}U и так называемый протактиниевый эффект.

Изотоп ^{232}U образуется в результате $(n,2n)$ реакции на ^{233}U и имеет относительно небольшой (порядка 60 лет) период полураспада. В цепочке его α -распадов присутствует несколько нуклидов с очень жестким γ -излучением, вследствие чего активность топлива с ^{232}U в начальный момент времени возрастает. Этот факт существенно осложняет обращение с материалом, содержащим изотоп ^{232}U , то есть фактически с ядерным топливом в уран-ториевом цикле.

«Протактиниевый» эффект состоит в том, что задержка по времени образования ^{233}U составляет порядка месяца (для сравнения, образование ^{239}Pu после захвата нейтрона ядром ^{238}U длится порядка трех суток). Поэтому при остановке реактора еще в течение нескольких месяцев из ^{233}Pa образуется ^{233}U , что приводит к появлению положительной реактивности. Аналогичный по физическому смыслу «нептуниевый» эффект в уран-плутониевом топливном цикле значительно слабее в связи с меньшим временем жизни ^{239}Np по сравнению с временем жизни ^{233}Pa .

Отметим, что возможно сочетание так называемых перекрестных топливных циклов, базирующихся на возможных комбинациях делящихся и сырьевых изотопов уран-ториевого и уран-плутониевого топливных циклов.

В дальнейшем при изменении нуклидного состава топлива мы будем учитывать только те нуклиды, влияние которых на реактивность реактора составляет не менее 0,1 %.

4.2. Уравнения изменения нуклидного состава топлива

В настоящее время мировая ядерная энергетика базируется на использовании реакторов на тепловых нейтронах. Топливом для этих реакторов является низко обогатенный уран, содержание делящегося нуклида ^{235}U в котором составляет 3–5 %. Активная зона таких реакторов набирается из отдельных топливных сборок, каждая из которых содержит большое количество твэлов. Сам твэл со-

стоит из отдельных топливных таблеток, размеры которых существенно меньше размеров самого блока. Будем предполагать, что концентрации всех нуклидов в таблетке не зависят от пространственных переменных. Положение таблетки будем характеризовать радиус вектором ее центра \vec{r} . Система уравнений описывающая изменение концентраций нуклидов ρ в топливной таблетке, поток нейтронов в которой $\Phi(\vec{r}, E)$ за счет процессов поглощения нейтронов, имеет следующий вид:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\rho_i \int_0^{E_{\max}} \sigma_a^i(E) \Phi(\vec{r}, E) dE + \rho_{i-1} \int_0^{E_{\max}} \sigma_c^{i-1}(E) \Phi(\vec{r}, E) dE.$$

Введем в рассмотрение интегральный по энергии поток нейтронов

$$\Phi(\vec{r}) = \int_0^{E_{\max}} \Phi(\vec{r}, E) dE,$$

а также усредненные микросечения нуклидов, отвечающие процессам деления ($x = f$) и радиационного захвата ($x = c$):

$$\bar{\sigma}_x^i = \frac{\int_0^{E_{\max}} \sigma_x^i(E) \Phi(\vec{r}, E) dE}{\int_0^{E_{\max}} \Phi(\vec{r}, E) dE}$$

С учетом введенных обозначений уравнения изменения нуклидного состава в этом элементе топлива можно представить в следующем виде:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\rho_i \bar{\sigma}_a^i \Phi(\vec{r}) + \rho_{i-1} \bar{\sigma}_c^{i-1} \Phi(\vec{r}).$$

В связи с большим разнообразием изотопов образующихся в топливной таблетке, примем следующий принцип индексации физических величин, относящихся к тому или иному изотопу. каждо-

му изотопу будет соответствовать двузначный индекс, первая цифра которого совпадает с последней цифрой заряда ядра, а вторая – с последней цифрой в атомной массе. Так, например, ${}_{92}^{235}\text{U}$ будет соответствовать индекс «25», а ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ – индекс «49».

Основным делящимся изотопом в топливе реакторов на тепловых нейтронах является ${}^{235}\text{U}$. Его концентрация в процессе работы реактора на мощности только убывает в результате захвата нейтронов и уравнение изменения концентрации ${}^{235}\text{U}$ будет иметь вид

$$\frac{d\rho_{25}(t)}{dt} = -\bar{\sigma}_a^{25} \rho_{25}(t) \Phi. \quad (4.2.1)$$

Решение уравнение (4.2.1) при постоянном во времени потоке нейтронов и начальном условии $\rho_{25}(0) = x\rho_U$, где x – обогащение топлива, а ρ_U – начальная концентрация урана, будет представлять собой экспоненциальную зависимость

$$\rho_{25}(t) = \rho_{25}(0) e^{-\bar{\sigma}_a^{25} \Phi t}.$$

Величина $T_a^{25} = \frac{1}{\bar{\sigma}_a^{25} \Phi}$ имеет смысл среднего времени жизни данного нуклида в заданном потоке нейтронов относительного реакции поглощения и показывает, за какой промежуток времени концентрация изотопа за счет этой реакции уменьшится в e раз. Принимая в качестве оценивающих параметров $\Phi = 5,0 \cdot 10^{13}$ нейтр/см²·с и $\bar{\sigma}_a^{25} = 300$ барн, получим, что уменьшение концентрации ${}^{235}\text{U}$ в e раз в этом потоке нейтронов происходит за время $T_a^{25} = 2,5$ года.

Однако поток нейтронов в реакторе меняется со временем, даже если мощность реактора остается постоянной. Для решения уравнения (4.2.1) в случае изменяющегося во времени потока нейтро-

нов вводится величина $F(t) = \int_0^t \Phi(\tau) d\tau$, называемая флюенсом нейтронов. Флюенс определяет интегральный за рассматриваемый промежуток времени поток нейтронов и для случая постоянного потока нейтронов прямо пропорционален времени $F(t) = \Phi t$. Решение уравнения (4.2.1) для потока нейтронов, зависящего от времени, выражается через флюенс:

$$\rho_{25}(t) = \rho_{25}(0) e^{-\bar{\sigma}_a^{25} F(t)}.$$

Если реактор работает на постоянном уровне мощности (так называемый базовый режим работы), то зависимость потока нейтронов от времени определяется из условия постоянства мощности. В начале работы реактора топливо содержит максимальную концентрацию ^{235}U , поэтому в течение достаточно длительного промежутка времени мощность реактора определяется делением только этого изотопа. Запишем условие постоянства мощности для единичного объема $q_V = E_f \Sigma_f^{25} \Phi(t)$, где E_f – энергия на один акт деления, а q_V – удельная энергонапряженность активной зоны. Учитывая, что $\Sigma_f^{25}(t) = \bar{\sigma}_f^{25} \rho_{25}(t)$, выразим временную зависимость потока нейтронов из условия постоянства мощности

$$\Phi(t) = \frac{q_V}{E_f \bar{\sigma}_f^{25} \rho_{25}(t)}$$

и подставим это соотношение в (4.2.1). В результате получим

$$\frac{d\rho_{25}(t)}{dt} = -\frac{\bar{\sigma}_a^{25}}{\bar{\sigma}_f^{25}} \frac{q_V}{E_f};$$

$$\rho_{25}(t) = \rho_{25}(0) - \frac{\bar{\sigma}_a^{25}}{\bar{\sigma}_f^{25}} \frac{q_V}{E_f} t;$$

Таким образом, получаем, что временное изменение концентрации ^{235}U при постоянной мощности происходит по линейному закону. Изменение потока нейтронов во времени будет определяться выражением

$$\Phi(t) = \frac{q_V}{E_f \bar{\sigma}_f^{25} \rho_{25}(t)} = \frac{q_V}{E_f \bar{\sigma}_f^{25} \left(\rho_{25}(0) - \frac{\bar{\sigma}_a^{25}}{\bar{\sigma}_f^{25}} \frac{q_V}{E_f} t \right)},$$

то есть с течением времени поток нейтронов в реакторе возрастает. Действительно, для поддержания постоянной мощности при уменьшении концентрации делящегося нуклида необходимо повышать поток нейтронов в активной зоне.

В результате поглощения нейтронов ядрами ^{235}U , наряду с процессом деления, происходит и реакция радиационного захвата, в результате которой образуется ядро изотопа ^{236}U . Этот изотоп не делится тепловыми нейтронами, имеет относительно небольшое сечение радиационного захвата в тепловой области энергий ($\sigma_c^{26}(E_0 = 0,025 \text{ эВ}) = 5,2$ барн), но достаточно большой резонансный интеграл поглощения $I_a = 365$ барн. Поэтому этот изотоп можно рассматривать как слабый поглотитель нейтронов. При радиохимической переработке выгоревшего топлива и выделении регенерированного урана этот изотоп будет присутствовать в нем, и при повторном использовании регенерированного урана необходимо повышать начальное обогащение этого топлива для сохранения запаса реактивности.

Соответственно уравнение изменения концентрации этого нуклида в процессе выгорания топлива имеет вид

$$\frac{d\rho_{26}(t)}{dt} = \bar{\sigma}_c^{25} \rho_{25}(t) \Phi - \bar{\sigma}_a^{26} \rho_{26}(t) \Phi, \quad (4.2.2)$$

а его решением в общем случае является функция:

$$\rho_{26}(t) = \rho_{26}(0)e^{-\bar{\sigma}_a^{26}F(t)} + \frac{\bar{\sigma}_c^{25}}{\bar{\sigma}_c^{25} - \bar{\sigma}_a^{26}} \rho_{25}(0) \left(e^{-\bar{\sigma}_a^{26}F(t)} - e^{-\bar{\sigma}_c^{25}F(t)} \right).$$

Предположив, что в начальный момент работы реактора концентрация ^{236}U была нулевой (топливо на основе обогащенного природного урана), получим выражение

$$\rho_{26}(t) = \frac{\bar{\sigma}_c^{25}}{\bar{\sigma}_c^{25} - \bar{\sigma}_a^{26}} \rho_{25}(0) \left(e^{-\bar{\sigma}_a^{26}F(t)} - e^{-\bar{\sigma}_c^{25}F(t)} \right).$$

Таким образом, концентрация ^{236}U сначала будет возрастать, а затем, достигнув некоторого максимального значения, постепенно начнет снижаться, так как его предшественник ^{235}U выгорает и канал образования ^{236}U начинает снижаться. Приравнивая $\frac{d\rho_{26}(t)}{dt} = 0$, оценим флюенс нейтронов, при котором достигается максимальная концентрация ^{236}U :

$$F_{\max} = \frac{1}{\bar{\sigma}_c^{25} - \bar{\sigma}_a^{26}} \ln \left(\frac{\bar{\sigma}_c^{25}}{\bar{\sigma}_a^{26}} \right).$$

Соответствующее этому флюенсу максимальное значение концентрации ^{236}U для реактора с тепловым спектром нейтронов составляет примерно 10–12 % начальной концентрации ^{235}U и достигается в момент времени, когда ^{235}U выгорает на 80–90 %. Это значит, что за одну кампанию топлива концентрация ^{236}U не сможет достичь своего максимального значения. Это может случиться при повторном использовании регенерированного урана. Отметим, что в результате реакции радиационного захвата на ядрах ^{236}U образуется изотоп ^{237}U , период полураспада которого составляет $T_{1/2} = 6,75$ сут, превращаясь в делящийся нуклид ^{237}Np , время жизни которого более миллиона лет. Однако его накопление в топ-

ливе невелико, и поэтому он не оказывает заметного влияния на реактивность реактора.

Таким образом, максимальная концентрация ^{236}U обычно достигается в реакторе при многократном использовании топлива.

Характерное время жизни ^{236}U $T_a^{26} = \frac{1}{\bar{\sigma}_a^{26}\Phi}$ при сечении примерно 40 барн и потоке нейтронов $5 \cdot 10^{13}$ нейтр/см²·с составляет порядка 20 лет.

Рассмотрим теперь выгорание нуклидов плутониевой цепочки. Уравнение выгорания ^{238}U имеет вид

$$\frac{d\rho_{28}(t)}{dt} = -\bar{\sigma}_a^{28}\rho_{28}(t)\Phi, \quad (4.2.3)$$

Начальное условие для этого изотопа урана $\rho_{28}(0) = (1-x)\rho_U$, где x – обогащение топлива, а ρ_U – начальная концентрация природного урана, и тогда решение уравнения (4.2.3) таково

$$\rho_{28}(t) = \rho_{28}(0)e^{-\bar{\sigma}_a^{28}\Phi t}.$$

Главной особенностью изменения концентрации ^{238}U является очень большое по сравнению с кампанией реактора характерное время жизни $T_a^{28} = \frac{1}{\bar{\sigma}_a^{28}\Phi}$, составляющее в тепловом реакторе по-

рядка 400–500 лет. Поскольку начальная концентрация ^{238}U в топливе относительно велика, то можно считать концентрацию ^{238}U практически не изменяющейся при выгорании: $\rho_{28}(t) \approx \rho_{28}(0)$.

Рассматривая двухгрупповое приближение для спектра нейтронов в тепловом реакторе, усредненное по спектру сечение поглощения нейтронов для ^{238}U представим в виде $\bar{\sigma}_a^{28} = (\bar{\sigma}_a^{28})_{th} + \gamma \cdot I_{eff}$, где $(\bar{\sigma}_a^{28})_{th}$ – микросечение поглощения, усредненное по спектру тепловых нейтронов; I_{eff} – эффективный резонансный интеграл;

γ – жесткость спектра, величина которой пропорциональна отношению интегральных потоков эпитепловых и тепловых нейтронов. Сечение в тепловой области для ^{238}U изменяется по закону

$$\sigma_a^{28}(E) = \sigma_a^{28}(E_0) \sqrt{\left(\frac{E_0}{E}\right)},$$

причем $\sigma_a^{28}(E_0) = 2,8$ барн. Поэтому основной вклад в усредненное микросечение в реакторах на тепловых нейтронах составляет резонансное поглощение. Для тонких блоков, из которых состоят ТВС реакторов на тепловых нейтронах, резонансный интеграл $I_{eff} = 10 \div 20$ барн, а жесткость спектра изменяется в диапазоне $\gamma \in (0,1 \div 1,0)$. При этих условиях усредненное микросечение поглощения для ^{238}U в десятки раз меньше, чем для ^{235}U , но ядерная концентрация ^{238}U в топливе в десятки раз больше. Поэтому изменение концентраций изотопов урана в топливе за все время работы реактора примерно сопоставимы. Но поскольку, как отмечалось, ядерная концентрация ^{238}U в топливе в десятки раз больше, то изменением концентрации этого изотопа урана можно пренебречь, обосновано считая концентрацию ^{238}U практически не изменяющейся при выгорании

Следующим звеном плутониевой цепочки являются ^{239}U , быстро превращающийся в ^{239}Np . Соответствующие уравнения выгорания для них имеют вид

$$\frac{d\rho_{29}(t)}{dt} = \bar{\sigma}_c^{28} \rho_{28}(t) \Phi - \lambda_{29} \rho_{29}(t); \quad (4.2.4)$$

$$\frac{d\rho_{39}(t)}{dt} = \lambda_{29} \rho_{29}(t) - \lambda_{39} \rho_{39}(t) \quad (4.2.5)$$

Так как среднее время жизни ^{239}U $T_{29} = \frac{1}{\lambda_{29}}$ составляет всего несколько десятков минут, а среднее время жизни ^{239}Np $T_{39} = \frac{1}{\lambda_{39}}$

порядка нескольких суток, (что существенно меньше времени пребывания топлива в реакторе), то звеньями плутониевой цепочки, содержащими уравнения для ^{239}U и ^{239}Np можно пренебречь. Физически это объясняется тем, что концентрации ^{239}U и ^{239}Np очень быстро (за время менее 10 сут) достигают своих равновесных значений и ^{239}Pu образуется как бы мгновенно после захвата нейтрона ядром ^{238}U . В связи с малым временем жизни ядра ^{239}U и ^{239}Np практически не успевают взаимодействовать с нейтронами. Однако после остановки реактора весь накопившийся изотоп ^{239}Np превратится в изотоп ^{239}Pu , что повышает концентрацию плутония в этом топливе.

