# Конспект занятия 13.

## Цель.

Поставить и решить вспомогательную задачу Б и закончить рассмотрение задачи о радиальном распределении температуры в облучательном устройстве при отсутствии утечек тепла в торцы. Обосновать необходимость использования метода конечных элементов (МКЭ) для расчета полей температуры в облучаемых образцах. Приступить к постановке задачи расчета поля температуры МКЭ для цилиндрического образца.

## План.

1. Постановка и решение вспомогательной задачи Б.

2.Решение задачи о поле температуры в облучательном устройстве при отсутствии утечек тепла в торцы.

3. Постановка задачи расчета поля температуры МКЭ для цилиндрического образца.

Поле температуры в образце (задача Б)

На поверхности цилиндра с коэффициентом теплопроводности λ0,1 задана температура Т1 , внутри цилиндра действуют внут­ренние источники тепла qv01 , в центре цилиндра температура имеет экстремум.

Граничные условия:

**dT/dr | r= 0 (19)**

**T | r= R1= Т1 (20)**

Поле температуры описывается уравнением (13) и (14).

Из (19) C1 = 0, тогда из (20) определяем:

**С2 = Т1+ qv,0,1 R21/4 λ0,1**

Поле температуры в цилиндре (образце) имеет вид:

Рис.3.7 Модель расчета поля температуры при отсутствии утечек тепла в торцы.

λk.k+1

Rk

Rn

3

1

2

K

K+1

K+2

K+3

n-1

n

qv01v01

qv23

λ23

qvk.k+1

Q

α.Tcp

T=T(r)

Qk

λk,k+1

qvk,k+1

Rk

Tk

Tk+1

А

dT/dr|r=0=0

T=T(r)

λ01

qv01

R1

T1

Б

**Т=Т1+ qv,0,1 (R21-r2)/4 λк, к+1**

Поток тепла с поверхности цилиндра:

**Qk = - 2π λ0,1 R1 dT/dr | r= R1 = πqv,0,1R21  = πqv,0,1(R21 – R20),**

где R0 = 0

Определяем потоки тепла, пользуясь результатами задач, рассмотренных выше:

n

**Qn = Σ πqv,k,k+1(R2k+1 – R2k) при R0 = 0.**

k=0

Используя краевое условие (6), имеем:

**Tn -Tc = Qn/2 παRn**

Определяем перепады температуры:

- на оболочке

**Тn-1 - Тn = Av,n-1,n+ An-1,n ,**

- в газовой прослойке:

**Tn -Tc = Qn-2,n-1 /hn-2,n-1**

- на к-ом экране:

**Тk - Тk+1 = Av,k,k+1+ Ak,k+1 ,**

- в к-1 прослойке:

**Тk-1 - Тk = Qk-1,k /hk-1,k**

-в экране с радиусами R2 и R3 :

**T2 – T3 = Av,2,3+ A2,3 ,**

- в прослойке с радиусами R1 и R2:

**Т1 - Т2 = Q1,2 /h1,2 ,**

- в образце:

**Т0 -Т1= qv,0,1 R21/4 λ0,1**

Последовательное суммирование вышеприведенных разностей дает возможность определить поле температуры по радиусу облучательного устройства.

Исследование свойств материалов в реакторном эксперименте осложняется наличием интенсивных тепловыделений в испытуемом образце. Следствием этого являются градиенты температуры по объему образца и появление термонапряжений, которые в ряде случаев могут приводить к растрескиванию образца. Существенными могут оказаться явления, обусловленные наличием градиента плотности тепловыделения в материале.

В целом, требования к оценке поведения образца в реакторном эксперименте должны быть более строгими, расчеты температурных полей более подробными и точными.

**Для расчета температурных полей в образце реакторной установки целесообразно воспользоваться методом конечных элементов.**

Постановка задачи.

1.Геометрические условия задают цилиндрический осе симметричный образец.

2.Физические условия задают распределение источников

тепло­выделения в образце и коэффициент теплопроводности, зависящий от температуры.

3.Временные условия рассматривают стационарную задачу:

**dT/dτ =0 (21)**

4.Граничные условия.

На торцевых поверхностях образца предлагается использовать два варианта граничных условий:

- условия первого рода:

**T|z=0, 0≤ r ≤ R = T (0, r) (22)**

**T|z=H, 0≤ r ≤ R = T (H, r) (23)**

- условия третьего рода:

**- λ dT/dr |z=0, 0≤ r ≤ R = α (0,r) [T (0, r) – Tc0] (24)**

**- λ dT/dr |z=H, 0≤ r ≤ R = α (H,r) [T (H, r) – TcH] (25)**

На внешней боковой поверхности цилиндрического образца задаются граничные условия третьего рода:

**Q= 2πRα(z,r) [T (z, r) – Tcr] (26)**

**Решение задачи методом конечных элементов.**

Дискретизация геометрической области проводится по схеме представленной в верхней части рис. 3.8.

Определение стационарных двумерных полей температуры осно­вано на простейшем варианте метода конечных элементов. Ищется решение стационарного уравнения теплопроводности:

**div [ λ(T) grad T( r )] + qv(r) =0 , (27)**

где

**Т(r)** - температура образца;

**λ(Т)** - коэффициент теплопровод­ности в общем случае, зависящий от температуры;

qv(r)- плотность внутренних источников тепла может быть функцией координат.

Граничные условия, как уже отмечалось, задают либо темпе­ратуру, либо тепловой поток. В соответствии с методом конечных

элементов и с учетом симметрии задачи цилиндрический образец разбивается на N кольцевых элементов и М элементов по высоте.

Возьмем толщину кольцевых элементов постоянной. Затем для каждого элемента составляется уравнение теплового баланса, при этом предполагается, что величины λ и qv постоянны для данного элемента.

В рассматриваемом случае уравнения теплового баланса элементов принимают вид:

N(i)

**Σ γ(i,j)[T(i)-T(j)] + qv(i)S(i)+QL(i) = 0 (28)**

j=1

где

S(i)- площадь получаемого при таком разбиении элемента;

Т(i)- температура элемента;

qv(i) плотность внутренних источни­ков тепла;

QL(i)- поток тепла в элемент из внешней среды;

γ( i,j)- коэффициент, характеризующий перенос тепла между соседними i-ым и j -ым элементами;

N(i)- число элементов, обменивающихся теплом с элементом, равно четырем во внутренней области и трем для элементов, лежащих на границе области.

При составлении системы уравнений (28) предполагалось, что потоки тепла Q между соседними элементами пропорциональны разности температур в этих элементах:

**Q = γ( i,j) [T(i)-T(j)] (29)**

Выражение, определяющее γ( i,j) , может быть получено при рассмотрении соотношения для потока тепла между i-ым и j -ым элементами в радиальном направлении:

**Q = λ Lij grad T | ij (30)**

где λ - коэффициент теплопроводности материала; L- протяжен­ность границы между элементами; grad T **|** ij - градиент температуры на границе между i-ым и j -ым элементами.

**H**



**r**

**z**

**r**



Рис. 3.8

**0**

**0**

**0**

**0**

**0**

**0**

**0**

**0**

**M\*N**

Рис.3.8. Схема расположения конечных элементов и структура матрицы [B].