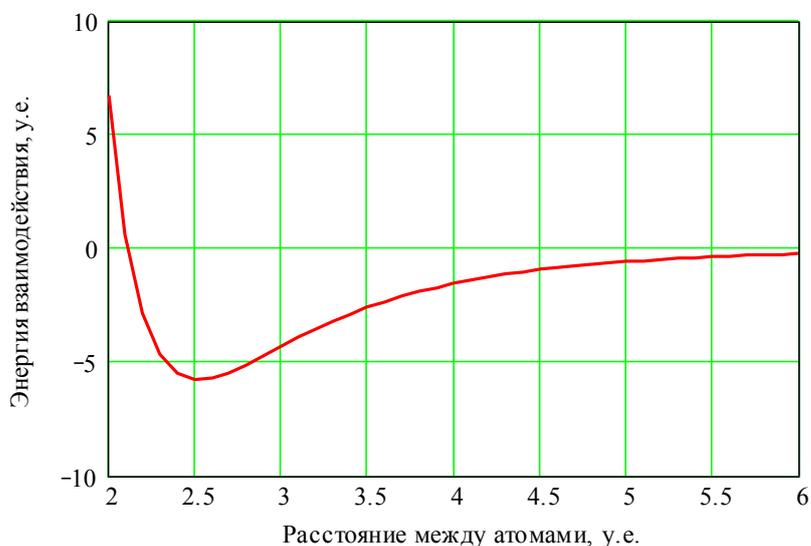


## Лекция 15. Основы физики прочности и пластичности

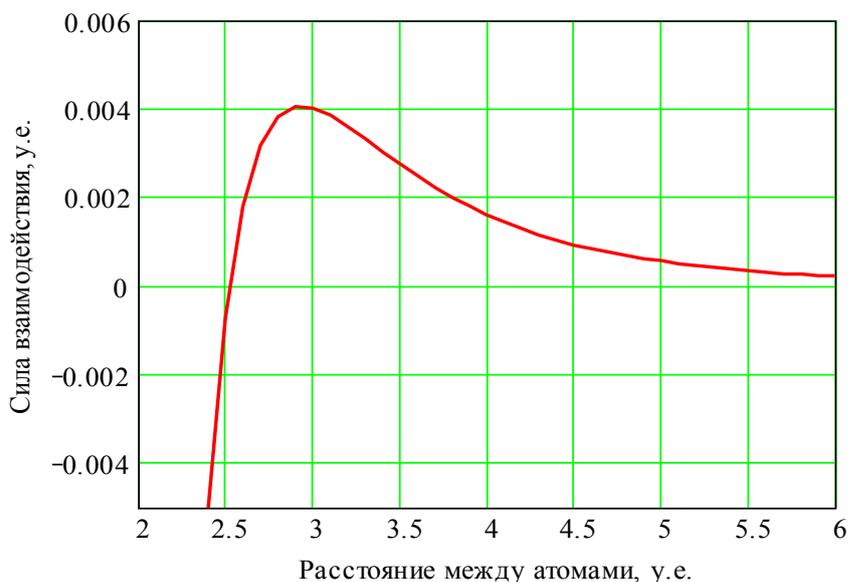
### Взаимодействие атомов кристаллической решетки

Механическая прочность твердых тел имеет атомарную природу. При сближении двух атомов возникает взаимное притяжение, которое сменяется состоянием равновесия. Этому соответствует минимум потенциальной энергии взаимодействия. При дальнейшем сближении атомов потенциальная энергия возрастает, и возникают силы отталкивания.

Ниже приведенные графические зависимости качественно иллюстрируют физическую природу механической прочности.



