СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

В.А. Кашурников, А.В. Красавин

Тестовые задания

1. Рассчитать константу электрон фононного взаимодействия из модели желе, полагая матричный элемент равным по величине фурье компоненте кулоновского экранированного потенциала (константа Де Жена). Среднеквадратичное от импульса рассчитать в модели Дебая. Результат выразить аналитически как функцию боровского радиуса, валентности и объема элементарной ячейки, а также численно для сверхпроводника Me (см. таблицу).

1'. Рассчитать энергию куперовской пары при нулевой энергии Ферми. Проанализировать ответ графически, определить область ненулевых решений

2. Рассчитать размер куперовской пары и число пар, содержащееся в объеме, занимаемом одной пары, в сверхпроводнике Me. Плотность куперовских пар получить из теории БКШ. Для численных оценок вместо энергии связи пары использовать значение модуля параметра порядка из соотношения БКШ 2Δ/Tc=3.52.

3*. Найти трансцендентное уравнение для энергии связи куперовской в присутствии внешнего тока. Рассчитать критическиий импульс пар (по отношению к импульсу Ферми) и критическую плотность тока (A/cm^2). Для численных оценок использовать допущения задач 2.

Указание: учесть, что при ненулевом импульсе в уравнении для энергии пары в качестве k, k' фигурируют k+K/2, k-K/2 (вектора!). Это касается не только подинтегрального выражения, но и пределов интегрирования. Так, если полагать импульс K малым, интеграл набирающимся вблизи k_F, удобно перейти к переменным: $\bar{q} = \bar{k} - \overline{k_F}; \cos\theta = q\hat{K}$;

4. Пусть в сверхпроводнике помимо электрон-фононного взаимодействия присутствует кулоновское отталкивание :

$$V_{kk'}^{C} = \begin{cases} V^{C}, & |\xi_k|, |\xi_{k'}| < \hbar\omega_p \\ 0, & otherwise \end{cases},$$

где ω_p - плазменная частота.

Указание: следует искать решение в виде кусочной функции:

$$\Delta_k = \begin{cases} \Delta_1, & |\xi_k| \le \hbar\omega_D; \\ \Delta_2, & \hbar\omega_D \le |\xi_k| \le \hbar\omega_P; \end{cases}$$

а) нечетный вариант: найти значение энергетической щели при T=0 в рамках теории БКШ, а также константу электрон-фононного взаимодействия λ_{eff}, отношение λ_{eff} / $\lambda(V^c=0)$ для сверпроводника Me. Значение λ $(V^c=0)$ получить из соотношения БКШ, взяв из табличных данных значения дебаевской частоты и критической температуры. Для численной оценки V^c использовать фурье-компоненту экранированного кулоновского потенциала.

б) четный вариант: определить критическую температуру, а также константу электрон-фононного взаимодействия λ_{eff}, отношение λ_{eff} / $\lambda(V^c=0)$ для сверпроводника Me. Для численной оценки использовать допущения варианта а).

5. То же, что и в задаче 4а, но для случая условий задачи Купера.

6. Найти энергии возбужденных состояний типа a* a* $|\Phi_s\rangle$ (см. таблицу), где $|\Phi_s\rangle$ - основное состояние сверхпроводника.

7. Найти плотность состояний одночастичных возбуждений в сверхпроводнике при заданном тензоре эффективной массы $1/m_{\alpha\beta}$ при условии изотропности параметра порядка и сохранении дисперсионного соотношения для возбуждений.

8.* а) четный вариант: рассчитать число квазичастиц $n_s(T)$ в сверхпроводнике при T<<Tc (с точностью до $\exp(-\Delta_0/T)$ включительно). Определить $n_s(T)/n_n(T)$ при T=0.2Tc в сверхпроводнике Me.

б) нечетный вариант: рассчитать число квазичастиц $n_s(T)$ в сверхпроводнике при (Tc-T)/Tc <<1 с точностью до (Tc-T)/Tc включительно *). Определить $(n_s(T)-n_n(T))/n_n(T)$ при (Tc-T)=0.1Tc, а также $n_n(Tc)$ (см$^{-3}$) для сверхпроводника Me.

9)* а) нечетный вариант: Найти зависимость теплоемкости от температуры при при T<<Tc (с точностью до $\exp(-\Delta_0/T)$ включительно). Рассчитать $C_s(T)/C_n(T)$ при T=0.2Tc в сверхпроводнике Me.

б) четный вариант: Найти зависимость теплоемкости от температуры при (Tc-T)/Tc <<1 с точностью до (Tc-T)/Tc включительно **). Рассчитать $(C_s(T)-C_n(T))/C_n(T)$ при (Tc-T)=0.1Tc, а также $C_n(Tc)$ (см$^{-3}$) для сверхпроводника Me.

----

*) Допускается ограничиться разложением ~ (Tc-T)ln(Tc-T), задача повышенной трудности.

**) Допускается ограничится оценкой скачка теплоемкости при Tc (но не только в численном виде, а и в аналитическом выражении), задача повышенной трудности.

10. Исходя из того, что уравнения Г-Л справедливы при Т >Тс , найти зависимость параметра порядка от координаты в полубесконечной вдоль оси x и бесконечной вдоль остальных осей области нормального металла, задавшись его значением на границе $\Psi(0) = \Psi_0/2$. Чему равен безразмерный параметр f= Ψ/Ψ_0 на расстоянии r=10^{-3} см для сверхпроводника Ме (из таблицы), если известна длина корреляции (из прошлого семестра).

11. Рассчитать пространственное распределение поля и параметра порядка при κ>>1 из безразмерных уравнений Г-Л. чему равна глубина проникновения магнитного поля для сверхпроводника Ме, если на 1000 ангстрем поле спадает в е-раз, а на границе оно равно H_c/i, i - номер варианта. Получить аналитическое выражение и численный результат.

12.* Выразить параметр Гинзбурга-Ландау для "грязных" сверхпроводников через постоянную Зоммерфельда γ и остаточное удельное сопротивление ρ. Рассчитать параметр ГЛ для сверхпроводника Ме, при времени рассеяния τ=10-^{13}c.

Указание: полагать $n = 2\psi_0^2$: исходить из выражений для двух характерных длин в грязном пределе.

13. Шар из сверхпроводника помещен во внешнее поле. Радиус шара R<<λ, ξ. Найти зависимость параметра порядка от магнитного поля, критическое магнитное поле.

14. Тонкий бесконечный сверхпроводящий цилиндр, по нему идет ток I, (можно варианты во внешнее поле, продольном, поперечном). Радиус шара R << ξ, ~λ,. Найти распределение магнитного поля, тока во всем пространстве в лондоновском пределе.