Принимая во внимание принятые упрощения, уравнение изменения концентрации ^{239}Pu во времени будет иметь вид

$$\frac{d\rho_{49}(t)}{dt} = \bar{\sigma}_c^{28} \rho_{28}(t) \Phi - \bar{\sigma}_a^{49} \rho_{49}(t) \Phi. \quad (4.2.6)$$

В общем случае уравнение (4.2.6) имеет ненулевое начальное условие $\rho_{49}(0) = \rho_{49}^0$, и решение уравнения (4.2.6) таково:

$$\rho_{49}(t) = \rho_{49}^0 e^{-\bar{\sigma}_a^{49} F(t)} + \frac{\bar{\sigma}_c^{28}}{\bar{\sigma}_a^{49} - \bar{\sigma}_c^{28}} \rho_{28}(0) \left(1 - e^{-\bar{\sigma}_a^{49} F(t)} \right).$$

При $t \rightarrow \infty$ достигается асимптотическое значение концентрации плутония $\rho_{49}^{as}(t) = \frac{\bar{\sigma}_c^{28}}{\bar{\sigma}_a^{49} - \bar{\sigma}_c^{28}} \rho_{28}(0) \approx \frac{\bar{\sigma}_c^{28}}{\bar{\sigma}_a^{49}} \rho_{28}(0)$. Отметим, что достижение равновесной концентрации ^{239}Pu является следствием принятого предположения о неизменности концентрации ^{238}U при выгорании топлива.

Микросечение поглощения нейтронов ^{239}Pu в несколько раз больше, чем ^{235}U , так что равновесная концентрация плутония достигается в топливе за время однократного его пребывания в ак-

тивной зоне. Величина равновесной концентрации зависит главным образом от соотношения усредненных микросечений поглощения ^{238}U и ^{239}Pu . Вследствие большой разницы этих величин, а именно: $\bar{\sigma}_a^{28} \ll \bar{\sigma}_a^{49}$, равновесная концентрация плутония в тепловых реакторах даже меньше, чем содержание изотопа ^{235}U в природном уране. Это означает, что в этих реакторах большая часть накопившегося плутония поглощает нейтроны и участвует в энерговыработке топлива, и в меньшей степени превращается в другой изотоп плутония ^{240}Pu . Для наработки чистого плутония время облучения топлива должно быть небольшим, так чтобы накопившийся плутоний не успел выгореть. В реакторах на быстрых нейтронах соотношение между сечениями ^{238}U и ^{239}Pu не столь сильно отличается, как в реакторах на тепловых нейтронах. Поэтому равновесная концентрация ^{239}Pu в этих реакторах существенно выше и может достигать значения критической концентрации в активной зоне. Именно поэтому в реакторах на быстрых нейтронах происходит существенное накопление плутония. В общем случае, равновесная концентрация ^{239}Pu будет определяться концентрацией ^{238}U в тот же самый момент времени:

$$\rho_{49}^{as} = \frac{\bar{\sigma}_c^{28}}{\bar{\sigma}_a^{49}} \rho_{28}(t).$$

Временное поведение концентрации ^{239}Pu $\rho_{49}(t)$ в реакторе зависит от начального содержания плутония в топливе. Если в начале кампании реактора топливо содержит только уран низкого обогащения, то $\rho_{49}(0) = 0$ и концентрация ^{239}Pu со временем будет возрастать, достигая равновесного значения. В случае, когда свежее топливная загрузка представляет собой МОХ-топливо (топливо на основе смеси диоксидов обедненного урана и плутония), начальная концентрация ^{239}Pu отлична от нуля. Для этого топлива временное поведение концентрации плутония $\rho_{49}(t)$ будет зависеть от того, больше или меньше начальная концентрация плутония

$\rho_{49}(0)$ асимптотического значения. Если $\rho_{49}(0) < \rho_{49}^{as}$, концентрация плутония в топливе $\rho_{49}(t)$ будет возрастать, и, соответственно, если $\rho_{49}(0) > \rho_{49}^{as}$, то убывать к равновесному значению (см. рис. 4.3).

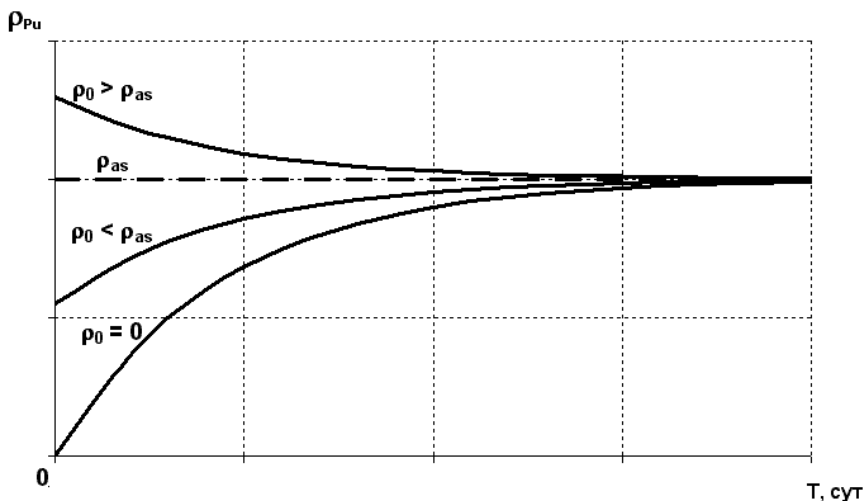


Рис. 4.3. Изменение концентрации ^{239}Pu в реакторе при различных начальных концентрациях в топливной загрузке

В реакции радиационного захвата на ядрах ^{239}Pu образуется новый изотоп плутония ^{240}Pu , период α -распада которого составляет $T_{40} = 6540$ лет, что позволяет считать его стабильным изотопом в задачах изменения нуклидного состава топлива в реакторе. Уравнение выгорания ^{240}Pu имеет вид

$$\frac{d\rho_{40}(t)}{dt} = \bar{\sigma}_c^{49} \rho_{49}(t) \Phi - \bar{\sigma}_a^{40} \rho_{40}(t) \Phi. \quad (4.2.7)$$

Главная особенность этого уравнения – нелинейность, поскольку сечение поглощения ^{240}Pu имеет широкий резонанс в области

1 эВ. Сечение в центре резонансной линии составляет порядка $1,6 \cdot 10^5$ барн. Этот факт приводит к тому, что сечение поглощения, усредненное по спектру нейтронов, будет сильно зависеть от концентрации этого нуклида и спектра нейтронов в реакторе. Поэтому решение уравнения для концентрации ^{240}Pu необходимо осуществлять последовательно, разбивая весь интервал времени на отдельные достаточно малые промежутки, внутри которых можно считать сечения постоянными величинами.

С физической точки зрения важен факт достижения асимптотического значения ρ_{40}^{as} в процессе выгорания. Поскольку эффективный резонансный интеграл ^{240}Pu можно представить в виде

$$J_{eff}^{40} = \frac{J_r}{\sqrt{1 + \beta \rho_{40}}},$$

то приближенное уравнение для определения ρ_{40}^{as} будет иметь вид $\sigma_c^{49} \rho_{49}^{as} = A \rho_{40}^{as} + B \sqrt{\rho_{40}^{as}}$. Очевидно, что величина ρ_{40}^{as} будет сильно зависеть от жесткости спектра нейтронов в реакторе. Время достижения асимптотической концентрации ^{240}Pu включает в себя собственное характерное время жизни в реакторе ^{240}Pu и время достижения асимптотической концентрации ^{239}Pu , что примерно в 2–4 раза больше, чем для изотопа ^{239}Pu .

Поэтому за однократный режим облучения топлива в ядерном реакторе асимптотическая концентрация ^{240}Pu в облученном топливе не достигается. Это может иметь место лишь при повторном использовании плутония в виде МОХ-топлива. Сам ^{240}Pu не делится тепловыми нейтронами, но после реакции радиационного захвата из него образуется делящийся изотоп ^{241}Pu . Чем выше сечение радиационного захвата $\bar{\sigma}_c^{40}$, тем выше скорость образования ^{241}Pu . Этот изотоп, во-первых, в реакции радиационного захвата порождает следующий изотоп ^{242}Pu , а, во-вторых, при β -распаде дает начало новому элементу ^{241}Np , из которого, в свою очередь, в результате реакций (n, γ) и последующего β -распада появляются изотопы нептуния и кюрия. Однако эти нуклиды не оказывают заметного влияния на реактивность реактора, но играют большую

роль при анализе радиационной опасности отработавшего ядерного топлива. Уравнения, описывающие временное изменение концентраций изотопов ^{241}Pu и ^{242}Pu , имеют вид

$$\frac{d\rho_{41}(t)}{dt} = \bar{\sigma}_c^{40} \rho_{40}(t) \Phi - \lambda_{41} \rho_{41}(t) - \bar{\sigma}_a^{41} \rho_{41}(t) \Phi; \quad (4.2.8)$$

$$\frac{d\rho_{42}(t)}{dt} = \bar{\sigma}_c^{41} \rho_{41}(t) \Phi - \bar{\sigma}_a^{42} \rho_{42}(t) \Phi. \quad (4.2.9)$$

Время достижения асимптотической концентрации ^{241}Pu включает в себя все времена достижения асимптотической концентрации нуклидов-предшественников и заметно превышает длительность процесса выгорания за одну кампанию. Поэтому асимптотическая концентрация ^{241}Pu достигается при многократном использовании ядерного топлива.

Время достижения асимптотической концентрации ^{242}Pu еще дольше и составляет порядка 100 лет, из чего следует, что содержание этого нуклида в реакторе не достигает асимптотического значения даже при многократном использовании ядерного топлива.

Строго говоря, влияние ^{242}Pu на реактивность в обычном топливном цикле с урановой загрузкой весьма незначительно.

Уравнения (4.2.1)–(4.2.9) представляют собой основную часть системы уравнений изменения нуклидного состава топлива для уран-плутониевого топливного цикла. Эта система в общем случае включает в себя уравнения изменения концентрации для всех тяжелых нуклидов, а также осколков и продуктов деления. Система уравнений выгорания для уран-ториевого топливного цикла имеет аналогичный вид и также описывает изменение ядерных концентраций всех изотопов, находящихся и образующихся в топливе в процессе выгорания.

Общий подход к расчету изменения нуклидного состава топлива и решению системы уравнений выгорания состоит в разбиении полного времени выгорания на малые интервалы, в пределах каждого из которых микросечения нуклидов и поток нейтронов считаются постоянными. Поскольку влияние изменения нуклидного состава на спектр нейтронов существенно меньше, чем на распреде-

ление потока нейтронов, то минимальный шаг расчетного интервала определяется из условия малого изменения спектра нейтронов.

4.3 Модель эффективного осколка

При работе реактора на мощности в результате реакции деления в ядерном топливе образуются осколки деления. Большинство из них имеют короткий период полураспада $T_{1/2} \leq (5 \div 7)$ ч, в результате чего образуются долгоживущие или стабильные нуклиды, так называемые продукты деления. Сами продукты деления могут быть также радиоактивными, но мы будем считать продуктами деления только те из них, периоды полураспада которых больше чем один год. Кроме того, продукты деления поглощают нейтроны, причем сечения поглощения некоторых из них могут быть довольно значительными. Поглощая нейтроны, продукты деления оказывают заметное влияние на баланс нейтронов в активной зоне, в результате чего уменьшается коэффициент размножения активной зоны. Этот эффект называют зашлаковыванием реактора. Поэтому главным вопросом при рассмотрении осколков и продуктов деления является оценка их суммарного поглощения нейтронов.

Процесс накопления осколков деления в самом общем случае описывается следующим уравнением

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \omega_i \Sigma_f \Phi - \lambda_i \rho_i - \bar{\sigma}_a^{(i)} \Phi \rho_i.$$

Первое слагаемое в правой части уравнения учитывает образование i -го осколка деления, выход которого на один акт деления определяется величиной ω_i . Второе слагаемое учитывает радиоактивный распад этого осколка, скорость которого определяется величиной λ_i – вероятностью распада в единицу времени. Последнее слагаемое учитывает образование $(i+1)$ -го изотопа из i -го в результате радиационного захвата нейтрона. Оба канала увода характеризуются средними временами жизни относительно данного типа увода, а именно $T_i = \frac{1}{\lambda_i}$, $T_a^{(i)} = \frac{1}{\bar{\sigma}_c^{(i)} \Phi}$.

Для короткоживущих продуктов деления $T_i \ll T_a^{(i)}$, так что для них каналом радиационного захвата можно пренебречь. В этом случае изменение концентрации i -го осколка деления в предположении постоянного потока нейтронов происходит по экспоненциальному закону:

$$\rho_i(t) = \frac{\omega_i \Sigma_f \Phi}{\lambda_i} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right) \right).$$

Для короткоживущих осколков деления, среднее время жизни которых существенно меньше кампании топлива в реакторе, можно считать, что они практически мгновенно превращаются в последующий нуклид, а сама концентрация осколка достигает равновесного значения $\rho_i^* = \frac{\omega_i \Sigma_f \Phi}{\lambda_i}$, величина которого прямо пропорциональна энергонапряженности топлива $\Sigma_f \Phi$.

Если же осколок деления оказывается стабильным, то его концентрация удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \omega_i \Sigma_f \Phi - \bar{\sigma}_a^{(i)} \Phi \rho_i$$

и возрастает со временем также по экспоненциальному закону

$$\rho_i(t) = \frac{\omega_i \Sigma_f}{\bar{\sigma}_a^{(i)}} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right) \right), \text{ стремясь к своему равновесному}$$

значению $\rho_i^* = \frac{\omega_i \Sigma_f}{\bar{\sigma}_a^{(i)}}$. При большом сечении поглощения осколка,

когда среднее время жизни осколка много меньше кампании топлива в реакторе $T_a \ll T$, концентрация осколка достигает своего равновесного значения, а макросечение поглощения нейтронов этим осколком будет постоянным во времени и равным $\Sigma_a^{(i)} = \omega_i \Sigma_f$.