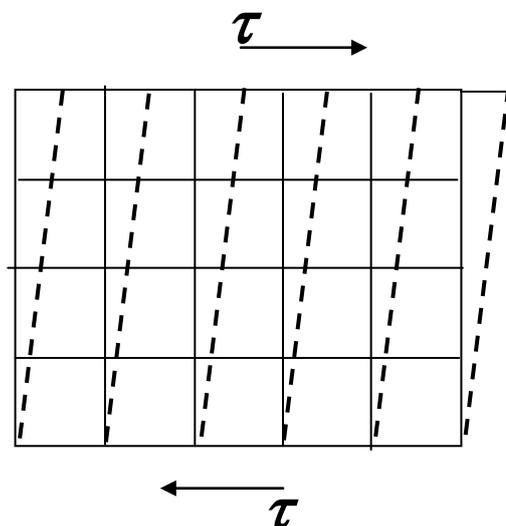
Энергия взаимодействия двух атомов



Сила взаимодействия двух атомов

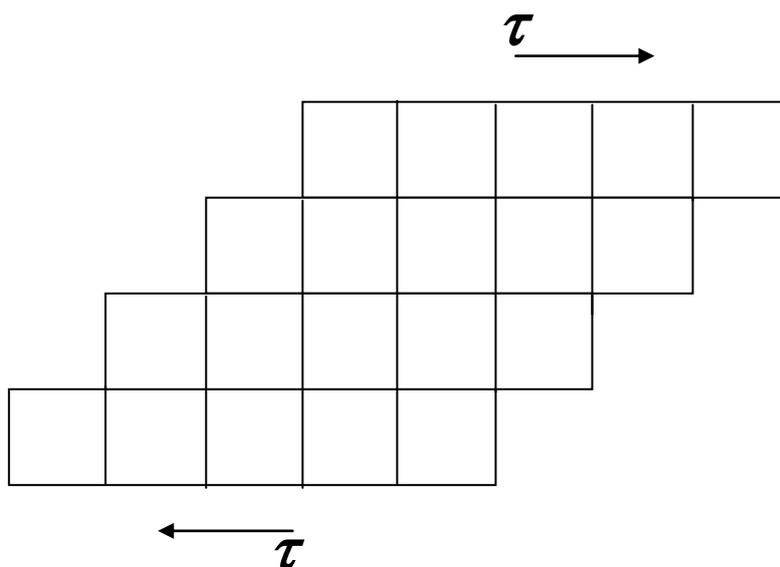
## Упругая и пластическая деформация монокристаллов

Под воздействием внешних сил атомы кристаллической решетки смещаются из положения равновесия.



Если смещения атомов не будут сопровождаться изменением их ближайших соседей, то деформация кристалла будет **упругой**. Межатомные связи напрягаются, возникают напряжения, но после разгрузки кристалл восстанавливает свои размеры и форму.

При пластическом деформировании межатомные связи пересоединяются, некоторые атомы меняют своих соседей, происходит необратимая деформация.

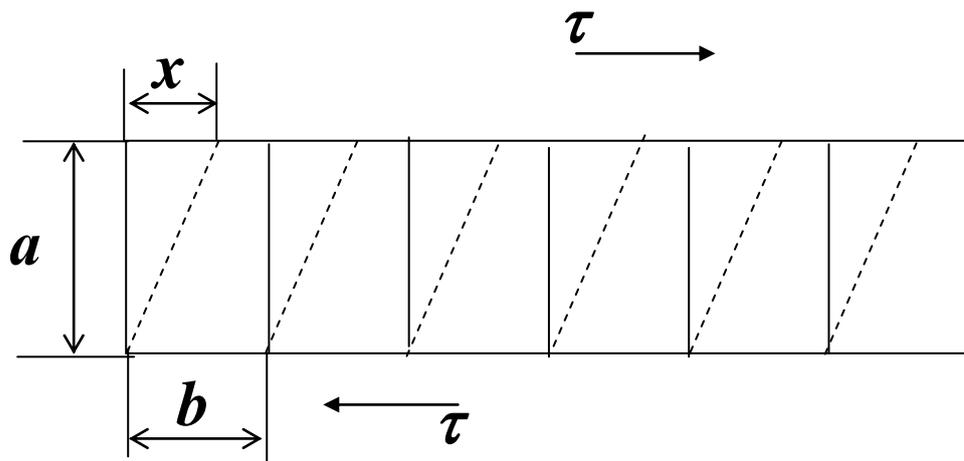


При снятии нагрузки исчезают напряжения, но изменения формы не исчезают.

Одно и то же качественное изменение формы можно получить как за счет упругой, так и за счет пластической деформации.

### Теоретическое сопротивление сдвигу (Я. Френкель)

Под действием касательных напряжений  $\tau$  происходит сдвиг атомных плоскостей относительно друг друга.



Если  $x$  - смещение атомов из положения равновесия, то касательные напряжения  $\tau$  являются функцией этого смещения.

$$\tau = \tau(x)$$

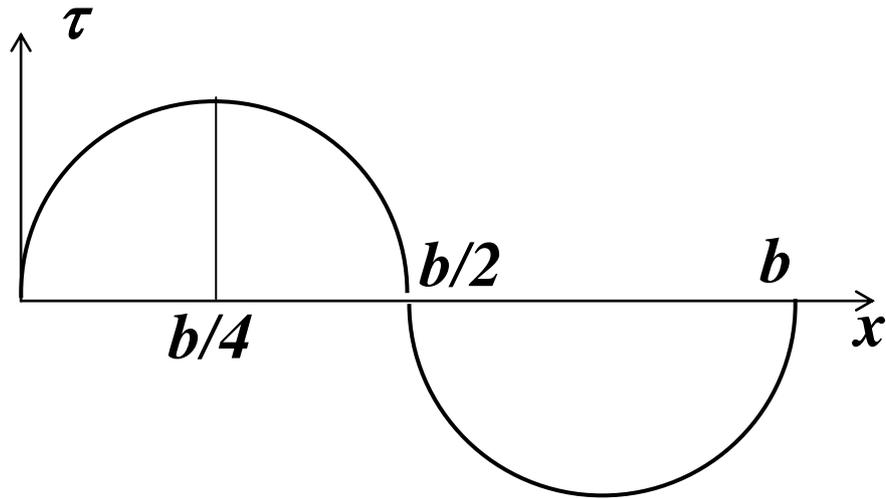
При  $x = 0$ ,  $\tau = 0$  (положение равновесия)