Указание: при получении ответов в функциях Бесселя обязательно проводить разложения в предельных случаях $R >> \lambda$, $R << \lambda$.

15.* Доказать калибровочную инвариантность уравнений Боголюбова и определить, как преобразуются функции u_n(r), v_n(r), Δ(r) при калибровочных преобразованиях векторного потенциала.

16.* Рассчитать энергию взаимодействия цепочки вихрей, замкнутой в бесконечное одномерное кольцо. Показать, что минимуму энергии соответствует периодическое распределение вихрей.

17. Имеем сверхпроводящий провод прямоугольного сечения и одну вихревую нить в центре. Рассчитать распределение магнитного поля внутри провода.

18. То же, что и в задаче 8, но для провода с сечением равностороннего треугольника.

18'. Рассчитать энтропию ферромагнетика в модели Изинга (Гейзенберга – вариант). Рассмотреть предельные случаи по температуре.

18''. Получить флуктуацию магнитного момента <M^2> для изинговского ферромагнетика, рассчитать предельные случаи.

18'''. Разложить параметр порядка ферромагнитной модели Изинга (Гейзенберга – вариант) вблизи критической температуры до кубического члена по степени (T-θ)/θ

19. Найти зависимость *R(H)* при малых *H* для ферромагнитной модели Изинга (Гейзенберга - вариант 2). Рассмотреть предельные случаи при различных температурах.

20.Найти зависимость R^{+-}*H)* при малых *H* для антиферромагнитной модели Изинга (Гейзенберга - вариант 2) в приближении среднего поля. Рассмотреть предельные случаи при различных температурах. Получить значение критического поля Hc(T), при котором достигается минимум R(H), разложения в предельных случаях.

21. Рассчитать зависимость *R*(*H*) для ферромагитной модели Изинга (антиферромагнитной, Гейзенберга - ферромагнитной и антиферромагнитной - варианты) *с учетом магнитного поля* графическим методом. Что является точкой перехода (и есть ли она) в этом случае?

22. Получить общее выражение для теплоемкости через параметр порядка и его производные для ферромагитной модели Изинга (антиферромагнитной, Гейзенберга - ферромагнитной и антиферромагнитной - варианты) с учетом магнитного поля. Рассмотреть предельный случай нулевого поля и получить ее в пределе малых температур и вблизи критической.

23. Получить магнитную восприимчивость в классической антиферромагнитной модели Гейзенберга при нулевой температуре в магнитном поле, перпендикулярном оси легкого намагничивания.

24. Найти общее выражение для магнитной восприимчивости *ферримагнитной* модели Изинга через параметр порядка. Исследовать поведение восприимчивости ферримагнетика вблизи критической температуры при $T>T_c$ и $T=T_c$-0.

25.* Получить тензор магнитной восприимчивости в классической антиферромагнитной модели Гейзенберга в поле *произвольного* направления. Также рассмотреть предельные случаи по температуре.

26. Записать статистическую сумму на случай конечной одномерной изинговской цепочки N >>1. Рассчитать поправку к восприимчивости одномерной цепочки за счет конечности системы.

26'. Рассчитать теплоемкость в одномерной модели Изинга при конечном магнитном поле.
26''. В антиферромагнитной модели Изинга получить выражение для теплоемкости через R^+, R^-, R дл конечного магнитного поля. Нарисовать качественный график С(Т).
27. Получить точное трансцендентное уравнение на параметр порядка *R* в модели Стонера при $T=0$ и найти его, полагая $R \ll E_f/V$; с учетом отличия химпотенциала от E_F.
28. Получить явный вид спектра спиновых волн для ОЦК (ГЦК - вариант) решетки в приближении ближайших и следующих за ближайшими соседей (для первой и второй координационных сфер - с различными константами обменного взаимодействия) для модели Гейзенберга. Рассмотреть различные случаи ферромагнитного и антиферромагнитного взаимодействия на двух координационных сферах (варианты). Показать, что в длинноволновом пределе спектр возбуждений квадратичен по импульсу (линеен - в антиферромагнетике). Проанализировать, когда эти предельные зависимости взаимозаменяются, при каких константах взаимодействия, исследовать случаи *фрустрированной* решетки (*объяснить, когда это возможно*), найти случаи отсутствия спектра спиновых волн.

Указание: очень удобен для этого случая подход с уравнениями движения, а не диагонализация Гамильтониана.

Дополнительные вопросы для домашнего задания
Задачи по темам

А. Свойства свободного электронного газа

1. Рассчитать плотность состояний в двумерном случае для электронного газа
2. Показать, что для основного состояния свободного электронного газа элементарными возбуждениями при $|k| > k_F$ являются электроны, а для случая $|k|<k_F$ - дырки.
3. Рассчитать среднее значение энергии электрона при T=0 в двумерном и трехмерном случае.
4. Получить полную энергию основного состояния электронного газа.
5.* Рассчитать вероятность уничтожения электрона в точке ***r*** при условии рождения его в точке ***r'***- корреляционную функцию вида $K_1=\langle \Psi^+_\uparrow(r)\,\Psi_\uparrow(r')\rangle$. Рассчитать корреляционные функции типа $K_2=\langle \Psi^+_\uparrow(r)\,\Psi^+_\downarrow(r)\,\Psi_\downarrow(r')\,\Psi_\uparrow(r')\rangle$. Связать последний коррелятор с обменным зарядом Хартри-Фока (обменная дырка). Рассчитать в предельных случаях пространственную зависимость этих функций.

6.* Что такое обменная дырка.
7. . Найти теплоемкость идеального ферми-газа при низкой температуре. Получить постоянную Зоммерфельда.

Указание: Воспользоваться (и вывести его) следующим соотношением при низких температурах для интеграла с фериевским распределением и степенной функцией *f*(E):

$$\int_0^\infty f(E)dE\{1+\exp[(E-\mu)/T]\}^{-1} \cong \int_0^\mu f(E)dE + df/dE|_\mu T^2\pi^2/6$$

Учесть температурную зависимость химпотенциала.

Б. Электрон-фононное взаимодействие

8. Рассчитать статическую диэлектрическую проницаемость электронного газа.
9. Что такое импульс Томаса-Ферми.
10. Показать, чему равно максимальное значение константы электрон фононного взаимодействия, если в качестве оценки величины матричного элемента взять кулоновский потенциал.