Рассмотрим вопрос о накоплении продуктов деления в реакторе. Баланс ядер i -го продукта деления в топливе описывается следующим уравнением:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \lambda_{(i-1)}\rho_{(i-1)} - \bar{\sigma}_a^{(i)}\Phi\rho_i - \lambda_i\rho_i.$$

В дальнейшем мы будем рассматривать продукты деления с большими периодами полураспада, то есть долгоживущие, и, в частности, стабильные. Поскольку они образовались из короткоживущего осколка, то

$$\lambda_{(i-1)}\rho_{(i-1)}^* = \omega_{(i-1)}\Sigma_f\Phi, \text{ и } \frac{d\rho_i}{dt} = \omega_{(i-1)}\Sigma_f\Phi - \bar{\sigma}_a^{(i)}\Phi\rho_i - \lambda_i\rho_i.$$

Для стабильного продукта деления изменение концентрации во времени имеет следующий вид:

$$\rho_i(t) = \frac{\omega_{(i-1)}\Sigma_f}{\bar{\sigma}_a^{(i)}} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T_a^{(i)}}\right) \right).$$

Если сечение поглощения этого продукта деления мало, то среднее время жизни такого нуклида много больше кампании топлива в реакторе. В этом случае, разлагая экспоненту в ряд до первого члена малости, получим линейное изменение концентрации этого продукта и макросечение поглощения со временем

$$\rho_i(t) = \omega_{(i-1)}\Sigma_f\Phi t, \quad \Sigma_a^{(i)} = \bar{\sigma}_a^{(i)}\omega_{(i-1)}\Sigma_f\Phi t.$$

Для тех продуктов деления, у которых сечение поглощения нейтронов в спектре реактора велико, их концентрация за малый промежуток времени достигает своего равновесного значения, а макросечение поглощения остается постоянным во времени:

$$\rho_i^* = \frac{\omega_{(i-1)}\Sigma_f}{\bar{\sigma}_a^{(i)}}, \quad \Sigma_a^{(i)} = \omega_{(i-1)}\Sigma_f. \text{ Если продукт деления сам является}$$

радиоактивным, (причем период его полураспада сопоставим со временем жизни относительно реакции радиационного захвата $T_i \approx T_a$), то изменение концентрации этого продукта деления будет удовлетворять уравнению

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \omega_{(i-1)}\Sigma_f - \frac{1}{T_a^{(i)}}\Gamma_i - \frac{1}{T_i}\rho_i;$$

$$\rho_i(t) = \frac{\omega_{(i-1)}\Sigma_f\Phi}{\frac{1}{T_i} + \frac{1}{T_a^{(i)}}} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right) \right), \quad \frac{1}{T_i} = \frac{1}{T_i} + \frac{1}{T_a^{(i)}}.$$

При большом периоде полураспада и малом сечении поглощения изменение концентрации такого продукта деления и его макросечение поглощения также будут меняться по линейному закону:

$$\rho_i(t) = \omega_{(i-1)}\Sigma_f\Phi t, \quad \Sigma_a^{(i)} = \bar{\sigma}_a^{(i)}\omega_{(i-1)}\Sigma_f\Phi t.$$

Таким образом, подводя итог, всю совокупность осколков и продуктов деления можно условно разделить на три категории. К первой отнесем те из них, которые имеют малые периоды полураспада и слабо поглощают нейтроны. Концентрации этих нуклидов достаточно быстро достигают равновесного значения, и при этом они практически не поглощают нейтронов. Их мы будем рассматривать как предшественники долгоживущих и стабильных продуктов деления, но в процессе поглощения нейтронов их можно не учитывать. Ко второй группе отнесем те продукты деления, которые имеют большое сечение поглощения. Эти нуклиды также достаточно быстро достигают своих равновесных значений, так что макросечение поглощения этих осколков не зависит от времени. К их числу относятся такие продукты деления, как ^{149}Sm , ^{151}Sm , ^{153}Gd , ^{157}Gd . Третья группа включает долгоживущие и стабильные продукты деления, которые слабо поглощают нейтроны, то есть имеют относительно малое микросечение поглощения нейтронов. Концентрации этих нуклидов в реакторе увеличиваются пропорционально времени работы реактора на мощности. Таким же

образом изменяется и их макросечение поглощения нейтронов. Захватывая нейтроны, эти ядра будут преобразовываться в другие продукты деления, которые также имеют слабое поглощение нейтронов. Главное, что необходимо отметить в данном процессе, продукты деления не исчезают, а превращаются в другие продукты деления, так что их полное количество будет возрастать в процессе выгорания ядерного топлива. Таких продуктов деления насчитывается больше сотни. Особо необходимо выделить нуклид ^{135}Xe , который хотя и имеет малый период полураспада, но обладает аномально большим микросечением поглощения нейтронов. Концентрация этого продукта деления в течение нескольких суток достигает равновесного значения и в дальнейшем, при работе реактора на постоянной мощности, не меняется.

Итак, мы показали, что короткоживущие осколки деления не чувствуют в процессе захвата нейтронов. Основную роль в поглощении нейтронов играют те продукты деления, которые являются стабильными и имеют большие микросечения поглощения, либо продукты деления с малыми сечениями поглощения и большими периодами полураспада. Полное макросечение поглощения стабильных продуктов деления с большими сечениями радиационного захвата, как было показано, не зависит от времени. Для остальных продуктов деления макросечение поглощения линейно изменяется со временем.

Чтобы упрощенно учесть влияние столь большого числа продуктов деления на реактивность реактора, широко используется **модель эффективного осколка деления**, суть которой заключается в том, что осколки в процессе захвата нейтронов или радиоактивного распада не исчезают. Тогда их совокупное воздействие можно описать одним «эффективным» осколком, концентрация которого возрастает в результате реакции деления, то есть при работе реактора на мощности. При этом даже если этот осколок поглощает нейтроны, то он сам не исчезает. Его микросечение поглощения находится из условия, при котором суммарное поглощение всех этих продуктов деления было таким же, как и у этого «эффективного» осколка:

$$\frac{d\rho_{eff}}{dt} = \Sigma_f \Phi, \quad \Sigma_{eff} = \bar{\sigma}_{eff} \rho_{eff} = \sum_i \bar{\sigma}_a^{(i)} \rho_i,$$

где суммирование ведется по продуктам деления, имеющим большой период полураспада и малое сечение радиационного захвата нейтронов. В результате суммарное поглощение нейтронов продуктами деления можно представить в виде суммы трех слагаемых: $\Sigma_{оск} = \Sigma_a^{(Xe)} + \Sigma_a^{(*)} + \Sigma_{eff}$, где первое слагаемое относится к поглощению нейтронов ^{135}Xe , второе отвечает за те продукты деления, которые имеют большое сечение радиационного захвата нейтронов, а последнее слагаемое – поглощение эффективным осколком деления. В принципе сечение поглощения эффективным осколком зависит от делящегося нуклида и представляется в виде

$$\bar{\sigma}_{eff} = \bar{\sigma}_{a,eff} + \gamma I_{a,eff}.$$

Здесь $\bar{\sigma}_{a,eff}$ представляет микросечение, усредненное по области теплового спектра нейтронов, причем предполагается, что сечение «эффективного» осколка деления в тепловой области спектра изменяется по закону $\sigma_{a,eff}(E) = \sigma_{a,eff}(E_0) \sqrt{\frac{E_0}{E}}$, $E_0 = 0,0253$ эВ, $I_{a,eff}$ – эффективный резонансный интеграл, γ – жесткость спектра нейтронов в реакторе.

Путем подгонки наилучшими параметрами получается, что для каждого делящегося нуклида эти величины будут своими, но их изменение от нуклида к нуклиду происходит в интервале $\sigma_{a,eff}(E_0) \approx 40 \div 50$ барн, $I_{a,eff} \approx 200 \div 300$ барн. Погрешность такого представления составляет порядка 10,0–15,0 % величины полного захвата, т.е. ~10 % или ~1 % полного макросечения захвата.

Для более точного учета влияния продуктов деления на реактивность реактора используется модель «эффективного осколка» с предшественником. Концентрации «эффективного осколка» ρ_{eff} и его предшественника ρ_0 определяются из системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{d\rho_0}{dt} = \omega_0 \Sigma_f \Phi - \lambda_0 \rho_0; \\ \frac{d\rho_{eff}}{dt} = \lambda_0 \rho_0 - \bar{\sigma}_{a,eff} \Phi \rho_{eff}, \end{cases}$$

решение которой в предположении постоянства сечений и потока нейтронов имеет вид

$$\frac{\Sigma_a^{FP}(t)}{\Sigma_f(t)} = \omega_0 \left[1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_0 - \bar{\sigma}_{a,eff} \Phi} e^{-\bar{\sigma}_{a,eff} \Phi \cdot t} + \frac{\bar{\sigma}_{a,eff} \Phi}{\lambda_0 - \sigma_{a,eff} \Phi} e^{-\lambda_0 \cdot t} \right].$$

Параметры этой модели: (а именно полный выход ω_0 , микросечение поглощения $\sigma_{eff}(E_0)$ при энергии E_0 и период полураспада предшественника $T_{1/2} = \ln 2 / \lambda_0$) зависят как от делящегося нуклида, так и уровня потока нейтронов. Предложенная модель эффективного осколка справедлива для реакторов с мягким спектром (жесткость спектра не более 0.3).

В тех случаях, когда точность аппроксимации одним эффективным осколком недостаточна, надо выделить группу слабопоглощающих нуклидов, аппроксимировать их эффективным осколком, а остальные рассматривать индивидуально, формируя отдельное уравнение для каждого из них.

Для реакторов с жестким спектром (на быстрых нейтронах) осколки деления оказывают слабое влияние на реактивность, поскольку их сечения в области высоких энергий чрезвычайно малы и резонансные эффекты практически отсутствуют. Для быстрых реакторов изменение реактивности с выгоранием определяется, в первую очередь, изменением концентрации делящихся изотопов. При этом сечения делящихся нуклидов тоже невысоки по сравнению со средними по тепловому спектру, что требует более высокого обогащения топлива для поддержания критичности. Поэтому, к примеру, начальная загрузка уранового топлива для быстрого реактора имеет в среднем начальное обогащение в 5–7 раз больше, чем для теплового реактора.

4.4. Изменение реактивности с выгоранием

При изменении нуклидного состава топлива необходимо учитывать следующие основные процессы:

выгорание основного делящегося нуклида (как правило, это ^{235}U);

накопление продуктов деления;
наработка вторичного ядерного горючего (например, ^{239}Pu и ^{241}Pu).

Первые два фактора способствуют снижению размножающих свойств среды, а последний, наоборот, будет вызывать рост коэффициента размножения. Суммарный эффект в реакторах на тепловых нейтронах снижает коэффициента размножения, а накопление вторичного горючего лишь уменьшает скорость снижения коэффициента размножения. Кроме того, как было показано ранее, основная доля нарабатываемого вторичного горючего участвует в процессе деления, а также за счет реакции радиационного захвата происходит накопление четных изотопов, которые являются довольно сильными поглотителями нейтронов (например, ^{240}Pu).

Согласно формуле четырех сомножителей $K_{\infty} = v_{eff} \mu \phi \theta$ наибольшее влияние изменения нуклидного состава топлива оказывает на величины v_{eff} и θ . Два других сомножителя: μ и ϕ определяются в основном концентрацией ^{238}U , которая, как было показано, практически не меняется в процессе выгорания топлива. Наибольшему изменению подвержена величина v_{eff} , поскольку она напрямую зависит от концентрации делящегося нуклида.

При условии постоянства мощности реактора изменение концентрации ^{235}U происходит по линейному закону. Учитывая, что при выгорании ^{235}U образуются осколки и продукты деления, а также в результате поглощения нейтронов на изотопе ^{238}U накапливаются плутониевые изотопы с большими сечениями поглощения нейтронов, суммарное макросечение поглощения Σ_a меняется существенно меньше, чем величина $v_f \Sigma_f$. Поэтому коэффициент размножения ТВС в процессе работы реактора меняется со временем по линейному закону. По мере выгорания топлива накапливается вторичное горючее ^{239}Pu , но его концентрация в топливе достигает равновесной концентрации, которая существенно ниже концентрации ^{235}U в свежем топливе. Поэтому накопление плутониевых изотопов может только снизить скорость спада величины v_{eff} в реакторах на тепловых нейтронах. Заметим, однако, что в реакторах на быстрых нейтронах эффект накопления вторичного

горючего может приводить к небольшому возрастанию коэффициента размножения.

Учитывая, что концентрации нуклидов в процессе выгорания топлива зависят от интегральной величины, называемой флюенсом нейтронов, изменение коэффициента размножения в процессе выгорания топлива можно также представить в виде функции от флюенса нейтронов $K_{\infty} = K_{\infty}(F)$ (рис. 4.4). На практике чаще используют в качестве переменной величину концентрации осколков деления $K_{\infty} = K_{\infty}(\rho_{\text{пл}})$, поскольку в процессе деления нейтронов их концентрация растет пропорционально выделенной энергии в активной зоне. Как правило, если основной вклад в коэффициент размножения вносит делящийся изотоп урана ^{235}U , концентрация которого в процессе выгорания изменяется по линейному закону в функции времени, то для слабо обогащенного топлива реакторов на тепловых нейтронах характерная зависимость коэффициента размножения от флюенса представляет собой функцию, близкую к линейной:

$$K_{\infty}(F) = 1 + \Delta - \alpha F,$$

где $1 + \Delta = K_{\infty}(F = 0)$ – начальное значение коэффициента размножения, то есть коэффициент размножения свежего топлива, а величина α определяет темп спада коэффициента размножения.

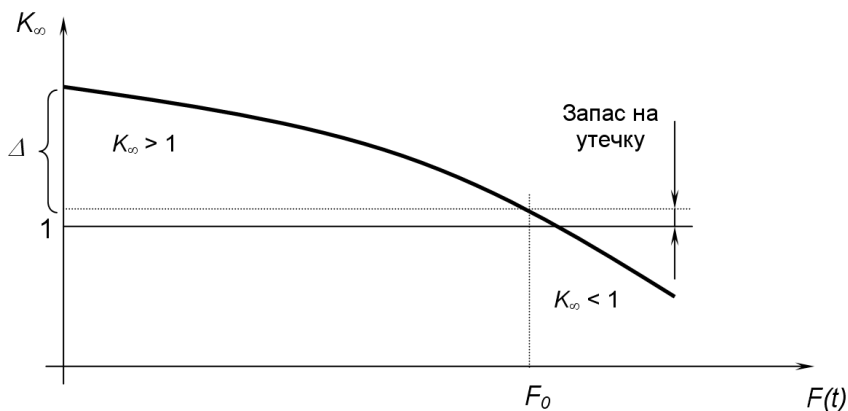


Рис. 4.4. Изменение коэффициента размножения топлива при выгорании

4.5. Выгорание топлива. Связь выгорания с обогащением топлива

Эффективность использования топлива в ядерных реакторах характеризуется величиной, называемой выгоранием. Для его оценки используют как физические величины, так и экономические показатели. В качестве физических величин применяется доля «сгоревших» ядер основного делящегося нуклида. Например, если говорят, выгорание уранового топлива составляет 45 %, это означает, что в выгруженном из реактора топливе осталось всего 55 % ^{235}U . Такую характеристику выгорания топлива удобно использовать для урана высокого обогащения. В реакторах с топливом на основе низкообогащенного урана заметная доля делений осуществляется на плутонии, который накапливается в процессе работы реактора на мощности. В этом случае необходимо учитывать и выгорание ^{238}U , поэтому вводится интегральная величина, доля сгоревших тяжелых ядер (FIMA). В принципе, определение доли сгоревших тяжелых ядер можно осуществить либо расчетным путем, либо экспериментальным, что потребует разрушения твэла и проведения изотопного анализа.

С энергетической точки зрения выгорание топлива можно характеризовать количеством осколков деления на килограмм топлива. В экономическом анализе используется величина удельной энерговыработки, близкая по смыслу теплотворной способности топлива и определяемая как количество энергии, выделившийся в ТВС или твэле на единицу массы тяжелых изотопов, то есть МВт·сут/т.т.

Величина выгорания выгружаемого топлива главным образом зависит от начального обогащения топлива. Найдем связь между обогащением топлива подпитки и выгоранием выгружаемого топлива. Предположим, что мы задались величиной удельной энерговыработки топлива и хотим знать, какое обогащение топлива позволит нам достичь этого выгорания. Для длительной работы реактора на заданном уровне мощности необходимо иметь определенный запас ядер делящегося нуклида сверх критической концентрации. Таким образом, начальное обогащение топлива можно представить в виде суммы двух слагаемых

$$X = X_{crit} + \Delta X_{BURN},$$

где X_{crit} – обогащение топлива, нужное для поддержания критичности реактора в течение всего времени его работы на мощности, а ΔX_{BURN} – дополнительное обогащение топлива, необходимое для выработки энергии на весь промежуток времени.

Оценим это дополнительное обогащение. Пусть тепловая мощность активной зоны равна W_{th} . Если нам надо обеспечить работу реактора на мощности в течение промежутка T , то за этот промежуток времени будет выработано $Q_{th} = W_{th} \cdot T$. В расчете на единицу объема активной зоны эта величина будет равна

$$\bar{Q} = \frac{Q}{V_{core}} = \frac{W}{V_{core}} \cdot T = q_V \cdot T,$$

где q_V – удельная энергонапряженность активной зоны. Для этого необходимо, чтобы в единице объема активной зоны произошло n_f актов деления, равное

$$n_f = \frac{q_V \cdot T}{E_f},$$

где E_f – энергия, выделяющаяся в одном акте деления. Учитывая тот факт, что на каждый акт деления происходит определенная доля процессов радиационного захвата на делящихся ядрах с образованием четных изотопов, получим общее количество требуемых ядер делящегося нуклида ^{235}U , равное

$$n_a = n_f + \alpha_f \cdot n_f = (1 + \alpha_f) \cdot n_f,$$

где $\alpha_f = \frac{\sigma_\gamma}{\sigma_f}$. Именно столько ядер горючего, без учета наработки

вторичного ядерного топлива, необходимо иметь в активной зоне реактора, чтобы произвести заданное количество тепловой энергии.