При  $x = b$ ,  $\tau = 0$  (новое состояние равновесия)

При  $x = b/2$ ,  $\tau = 0$  (состояние неустойчивого равновесия)

Френкель предположил, что

$$\tau = A \sin\left(\frac{2\pi x}{b}\right)$$



При  $x < b/2$  деформация упругая и справедлив закон Гука:

$$\tau = G\gamma \quad \gamma = \frac{x}{a} \quad \tau = G \frac{x}{a}$$

Из формулы Френкеля при малых значениях  $x$  имеем:

$$\tau = A \left( \frac{2\pi x}{b} \right)$$

$$G \frac{x}{a} = A \left( \frac{2\pi x}{b} \right)$$

Приравняв

$$A = G \frac{b}{2\pi a} \cdot$$

получаем

$$\tau = \frac{Gb}{2\pi a} \sin \left( \frac{2\pi x}{b} \right).$$

Следовательно,

При  $x < b/4$  напряжение достигает максимума

$$\tau_{\max} = \frac{Gb}{2\pi a}$$

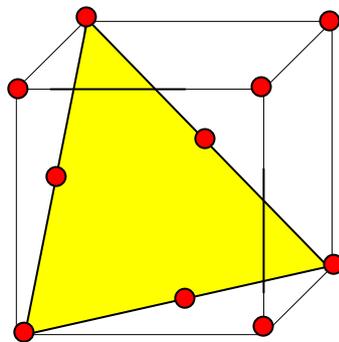
В кубических кристаллических решетках  $a \sim b$ , поэтому теоретическое сопротивление сдвигу

$$\tau_T = \frac{Gb}{2\pi a} \approx 0,1G$$

$$\tau_T^{Ft} \approx 6000 \text{ МПа} \quad \tau_T^{Cu} \approx 4000 \text{ МПа}$$

## Закономерности пластической деформации монокристаллов

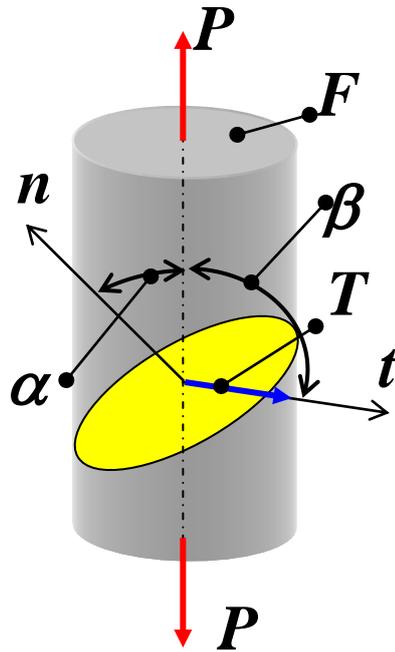
1. Пластическая деформация монокристаллов осуществляется посредством скольжения по наиболее плотноупакованным кристаллографическим плоскостям.



Совокупность плоскости скольжения и направления скольжения образует систему скольжения.

2. Скольжение идет по системе, вдоль которой действует наибольшее приведенное касательное напряжение  $\tau = \tau_{np}$ . Скольжение начинается, когда приведенное касательное напряжение  $\tau_{np}$  достигает критического значения  $\tau_s$ .

Рассмотрим монокристалл, которому придан вид цилиндра с площадью поперечного сечения  $F$  и который растягивается силой  $P$ .



Нормаль  $n$  определяет плоскость скольжения, угол между нормалью и направлением силы  $P$  равен  $\alpha$ .

Направление  $t$  определяет направление скольжения, угол между этим направлением и направлением силы  $P$  равен  $\beta$ .

Сила  $T$ , действующая по направлению  $t$  равна

$$T = P \cos(\beta),$$

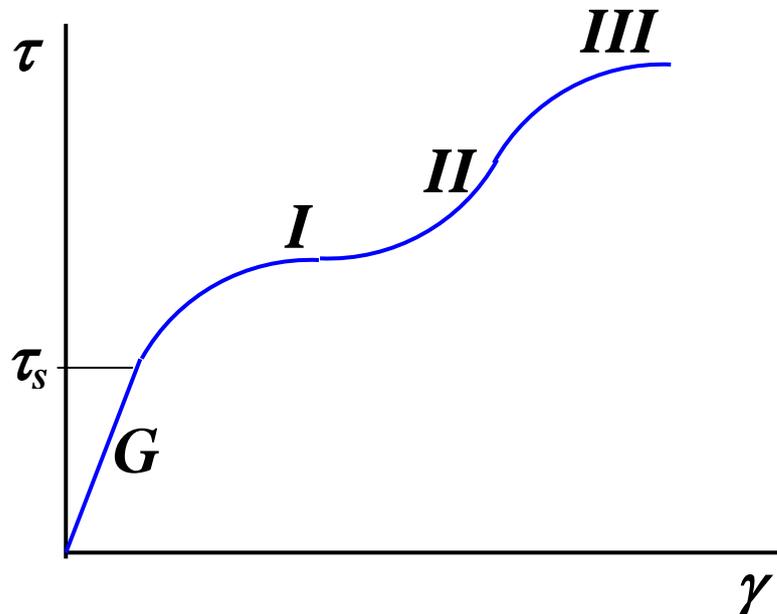
ей соответствует касательное напряжение

$$\tau = \frac{F}{F_{ск}} \quad \text{где} \quad F_{ск} = \frac{F}{\cos(\alpha)}.$$