В. Магнитостатика массивных сверхпроводников

11. Рассчитать распределение магнитной индукции вблизи массивного сверхпроводящего шара радиусом R, находящегося во внешнем магнитном поле H.
12. Доказать, что объемный ток равен нулю в условиях предыдущей задачи.
13. Найти распределение плотности поверхностного тока и магнитный момент шара.
14. Рассчитать распределение магнитной индукции вблизи массивного бесконечного сверхпроводящего цилиндра радиусом R, находящегося в поперечном внешнем магнитном поле H.
15. Доказать, что объемный ток равен нулю в условиях предыдущей задачи.
16. Найти распределение плотности поверхностного тока и магнитный момент цилиндра.

Г. Свойства куперовской пары

17. В присутствии кулоновского взаимодействия, действующего на широком интервале ~ω_p, оценить отношение радиусов взаимодействия электрон-фононного и кулоновского взаимодействия.
18.* Чему равно критическое значение кулоновского потенциала, приводящее к нулевой энергии связи пары
18'. Найти энергию связанного состояния в мелкой двумерной потенциальной яме и сравнить с энергией связи электронов в куперовской паре.

Д. Основное состояние сверхпроводника

19. Получить нормировку волновой функции основного состояния БКШ.
20. Чему равно среднее вида $<a_{k\sigma}>$ по основному состоянию.
21. Рассчитать среднее $<\phi_S|a^+_{k\uparrow}a^+_{-k\downarrow}|\phi_S>$.
22. Рассчитать среднее $<\phi_S|a_{-k\downarrow}a_{k\uparrow}|\phi_S>$.
23. Рассчитать среднее $<\phi_S|b^+_k b_{k'}|\phi_S>$ при любом соотношении между k и κ'.
24. Получить плотность электронов (и дырок) в единице объема.
25. Рассчитать среднее от квадрата оператора числа частиц и сравнить его со средним числом частиц (электронов).
26. Получить соотношение для плотности пар в единице объема.
27. Получить коммутационные соотношения для операторов рождения и уничтожения куперовских пар.
28.* Показать калибровочную инвариантность гамильтониана БКШ.
29. *Получить калибровочные преобразования для волновой функции основного состояния сверхпроводника.

Е. Унитарное преобразование, преобразование Боголюбова, соотношения коммутации.

Задача 1. Доказать операторное тождество (для бозе и ферми-статистики) $U^{-1}a_{k\sigma}U=\alpha_{\kappa\sigma}\exp[i\phi]$, где $U=\exp[i\phi N]$, N - оператор числа частиц.

Указание: продифференцировать левую часть тождества по ϕ и получить дифференциальное уравнение на $\alpha_{k\sigma}= U^{-1}a_{k\sigma}U$. Доказать сходное тождество и для эрмитово-сопряженного оператора

Задача 2.* Пользуясь результатом задачи 1, доказать инвариантность гамильтониана БКШ относительно градиентных преобразований первого рода: $U^{-1}HU$.

Задача 3. Найти волновую функцию $U|\Phi s>$, где $|\Phi s>$ - волновая функция основного состояния сверхпроводника, U - унитарный оператор из задачи 1.

Задача 4. *Доказать, что преобразование Боголюбова можно записать в виде $\alpha_{k\sigma}=U^{-1}a_{k\sigma}U$, $U=\exp[-\mathrm{Sum}_k\,\phi_k\,(b^+_k-b_k)]$, b_k - оператор пары, $u_k=\cos\phi_k$, $v_k=\sin\phi_k$. (повышенной трудности).

Указание: Дифференцированием по ϕ_k можно получить следующее уравнение: $\partial\alpha_{k'\sigma'}/\partial\varphi_k=-\delta_{k\uparrow k'\sigma'}\alpha^+_{-k\downarrow}+\delta_{-k\downarrow k'\sigma'}\alpha^+_{k\uparrow}$; и соответствующее уравнение для эрмитово-сопряженного оператора.

Ж. Возбужденные состояния и квазичастицы Боголюбова

Задача 1. Доказать фермионные соотношения антикоммутации для операторов, описывающих квазичастицы Боголюбова.

Задача 2. Показать, чему равно действие оператора уничтожения квазичастицы Боголюбова на основное состояние сверхпроводника.

Задача 3. Рассчитать энергию возбужденных состояний

$$a^+_{k\uparrow}|\phi_S>, a^+_{-k\downarrow}|\phi_S>,\quad a^+_{k\uparrow}a^+_{k'\downarrow}|\phi_S>,\quad a^+_{k\uparrow}a_{k\uparrow}|\phi_S>,$$

$a^+_{k\uparrow}a^+_{-k\downarrow}|\phi_S>$, $a_{k\downarrow}a_{k'\uparrow}|\phi_S>$, различными способами:

а) прямым расчетом с учетом соотношений коммутации и вида волновой функции основного состояния;

б) метод Шриффера, с учетом вклада одной пары в энергию основного состояния.

В последнем случае следует выделить вклад одной пары в основное состояние:

$$E^1_k=2\xi_k v_k^2+2\sum_{k'}V_{kk'}u_{k'}v_{k'}u_k v_k\ ,$$

В частности, при расчете возбуждений вида $a^+_{k\uparrow}|\phi_S>, a^+_{-k\downarrow}|\phi_S>$ следует удалить энергию пары и добавить энергию одного неспаренного электрона ξ_k.

Задача 4. Показать эквивалентность возбужденных состояний, рожденных как в результате добавления одного неспаренного электрона, так и в результате уничтожения одного электрона в паре (с точностью до численного множителя), т.е. эквивалентность друг другу возбужденных состояний $a_{k\uparrow}^{+}|\phi_S>, a_{-k\downarrow}|\phi_S>$.

3. Термодинамика сверхпроводников.

Задача 1.* Найти свободную энергию сверхпроводника при T <<Tc и |T-Tc|<<Tc. Получить скачок теплоемкости при T_c

Указание: Энергию сверхпроводника следует брать из выражения:

$$\sum_k 2\xi_k[u_k^2 n_k + v_k^2(1-n_k)] - V\sum_{kk'} u_k u_{k'} v_k v_{k'}(1-2f_k)(1-2f_{k'});$$

где f_k - функция распределения квазичастиц.

Энтропию следует получить как энтропию свободного газа, но с функцией распределения f_k.

Задача 2.* Получить разложение по параметру порядка для свободной энергии F вблизи критической температуры и показать, что вариация F по нему приводит к правильной температурной зависимости Δ.

Указание: следует воспользоваться результатом выводf в предыдущей задаче свободной энергии вблизи критической температуры

Задача 3.* Получить уравнения на параметр порядка, закон дисперсии для двухзонного сверхпроводника в приближении среднего поля. Законы дисперсии $\xi_k^{1,2}$ заданы. Частицы в зонах взаимодействуют с электрон-фононными потенциалами V_1,V_2, а между зонами: V_{12}, V_{21}=V_{12}* . Между зонами происходит только обмен куперовскими парами (повышенной трудности).