Если полное количество ядерного топлива, загружаемого в активную зону обозначить через M , то в единицу объема его будет загружено

$$\gamma_V = \frac{M}{V_{core}}.$$

Тогда ядерная концентрация топлива в активной зоне будет равна

$$\rho_f = \frac{\gamma_V}{m_f} \quad \text{где } m_f \text{ – масса одного атома топлива;}$$

$$m_f = \frac{A_f}{N_A}, \quad \text{и } \rho_f = \frac{\gamma_V \cdot N_A}{A_f} \dots$$

В результате требуемое обогащение топлива

$$\begin{aligned} \Delta X_{BURN} &= \frac{n_a}{\rho_f} = \frac{(1 + \alpha_f) \cdot q_V \cdot T \cdot A_f}{E_f \cdot \gamma_f \cdot N_A} = \frac{(1 + \alpha_f) \cdot W \cdot T \cdot A_f}{E_f \cdot M_f \cdot N_A} = \\ &= \frac{(1 + \alpha_f) \cdot A_f}{E_f \cdot N_A} \cdot PT, \end{aligned}$$

где величина PT и есть удельная энерговыработка топлива:

$$PT = \frac{W \cdot T}{M_f}$$

В принципе, за счет деления ядер плутония требуемое обогащение будет меньше и чем больше выгорание топлива, тем большая доля делений осуществляется за счет наработки нового ядерного топлива.

Однако мы не учли, что часть делящегося материала нам необходимо зарезервировать для поддержания критичности реактора. Поэтому полное обогащение топлива для достижения заданной глубины выгорания

$$X = X_{crit} + \Delta X(PT).$$

Заметим, что сама величина X_{crit} вообще говоря также зависит от глубины выгорания топлива, поскольку в процессе выгорания накапливаются осколки деления и паразитные нуклиды (^{236}U , ^{242}Pu), и поэтому X_{crit} растет с повышением величины удельной энерговыработки PT .

Таким образом, повышая начальное обогащение топлива X , мы увеличиваем удельную энерговыработку топлива. Это выгодно до тех пор, пока это приводит к снижению расхода природного урана. Подсчитаем расход природного урана, требуемого на получения заданного количества топлива заданного обогащения X . Пусть нам необходимо получить 1 т урана с обогащением X , а X_e и X_0 – обогащение природного и отвального урана соответственно. В процессе обогащения выполняется следующий баланс ядер ^{238}U и ^{235}U :

$$X_E \cdot M_E = 1m \cdot X + (M_E - 1m) \cdot X_0;$$

$$M_E = 1m \cdot \frac{X - X_0}{X_E - X_0};$$

а величина $\frac{X - X_0}{X_E - X_0}$ носит название коэффициента увеличения.

Глава 5 ПЕРЕГРУЗКИ ТОПЛИВА В ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ

5.1. Физические основы повышения глубины выгорания, эффективность перегрузок топлива

Как уже говорилось, одна из основных характеристик эффективности использования топлива в реакторе – выгорание топлива. Самый простой путь увеличения выгорания топлива состоит в повышении его начального обогащения. Однако с повышением выгорания в топливе растет концентрация продуктов деления и тяжелых ядер, образующихся в результате реакции радиационного захвата. Это приводит к тому, что зависимость выгорания от начального обогащения топлива носит нелинейный характер. Одновременно с повышением обогащения увеличивается начальное значение коэффициента размножения, что требует увеличения количества дополнительных поглотителей для компенсации избыточной реактивности. Если также принять во внимание стоимость процесса обогащения топлива, то можно ожидать, что повышение выгорания за счет повышения начального обогащения топлива не всегда эффективно.

Другой способ повышения выгорания топлива – применение перегрузок в ядерных реакторах. Основная идея осуществления перегрузок базируется на том, чтобы в качестве поглотителя для компенсации избыточной реактивности использовать частично выгоревшее топливо с $K_{\infty} < K_{\infty}^{(CRIT)}$. Выгоревшее топливо в качестве полезного продукта производит энергию за счет деления невыгоревших ядер, тем самым повышая его выгорание. Одновременно с этим выгоревшее топливо служит поглотителем нейтронов для свежего топлива и таким образом компенсирует избыточную реактивность.

Для описания эффективности использования частичных перегрузок топлива рассмотрим следующую модель. Рассматривается бесконечная размножающая среда, в которой зависимость коэффициента размножения от флюенса носит линейный характер: $K_{\infty}(F) = 1 + \Delta - \alpha F(t)$. Здесь Δ – запас реактивности на выгора-

ние, $F(t)$ – флюенс нейтронов, равный нулю в начальный момент и F_0 при его выгрузке из активной зоны. Всю топливную загрузку можно разбить на n совокупностей равного одинакового объема, отличающихся временем пребывания в активной зоне. При этом при каждой перегрузке заменяется только $1/n$ часть всей топливной загрузки, которая является наиболее выгоревшей. За каждый из n интервалов кампании реактора каждый тип топлива будет приобретать некоторый дополнительный флюенс $F_n = \frac{F_0}{n}$.

Соответственно в активной зоне будут присутствовать совокупности топлива, отличающиеся коэффициентами размножения в зависимости от полученного интегрального флюенса:

$$\begin{aligned}
 K_{\infty}(0) &= 1 + \Delta; \\
 K_{\infty}(F_n) &= 1 + \Delta - \alpha \frac{F_0}{n}; \\
 K_{\infty}(2F_n) &= 1 + \Delta - 2\alpha \frac{F_0}{n}; \\
 &\dots \\
 K_{\infty}(nF_n) &= 1 + \Delta - \alpha F_0.
 \end{aligned}$$

Если полная кампания топлива в активной зоне составляет T_0 , то длительность одной кампании реактора, которая равна интервалу времени между двумя последовательными перегрузками, будет равна $T_n = T_0/n$. Приняв, что все совокупности топлива размещены в активной зоне равномерно по объему, можно вычислить коэффициент размножения всего топлива в целом \bar{K}_{∞} на момент завершения кампании реактора, принимая его равным среднему арифметическому по всей совокупности:

$$\begin{aligned} \overline{K}_\infty(T_n) = 1 &= \frac{\sum_{i=1}^n K_\infty(iF_n)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(1 + \Delta - \alpha i \frac{F_0}{n}\right)}{n} = \\ &= \frac{n(1 + \Delta) - \frac{\alpha F_0}{n} \cdot \frac{n(n+1)}{2}}{n} = 1 + \Delta - \alpha F_0 \frac{n+1}{2n}. \end{aligned}$$

В результате получаем, что при n -кратной перегрузке конечный флюенс нейтронов выгружаемого топлива описывается выражением

$$F_0 \rightarrow F_0^n = 2 \frac{\Delta}{\alpha} \cdot \frac{n}{n+1}. \quad (5.1.1)$$

Анализ формулы (5.1.1) приводит к следующим результатам. В наиболее простом случае, когда реактор работает с однократной перегрузкой (перегружается вся активная зона), $n=1$ и $F_0^{(1)} = \frac{\Delta}{\alpha}$.

Но уже при двукратных перегрузках $F_0^{(2)} = \frac{4\Delta}{3\alpha} = \frac{4}{3} F_0^{(1)}$, то есть выгорание топлива повышается на треть. Далее, при трехкратных перегрузках $F_0^{(3)} = \frac{3\Delta}{2\alpha} = \frac{3}{2} F_0^{(1)}$, то есть трехкратная схема перегрузок позволяет повысить выгорание выгружаемого топлива в 1.5 раза. В пределе, при $n \rightarrow \infty$, получаем $F_0^{(\infty)} = 2F_0^{(1)}$, то есть повышение глубины выгорания в два раза.

Вычислим коэффициент размножения всей активной зоны \overline{K}_∞ на момент начала кампании реактора после перегрузки, который определяет избыточный запас реактивности на одну кампанию:

$$\begin{aligned}
\bar{K}_\infty(0) &= \frac{\sum_{i=0}^{n-1} K_\infty(iF_n)}{n} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} \left(1 + \Delta - \alpha i \frac{F_0}{n}\right)}{n} = \\
&= \frac{n(1 + \Delta) - \frac{\alpha F_0}{n} \cdot \frac{n(n-1)}{2}}{n} = 1 + \Delta - \frac{\alpha}{n} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot 2 \frac{\Delta}{\alpha} \cdot \frac{n}{n+1} = \\
&= 1 + \Delta \left(1 - \frac{n-1}{n+1}\right) = 1 + \Delta \frac{2}{n+1}.
\end{aligned}$$

В результате получаем, что начальный запас реактивности при n -кратной перегрузке топлива снижается обратно пропорционально кратности перегрузки:

$$\Delta_n = \bar{K}_\infty(0) - 1 = \Delta \frac{2}{n+1} \quad (5.1.2)$$

Уже при двукратной перегрузке топлива начальный запас реактивности снижается на треть: $\Delta_1 = \Delta$, $\Delta_2 = \frac{2}{3} \Delta$. Соответственно при трехкратной схеме перегрузок снижение запаса реактивности в два раза $\Delta_3 = \frac{1}{2} \Delta$, а при $n \rightarrow \infty$ реактор вообще будет работать при нулевом запасе реактивности. Такой режим работы называется непрерывной перегрузкой топлива, при которой в любой момент времени осуществляется замена полностью выгоревшего топлива на свежее малыми порциями.

Снижение начального запаса реактивности при работе реактора с перегрузками поясняет возможность повышения глубины выгорания за счет перегрузок: при меньшем запасе реактивности требуется меньшее количество дополнительных поглотителей для ее компенсации и, соответственно, снижается неэффективное поглощение нейтронов. Так, например, результаты рассматриваемой модели показывают: уже при трехкратной схеме перегрузок выгорание увеличивается в 1,5 раза по сравнению с однократной схемой именно за счет снижения запаса реактивности вдвое. Изменение коэффициента размножения реактора при трехкратных перегрузках по сравнению с однократной схемой показано на рис. 5.1.

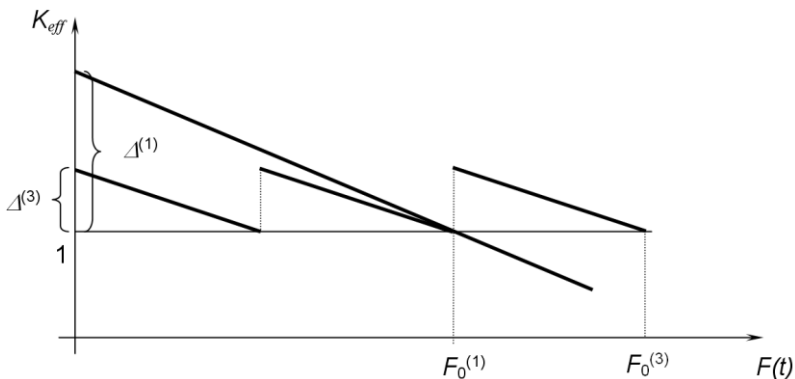


Рис. 5.1. Изменение коэффициента размножения реактора при трехкратных перегрузках по сравнению с однократной схемой

Следует также отметить, что при помощи перегрузок топлива можно влиять на некоторые нейтронно-физические характеристики реактора. В основном это относится к пространственным эффектам. Путем перегрузок топлива можно снижать неравномерность поля энерговыделения реактора или профилировать его таким образом, чтобы получить максимальную глубину выгорания.

Компенсация избыточной реактивности. Для работы ядерного реактора в течение длительного промежутка времени необходимо создать запас реактивности и систему его компенсации. Наиболее простым способом компенсации реактивности является размещение в активной зоне реактора поглотителя нейтронов, в роли которого, например, могут выступать поглощающие стержни или жидкий поглотитель, добавляемый в теплоноситель (борная кислота в реакторах типа ВВЭР). Содержание поглотителя в начальный момент работы реактора максимально, затем, в процессе выгорания, по мере снижения коэффициента размножения, поглотитель выводится, освобождая некоторый запас реактивности. Коэффициент размножения реактора повышается и становится выше критического значения. Таким образом, подобная система компенсации избыточной реактивности позволяет поддерживать $K_{eff} = 1$ в течение всего времени работы реактора.

Выбор поглотителя и его размещение в активной зоне влияет на нейтронно-физические характеристики реактора. Во-первых, поглотитель можно разместить отдельно от топлива, в специальных стержнях. При небольшой концентрации поглотителя в стержне его концентрация со временем будет уменьшаться за счет поглощения нейтронов, и высвободить положительную реактивность для дальнейшей работы реактора. Во-вторых, поглотитель размещают и в самих твэлах, так, что в начале кампании поглотитель существенно снижает поток нейтронов в твэле, блокируя захват нейтронов в топливе. В результате снижается не только коэффициент размножения, но и энерговыделения с твэла с поглотителем. По мере выгорания поглотителя топливо разблокируется и при этом высвобождается положительная реактивность и увеличивается энерговыделения в твэле. Количество поглотителя в твэле влияет на изменение коэффициента размножения ТВС с твэлами в функции флюенса нейтронов $K_{\infty}(F)$. Если поглотитель имеет очень большое сечение поглощения нейтронов по сравнению с поглощением в топливе, то его размещают в небольшом числе твэлов и такой поглотитель называется обгорающим. Выгорание такого поглотителя происходит от внешних слоев твэла к внутренним, постепенно, поглотитель как бы «обгорает» снаружи. Слабо поглощающий поглотитель возможно размещать во всех твэлах ТВС, либо в их значительной части. Такой поглотитель называется выгорающим и по мере его выгорания вместе с топливом коэффициент размножения ТВС даже может возрастать.

В качестве материала для выгорающих поглотителей используются в основном природный бор, эрбий и гадолиний. Сечение поглощения эрбия в тепловой области энергий нейтронов имеет приблизительно тот же порядок, что и сечение поглощения ^{235}U . Гадолиний – более жесткий поглотитель с сечением примерно в 1000 раз выше сечения поглощения ^{235}U . Бор занимает промежуточное положение среди этих поглотителей.

Главный недостаток компенсации избыточной реактивности путем размещения в активной зоне различного рода поглотителей – неэффективное использование нейтронов. Поглощение нейтронов в системе компенсации препятствует их полезному использованию

как для реакции деления ядер топлива, чтобы продлить кампанию реактора и получить максимальную глубину выгорания, так и для наработки нового топлива за счет резонансного поглощения нейтронов ядрами ^{238}U . Один из способов снижения количества дополнительных поглотителей в реакторе – регулирование запаса реактивности за счет изменения соотношения числа ядер замедлителя и топлива в процессе выгорания, что технически можно осуществить путем введения в замедлитель вытеснителей. Такой способ компенсации избыточной реактивности называется спектральным регулированием.

5.2. Частичные перегрузки, схемы «in-out» и «out-in»

Наибольшее распространение в реакторной практике получила схема так называемых частичных перегрузок. Под ней понимается работа реактора при небольшом (как правило, 3–4) количестве перегрузок. Такой подход позволяет повысить глубину выгорания топлива и в то же время не требует слишком частой остановки реактора для его перегрузки. Последний факт является весьма существенным, так как большинство реакторных установок, эксплуатируемых на сегодняшний день в мире, представляют собой реакторы корпусного типа, конструкция которых позволяет проведение перегрузки топлива только при остановленном и расхоложенном реакторе. Проведение большого количества перегрузок в реакторах такого типа привело бы к частым остановкам реактора, большому времени простоя и снижению выработанной энергии за весь период эксплуатации.