Приведенное касательное напряжение  $\tau_{np}$  будет равно

$$\tau_{np} = \frac{P}{F} \cos(\alpha) \cos(\beta)$$

3. Кривая деформирования монокристаллов имеет вид. Напряжения  $\tau$  и угловая деформация  $\gamma$  - это приведенное напряжение  $\tau_{np}$  и приведенный сдвиг  $\gamma_{np}$  в одной плоскости скольжения.



I - стадия легкого скольжения:

$$\frac{d\tau}{d\gamma} \approx (10^{-5} - 10^{-4})G$$

II - стадия быстрого упрочнения :

$$\frac{d\tau}{d\gamma} \approx 10^{-3} G$$

III - стадия динамического отдыха :

$$\frac{d\tau}{d\gamma} \approx \rightarrow 0$$

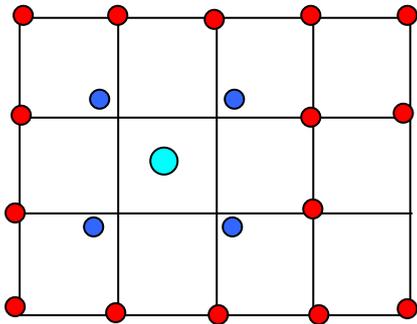
**Деформационное упрочнение** – это явление нарастания деформирующего напряжения в процессе активного деформирования твердого тела с постоянной скоростью.

## Дефекты кристаллической решетки

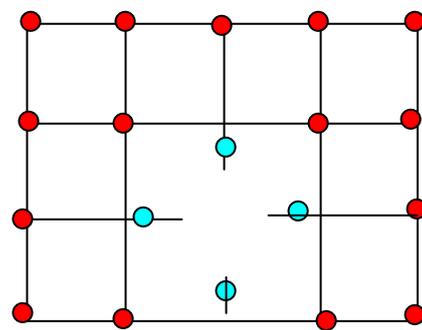
Все реальные кристаллы содержат самые разнообразные несовершенства структуры – дефекты структуры. Наличие этих дефектов, а главное возможность их возникновения и перемещения во многом определяет физические и механические свойства твердых тел.

### Геометрическая классификация дефектов кристаллической решетки

1. Нульмерные или точечные дефекты. Это межузельные атомы и вакансии. Это самое простое нарушение идентичности окружения данного атома соседями.



Межузельный атом



Вакансия

2. Одномерные и линейные дефекты. Это специфические дефекты – дислокации, цепочки точечных дефектов.
3. Двухмерные или поверхностные дефекты. Это границы зерен, блоков, двойников и сама поверхность кристалла.
4. Трехмерные или объемные. Это поры, выделения и т.п. образования, размеры которых во всех направлениях больше расстояния между соседними атомами кристаллической решетки.

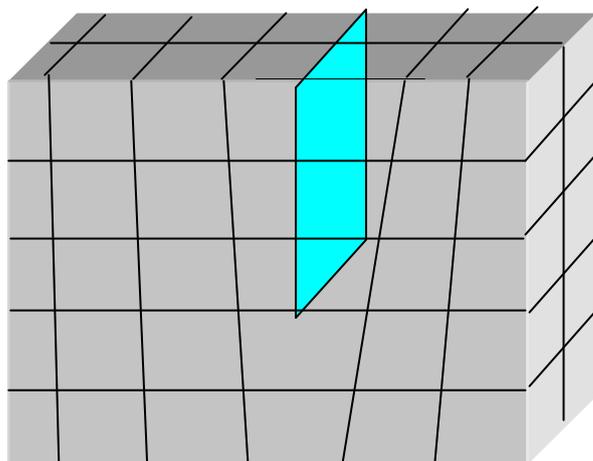
Наибольшее значения для процессов деформирования имеют дислокации.

### Дислокации

*Дислокация* – специфический линейный дефект, нарушающий правильное расположение атомных плоскостей кристалла.

Различают краевые дислокации и винтовые дислокации.