Указание: модель имеет вид:

$$\hat{H} = H^1 + H^2 + U^{12} + U^{21};$$

$$H^i = \sum_{k,\sigma}\xi_k^i a_{k\sigma}^{+(i)} a_{k\sigma}^{(i)} - V_i\sum_{kk'} a_{k\uparrow}^{+(i)} a_{-k\downarrow}^{+(i)} a_{-k'\downarrow}^{(i)} a_{k'\uparrow}^{(i)};$$

$$U^{ij} = -V_{ij}\sum_{kk'} a_{k\uparrow}^{+(i)} a_{-k\downarrow}^{+(i)} a_{-k'\downarrow}^{(j)} a_{k'\uparrow}^{(j)}$$

Следует ввести квазисредние вида: $X_i = \sum_k < a_{-k\downarrow}^{(i)} a_{k\uparrow}^{(i)} >$, с их помощью "разрезать" по среднему полю Гамильтониан, затем ввести квазичастицы Боголюбова для каждой зоны, и диагонализовать Гамильтониан. Условие диагонализации удобно переписать, введя параметры порядка вида: Δ_1=V_1X_1+$V_{12}X_2$; Δ_2=X_2V_2+$V_{21}X_1$. Тогда законы дисперсии будут иметь вид, обычный для сверхпроводника.

И. Эффект Мейснера, эффект Джозефсона.

Задача 1. Определить ток распаривания согласно теории сверхтекучести из выражения для возбуждения в сверхпроводнике.

Задача 2. Найти фурье-компоненту парамагнитного отклика сверхпроводника при малых, но ненулевых импульсах. Рассчитать условия, которые надо наложить на импульс для реализации эффекта Мейсснера.

Указание: следует стартовать из следующего соотношения для фурье-компоненты парамагнитной части тока, выводимого в лекции:

$$J_P(q) = \frac{e^2\hbar^2}{4m^2c}\sum_k \frac{(\vec{A}_q,(2\vec{k}+\vec{q}))(2\vec{k}+\vec{q})}{E_k + E_{k+q}}\left[1 - \frac{\Delta^2 + \xi_k\xi_{k+q}}{E_k E_{k+q}}\right]$$

Рассмотреть поперечную и продольную относительно векторного потенциала компоненты тока. Показать, что поперечная равна нулю.

Задача 3. Найти работу, которую необходимо затратить для того, чтобы создать разность фаз ϕ между двумя сверхпроводниками, разделенными джозефсоновским контактом, который может пропускать максимальный сверхпроводящий ток I_o. Первоначальная разность фаз равна нулю.

Задача 4. Исходя из точного выражения для полного туннельного тока через контакт SiS, выделить ток стационарного эффекта Джозефсона и выражение для максимального тока. Рассчитать температурную зависимость максимального тока в случае одинаковых и разных сверхпроводников (повышенной трудности).

Указание: исходное выражение для полного тока надо взять из А.В.Свидзинского "Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости", там-же достаточно подробно описан расчет максиального тока.

Задача 5. Рассмотреть квазичастичный ток через контакт при нулевой температуре (опять по Свидзинскому). Показать, что пороговое значение (для простоты, для одинаковых Δ_1,Δ_2) квазичастичного тока точно совпадает с максимальным током Джозефсона (повышенной трудности).

К. Уравнения Лондонов. Электродинамика. Феноменология уравнений Гинзбурга-Ландау и две характерные длины.

Задача 1. Используя уравнения Лондонов, рассчитать распределение индукции магнитного поля в бесконечной пластине толщиной $2a$ во внешнем параллельном магнитном поле.

Рассмотреть предельные случаи $a >> \lambda$, $a << \lambda$.

Задача 2. В условиях задачи 1 найти распределение тока в пластине.

Рассмотреть предельные случаи $a >> \lambda$, $a << \lambda$,

Задача 3. Рассчитать среднюю намагниченность пластины (на единицу сечения). Рассмотреть предельные случаи $a >> \lambda$, $a << \lambda$.

Задача 4. По бесконечной пластине течет ток. Толщина пластины $2a$. Средняя плотность тока J. Найти распределение тока в пластине.

Задача 5. В условиях задачи 4 найти распределение магнитного поля.

Задача 6. По пластине течет ток со средней плотностью J. Она помещена во внешнее поле H, параллельное ее поверхности. Найти распределение тока и поля по пластине в этом случае. Поле H направлено перпендикулярно току. Обсудить принцип компенсации, если $|H_0|=4\pi aJ / c$.

Задача 7.* Низкоразмерный образец СП помещен во внешнее магнитное поле. Доказать, что в достаточно слабом поле можно так выбрать калибровку векторного потенциала, что параметр порядка будет медленно меняться и в уравнении Г-Л можно опустить градиентный член.

Указание: Разлагая параметр порядка до поправки, индуцированной полем, следует показать, что она пропорциональна степени векторного потенциала, выше первой. Векторный потенциал откалибровать, чтобы фазу параметра порядка убрать из уравнений ГЛ:

$$\vec{A} = \vec{A}' + [\hbar c / 2e]\nabla\chi;$$

Здесь χ - фаза параметра порядка.

Задача 8. Рассчитать зависимость параметра порядка от координаты вглубь сверхпроводника в одномерной ситуации при условии, что он не равен нулю на границе.

Л. Уравнения Боголюбова и Гинзбурга-Ландау. Термодинамика и уравнения Г-Л. Нелокальность.

Задача 1. Найти свободную энергию как функцию температуры однородного сверхпроводника вблизи Тс в отсутствии магнитного поля.

Задача 2. Найти разность энтропий сверхпроводящего и нормального состояния.

Задача 3. Найти удельную теплоту перехода в сверхпроводящее состояние. Может ли быть переход в сверхпроводящее состояние переходом первого рода ?

Задача 4.* В случае массивного сверхпроводника доказать следующее:

1) В калибровке с действительным параметром порядка векторный потенциал мал, если мал текущий по сверхпроводнику ток;

2) В этой калибровке в слабом поле изменение параметра порядка пропорционально по крайней мере A^2 .

Указание: полагать, что вся зависимость параметра порядка - через магнитное поле. Предполагая, что поправка к параметру порядка мала и пропорциональна векторному потенциалу, получить для нее укравнение и доказать, что оно имеет только тривиальное решение.

Задача 5.* Записать гамильтониан БКШ через полевые операторы и сравнить с гамильтонианом Боголюбова. Показать различие (нелокальность).

М. Градиентные преобразования. Микроскопический вывод уравнений Г-Л. Обезразмеривание уравнений Г-Л.