Принцип расчета времени кампании реактора при частичных перегрузках таков. Для топлива рассчитывается зависимость коэффициента размножения от времени выгорания $K_{\infty}(t)$, затем задается некоторое время кампании T , рассчитывается коэффициент размножения всего топлива в целом на момент завершения кампании и сопоставляется с величиной $1 + \delta$, где δ – запас реактивности на утечку нейтронов из активной зоны. Поскольку объемы перегружаемого топлива, как правило, совпадают, то в модель, рассмотренную в разделе 5.1, вносятся лишь поправочные коэффици-

енты w_i для учета того факта, что топливо выгорает на том потоке нейтронов, который формируется непосредственно вблизи от него. Общая формула расчета коэффициента размножения всего топлива в целом для n -кратной перегрузки при этом такова:

$$\bar{K}_\infty(T) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_\infty \left(\sum_{j=1}^i w_j T \right),$$

то есть $\bar{K}_\infty(T)$ рассчитывается как среднее между коэффициентами размножения различных составов топлива, отличающихся выгораниями, полученными к концу кампании реактора. Далее, искомая кампания реактора T выбирается из условия критичности $\bar{K}_\infty(T) \approx 1 + \delta$.

По принципу перемещения топлива при перегрузках в схеме частичных перегрузок выделяют перегрузки от центра к периферии (схема «in-out») и перегрузки от периферии к центру (схема «out-in»). При схеме «in-out» свежее топливо загружается в центр активной зоны, и затем, по мере выгорания, перегружается к её границе. Выгрузка топлива производится из периферийной зоны. Соответственно в схеме «out-in» всё происходит наоборот: свежее топливо загружается на периферию, перегружается по направлению к центру и выгружается из центральной зоны.

Каждая из схем «in-out» и «out-in» имеет свои преимущества. Очевидно, что для достижения максимальной глубины выгорания, необходимо помещать свежее топливо в центральную зону, где ценность нейтронов наибольшая. Но при этом самое выгоревшее топливо оказывается на периферии, где наименьшая утечка нейтронов. Вследствие этого возникает высокая неравномерность энерговыделения по активной зоне. Напротив, загрузка свежего топлива на периферию активной зоны способствует выравниванию поля энерговыделения в реакторе, но выгорание топлива в этом случае будет меньше за счет более высокой утечки нейтронов. Качественный вид пространственного распределения потока нейтронов и энерговыделения по активной зоне для схем «in-out» и «out-in» представлен на рис. 5.2.

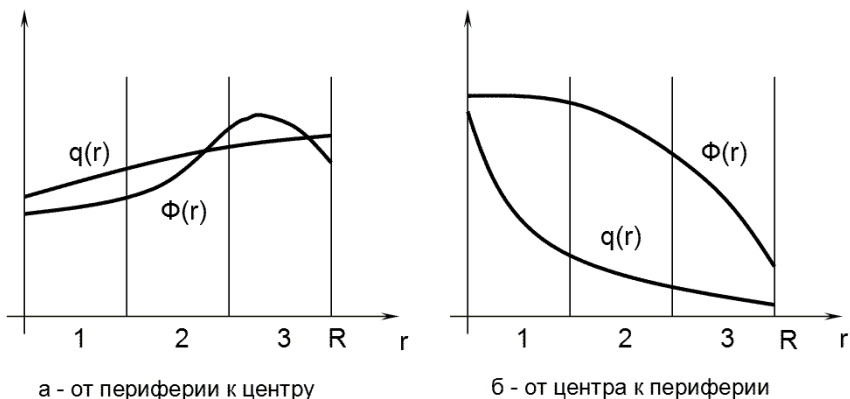


Рис. 5.2. Пространственное распределение потока нейтронов и энерговыделения по активной зоне для схем «in-out» и «out-in»

Следовательно, запас реактивности в зависимости от схемы перестановки топлива может привести либо к повышению выгорания выгружаемого топлива (схема «in-out»), либо к выравниванию поля энерговыделения и снижению коэффициента неравномерности энерговыделения в реакторе (схема «out-in»). Но эти цели оказываются противоречивыми, то есть повышение выгорания топлива сопровождается повышением степени неравномерности энерговыделения, а выравнивание энерговыделения приводит к снижению выгорания топлива.

5.3. Непрерывные перегрузки

Наиболее эффективной схемой перегрузок с точки зрения выгорания топлива являются непрерывные перегрузки ядерного топлива. Фактически эта схема представляет собой непрерывное извлечение выгоревшего топлива и его замену на свежее без останова реактора на перегрузку. Конструктивно подобная схема реализуется несколькими способами. В реакторах РБМК топливо размещается в вертикальных каналах, и перегрузка осуществляется при помощи специальной разгрузочно-загрузочной машины по 1–2 канала в сутки. Реактор типа CANDU представляет собой горизонтально расположенный бак, где тепловыделяющие сборки с определенной периодичностью двигаются по каналам, причем в соседних

каналах организуется встречное движение с целью выравнивания поля энерговыделения. В газографитовых реакторах с микротвэлами, размещенными в графитовых шарах, производится практически непрерывное аксиальное перемещение шаровых твэлов вдоль аксиальной оси активной зоны.

Принцип расчета времени кампании топлива T при непрерывных перегрузках аналогичен расчету кампании при частичных перегрузках, с той лишь разницей, что топливо различного выгорания размещено в активной зоне равномерно и поскольку кратность перегрузок велика, то условие для определения времени пребывания топлива в активной зоне находится из соотношения

$$\bar{K}_{\infty}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T K_{\infty}(t) dt = 1 + \delta,$$

где $K_{\infty}(t)$ – зависимость коэффициента размножения от времени для загружаемого топлива. Таким образом, достигаемое время кампании определяется из условия $\frac{1}{T} \int_0^T K_{\infty}(t) dt = 1 + \delta$.

Непрерывные перегрузки дают широкие возможности по части выравнивания поля энерговыделения в реакторе. Поскольку перемещение топлива происходит непрерывно, то существует возможность создавать пространственные зоны с практически выровненным полем энерговыделения. Так, например, в реакторе РБМК активная зона разделяется на центральную область с выровненным полем энерговыделения (зона «плато») и периферийную область (см. рис. 5.3).

Общее выгорание топлива определяется как среднее между выгоранием в зоне «плато» и выгоранием топлива на периферии активной зоны. Но создание зоны «плато» осуществляется за счет снижения выгорания топлива на периферии активной зоны, и поэтому среднее выгорание топлива будет ниже максимального, достигаемого в зоне «плато». Размер выровненной зоны тем больше, чем меньше выгорание в периферийной зоне. Таким образом, подтверждается тезис о противоречивости требований повышения выгорания и снижения неравномерности энерговыделения.

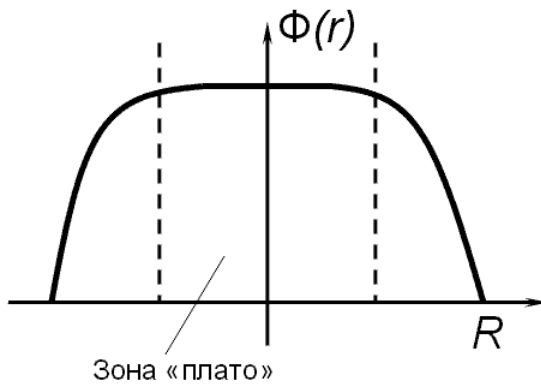


Рис. 5.3. Поле энерговыделения в реакторе РБМК

Таким образом, реактор с непрерывными перегрузками представляет собой весьма интересный объект с точки зрения управления, поскольку постоянно требуется выбирать оптимальный режим между выравниванием поля энерговыделения и выгоранием выгружаемого топлива.

Глава 6 ВОСПРОИЗВОДСТВО ТОПЛИВА В ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ

6.1. Воспроизводство и конверсия ядерного топлива

Как уже упоминалось при рассмотрении процесса выгорания ядерного топлива, при наличии в активной зоне сырьевых нуклидов ^{238}U и ^{232}Th в реакторе возможно накопление новых делящихся изотопов ^{239}Pu и ^{233}U соответственно. Этот факт уникален для ядерного топлива, так как ни один другой энергоноситель при сгорании не может воспроизводиться. Накопление новых делящихся изотопов позволяет, во-первых, создавать в реакторе дополнительный запас реактивности на выгорание, во-вторых, дает возможность повторного использования ядерного топлива после переработки. Таким образом, воспроизводство ядерного топлива – важнейшая составляющая цепного процесса в ядерных реакторах.

Различают два основных типа воспроизводства ядерного топлива: непосредственно воспроизводство и конверсия. Под конверсией понимают топливный цикл, в котором в качестве основного делящегося изотопа используется один нуклид, а накапливается (воспроизводится) другой. Пример топливной загрузки для цикла с конверсией – $^{235}\text{U} + ^{238}\text{U}$ (сгорает ^{235}U , воспроизводится ^{239}Pu). Непосредственно воспроизводство ядерного топлива представляет собой топливный цикл, где в качестве основного делящегося изотопа используется тот же нуклид, что и воспроизводится. В качестве примера топливной загрузки с непосредственным воспроизводством ядерного топлива можно привести МОХ-топливо: $^{239}\text{Pu} + ^{238}\text{U}$ (сгорает ^{239}Pu , воспроизводится ^{239}Pu). Если считать, что топливная загрузка в любом цикле должна состоять из сырьевого нуклида и основного делящегося нуклида, то всевозможные комбинации конверсии и воспроизводства приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

**Конверсия и воспроизводство топлива в ядерных реакторах
при различных загрузках**

Нуклид	^{233}U	^{235}U	^{239}Pu
^{238}U	Конверсия	Конверсия	Воспроизводство
^{232}Th	Воспроизводство	Конверсия	Конверсия

Основная нейтронно-физическая характеристика воспроизводства и конверсии ядерного топлива – коэффициент воспроизводства KB . Иногда также употребляется коэффициент конверсии KK , но ввиду идентичности этих величин будем пользоваться KB . По определению коэффициент воспроизводства в ядерном реакторе есть отношение скорости образования делящихся нуклидов к скорости их сгорания:

$$KB = \frac{\int_V \sum_i \Sigma_c^{(i)}(\vec{r}, t) \Phi(\vec{r}, t) dV}{\int_V \sum_j \Sigma_a^{(j)}(\vec{r}, t) \Phi(\vec{r}, t) dV}$$

где в числителе индекс суммирования i относится ко всем воспроизводящим нуклидам, а индекс суммирования j в знаменателе – к делящимся нуклидам. Для свежего уранового топлива KB представляет собой количество образовавшихся в реакторе новых ядер ^{239}Pu , на одно сгоревшее ядро ^{235}U .

6.2. Балансная формула для коэффициента воспроизводства

Рассмотрим, какие нейтронно-физические параметры влияют на величину коэффициента воспроизводства для топливной загрузки на основе низкообогащенного урана. В этом случае все входящие в состав активной зоны материалы можно разделить на три группы: основной делящийся нуклид, сырьевой нуклид и все остальные

компоненты активной зоны (замедлитель, теплоноситель, конструкционные материалы, осколки и продукты деления).

Баланс нейтронов в таком реакторе будет складываться так. При поглощении одного нейтрона ядром основного делящегося нуклида возникает в среднем ν_{eff} вторичных нейтронов. Каждый вторичный нейтрон деления имеет определенную вероятность вызвать деление сырьевого нуклида в области энергий выше порога деления и дать прирост числа вторичных нейтронов до величины $\nu_{eff} \mu$. Все вторичные нейтроны с энергией ниже порога деления либо заканчивают свой жизненный цикл внутри активной зоны, либо утекают за ее пределы. Причем один нейтрон обязательно идет на поддержание цепного процесса деления, то есть поглощается основным делящимся нуклидом, благодаря чему поддерживается критичность реактора. Часть нейтронов поглощается в конструкционных материалах, теплоносителе, замедлителе, утекает за пределы активной зоны, а все оставшиеся нейтроны поглотит сырьевой нуклид. Именно эти поглощенные сырьевым нуклидом нейтроны приводят к образованию нового делящегося нуклида с коэффициентом воспроизводства KB , численно равным количеству ядер вновь образовавшегося нуклида на одно ядро сгоревшего исходного основного делящегося изотопа. Таким образом, окончательно можно записать баланс нейтронов в виде:

$$\nu_{eff} \mu = 1 + KB + q_{II},$$

где q_{II} – общая доля нейтронов, поглощенных вне топлива и вылетевших за пределы активной зоны на один нейтрон, поглощенный основным делящимся изотопом. Отсюда легко получить балансную формулу для коэффициента воспроизводства KB

$$KB = \nu_{eff} \mu - 1 - q_{II}. \quad (6.2.1)$$

Анализ балансной формулы (6.2.1) показывает, что путь к повышению KB лежит через увеличение величины $\nu_{eff} \mu$ и снижение паразитного захвата нейтронов вне топлива.

Совершенно очевидно, что величина KB будет сильно зависеть от спектра нейтронов в реакторе, поскольку сечения поглощения

большинства конструкционных материалов, а также осколков и продуктов деления, значительно снижаются с ростом энергии нейтронов. Максимальные значения КВ для реакторов с быстрым и тепловым спектром нейтронов отражены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Слагаемые балансной формулы в быстрых и тепловых реакторах

Величина	Уран-плутониевый цикл		Уран-ториевый цикл	
	Быстрый реактор	Тепловой реактор	Быстрый реактор	Тепловой реактор
μ	1,35	1,05	1,1	1,05
ν_{eff}	3,0	2,10	2,4	2,28
q_{II}	0	0,15	0	0,15
КВ	3.05	1,05	1,64	1,24

Отметим, что реальные значения КВ существенно ниже приведенных в таблице. Для быстрых натриевых реакторов $КВ = 1,3$, а для тепловых реакторов $КВ \approx 0,6 \div 0,8$.

6.3. Связь критичности и коэффициента воспроизводства

Рассмотрим выражение для коэффициента воспроизводства с учетом выгорания ядерного топлива. Возьмем в качестве примера уран-плутониевый топливный цикл. Уравнения изменения ядерных концентраций изотопов ^{235}U и ^{239}Pu имеют вид

$$\frac{d\rho_{25}}{dt} = -\bar{\sigma}_a^{25} \Phi \rho_{25};$$

$$\frac{d\rho_{49}}{dt} = \bar{\sigma}_c^{28} \Phi \rho_{28} - \bar{\sigma}_a^{49} \Phi \rho_{49}.$$

В начальный момент времени $\rho_{49}(0) = 0$, и для КВ имеем следующее выражение:

$$KB = \frac{\left| \frac{d\rho_{49}}{dt} \right|}{\left| \frac{d\rho_{25}}{dt} \right|} = \frac{\bar{\sigma}_c^{28} \rho_{28}}{\bar{\sigma}_a^{25} \rho_{25}} = \frac{\bar{\sigma}_c^{28} (1-x)}{\bar{\sigma}_a^{25} x},$$

где x – начальное обогащение топлива. Таким образом, казалось бы возможно достижение любого сколь угодно большого KB при значении начального обогащения топлива $x \rightarrow 0$. Однако, воспроизводство возможно только в работающем реакторе, что требует поддержания его в критическом состоянии и выполнения условия $x \geq x_{\text{крит}}$.

В однокрупном приближении выражение для коэффициента размножения среды, соответствующего критическому состоянию рассматриваемого реактора $K_{\infty}^{\text{крит}}$ можно представить в виде

$$K_{\infty}^{\text{крит}} = \frac{v_{\text{eff}}^{25} \Sigma_f^{25} + v_{\text{eff}}^{28} \Sigma_f^{28}}{\Sigma_a^{25} + \Sigma_a^{28} + \Sigma_a^{\Pi}} = \frac{v_{\text{eff}}^{25} \Sigma_f^{25} \left(1 + \frac{v_{\text{eff}}^{28} \Sigma_f^{28}}{v_{\text{eff}}^{25} \Sigma_f^{25}} \right)}{\Sigma_a^{25} \left(1 + \frac{\Sigma_a^{28}}{\Sigma_a^{25}} + \frac{\Sigma_a^{\Pi}}{\Sigma_a^{25}} \right)} = \frac{v_{\text{eff}}^{25} \mu}{1 + KB + q_{\Pi}},$$

где Σ_a^{Π} – общее макросечение захвата нейтронов нетопливными компонентами. В результате для коэффициента воспроизводства KB получаем следующее выражение:

$$KB = \frac{v_{\text{eff}}^5 \mu}{K_{\infty}^{\text{крит}}} - 1 - q_{\Pi}. \quad (6.3.1)$$

Нетрудно показать, что в случае физически большого реактора, когда $K_{\text{eff}} \approx K_{\infty}^{\text{крит}} = 1$, формула (6.3.1) переходит в полученную ранее балансную формулу (6.2.1).