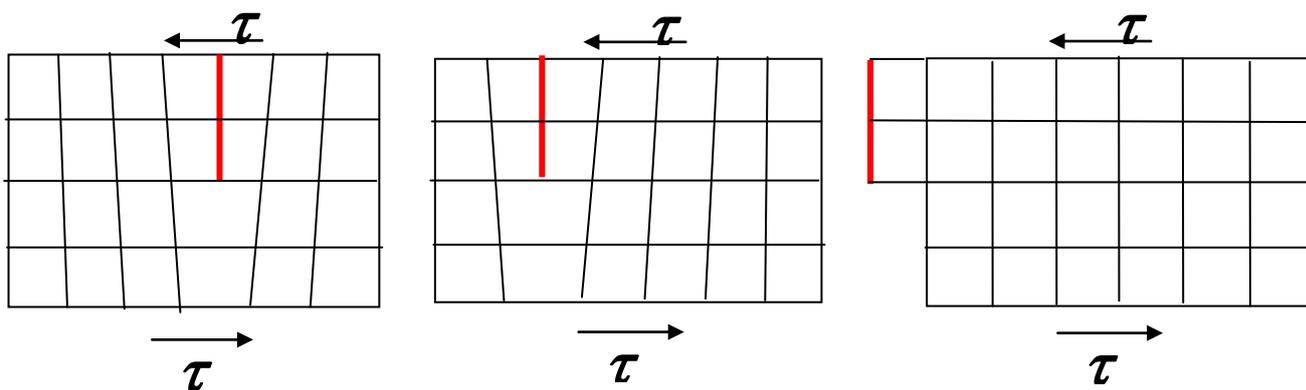
*Краевая дислокация* представляет собой край разорванной атомной плоскости.



## Движение дислокаций и пластическая деформация

Движение краевой дислокации происходит посредством двух механизмов: скольжения и переползания.

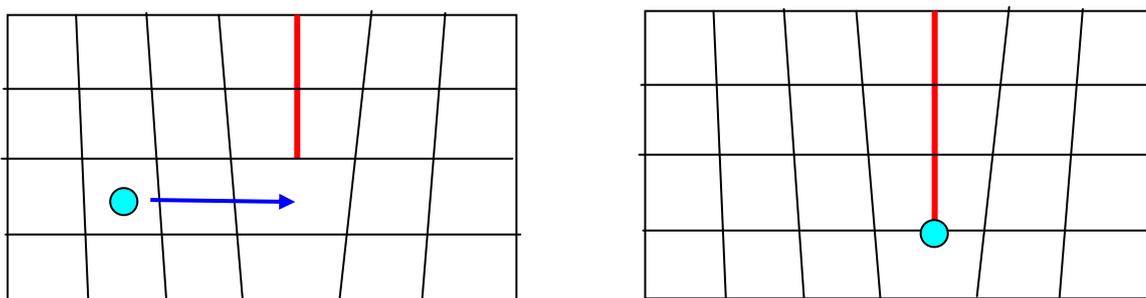
Скольжение дислокаций – это явление движения дислокаций по поверхности скольжения.



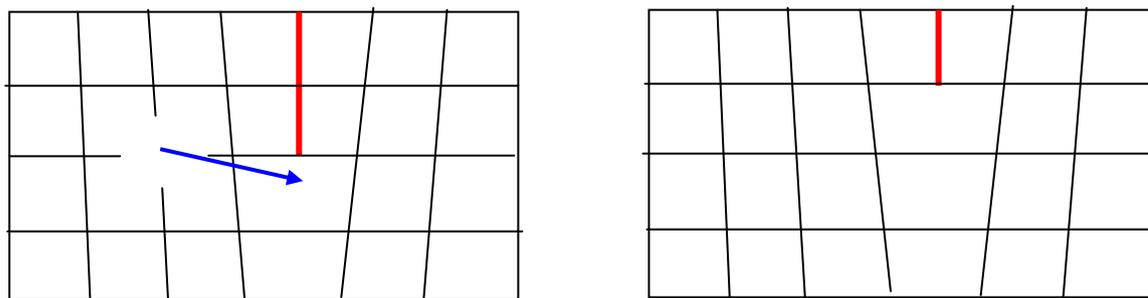
Переползание краевой дислокации – это движение дислокации по нормали к плоскости скольжения.

Переползание дислокаций осуществляется посредством диффузии точечных дефектов.

Если к краю дислокации подходит межузельный атом, то происходит увеличение экстраплоскости.



Если к краю дислокации подходит вакансия, то происходит сокращение экстраплоскости.

