# Конспект занятия 14.

## Цель.

Познакомить слушателей с методикой представлением системы уравнений тепловых балансов в матричной форме. Отметить, что это представление основывается на предположениях о малых размерах элементов, геометрии рассматриваемой задачи и возможности использования линейных связей между тепловыми потоками и температурой. Рассмотреть матричную форму системы уравнений и представить программу расчета полей температуры методом конечных элементов. Использовать полученные результаты для расчета температурных перепадов в облучаемом образце ядерного топлива из диоксида урана.

## План.

1. Методика представления системы уравнений тепловых балансов в матричной форме.

2. Матричная форма системы уравнений тепловых балансов.

3. Программа расчетов на ЭВМ.

4. Пример расчетов температурных перепадов в облучаемом образце из диоксида урана.

В случае, когда рассматриваемые элементы имеют достаточно малые размеры, температурный градиент в радиальном направлении можно линейным образом аппроксимировать разностью температур элементов T(i) и Т(j):

**Q = [T(i)-T(j)] Lij / [(∆ri/2λi)+ (∆rj/2λj)] (31)**

где Lij - протяженность границы между i-ым и j-ым элементами; ∆ri, ∆rj - линейные размеры i-ым и j-ым элементов; λi , λj - коэффициенты тепло­проводности i-ым и j-ым элементов.

Сравнивая (29),(30) и (31), находим выражение для γ( i,j) в радиальном направлении:

**γr(i,j)=Lij[(∆ri/2λi)+(∆rj/2λj)]-1 (32)**

Аналогичным образом получим выражения для теплового потока  
в аксиальном направлении:

**Q = [T(i)-T(j)] Lij / [(∆zi/2λi)+ (∆zj/2λj)] (33)**

и соответственно для γz( i,j) в аксиальном направлении:

**γz( i,j) = Lij [(∆zi/2λi)+ (∆zj/2λj)]-1 (34)**

где ∆zi и ∆zj высоты i-ого и j-ого элементов.

Необходимо отметить, что при выводе соотношения (33) и (34) использовалось условие ортогональности потоков тепла и границ между элементами. Данное условие выполняется для рассматриваемой задачи вследствие симметрии при принятом разбиении на элементы.

Для элементов на боковой поверхности при граничном условии третьего рода имеем:

**γr( i,с) = Liс [(∆ri/2λi)+ (1/αс)]-1 (35)**

a при граничном условии первого рода:

**γr( i,с) = Liс 2λi / ∆ri (36)**

где αс - коэффициент теплоотдачи; Lic - протяженность границы элемента cо средой.

Система уравнений (28) может быть представлена в матричной форме:

**[B]{T} = { Qv }+{Q L}**

где

[В] - пятидиагональная симметричная матрица, определяющая взаимодействие элементов между собой;

{T} - вектор температуры элементов;

{Qv} - вектор источников тепла;

{Q L} - вектор потоков тепла c границ цилиндрического образца.

Матрица [В] является квадратной пятидиагональной матрицей размера (М\*N ). Структура ее представлена на рис.3.8 где сплошными линиями показаны ненулевые элементы.

В соответствии с переходом от (28) к (37) элементы матрицы [B] определяются следующим образом. Элементы, лежащие на не­главных диагоналях, определяются согласно (32) и (34). Элементы лежащие на главной диагонали, определяются как сумма элементов неглавных диагоналей, взятых с обратным знаком и лежащих на одной cтроке, минус член, определяющий тепловое

взаимодействие c внешней средой, в случае, когда элемент лежит на внешней поверхности.

Для определения вектора температуры элементов получим решение в виде:

**{T} = ({ Qv }+{Q L}) [B]-1**

Основные этапы проведения расчетов на ЭВМ.

Пpoгpaмма определения двухмерных полей температуры реализует следующую последовательность действий (рис.21).

Во вводной части программы задается зависимость коэффициента теплопроводности от темпера­туры, начальное приближение для λ , рассчитываются матрица [В], {Qv } и {QL} . Далее для реализации треугольного разложения cимметричной матрицы [В] применяется подпрограмма " CHODET ". Подпрограмма "SHOSOL " по известному вектору правой части уравнения (37) определяет вектор температуры.

После получения поля температуры проис­ходит его дальнейшее уточнение итерациями с учетом зависимости коэффициента теплопроводности образца от температуры. Укрупнен­ная блок- схема программы определения вектора температуры для  
цилиндрических образцов представлена на рис.3.9.

Пример расчета температурного поля.

На рис.3.10. показана зависимость максимального радиального перепада температуры в образце из диоксида урана от плотности внутренних источников тепла при различных значениях температур окружающей среды и торцов. На боковой поверхности образца задавались граничные условия третьего рода, а на торцах - первого рода при этом предполагалось, что температура на торце образца по его сечению постоянна. Это условие приближает расчеты к ситуации, реализуемой в экспериментальной установке, когда ядерное топливо с низким коэффициентом теплопроводности контактирует с металлическим пуансоном.

Коэффициент теплоотдачи с боковой поверхности образца учитывал теплопроводность через газ-заполнитель, конвекцию и тепловое излучение и рассчитывался по методике, принятой для расчета поля температуры но элементам установки.

При тепловыделениях ~ 60 Вт/см3 , характерных для эксплуатации установок типа "Крип-ВТ" (высоко­температурные испытания) на ИРТ-МИФИ, перепады составляют вели­чины ~ 30 К, что не может привести к разрушению образца из-за термонапряжений.

**0**

**0**

**0**

**0**

**0**

**0**

**0**

**0**

**M\*N**

Ввод данных

ITER=1

T=T0

Формирование матрицы [B]и свободных векторов.

Приведение матрицы [B]

к треугольному виду.

CHODET

Определение {T}

CHOSOL

T0-T<EPS

ITER<ITER M

Конец

Т0=Т

ITER=ITER+1

Рис. 3.9.Блок-схема программы для определения поля температуры в образце.

Да

Да

Нет

Нет

**H**



**r**

**z**

**r**



Рис.3.8. Схема расположения конечных элементов и структура матрицы [B].

0 40 80 120 **qv Вт/см3**

Тторц=1200К

Тср=1000К

Тторц=1600К

Тср=1400К

Тторц=1100К

Тср=1100К

Тторц=700К

Тср=700К

Тторц=300К

Тср=300К

Рис.3.10.Зависимость радиального перепада температуры от плотности тепловыделений в UO2.

**(Т0-ТR) К**

**80**

**70**

**60**

**50**

**40**

**30**

**20**

**10**