Задача 1. Обезразмерить уравнения Г-Л, оставив только один параметр - параметр Гинзбурга-Ландау, и только безразмерный параметр порядка и безразмерное магнитное поле.

Н. Термодинамический потенциал. Критические токи и поля. Распределение тока и поля

Задача 1. Доказать, что разность свободных энергий нормального и сверхпроводящего состояний в точке перехода равна $H_c^2(T)/8\pi$.

Задача 2. Доказать соотношение $dH_c/dT=(S_N-S_s)/(M_s-M_N)$, S - энтропия, M - магнитный момент.

Задача 3. Найти разность энтропий сверхпроводящего и нормального состояний, считая заданным термодинамическое критическое магнитное поле как функцию температуры.

Задача 4. Найти разность теплоемкостей сверхпроводящего и нормального состояний, считая заданным термодинамическое критическое магнитное поле как функцию температуры (формула Рутгерса).

Задача 5. Найти количество теплоты, выделяющееся при S-N - переходе, считая заданным термодинамическое критическое магнитное поле как функцию температуры. Определить характер фазового перехода при T < Tc.

Задача 6. Рассчитать, при каком внешнем магнитном поле массивный сверхпроводящий шар переходит в смешанное состояние.

Задача 7. Доказать, что тонкая бесконечная сверхпроводящая пластина не может находится в мейсснеровском состоянии в поперечном магнитном поле. Обсудить понятие смешанного состояния, его различия от шубниковской фазы.

<u>О.</u> Критические токи и поля тонких пленок. Термодинамический подход

Задача 1. Бесконечная тонкая пластина из сверхпроводника помещена во внешнее поле, параллельное ее поверхности. Толщина пластины d<<λ, < ~ ξ. Найти зависимость параметра порядка от магнитного поля, критическое магнитное поле. Указание: выбрать векторный потенциал в виде $\vec{A} = Hx\vec{n}_y$, затем, пренебрегая градиентами параметра порядка, проинтегрировать разницу свободных энергий ГЛ по толщине. Результат проварьировать по параметру порядка.

Задача 2. То же, что и в задаче 1, но для сверхпроводящего шара R.

Задача 3. По плоской сверхпроводящей пластине толщиной d<<λ, ξ течет ток. Найти зависимость параметра порядка от плотности тока и критическую плотность тока двумя способами: а) *при действительной калибровке параметра порядка*; б) *при калибровке с нулевым векторным потенциалом*.

В случае а) достаточно использовать диамагнитный вклад в ток для связи тока и векторного потенциала, а затем подставить либо в разницу свободных энергий (после варьирования по параметру порядка), либо сразу в первое уравнение ГЛ;

В случае б) мы имеем право занулять векторный потенциал, т.к. в пластине полем можно пренебречь. В этом случае считать модуль параметра порядка постоянным, и всю пространственную зависимость перенести на его фазу. Должно получиться такое-же соотношение в итоге для модуля параметра порядка, как и в случае а). Обязательно нарисовать зависимость параметра порядка от тока.

Объяснить физические причины аномально высокого критического тока.

Задача 4.* Показать, что в условиях задачи **3** критический ток - фактически ток распаривания, и соответствует обращению в ноль концентрации пар (по Шмидту).

Указание: в действительной калибровке параметра порядка выразить его через плотность пар $n_s = \psi^2$, пренебрегая градиентами подставить это выражение в уравнения ГЛ. Следует нарисовать на одном графике критический ток и плотность пар как функцию скорости движения сверхпроводящей компоненты и обсудить зависимость с физической точки зрения.

Задача 5.* Доказать, что $\kappa = 1/\sqrt{2}$ - критическое значение параметра ГЛ, при котором поверхностная энергия сверхпроводника равна нулю.

Задача 6. Имеется пленка толщиной *d*=200 А. Известна глубина проникновения λ=390 А, критическое термодинамическое поле H_c=803Э. Найти напряженность магнитного поля на поверхности пленки, созданного критическим полем. Сравнить с продольным критическим полем.

Задача 7. Толстая пленка *d*=1 мкм в параллельном поле, известна λ=870А. Найти критическое поле относительно термодинамического критического, если полагать, что *d* все еще много меньше длины когерентности.

Задача 8.* Сравнить плотность мейсснеровского тока j_M на поверхности массивного сверхпроводника первого рода, когда он находится в критическом внешнем поле H_c, с критической плотностью тока j_c тонкой пленки того-же материала. Объяснить различие с физической точки зрения.

<u>П</u>. Квантовансие магнитного потока.

Задача 1. В массивном сверхпроводнике имеется отверстие d=0.1 мм, в котором захвачено 7 квантов магнитного потока. Определить напряженность магнитного поля в отверстии.

Задача 2. В массивном сверхпроводнике имеется цилиндрическое отверстие диаметром 2 см, в нем захвачено поле H=300 Э. Найти величину векторного потенциала на расстоянии 2 см от центра отверстия.

Следует рассчитать пространственную зависимость *A* во всем пространстве.

Задача 3. Определить величину магнитного потока, который может быть захвачен тонкостенным сверхпроводящим цилиндром радиуса R. толщина стенок d<<λ, ξ , R. Цилиндр внесен в магнитное поле и переведен в сверхпроводящее состояние. Затем магнитное поле выключено.

Указание: рассмотреть второе уравнение ГЛ для тока. Пространственным распределением тока и модуля параметра порядка пренебречь.

Задача 4. Каково распределение магнитного поля во всем пространстве в условиях задачи 3 ?

Задача 5.* Доказать, что в периодической (тороидальной) геометрии в отсутствие примесей в регулярном потенциале все физические характеристики будут квантованы с периодом Φ_0, при этом квант потока может быть и в два раза больше.

Указание: следует рассмотреть уравнение Шредингера для частицы с зарядом e^* в периодических граничных условиях

<u>Р</u> Нижнее и верхнее критические поля. Вихри Абрикосова.

Задача 1. Задано поле H_{c2}, параметр Гинзбурга-Ландау κ. Определить H_{c1} .

Задача 2. Найти плотность вихревого тока на расстоянии r= ξ от центра одиночного вихря в сверхпроводнике с κ>> 1.

Задача 3. Найти верхнее критическое поле сверхпроводника второго рода с учетом парамагнетизма Паули в нормальном состоянии.

Указание: исходим из выражения для свободной энергии вблизи H_{c2}:

$$F_s = F_N(H=0) + 1/8\pi[B^2 - \frac{(B-H_{c2})^2}{1+(2\kappa^2-1)\beta_A}]$$

Задача 4. Связать первое, второе и термодинамические поля.