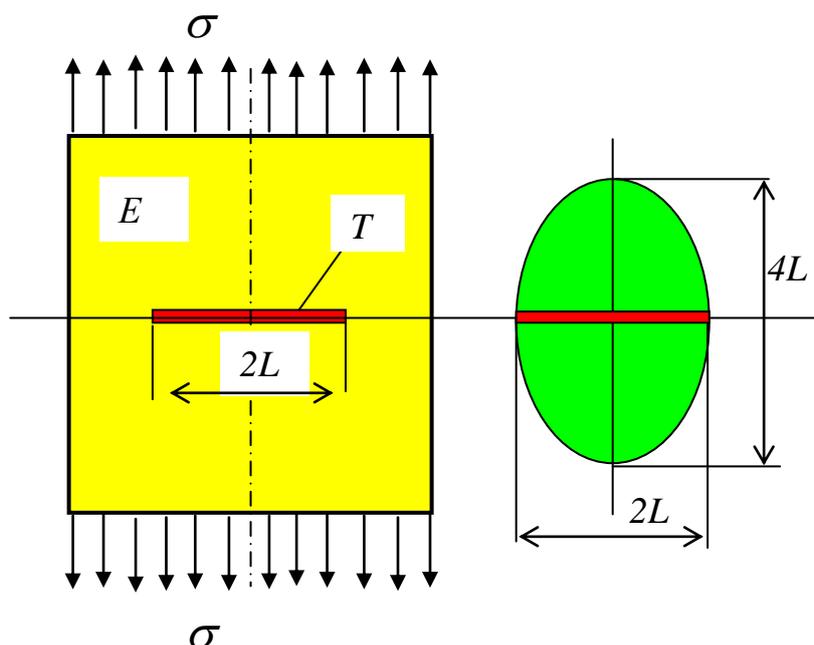


## Теория хрупкого разрушения

*1921 год, Гриффитс, решение задачи об устойчивости трещины. Это вторая классическая задача. Первая – задача Эйлера об устойчивости сжатого стержня, 1740 год.*

Громадная заслуга Гриффитса состоит в том, что он константы теории упругости пополнил энергией образования новых поверхностей. Это привело к созданию новой науки – механики разрушения.

Гриффитс рассматривал энергетическое состояние бесконечной пластины единичной толщины с трещиной  $2L$ , нагруженной вдали напряжением  $\sigma$ . Он принял, что затраты энергии на образование единицы длины трещины равны  $T$ .



Пусть

$$U = U_0 + U_1 + U_2 \quad - \text{ энергия тела с трещиной}$$

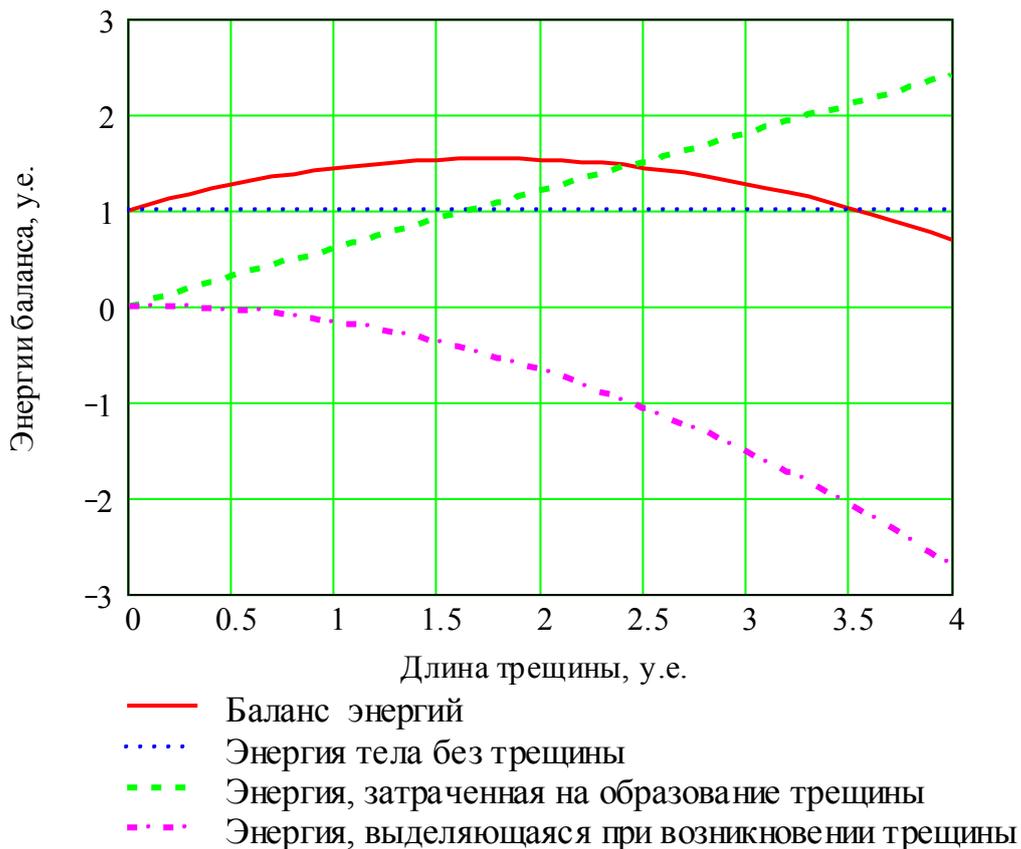
$$U_0 \quad - \text{ энергия тела без трещины}$$

$$U_1 = \frac{-\sigma^2}{2E} \pi L \cdot 2L \quad - \text{ энергия, выделенная в области трещины (эллипс)}$$