Формула (6.3.1) показывает существенную зависимость KB от утечки нейтронов. В случае высокой утечки нейтронов величина

$K_{\infty}^{\text{крит}}$, обеспечивающая критичность реактора, оказывается заметно больше 1, что снижает величину КВ. Такая зависимость особенно сказывается в реакторах на быстрых нейтронах.

В реакторах на тепловых нейтронах поглощение нейтронов вне топлива является одним из определяющих факторов КВ. Воспользовавшись формулой четырех сомножителей, можем записать

$$K_{\infty}^{\text{крит}} = v_{\text{eff}} \mu \phi \theta = v_{\text{eff}} \mu \phi \frac{\Sigma_a^{25} + \Sigma_a^{28}}{\Sigma_a^{25} + \Sigma_a^{28} + \Sigma_a^{\text{II}}} \approx \frac{v_{\text{eff}} \mu \phi}{1 + \frac{\Sigma_a^{28}}{\Sigma_a^{25}} + q_{\text{II}}},$$

и в результате $q_{\text{II}} = \frac{v_{\text{eff}} \mu \theta}{K_{\infty}^{\text{крит}}} - 1 - \frac{\Sigma_a^{28}}{\Sigma_a^{25}}$.

Чтобы получить выражение для КВ, подставим q_{II} в формулу (6.3.1)

$$\text{КВ} = v_{\text{eff}} \mu \left(1 - \frac{\phi}{K_{\infty}^{\text{крит}}} \right) + \frac{\Sigma_a^{28}}{\Sigma_a^{25}} = \text{КВ}_{\text{рез}} + \text{КВ}_{\text{тепл}},$$

то есть в тепловом реакторе воспроизводство идет в двух энергетических диапазонах. Составляющая КВ в резонансной области энергий, а именно: $\text{КВ}_{\text{рез}}$, тем больше, чем меньше вероятность избежать резонансного поглощения ϕ , что как раз поясняет взаимосвязь между критичностью и коэффициентом воспроизводства. Следовательно, для повышения КВ необходимо максимально увеличивать поглощение нейтронов ядрами ^{238}U в резонансной области энергий.

6.4. Связь коэффициента воспроизводства с выгоранием топлива

В процессе воспроизводства ядерного топлива часть накапливаемого делящегося нуклида вступает в реакцию деления, что приводит к дополнительному производству энергии. Найдем связь выго-

рания выгружаемого топлива и КВ реактора. Для простоты рассмотрим случай чистого воспроизводства, когда накапливается тот же нуклид, что и выгорает.

Рассмотрим реактор, тепловая мощность которого равна W , а кампания топлива принята равной T . Найдем ту часть начального обогащения топлива Δx , которая сможет обеспечить заданное выгорание выгружаемого топлива с учетом воспроизводства. Общее число актов делений за время кампании реактора, тепловая мощность задана будет равно $N_f = \frac{WT}{E_f}$, где $E_f \approx 200$ МэВ – энергия на

один акт деления. Тогда общее количество израсходованных ядер делящегося нуклида с учетом реакции радиационного захвата будет равно $N_a = \frac{WT}{E_f}(1 + \alpha_f)$, где величина $\alpha_f = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_f}$ определяет до-

лю реакций радиационного захвата на один акт деления. Полное число «сгоревших» ядер представим в виде последовательных поколений. К первому поколению этой совокупности относятся ядра, которые составляли начальную загрузку топлива N_a^0 . При сгорании этой совокупности за счет воспроизводства появляются ядра второго поколения в количестве $N_a^1 = KB \cdot N_a^0$ и т.д. Поэтому общее количество сгоревших ядер для случая, когда $KB < 1$, можно представить в виде

$$N_a = N_a^0 + N_a^0 KB + N_a^0 KB^2 + \dots + N_a^0 KB^n \approx \frac{N_a^0}{1 - KB}.$$

Исходное количество первоначальных ядер делящегося нуклида определяется начальным обогащением топлива. Если нам известна полная масса загружаемого в активную зону топлива M , то масса делящегося нуклида $M_f = \Delta x M$, а исходное количество делящихся

ядер составляет $N_a^0 = \frac{M_f N_A}{A}$. В итоге имеем

$$\frac{WT}{E_f} (1 + \alpha_f) = \frac{M_f N_A}{A(1 - KB)}. \text{ Удельная энергосвязь выгружаемого}$$

топлива $PT = \frac{WT}{M}$, так что окончательное выражение для той части начального обогащения, которая используется на производство энергии, будет иметь следующий вид:

$$\Delta x = \frac{A(1 + \alpha_f)(1 - KB)}{E_f N_A} PT. \quad (6.4.1)$$

Из полученного выражение (6.4.1) следует, что чем выше коэффициент воспроизводства, тем меньший запас по обогащению делящегося нуклида требуется для достижения одного и того же выгорания топлива. Таким образом, можно констатировать: высокое значение KB является фактором продления кампании реактора и увеличения выгорания топлива в реакторе.

Однако полное начальное обогащение топлива включает в себя и составляющую X_{crit} , которая обеспечивает поддержание критичности реактора в течение всей кампании топлива при работе на мощности. Для реакторов на тепловых нейтронах повышение KB связано с увеличением резонансного поглощения нейтронов, то есть с уменьшением соотношения числа ядер замедлителя на одно ядро топлива. Но при этом за счет снижения вероятности избежать резонансного поглощения нейтронов ϕ будет уменьшаться и полная величина коэффициента размножения K_∞ . В результате повышение KB увеличивает величину критического обогащения X_{crit} . Кроме того, с повышением выгорания топлива увеличивается поглощение нейтронов на осколках деления, что также приведет к росту величины X_{crit} .

Таким образом, при заданном начальном обогащении топлива подпитки повышение величины коэффициента воспроизводства будет приводить к увеличению X_{crit} , то есть к снижению той части

обогащения $\Delta X = X - X_{crit}$, которая используется для повышения энерговыработки топлива. Удельная энерговыработка выгружаемого топлива PT , как следует из выражения (6.4.1), определяется величиной $\frac{\Delta X}{(1 - KB)}$, поэтому заранее не очевидно, что повышение

коэффициента воспроизводства обязательно приведет к увеличению удельной энерговыработки топлива.

Для открытого топливного цикла условием оптимальности выбора соотношения числа ядер замедлителя и топлива (то есть шага решетки) является максимум выгорания топлива. Для замкнутого топливного цикла необходимо учитывать, что критическая концентрация делящегося нуклида в результате переработки облученного топлива возвращается в топливный цикл. Поэтому условием оптимальности станет минимум расхода природного урана или минимизация подпитки, если использовать топливо, нарабатываемое в реакторах-размножителях.

6.5. Время удвоения в системе реакторов-размножителей

До сих пор рассматривались реакторы, у которых $KB < 1$. В случае, если реактор обладает $KB > 1$, он не только полностью воспроизводит топливную загрузку для своей работы, но и создает запас ядерного топлива для новых реакторов. Такие реакторы называются размножителями ядерного топлива и обеспечивают расширенное воспроизводство топлива. Эффективность расширенного воспроизводства топлива в системе реакторов-размножителей характеризуется величиной времени удвоения T_2 . Время удвоения определяется тем промежутком времени, которое требуется реактору-размножителю, чтобы наработать избыточное количество ядерного топлива для начальной загрузки нового реактора.

Для оценки времени удвоения рассмотрим реактор на быстрых нейтронах с начальной загрузкой по делящемуся нуклиду в активную зону M_0 , мощностью W и кампанией T . Масса выгоревшего

за кампанию топлива $\Delta M = N_a \frac{A}{N_A} = \frac{WT(1 + \alpha_f)A}{E_f N_A}$, а масса нако-

пившегося нового топлива $\delta M = KB \cdot \Delta M$. Избыточное количество делящегося нуклида, накапливаемое за одну кампанию, равно $\delta M_{\text{изб}} = \delta M - M = (KB - 1)M$. Следовательно, для накопления начальной загрузки нового реактора той же мощности требуется

число кампаний $n = \frac{M_0}{\delta M_{\text{изб}}} = \frac{M_0}{(KB - 1)\Delta M}$. Полный период удвоения

$T_2 = n \cdot T$, так что период удвоения

$$T_2 = \frac{M_0 \cdot T}{(KB - 1)\Delta M} = \frac{M_0 N_A E_f T}{A \cdot (KB - 1)(1 + \alpha_f)WT}.$$

В итоге, период удвоения не зависит от кампании реактора и определяется следующим соотношением:

$$T_2 = \frac{E_f N_A}{A(1 + \alpha_f)} \cdot \frac{M_0/W}{(KB - 1)} \quad (6.5.1)$$

Время удвоения T_2 определяется двумя важными параметрами реактора, а именно: удельной загрузкой реактора M_0/W [кг/МВт] и избыточным коэффициентом воспроизводства $(KB - 1)$. Чем выше KB , тем меньше период удвоения мощностей системы реакторов-размножителей. Кроме того, период удвоения снижается при уменьшении удельной загрузки ядерного топлива в реактор. Оказывается, что при больших временах удвоения реакторы на тепловых нейтронах с небольшим превышением KB над единицей могут конкурировать с реакторами бридерами за счет более низкого значения удельной загрузки топлива.

Если темп роста реакторов-размножителей $T > T_2$, то часть избыточного количества ядерного топлива может быть использовано для подпитки реакторов с $KB < 1$ (например, реакторы на тепловых

нейтронах). Тогда полная система реакторов будет двухкомпонентной. Если темп ввода мощностей реакторов-размножителей примерно совпадает с T_2 , то реакторы на тепловых нейтронах будут работать за счет обогащения природного урана.

Следует, тем не менее, отметить, что выбор топливного цикла в ядерной энергетике определяется не только оптимальным соотношением глубины выгорания и коэффициента воспроизводства. На реализацию той или иной концепции в значительной степени влияет целый ряд параметров, включая развитие технологической базы, ядерное нераспространение, целевое предназначение ядерного реактора и многие другие. Научные исследования, направленные на поиск оптимального использования ядерного топлива и оптимального соотношения быстрых и тепловых реакторов в ядерной энергетике на протяжении всего периода ее развития, имели особую актуальность и продолжают до сих пор.

Глава 7 ОРГАНЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ В ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ

7.1. Основные системы органов управления

Во время работы реактора постоянно возникают многочисленные эффекты, приводящие к изменению его реактивности: выгорание, отравление, изменение температуры и т.п. Кроме того, непосредственно задача управления реактором, то есть пуск, останов, изменение мощности, управление полем энерговыделения требует целенаправленного изменения его реактивности. Таким образом, необходимым элементом ядерного реактора является система управления его реактивностью, позволяющая увеличивать или уменьшать реактивность в определенных пределах, обеспечивая нормальную эксплуатацию реактора.

Основные причины изменения реактивности при эксплуатации реактора:

- изменение нуклидного состава топлива в реакторе в результате выгорания ядерного топлива;

- осуществление перегрузки ядерного топлива;

- временные процессы отравления и зашлаковывания реактора при пуске, останове и изменении мощности реактора;

- температурные и мощностные эффекты реактивности, то есть изменение реактивности при вариациях температуры и плотности различных компонентов активной зоны, связанные с изменением мощности, расхода и температуры теплоносителя.

Способов управления ядерным реактором довольно много. Базовые физические принципы регулирования основаны на том, что ядерный реактор представляет собой систему с обратными связями, где любое воздействие на реактивность может повлечь за собой цепочку эффектов, приводящих, в том числе, к прямо противоположному результату. Средства управления и регулирования каждой установки выбираются из соображений максимально эффективной ее эксплуатации, включая максимальную безопасность при всевозможных авариях.

Так, например, в наиболее распространенном типе энергетических реакторов – водо-водяных реакторах под давлением (ВВЭР) – в качестве одного из основных способов воздействия на реактивность используется борная кислота, добавляемая в теплоноситель. Основная цель такого регулирования – компенсация избыточной реактивности, однако жидкостное регулирование используется и для подавления ксеноновых процессов и изменения мощности реактора.

Большое количество органов управления имеют каналные реакторы. Их конструктивные особенности позволяют широко манипулировать различного рода стержневыми поглотителями. Так, например, в реакторах РБМК часть стержней вводится в активную зону снизу с целью аксиального профилирования энерговыделения. Конструкция кластерного регулирующего органа основана на выдавливании специальной гильзой воды из канала, чем достигается определенный реактивностный эффект, так как вода – поглотитель тепловых нейтронов, а уже внутри этой гильзы перемещается кластер из поглощающих стержней.

В ядерных реакторах транспортного и корабельного типа широкое применение получил принцип саморегулирования установки, заключающийся в воздействии на реактивность путем изменения расхода питательной воды во втором контуре. Сокращение расхода приводит к тому, что в активную зону поступает более горячая вода, за счет эффекта Доплера появляется отрицательная реактивность, а мощность реактора снижается. Увеличение расхода, наоборот, влечет за собой снижение температуры теплоносителя на входе в активную зону, ввод положительной реактивности и повышение мощности. Такой способ управления установкой позволяет достаточно оперативно изменять мощность реактора.

Существует также ряд экзотических способов управления ядерным реактором, основанных на изменении утечки нейтронов из реактора путем перемещения частей отражателя или введении сильно рассеивающих нейтроны стержней. Однако наиболее распространенный способ управления реактивностью – введение или выведение подвижных поглощающих нейтроны твердых стержней различной формы в локальные области внутри активной зоны и отражателя. Основные преимущества стержневого регулирования

заключаются в возможности воздействия на любую область активной зоны и надежности работы. Обычно с целью выравнивания радиального поля энерговыделения стержни объединяются в решетки, и перемещение их в активной зоне осуществляется группами.

7.2. Центральный стержень в одnogрупповом приближении

Для понимания физических закономерностей процесса ввода реактивности за счет размещения в реакторе регулирующего стержня рассмотрим задачу об оценке эффективности одиночного регулятора, расположенного в центре активной зоны. Под эффективностью стержня будем понимать то значение реактивности, которое введено им в активную зону. Для простоты вычислений воспользуемся одnogрупповым приближением. Будем полагать, что поглощающий стержень радиуса a расположен в центре однородного цилиндрического реактора бесконечной высоты.

Предположим, что реактор без стержня находился в критическом состоянии. Действие сильнопоглощающего стержня сводится к пространственному перераспределению потока нейтронов, то есть, к изменению геометрического параметра α_0^2 без изменения материального параметра χ^2 . Считая это изменение слабым воз-

мущением реактивности, можем записать: $\Delta \rho = \frac{\partial \rho}{\partial \alpha_0^2} \Delta \alpha_0^2$. Оценим

производную $\frac{\partial \rho}{\partial \alpha_0^2}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \alpha_0^2} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_0^2} \left(1 - \frac{1}{K_{eff}} \right) = \frac{1}{K_{eff}^2} \frac{\partial K_{eff}}{\partial \alpha_0^2} = \frac{1}{K_{eff}^2} \frac{\partial \frac{K_\infty}{1 + \alpha_0^2 M^2}}{\partial \alpha_0^2} = \\ &= \frac{(1 + \alpha_0^2 M^2)^2}{K_\infty^2} \cdot \frac{K_\infty (-M^2)}{(1 + \alpha_0^2 M^2)^2} = -\frac{M^2}{K_\infty}. \end{aligned}$$

Здесь M^2 – площадь миграции нейтронов. В результате для реактора больших размеров ($K_\infty \approx 1$) получаем оценку изменения реактивности за счет изменения геометрического параметра:

$$\Delta\rho = -M^2\Delta\alpha^2. \quad (7.2.1)$$

Чтобы оценить эффективность стержня, необходимо вычислить поправку, вносимую им в геометрический параметр. Если стержень является «черным» поглотителем нейтронов, то на его эффективной границе a_{eff} поток нейтронов обращается в нуль: $\Phi(a_{eff}) = 0$. В невозмущенном случае (без стержня) геометрический параметр $\alpha_0^2 = \left(\frac{\xi_0}{R}\right)^2$, где $\xi_0 = 2,405$ – первый корень функции Бесселя нулевого индекса, а R – экстраполированная граница реактора. Уравнение диффузии в возмущенном случае (со стержнем) имеет вид

$$\begin{cases} \Delta\Phi(r) + \alpha^2\Phi(r) = 0; \\ \Phi(a_{eff}) = 0; \\ \Phi(R) = 0. \end{cases}$$

Общее решение этой задачи имеет вид $\Phi(r) = AJ_0(\alpha r) + BN_0(\alpha r)$. Подстановка краевых условий позволяет получить соотношение для определения геометрического параметра реактора со стержнем:

$$\frac{J_0(\alpha a_{eff})}{N_0(\alpha a_{eff})} = \frac{J_0(\alpha R)}{N_0(\alpha R)}. \quad (7.2.2)$$

Формула (7.2.2) является трансцендентным уравнением относительно геометрического параметра α . Изменение геометрического параметра за счет внедрения в реактор поглощающего стержня будет равно $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$, а соответствующее значение реактивности будет определяться по формуле (7.2.1).