<u>С.</u> Взаимодействие вихревых нитей. Решетка вихрей.

Задача 1. Найти амплитуду рассеяния нейтронов на вихревой решетке.Нейтрон с магнитным моментом μ влетает под углом ϑ к вихревым нитям.

Указание: в борновском приближении фурье-компонента амплитуды рассеяния

$$f_q = m/2\pi\hbar^2 \int \overline{\mu h} \exp(-i\overline{qr}) d^3r = \mu m h(q)\cos\vartheta / 2\pi\hbar^2$$

Задача 2. Два вихря закреплены на расстоянии $d \sim \lambda$, третий может двигаться вдоль оси, перпендикулярной линии, соединяющей закрепленные вихри, и расположенной на равном расстоянии от них. Определить характерное расстояние x (вдоль оси движения), на котором третий вихрь перестает "чувствовать" первые два. и закон спада силы взаимодействия.

<u>Т.</u> Кривая намагничивания СП второго рода. Теорема площадей

Задача 1. Рассчитать пространственное распределение поля и параметра порядка при κ>>1 из безразмерных уравнений Г-Л.

Задача 2. Для сплава NbTa H_{c2}=4000Э, κ=3. Аппроксимируя кривую намагничивания сплава двумя треугольниками {при $H < H_{c1}$: $-4\pi M=H$; при $H > H_{c1}$: $-4\pi M=(H_{c2}-H)/[\beta_A(2\kappa^2-1)]$}, β_A=1.16 - структурный параметр Абрикосова}, оценить первое критическое поле, термодинамическое критическое поле, сравнить результаты с расчетами из точных соотношений Гинзбурга-Ландау.

Задача 3.* Рассчитать приближенную зависимость $M(H)$ вблизи H_{c2}, используя модельную ситуацию: массивный цилиндр из сверхпроводника второго рода в продольном магнитном поле, с длиной когерентности, монотонно возрастающей к границам цилиндра (подход Шмидта) (повышенной сложности).

<u>У.</u> Поверхностная сверхпроводимость. Граничные условия для уравнений Гинзбурга-Ландау. Взаимодействие с границей. Барьер Бина-Ливингстона .

Задача 1.* Найти критическое поле поверхностной сверхпроводимости, используя вариационный метод.

Задача 2. Рассчитать 3-е критическое поле у сверхпроводника с $\xi = 90$ ангстрем.

Задача 3. Показать, что граничное условие для параметра порядка на поверхности сверхпроводника $\{(\hbar/i)\nabla - (2e/c)\vec{A}\}_n \Psi = i\lambda\Psi$,

соответствует отсутствию тока через поверхность.

Задача 4.* Получить линеаризованное уравнение для параметра порядка вблизи поверхности сверхпроводника в "грязном" пределе (повышенной трудности).

Указание: эта задача подробно рассмотрена в книге Де-Жена

Задача 5.* Получить точное уравнение для параметра порядка вблизи границы в чистом пределе, зависящее только от одной координаты - расстояния до границы z (впервые выведенное Де-Женом). Показать, что оно имеет в асимптотике на бесконечности только линейное решение вида Δ_0+Δ_1z.

Указание: исходить из точного лианеризованного уравнения, полученного при микроскопическом выводе уравнений Гинзбурга-Ландау. Само уравнение приведено также в книге Свидзинского. Объяснить, что это уравнение справедливо только в случае полной прозрачности границы.

Задача 6.* Получить граничное условие для уравнений Гинзбурга-Ландау в случае границы "металл-сверхпроводник", рассчитав из выводов предыдущей задачи соотношение между Δ_0 и Δ_1. Объяснить, почему получается именно это граничное условие, как используется информация о наличии металла на границе, что было-бы в случае ухудшения прозрачности границы (ответы - в книге Свидзинского).

Задача 7. Рассчитать силу притяжения вихревой нити к границе сверхпроводника, когда она находится на расстоянии λ (=1000 ангстрем).

Воспользоваться методом отображения.

Задача 8. Вывести зависимость энергии (Гиббса) одиночного вихря вблизи границы сверхпроводника в магнитном поле (т.е.барьер Бина-Ливингстона). Нарисовать график.

Указание: воспользоваться изящным упрощенным подходом в книге Шмидта.

Задача 9. Из полученного в задаче 8 выражения показать, что H_{c1} - поле, где сравниваются энергии Гиббса в нуле координат (на границе) и в глубине сверхпроводника - т.е. показать, что в этом случае наличие вихря вдали от границы - выгодно.

Задача 10. Показать, что H_c - поле, вблизи которого исчезает барьер Бина-Ливингстона (все по Шмидту).

Задача 11. Получить поток вихря вблизи границы (по Шмидту).

<u>Ф.</u> Пининг на границе. Пининг на неоднородностях

Задача 1. Вихревая нить расположена около прямого угла, образуемого границей сверхпроводника, на расстоянии d_1=400 ангстрем от одной стороны угла и d_2=600 ангстрем от другой стороны. λ=1500 ангстрем. Найти силу, действующую на нить.

Задача 2. В условиях предыдущей задачи если "отпустить" вихрь, выяснить, попадет вихрь в начало угла или на одну из его сторон .

<u>А1.</u> Модель Изинга без взаимодействия.

Задача 1 Найти энтропию $S(T)$ модели Изинга без взаимодействия.

Задача 2 Найти энтропию S модели Изинга без взаимодействия в микроканоническом ансамбле при заданной энергии E.

Задача 3 Установить соответствие между энтропией в каноническом и микроканоническом ансамбле в невзаимодействующей модели Изинга.

<u>Указание</u>: использовать в выражении для энтропии, полученном в задаче 2 энергию для канонического ансамбля (задача 1).

Задача 4 Найти среднее число спинов, повернутых вверх: $N_+(T)$.

<u>Б1.</u> Классическая трехмерная модель Гайзенберга без взаимодействия.

Задача 1 Рассчитать теплоемкость системы $C(T)$ классических спинов в модели Гейзенберга без взаимодействия. Исследовать предельные случаи $T \to 0$ и $T \to \infty$.

Задача 2 Найти энтропию системы $S(T)=-\partial F/\partial T$. Рассмотреть предельные случаи.

<u>В1.</u> Модель Изинга с взаимодействием в приближении среднего поля.

Задача 1 Выразить магнитную восприимчивость через среднеквадратичную флуктуацию магнитного момента.

<u>Г1.</u> Антиферромагнитная модель Изинга с взаимодействием.

Задача 1 Найти зависимость $R^+(H)$ и $R^-(H)$ при малых H (первые поправки по H).

<u>Д1.</u> Классическая антиферромагнитная модель Гайзенберга.