$$U_2 = 4TL \quad - \text{ энергия, поглощенная при образовании трещины } 2L$$

$$U = U_0 - \frac{\sigma^2}{E} \pi L^2 + 4TL \quad - \text{ баланс энергий}$$

$$U(L) := U_0 + U_1(L) - U_2(L)$$



Критическое состояние

$$\frac{dU}{dL} = 0$$

$$L_c = \frac{2TE}{\pi \sigma_c^2}$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2TE}{\pi L_c}}$$

$$\sigma_c \sqrt{\pi L_c} = \sqrt{2TE} = const$$

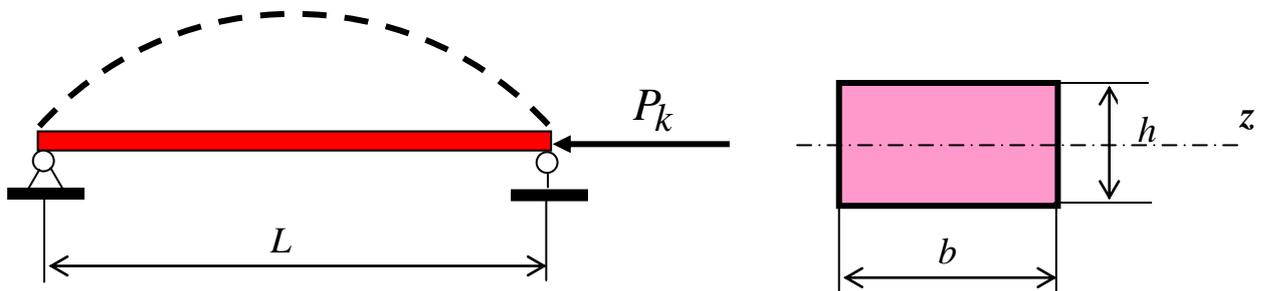
$\sigma_c$  - критическое напряжение

$L_c$  - критическая длина трещины

Диаграмма хрупкого разрушения по Гриффитсу

1740 год. Эйлер, задача об устойчивости сжатого стержня

Первая классическая задача



$$P_k = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}$$

- критическая сила потери устойчивости

$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

- осевой момент инерции

$$F = bH$$

- площадь поперечного сечения

$$\sigma_k = \frac{P_k}{F}$$

- напряжение в поперечном сечении

Эйлер

Гриффитс

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E h^2}{12 L^2}$$

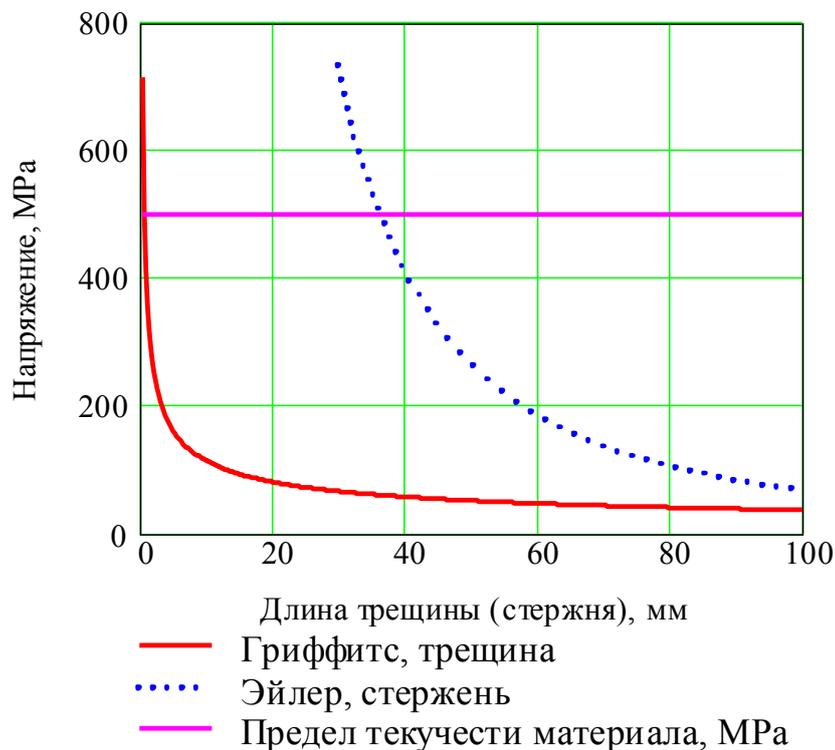
$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2TE}{\pi L_c}}$$

- Критическое напряжение не зависит от прочности тела
- Критическое напряжение обратно пропорционально размеру  $L$
- Количество (длина  $L$ ) переходит в качество (потеря устойчивости)