Для анализа рассмотрим подробнее случай, когда $a \ll R$, то есть, стержень – достаточно тонкий по сравнению с размерами ак-

тивной зоны. Функция Неймана в окрестности нуля имеет аппроксимационную формулу вида $N_0(x \rightarrow 0) = -\frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{2}{\gamma x}\right)$, где γ – некая постоянная. Остальные функции разложим в ряд до первых членов малости:

$$\begin{aligned} J_0(\alpha a_{eff}) &= J_0(0) + J_0'(0) \Delta \alpha a_{eff} \approx 1; \\ J_0(\alpha R) &= J_0(\xi_0) + J_0'(\xi_0) \Delta \alpha R = -J_1(\xi_0) \Delta \alpha R; \\ N_0(\alpha R) &= N_0(\xi_0) + N_0'(\xi_0) \Delta \alpha R \approx N_0(\xi_0). \end{aligned}$$

В результате получим следующее соотношение:

$$\frac{-J_1(\xi_0) \Delta \alpha R}{N_0(\xi_0)} = \frac{1}{-\frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{2}{\gamma \alpha a_{eff}}\right)}.$$

Окончательно для изменения геометрического параметра будем иметь выражение

$$\Delta \alpha = \frac{\pi}{2R} \cdot \frac{N_0(\xi_0)}{J_1(\xi_0)} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{2R}{\gamma \xi_0 a_{eff}}\right)}$$

Переходя при помощи формулы (7.2.1) к оценке реактивности, вносимой поглощающим стержнем, вычислив соотношения между попавшими в выражение численными константами, получим величину введенной стержнем реактивности:

$$\Delta \rho = -7.55 \frac{M^2}{R^2} \cdot \frac{1}{0.116 + \ln\left(\frac{R}{\xi_0 a_{eff}}\right)}. \quad (7.2.3)$$

Выражение (7.2.3) представляет собой оценку реактивности, вносимой центрально расположенным тонким «черным» стержнем в

большом реакторе. Анализ данного выражения позволяет выделить следующие физические закономерности:

- ✓ чем больше площадь миграции нейтронов, тем выше эффективность стержня, что объясняется большей возможностью нейтронов «почувствовать» внедрение стержня в реактор;
- ✓ по той же причине один и тот же стержень имеет в малом реакторе большую эффективность, нежели в большом;
- ✓ зависимость эффективности регулятора от его размера довольно слабая (логарифмическая), поэтому целесообразнее увеличивать количество органов регулирования, а не их размер.

Заметим, что введение поглощающих стержней в реактор не только увеличивает поглощение нейтронов, но и меняет пространственное распределение поля нейтронов внутри активной зоны реактора. При этом поле нейтронов перераспределяется таким образом, что градиент потока на внешней границе активной зоны возрастает. Этот фактор приводит к увеличению утечки нейтронов из активной зоны и дает определенный вклад в эффективность регулирующих стержней.

Наряду с сильнопоглощающими стержнями, значительно искажающими поток нейтронов, в реакторах применяются более мягкие («серые») поглотители. К ним, к примеру, относятся стержни с выгорающими поглотителями. Задача о нахождении эффективности центрально расположенного «серого» поглотителя ставится аналогичным образом: вне поглотителя пространственное распределение потока нейтронов рассматривается в одностороннем диффузионном приближении в одномерной цилиндрической геометрии. Изменяется лишь граничное условие: поток нейтронов на границе поглотителя определяется из условия непрерывности потока и тока нейтронов на внешней границе стержня и активной зоны, причем математически записывается в виде так называемой «логарифмической производной»

$\frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi}{dr} \Big|_{r=a} = \frac{1}{\gamma}$, где $\gamma \in [0, \infty)$. Условие $\gamma = 0$ со-

ответствует абсолютно поглощающему стержню, а при $\gamma \rightarrow \infty$ имеет место случай чисто рассеивающего стержня. Все промежуточные значения γ как раз соответствуют случаю «серого» поглотителя.

Итак, уравнение диффузии для «серого» стержня будет иметь вид

$$\begin{cases} \Delta\Phi(r) + \alpha^2\Phi(r) = 0; \\ \frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi}{dr} \Big|_{r=a} = \frac{1}{\gamma}; \\ \Phi(R) = 0. \end{cases}$$

Общее решение этого уравнения будет таким же, как и для случая «черного» стержня $\Phi(r) = AJ_0(\alpha r) + BN_0(\alpha r)$. Подставляя это решение в граничное условие получим уравнение для определения геометрического параметра задачи

$$\frac{\alpha\gamma J_1(\alpha a) + J_0(\alpha a)}{\alpha\gamma N_1(\alpha a) + N_0(\alpha a)} = \frac{J_0(\alpha R)}{N_0(\alpha R)}. \quad (7.2.4)$$

Как и для случая с «черным» стержнем это трансцендентное уравнение для нахождения возмущенного значения геометрического параметра. Предполагая $a \ll R$ и $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0 \ll \alpha_0$, разложим функции Бесселя и Неймана в ряд до членов первого порядка малости:

$$\begin{aligned} J_0(\alpha a) &\approx J_0(0) + J_0'(0)\Delta\alpha a \approx 1; \\ J_0(\alpha R) &\approx J_0(\xi_0) + J_0'(\xi_0)\Delta\alpha R \approx -J_1(\xi_0)\Delta\alpha R; \\ N_0(\alpha a) &\approx -\frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{2}{\gamma'\alpha a}\right) \approx -\frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{2}{\gamma'\alpha_0 a}\right); \\ N_0(\alpha R) &\approx N_0(\xi_0) + N_0'(\xi_0)\Delta\alpha R \approx N_0(\xi_0); \\ J_1(\alpha a) &\approx \frac{\alpha a}{2} \approx \frac{\alpha_0 a}{2}; \\ N_1(\alpha a) &\approx -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha a} \approx -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha_0 a}. \end{aligned}$$

Выделяя из этих соотношений члены, содержащие приращение геометрического параметра получим

$$\frac{-J_1(\xi_0)\Delta a}{N_0(\xi_0)} = \frac{1 + \alpha_0^2 \gamma \frac{a}{2}}{-\frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\alpha_0 a}{C}\right) - \frac{2\gamma}{\pi a}}.$$

Слагаемое $\alpha_0^2 \gamma \frac{a}{2} = \frac{\xi_0^2}{2R} \gamma \frac{a}{R} \ll 1$, поскольку $a \ll R$ и этим слагаемым можно пренебречь. В итоге получаем выражение для оценки эффективности «серого» стержня

$$\Delta\rho = -\frac{\pi M^2}{2R} \cdot \frac{N_0(\xi_0)}{J_1(\xi_0)} \cdot \frac{1}{\frac{\gamma}{a} + \ln C + \ln\left(\frac{R}{\xi_0 a}\right)}. \quad (7.2.5)$$

Выражение (7.2.5) похоже на аналогичное выражение для «черного» поглотителя (7.2.3), разница состоит в появлении добавочного члена $\frac{\gamma}{a}$, который связан с изменением граничного условия «серого» стержня. При $\gamma = 0$ выражение (7.2.5) переходит в (7.2.3). Главный же физический вывод очевиден: эффективность «серого» стержня не превышает эффективность «черного»: $0 \leq \Delta\rho_{\text{сер}} \leq \Delta\rho_{\text{черн}}$, что следует из меньшей поглощающей способности нейтронов «серым» стержнем

7.3. Решетка регуляторов

Как правило, при регулировании реактора в активную зону приходится вводить несколько стержней особенно в случае, когда стержневое регулирование используется для компенсации избыточной реактивности. Возникает задача о расчете эффективности системы произвольно расположенных стержней регулирования. Наибольшее практическое значение имеет случай, когда поглощающих стержней много и они образуют самостоятельную решетку.

Рассмотрим именно этот случай, когда для компенсации избыточной реактивности в реакторе применяется решетка стержней.

Это может быть решетка компенсирующих стержней в транспортной установке (атомный ледокол), либо система компенсации избыточной реактивности в реакторе РБМК со стартовой загрузкой, состоящей из свежих ТВС. В последнем случае стержни компенсации избыточной реактивности помещаются в топливные каналы, поэтому желательно расположить эти стержни так, чтобы их число было минимальным. Кроме того, можно использовать стержни и для выравнивания поля энерговыделения в активной зоне.

Рассмотрим задачу оптимального расположения стержней регулирования, а в качестве критерия оптимальности выберем минимум коэффициента неравномерности энерговыделения. Для случая однородной топливной загрузки максимум потока нейтронов и энерговыделения будет достигаться в центральной области активной зоны. Поэтому органы регулирования также необходимо размещать в центральной области.

Итак, рассматривается однородная активная зона радиуса R , в центральной части которой радиуса R_1 размещена решетка регуляторов (рис.7.1). Без решетки регуляторов материальный параметр активной зоны χ_0^2 и реактор надкритичен, то есть

$\chi_0^2 > \alpha_0^2 = \left(\frac{\xi_0}{R}\right)^2$. Наличие решетки стержней в центральной области

изменяет её материальный параметр $\chi_1^2 < \chi_0^2$ и делает реактор критическим.

Поток тепловых нейтронов в активной зоне, состоящей из двух областей с различными материальными параметрами, удовлетворяет системе уравнений

$$\Delta\Phi_1(r) + \chi_1^2\Phi_1(r) = 0 \text{ — для центральной зоны;}$$

$$\Delta\Phi_2(r) + c_0^2\Phi_2(r) = 0 \text{ — для периферийной зоны.}$$

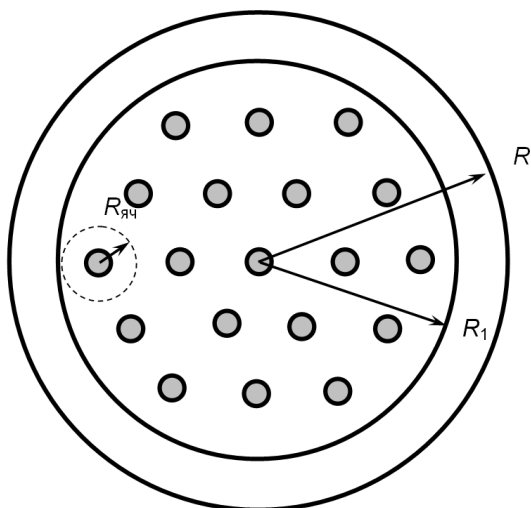


Рис. 7.1. Решетка стержней в реакторе

Для однозначного решения поставленной задачи к этим уравнениям необходимо присоединить условия сшивки потоков и токов нейтронов на границе раздела областей с разными свойствами и нулевое граничное условие для потока нейтронов на внешней границе активной зоны

$$\begin{aligned}\Phi_1(R_1) &= \Phi_2(R_1); \\ D_1 \nabla \Phi_1(R_1) &= D_1 \nabla \Phi_2(R_1); \\ \Phi_2(R) &= 0.\end{aligned}$$

Пренебрегая влиянием органов регулирования на коэффициент диффузии нейтронов $D_1 = D_2$ запишем решение для потоков в рассматриваемых областях активной зоны в виде:

$$\begin{aligned}\Phi_1(r) &= A \cdot J_0(\chi_1 r); \\ \Phi_2(r) &= B \cdot J_0(\chi_0 r) + C \cdot N_0(\chi_0 r).\end{aligned}$$

Используя граничное условие на внешней границе активной зоны, получим соотношение между коэффициентами B и C

$$B \cdot J_0(\chi_0 R) + C \cdot N_0(\chi_0 R) = 0;$$

$$C = -B \frac{J_0(\chi_0 R)}{N_0(\chi_0 R)}.$$

Для создания выровненного поля энерговыделения в однородной среде, необходимо, чтобы поток нейтронов в этой зоне не зависел от координаты, то есть $\Phi_1(r) = const$. В этом случае ток нейтронов на границе раздела будет $D_1 \frac{d\Phi_1}{dr}(R_1) = 0$. Из условия сшивки токов на границе раздела получим условие критичности реактора с выровненной зоной радиуса R_1

$$\chi_0 \left(J_1(\chi_0 \cdot R_1) - \frac{J_0(\chi_0 \cdot R_0)}{N_0(\chi_0 \cdot R_0)} N_1(\chi_0 \cdot R_1) \right) = 0;$$

$$\frac{J_1(\chi_0 \cdot R_1)}{N_1(\chi_0 \cdot R_1)} = \frac{J_0(\chi_0 \cdot R_0)}{N_0(\chi_0 \cdot R_0)}. \quad (7.3.1)$$

Размер R_1 выровненной зоны находится из условия критичности, если известны полный размер активной зоны R и её материальный параметр χ_0 без органов регулирования. Кроме того, для выровненной области активной зоны материальный параметр $\chi_1 = 0$, а коэффициент размножения $K_\infty = 1$. Очевидно, что минимальный радиус выровненной зоны, равный нулю, получается для случая, когда избыточная реактивность отсутствует, то есть $\chi_0^2 = \alpha_0^2 = \left(\frac{\xi_0}{R} \right)^2$. По мере повышения запаса реактивности, компенсируемой органами регулирования, возрастает радиус выровненной зоны.

С физической точки зрения бесцельное поглощение нейтронов в стержнях регулирования снижает воспроизводство ядерного топлива. Поэтому можно сформулировать задачу о том, как распреде-

лить органы регулирования, чтобы суммарное поглощение нейтронов в них было минимальным, то есть минимизировать количество поглотителя в активной зоне, без ущерба для критичности. Оказывается, что задача на минимум поглотителя эквивалентна задаче на минимум коэффициента неравномерности нейтронного поля в активной зоне.

После того, как определен радиус выровненной зоны, требуется определить количество регуляторов, которые необходимо разместить в этой зоне, чтобы обеспечить требуемое значение материального параметра $\chi_1 = 0$. При равномерном размещении органов регулирования в этой зоне они будут образовывать регулярную решетку с некоторым шагом b , который и требуется определить. Структура выровненной зоны представляет собой двойную решетку, первая из которых образована твэлами, а вторая – внедренная в нее решетка регуляторов. С помощью метода эффективной гомогенизации решетка твэлов заменяется гомогенной размножающей средой, материальный параметр которой равен χ_0 , в которой размещена решетка регуляторов. Элементарная ячейка регулятора представляет собой орган регулирования («абсолютно черный» поглотитель), окруженный гомогенной средой.