Задача 1. Найти зависимость $R^+(H)$ и $R^-(H)$ при малых H с точностью до членов, пропорциональных H.

<u>Ответ</u>: $R^{\pm}(H) = \pm R(T) + [TH/\mu_0^2]\chi(T)$.

Задача 2 Найти статистическую сумму и свободную энергию антиферромагнитной модели Гейзенберга в магнитном поле *произвольного* направления. $\sum_{i+} = \sum_{i-} = N/2$.

Задача 3. Найти уравнения для равновесных намагниченностей $\vec{R}^{\pm} = \mu_0 < \vec{S}_{i\pm} >$.

Задача 4. Определить температуру, при которой все компоненты тензора магнитной восприимчивости (в главных осях) совпадают ($\chi_{\alpha\beta} = \chi_0 \delta_{\alpha\beta}$).

Задача 5 Найти равновесное значение угла ϕ между $\vec{R}^{\pm}$ и $\vec{H}$ при нулевой температуре, если поле $\vec{H}$ направлено перпендикулярно оси легкого намагничивания.

Задачу можно решать двумя способами.

1. Необходимо положить температуру равной нулю в уравнениях для параметров порядка, выведенных в задаче **3** и воспользоваться асимптотами функции Ланжевена.

2. Можно исходить из выражения для энергии системы при $T=0$, воспользовавшись видом гамильтониана, полученного в задаче **2** в приближении среднего поля:

<u>Е1.</u> Ферримагнетизм в модели Изинга.

Задача 1 Записать гамильтониан ферримагнетика в приближении среднего поля.
Задача 2. Найти статистическую сумму и свободную энергию ферримагнетика в приближении среднего поля.
Задача 3. Найти уравнения для равновесных значений параметра порядка.
Задача 4 Определить критическую температуру ферримагнетика - температуру Нееля при нулевом поле.
Задача 5. Найти общее выражение для теплоемкости через параметр порядка в нулевом внешнем поле.

<u>Ж1.</u> Делокализованные магнитные моменты. Модель Стонера.

Задача 1. Найти критическую температуру в модели Стонера ($T_c << E_f$), учитывая температурную зависимость химпотенциала μ.

<u>Указание</u>: разложить правую часть уравнения Стонера при $R \to 0$.

Задача 2 Получить точное трансцендентное уравнение на параметр порядка R в модели Стонера при $T=0$ и найти его, полагая $R << E_f/V$; пренебречь отличием химпотенциала от E_F.
Задача 3. То же, что и в предыдущей задаче, но с учетом отличия химпотенциала от E_F.

<u>З1.</u> Модель Хаббарда. Простейшие свойства Гамильтониана. Точное решение Либа и Ву.

Задача 1. Доказать операторные тождества:

$$\exp\{-i\varphi a_{i\sigma}^{+}a_{i\sigma}\}a_{i\sigma}\exp\{i\varphi a_{i\sigma}^{+}a_{i\sigma}\} = a_{i\sigma}\exp(i\varphi),$$

$$\exp\{-i\varphi a_{i\sigma}^{+}a_{i\sigma}\}a_{i\sigma}^{+}\exp\{i\varphi a_{i\sigma}^{+}a_{i\sigma}\} = a_{i\sigma}^{+}\exp(-i\varphi).$$

<u>Указание</u>: продифференцировать левую часть тождеств по переменной ϕ.

Задача 2.*Показать, что замена $t \to -t$ не меняет спектр модели Хаббарда, если перескок происходит только между ближайшими соседями.
Задача 3. Показать, что гамильтониан Хаббарда коммутирует с оператором полного числа частиц и полной проекции спина на ось z.
Задача 4.*Пусть N_a - число узлов; M - число спинов вверх; M' - число спинов вниз; $N= M+M'$ - число электронов. Доказать следующие соотношения для энергии в модели Хаббарда:

$$E(M,M',U) = MU + E(M, N_a-M',-U),$$
$$E(M,M' U) = M'U + E(N_a-M, M',-U).$$

<u>Указание</u>: перейти к дырочному представлению для электронов со спином вниз в первом случае и со спином вверх во втором.
Задача 5. Чему равна энергия основного состояния модели Хаббарда при половинном заполнении $N = N_a$ и в пределе $U \to \infty$?
Задача 6. Рассчитать число возможных узельных состояний (размер гильбертова пространства) в модели Хаббарда при:

1)числе узлов $N_a=12$, числе электронов со спином вверх $M=4$, со спином вниз $M'=3$;
2) $N_a=12$, $M=3$, $M'=3$;
3) $N_a=8$, $M=4$, $M'=4$;
4) $N_a=8$, $M=2$, $M'=3$.

<u>И1.</u> Спиновые волны. Спектр магнонов.

Задача 1. Исходя из определения механического момента $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{p}]$ и коммутационных соотношений для оператора координаты и импульса $[p_i x_j] = -i\hbar\delta_{ij}$, показать, что $\vec{M} = \hbar\vec{S}$, где $\vec{S}$ - оператор спина с коммутационными соотношениями (4.2).

$$S_l^X S_{l'}^Y - S_{l'}^Y S_l^X = i\delta_{ll'} S_l^Z;$$
$$S_l^Z S_{l'}^X - S_{l'}^X S_l^Z = i\delta_{ll'} S_l^Y;$$
$$S_l^Y S_{l'}^Z - S_{l'}^Z S_l^Y = i\delta_{ll'} S_l^X.$$

Задача 2.*Найти критическую температуру ферромагнетика из условия бозе-конденсации магнонов и сравнить с критической температурой в приближении среднего поля.

Задача 3. Оценить эффективную массу магнонов в железе, $\Theta = 1043$К, намагниченность насыщения M_0=1752 Гс, решетка ОЦК, a=2.87 А. Найти отношение m^*/m.

Задача 4. Найти магнитный момент иона Ni в ферромагнитном состоянии. Намагниченность насыщения M_0=510Гс, решетка ГЦК, a=3.52А. Выразить магнитный момент в магнетронах Бора μ_B.

Таблица. Металлы - сверхпроводники.