Эквивалентный радиус элементарной ячейки находится из условия $\pi R_{\text{я}}^2 = b^2$. Число таких ячеек в выровненной зоне

$$N = \frac{\pi R_1^2}{\pi R_{\text{я}}^2} = \frac{R_1^2}{R_{\text{я}}^2}.$$

Осуществляя эффективную гомогенизацию решетки регуляторов, мы должны получить гомогенизованную среду, поток нейтронов в которой $\Phi(r) = \text{const}$, поэтому перетечки нейтронов между ячейками с регуляторами отсутствуют, так что на границе этих ячеек ток нейтронов равен нулю

$$\frac{d\Phi}{dr} \Big|_{r=R_{\text{я}}} = 0.$$

Пусть поглощающий стержень решетки представляет собой «черный» поглотитель, эффективный радиус которого a_{eff} . Это

значит, что на эффективной границе стержня $\Phi(a_{eff})=0$. В результате задача на определение радиуса ячейки регуляторов формулируется следующим образом:

$$\Delta\Phi(r) + \chi_0^2\Phi(r) = 0, \quad r \geq a_{eff};$$

$$\Phi(a_{eff}) = 0;$$

$$\frac{d\Phi}{dr}(r = R_{я}) = 0.$$

Общее решение уравнения имеет вид

$$\Phi(r) = A \cdot J_0(\chi_0 \cdot r) + B \cdot N_0(\chi_0 \cdot r).$$

Из условия для потока на границе ячейки найдем связь между константами

$$A \cdot J_0(\chi_0 \cdot R_{я}) + B \cdot N_0(\chi_0 \cdot R_{я}) = 0;$$

$$B = -A \frac{J_0(\chi_0 \cdot R_{я})}{N_0(\chi_0 \cdot R_{я})}.$$

Из граничного условия на эффективной границе стержня получим уравнение для определения требуемого радиуса эквивалентной ячейки регуляторов

$$J_0(\chi_0 \cdot a_{eff}) - \frac{J_0(\chi_0 \cdot R_{я})}{N_0(\chi_0 \cdot R_{я})} N_0(\chi_0 \cdot a_{eff}) = 0; \tag{7.3.2}$$

$$\frac{J_0(\chi_0 \cdot R_{я})}{N_0(\chi_0 \cdot R_{я})} = \frac{J_0(\chi_0 \cdot a_{eff})}{N_0(\chi_0 \cdot a_{eff})}.$$

Решая это трансцендентное уравнение определим радиус эквивалентной ячейки регуляторов $R_{я}$ и требуемое количество регуляторов

$$N = \frac{R_1^2}{R_{я}^2}.$$

Таким образом, на простейшей модели была показана взаимосвязь геометрических и нейтронно-физических параметров. Общий вывод из проведенного анализа состоит в том, что задача на расчет решетки органов регулирования связывает размножающие свойства среды, поглощающие свойства стержней и необходимые изменения материального параметра и реактивности. Задаваясь одними величинами, можно определить расчетным путем оставшиеся.

7.4. Эффективность эксцентрично расположенного стержня

Рассмотрим, далее, эффективность регулятора, помещенного в произвольную точку активной зоны. Рассмотрим однородную размножающую среду цилиндрической формы бесконечной высоты и радиуса R . В эту активную зону помещается «черный» поглощающий стержень радиуса $a \ll R$, на расстоянии b от оси. Вне поглощающего стержня уравнение диффузии в одногрупповом приближении будет иметь вид:

$$\Delta\Phi(r) + \alpha^2\Phi(r) = 0,$$

где α^2 – геометрический параметр среды при наличии стержня. Основная проблема при решении уравнения диффузии в рассматриваемом случае заключается в отсутствии симметрии потока нейтронов относительно центральной оси. Поэтому приближенное решение уравнения представим в виде двух слагаемых: $\Phi(r, \varphi) = \Phi_0(r) + \Phi_1(\rho)$, где слагаемое $\Phi_0(r) = AJ_0(\alpha r)$ описывает распределение потока нейтронов в реакторе без стержня, а $\Phi_1(\rho) = BN_0(\alpha \rho)$ – провал потока вблизи стержня, причем $\rho = \rho(r, \varphi)$ – радиус вектор точек активной зоны относительно оси погруженного стержня, при этом предполагается, что стержень проваливает поток нейтронов симметрично относительно своей оси. Таким образом, решение уравнения диффузии имеет вид

$$\Phi(r, \varphi) = AJ_0(\alpha r) + BN_0(\alpha \rho)$$

Граничное условие на внешней границе активной зоны имеет наиболее простой вид относительно оси цилиндра $\Phi(r=R)=0$. Если смещение стержня относительно центра мало по сравнению с размером активной зоны $b \ll R$, то для точек на границе активной зоны это смещение не играет большой роли. Поэтому представим второе слагаемое $\Phi_1(\rho) = BN_0(\alpha\rho)$ в виде разложения относительно оси цилиндра, используя теорему сложения Бесселевых функций, причем ограничимся только первым членом:

$$N_0(\alpha\rho) = \sum_{n=0}^{\infty} J_n(\alpha b) N_n(\alpha r) e^{in\varphi} \approx J_0(\alpha b) N_0(\alpha r).$$

Это представление имеет простое физическое объяснение. Действительно, первый множитель $J_0(\alpha b)$ пропорционален потоку нейтронов в точке расположения стержня, но при его отсутствии, то есть, в невозмущенном случае. Второй множитель $N_0(\alpha r)$ описывает провал потока нейтронов стержнем, помещенным в центр активной зоны. Для точек активной зоны, расположенных на ее границе, в первом приближении само местоположение стержня не играет большой роли, тем более что мы учитываем поток в месте размещения стержня в первом множителе. Граничное условие на внешней границе активной зоны примет следующий вид:

$$AJ_0(\alpha R) + BJ_0(\alpha b)N_0(\alpha R) = 0,$$

из которого получим связь коэффициентов разложения

$$B = -A \frac{J_0(\alpha R)}{J_0(\alpha b)N_0(\alpha R)}.$$

Второе граничное условие на поверхности стержня наиболее простой вид имеет относительно оси стержня

$$\Phi(\rho = a_{eff}) = 0.$$

При подстановке в это условие первого слагаемого $\Phi_0(r) = AJ_0(\alpha r)$, необходимо учитывать, что при перемещении точки по эффективной поверхности стержня изменяются как величина радиус-вектора r , так и его угол наклона φ к оси абсцисс. Однако для случая $a_{eff} \ll b$ максимальное значение угла удовлетворяет соотношению $\operatorname{tg}\varphi = \frac{a_{eff}}{b} \ll 1$. Поэтому в граничном условии можно пренебречь угловой зависимостью. Кроме того, радиус вектор изменяется в пределах

$$b - a_{eff} < r < b + a_{eff},$$

так что для всех точек поверхности стержня можно положить $r = b$, $\varphi = 0$ и в результате получим

$$J_0(\alpha b) - \frac{J_0(\alpha R)}{J_0(\alpha b) N_0(\alpha R)} N_0(\alpha a_{eff}) = 0; \quad (7.4.1)$$

$$\frac{J_0(\alpha R)}{N_0(\alpha R)} = \frac{(J_0(\alpha b))^2}{N_0(\alpha a_{eff})}.$$

Уравнение для определения геометрического параметра активной зоны с нецентральным регулятором имеет такой же вид (7.2.2), как и для центрального регулятора. Применяя аналогичные преобразования, получим

$$-R\Delta\alpha = \frac{(J_0(\alpha_0 \cdot b))^2}{0,116 + \ln \frac{R}{\xi_0 \cdot a_{eff}}};$$

$$\Delta\rho(b) = -7,55 \frac{M^2}{R^2} \frac{(J_0(\alpha_0 \cdot b))^2}{0,116 + \ln \frac{R}{\xi_0 \cdot a_{eff}}}. \quad (7.4.2)$$

Условие $b=0$ отвечает случаю центрального регулятора, следовательно (7.4.2) можно представить в виде

$$\Delta\rho(b) = \Delta\rho(0)(J_0(\alpha_0 \cdot b))^2 = \Delta\rho(0) \cdot \Phi^2(b),$$

где $\Phi(b)$ – поток нейтронов вместе расположения регулятора, но в его отсутствии. Полученный результат соответствует выводам теории малых возмущений в одnogрупповом приближении, хотя возмущение потока нейтронов при введении поглотителя нельзя считать малым возмущением.

7.5. Интерференция регуляторов

Рассмотрим важный физический эффект, связанный с взаимным влиянием регуляторов, так называемая интерференция регуляторов. Этот эффект рассмотрим на простом случае двух регулирующих стержней, вводимых в активную зону симметрично относительно оси на одинаковом расстоянии b от неё (рис.7.2). Для описания потока нейтронов в области активной зоны вне регуляторов ограничимся уравнением в одnogрупповым диффузионным приближение

$$\Delta\Phi(r) + \alpha^2\Phi(r) = 0,$$

решение которого будет содержать три слагаемых:

$$\Phi(r) = AJ_0(\alpha r) + B_1N_0(\alpha\rho_1) + B_2N_0(\alpha\rho_2),$$

где два последних члена описывают провал потока нейтронов для каждого из стержней. Действуя аналогично случаю одного эксцентрично расположенного регулятора, описанного в разделе 7.4, разложим функции Неймана в ряд, ограничившись первыми членами разложения:

$$N_0(\alpha\rho_1) \approx J_0(\alpha b)N_0(\alpha r);$$

$$N_0(\alpha\rho_2) \approx J_0(\alpha b)N_0(\alpha r).$$

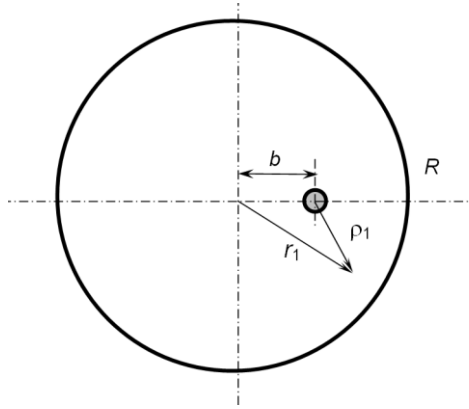


Рис. 7.2. Два симметрично расположенных поглощающих стержня

Постановка граничных условий следующая: условие на границе активной зоны $\Phi(R)=0$, краевые условия на границе каждого из стержней вида $N_0(\alpha a_{eff})=0$. Отметим, что в граничных условиях на поверхности стержней необходимо учитывать наличие второго стержня, которое представим в виде $N_0(2 \cdot \alpha \cdot b)$. После подстановки краевых условий итоговое трансцендентное уравнение для определения геометрического параметра активной зоны с двумя стержнями будет иметь вид

$$\frac{J_0(\alpha R)}{N_0(\alpha R)} = \frac{2J_0^2(\alpha b)}{N_0(\alpha a_{eff}) - N_0(2\alpha b)}. \quad (7.5.1)$$

Разлагая функции, входящие в (7.5.1) до главных членов малости, получим выражение для общей эффективности двух стержней

$$\Delta p = -7.55 \frac{M^2}{R^2} \cdot \frac{2J_0^2(\alpha_0 b)}{0.116 + \ln\left(\frac{R}{\xi_{50} a_{eff}}\right) - N_0(2\alpha_0 b)}. \quad (7.5.2)$$

Главный вклад в суммарную эффективность двух регуляторов вносит функция $N_0(2\alpha_0 b)$. Поскольку эта функция является знакопеременной, то величина внесенная двумя регуляторами отрицательной реактивности функцией расстояния между регуляторами. Рассмотрим величину относительной реактивности двух стержней $\Delta\rho_{1+1}$ по отношению к удвоенной реактивности каждого из них $2 \cdot \Delta\rho_1$, вводимых по одиночке

$$\frac{\Delta\rho_{1+1}}{2\Delta\rho_1} = \frac{0.116 + \ln\left(\frac{R}{\xi_0 a_{eff}}\right)}{0.116 + \ln\left(\frac{R}{\xi_0 a_{eff}}\right) - N_0(2\alpha_0 b)}. \quad (7.5.3)$$

Зависимость относительной реактивности от расстояния между стержнями приведена на рис. 7.3. оказывается, что суммарная реактивность двух стержней в зависимости от расстояния между ними может быть как больше, так и меньше, чем удвоенная реактивность одного стержня. Объяснение этого эффекта, который называется интерференцией регуляторов, заключается в том, что эффективность регулятора пропорциональна квадрату потока нейтронов в том месте, куда он помещается, но до того, как он погрузится в активную зону.

Рассмотрим процесс погружения регулирующих стержней по очереди. После погружения первого стержня распределение потока нейтронов в активной зоне сильно изменится. Если поток нейтронов в точке погружения второго стержня увеличился, то отрицательная реактивность этого стержня будет по величине выше, чем первого и наоборот, при снижении потока нейтронов реактивность стержня снизится. Поскольку оба стержня идентичны, то поменяв последовательность введения стержней в активную зону мы получим тот же самый результат. Таким образом, при одновременном введении двух регуляторов их реактивность определяется тем потоком нейтронов, который формируется под действием другого регулятора.

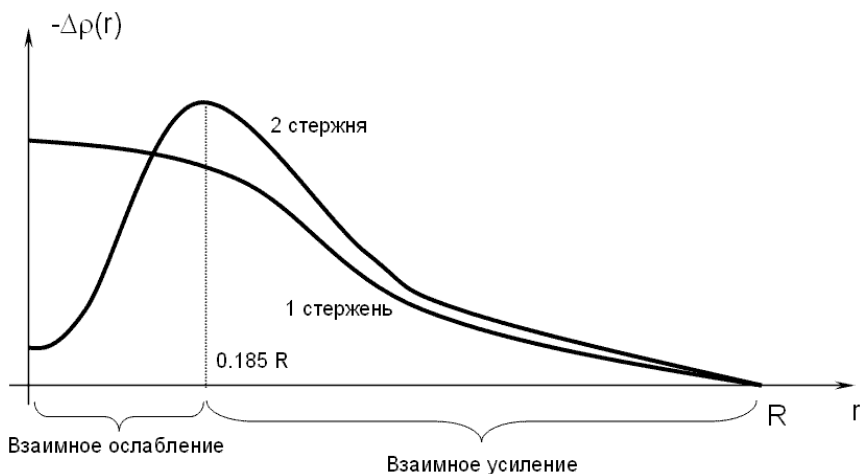


Рис. 7.3. Зависимость введенной стержнями реактивности от точки размещения регулятора

Итак, в активной зоне образуются как области взаимного усиления реактивности двух стержней, так и области взаимного ослабления. Граница между этими зонами проходит через точку, в которой $N_0(2ab) = 0$. Это соответствует расстоянию каждого стержня от оси активной зоны $b = 0.185R$.

Таким образом, на примере упрощенной модели был показан важный эффект, состоящий в интерференции регулирующих органов. Физический смысл эффекта состоит в том, что любое перемещение органов регулирования изменяет пространственное распределение потока нейтронов. Это приводит к существенной зависимости суммарного эффекта воздействия на реактивность для группы регулирующих органов от их местоположения. При проектировании системы управления реактором необходимо учитывать в какую сторону изменится поток нейтронов при внедрении того или иного регулирующего органа, чтобы добиться оптимального расположения регуляторов.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фейнберг С.М., Шихов С.Б., Троянский В.Б. Теория ядерных реакторов. Том I, II. М.: Атомиздат, 1978.
2. Бать Г.А. Основы теории и методов расчета ядерных реакторов. М.: Энергоиздат, 1982.
3. Орлов В.В. Статика однородного реактора. Статика однородного реактора без отражателя. Статика неоднородного реактора. Конспект лекций, М.: МИФИ, 1984,1985.
4. Галанин А.Д. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М.: Энергоатомиздат, 1998.
5. Савандер В.И., Увакин М.А. Физическая теория ядерных реакторов. Ч. I. Однородная размножающая среда и теория гетерогенных структур. М.: Тривант, 2007.

Владимир Игоревич Савандер, Максим Александрович Увакин

ФИЗИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

Часть II

ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ И МЕДЛЕННЫЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Учебное пособие

Редактор Е.Г. Станкевич

Подписано в печать 15.11.2012. Формат 60×84. 1/16

Печ. л. 9,5. Уч.-изд. л. 9,5. Тираж 140 экз.

Изд. № 21/1. Заказ № 6.

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».
115409, Москва, Каширское ш., 31*

*ООО «Полиграфический комплекс «Курчатовский».
144000, Московская область, г. Электросталь, ул. Красная, д. 42*