№ вариантов	Металл	Валентность, Z и тип решетки	атомная концентрация, n_i, 10^{22}см$^{-3}$	Температура Дебая, Θ, К	Крит. темп. сверхп T_c, К	расчет возбуждений следующего вида к задаче 6
1	*Al*	3, ГЦК	6.02	428	1.18	$a^+_{k\uparrow}a^+_{k'\downarrow}\vert\phi_S>$, $a^+_{k\uparrow}a_{k\uparrow}\vert\phi_S>$,
2	*Sn*	4, Тетр.	3.62	200	3.722	$a^+_{k\uparrow}a^+_{-k\downarrow}\vert\phi_S>$, $a_{k\downarrow}a_{k'\uparrow}\vert\phi_S>$,
3	*In*	3, Тетр.	3.83	108	3.4035	$a_{-k\downarrow}a_{k\uparrow}\vert\phi_S>$, $a_{k\uparrow}a^+_{k'\downarrow}\vert\phi_S>$,
4	*V*	2, ОЦК	7.22	380	5.38	$a^+_{k\downarrow}a_{k\downarrow}\vert\phi_S>$, $a_{k\uparrow}a_{k'\downarrow}\vert\phi_S>$,
5	*Zn*	2, ГПУ	6.55	327	0.875	$a_{k\uparrow}a_{k'\uparrow}\vert\phi_S>$, $a^+_{k\downarrow}a_{k'\uparrow}\vert\phi_S>$,
6	*Ga*	3, -	5.1	320	1.091	$a^+_{k\uparrow}a^+_{-k\downarrow}\vert\phi_S> -$ $-a^+_{k\uparrow}\vert\phi_S> - a^+_{-k\downarrow}\vert\phi_S>$
7	*Hg*	2,Ромб.	4.26	71.9	4.153	$a_{-k\downarrow}a_{k\uparrow}\vert\phi_S> -$ $-a_{-k\downarrow}\vert\phi_S> - a_{k\uparrow}\vert\phi_S>$
8	*Tl*	3, ГПУ	3.5	78.5	2.39	$a^+_{k\uparrow}a_{k'\uparrow}\vert\phi_S>$ $-a^+_{k\uparrow}\vert\phi_S> - a_{k'\uparrow}\vert\phi_S>$
9	*Pb*	4, ГЦК	3.3	105	7.193	$a^+_{k\uparrow}a^+_{k'\downarrow}\vert\phi_S>$ $-a^+_{k\uparrow}\vert\phi_S> - a^+_{k'\downarrow}\vert\phi_S>$
10	*La*	2, ГПУ	2.7	142	6.0	$a_{-k\downarrow}a_{k\uparrow}\vert\phi_S>$ $-a_{-k\downarrow}\vert\phi_S> - a_{k\uparrow}\vert\phi_S>$
11	*Ta*	2, ОЦК	5.55	240	4.483	$a^+_{k\uparrow}a^+_{k'\downarrow}\vert\phi_S>$, $a^+_{k\uparrow}a_{k\uparrow}\vert\phi_S>$,
12	*W*	2, ОЦК	6.3	400	0.012	$a^+_{k\uparrow}a^+_{-k\downarrow}\vert\phi_S>$, $a_{k\downarrow}a_{k'\uparrow}\vert\phi_S>$,
13	*Mo*	1, ОЦК	6.42	450	0.92	$a_{-k\downarrow}a_{k\uparrow}\vert\phi_S>$, $a_{k\uparrow}a^+_{k'\downarrow}\vert\phi_S>$,
14	*Ti*	2, ГПУ	5.66	420	0.39	$a^+_{k\downarrow}a_{k\downarrow}\vert\phi_S>$, $a_{k\uparrow}a_{k'\downarrow}\vert\phi_S>$,
15	*Re*	2, ГПУ	6.8	430	1.698	$a_{k\uparrow}a_{k'\uparrow}\vert\phi_S>$, $a^+_{k\downarrow}a_{k'\uparrow}\vert\phi_S>$,
16	*Os*	2, ГПУ	7.14	500	0.655	$a^+_{k\uparrow}a^+_{-k\downarrow}\vert\phi_S>$ $-a^+_{k\uparrow}\vert\phi_S> - a^+_{-k\downarrow}\vert\phi_S>$
17	*Ir*	2, ГЦК	7.06	420	0.14	$a_{-k\downarrow}a_{k\uparrow}\vert\phi_S>$ $-a_{-k\downarrow}\vert\phi_S> - a_{k\uparrow}\vert\phi_S>$
18	*Zr*	2, ГПУ	4.29	291	0.546	$a^+_{k\uparrow}a_{k\uparrow}\vert\phi_S>$ $-a^+_{k\uparrow}\vert\phi_S> - a_{k'\uparrow}\vert\phi_S>$

19	*Nb*	1, ОЦК	5.56	275	9.2	$a^+_{k\uparrow}a^+_{k'\downarrow}\|\phi_S>$ $-a^+_{k\uparrow}\|\phi_S>-a^+_{k'\downarrow}\|\phi_S>$
20	*Ru*	1, ГПУ	7.36	600	0.51	$a_{-k\downarrow}a_{k\uparrow}\|\phi_S>$ $-a_{-k\downarrow}\|\phi_S>-a_{k\uparrow}\|\phi_S>$
21	*Cd*	2, ГПУ	4.64	209	0.56	$a^+_{k\uparrow}a^+_{k'\downarrow}\|\phi_S>$, $a^+_{k\uparrow}a_{k\uparrow}\|\phi_S>$,
22	*Th*	2, ГЦК	3.04	163	1.368	$a^+_{k\uparrow}a^+_{-k\downarrow}\|\phi_S>$, $a_{k\downarrow}a_{k'\uparrow}\|\phi_S>$,
23	*U*	2, -	4.8	207	0.68	$a_{-k\downarrow}a_{k\uparrow}\|\phi_S>$, $a_{k\uparrow}a^+_{k'\downarrow}\|\phi_S>$,

Пример вариантов задач на БДЗ

1. Общие задачи, но с вариантами расчета по конкретному сверхпроводнику: задачи № 1, 2, 4, 6, 10. Соответственно, для вариантов 24 – 40 нумерация сверхпроводников – металлов повторяется, т.е. для варианта 24 – металл №1, для варианта 25 – №2 и так далее…

2. Конкретные задачи по вариантам:

Вариант 1 - 4 -----> 13; 20 (Изинг); 27
Вариант 5 - 8 -----> 14; 20 (Гейзенберг); 18''' (Изинг)
Вариант 9 - 12 -----> П, 1; Ж1, 1; 18''' (Гейзенберг)
Вариант 13 - 16 -----> П, 2; 24; 19 (Изинг)
Вариант 17 - 20 -----> П, 3; 28 (ОЦК); 20 (Изинг)
Вариант 21 - 24 -----> О, 2; Д1, 5; А1, 2
Вариант 25 - 28 -----> 1'; 19 (Гейзенберг); 8
Вариант 29 - 32 -----> 11; 28 (ГЦК); Е1, 3
Вариант 33 - 36 -----> Г1, 1; Ж1, 3; Н, 6
Вариант 37 - 40 -----> Н, 7; 23; 21 (Ферром., Изинг)