### Сопоставление двух классических задач

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2TE}{\pi L_c}}$$

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E h^2}{12 L^2}$$



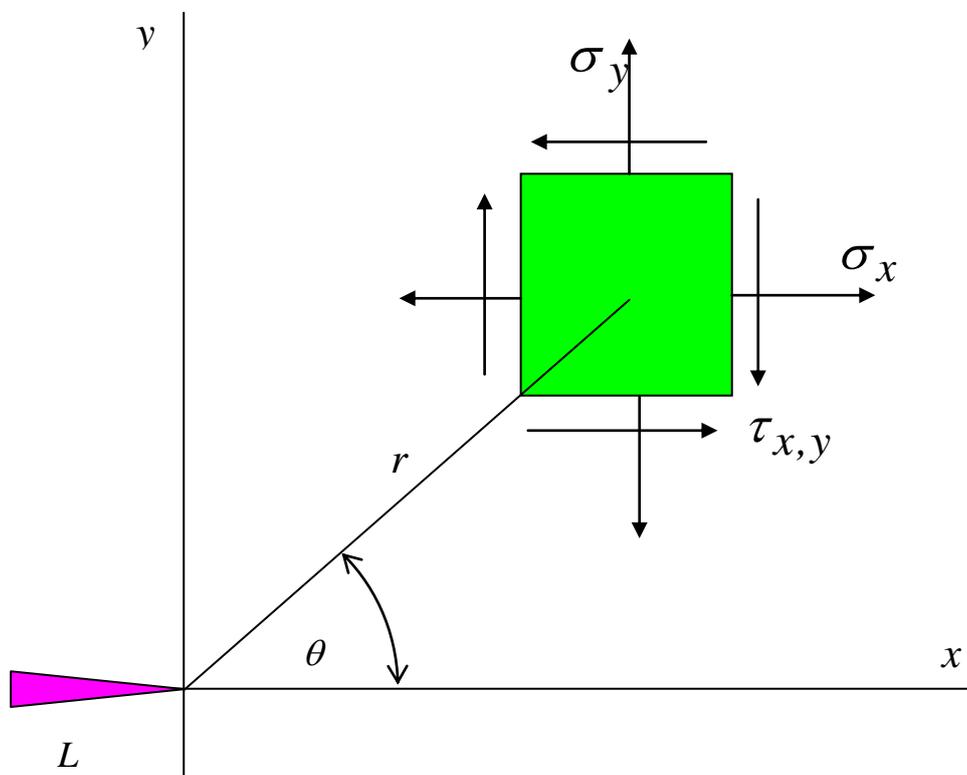
## Закключение.

1. И теория Эйлера и теория Гриффитса неприменимы для малых размеров длин стержней или трещин. Предел их применимости определяется пластичностью материала – в данном случае пределом текучести 500 МПа.
2. Механика разрушения качественно отличается от теории упругости тем, что в нее введена новая физическая величина – поверхностная энергия  $T$ .
3. Попытки экспериментального определения значений  $T$  и применения их для расчетов на прочность металлических материалов с трещинами потерпели неудачу – измеренные значения  $T$  на два-три порядка превышают расчетные.

**Ирвин, 1957 год. Анализ напряжений в области перед кончиком трещины.**

### Начало расчетов на прочность тел с трещинами

(200 лет после Эйлера и 35 лет после Гриффитса)



$$\sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right)$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right)$$

$$\tau_{x,y} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right)$$

Постоянная величина  $K$  получила название – **коэффициент интенсивности напряжений**

Главное – трещина формирует перед собой **стандартное поле напряжений**, которые изменяются в соответствии с изменением **одной величины – трещины**

Из теории размерности следует, что  $K = \sigma \sqrt{\pi L}$   
 Из теории Гриффитса получено ранее, что

$$\sigma_c \sqrt{\pi L_c} = \sqrt{2TE} = const$$

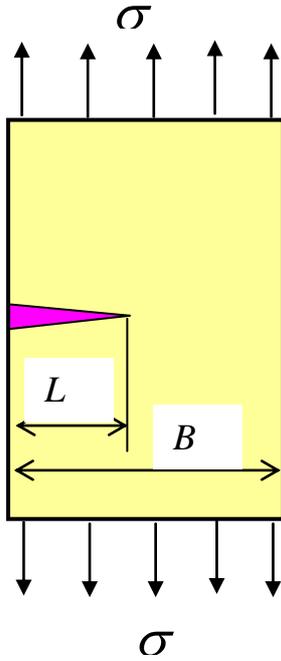
Из сравнений двух уравнений следует гипотеза о существовании критического значения  $K_c$ , как специфического свойства материала и значение  $K_c$  можно определить экспериментально в момент начала движения трещины

$$K_c = \sqrt{\pi L_c} = \sqrt{2TE} = const$$

Далее производим замену  $2T \Rightarrow G$

Величине  $G$  приписываем физический смысл силы, которая движет трещину

$$G_c = \frac{K_c^2}{E}$$



Были получены многочисленные решения для коэффициента интенсивности напряжений  $K$

Общий вид этих решений

$$K = \sigma \sqrt{L} \cdot Y\left(\frac{L}{B}\right)$$

$$Y\left(\frac{L}{B}\right)$$

-  $K$  – тарировка или формфактор

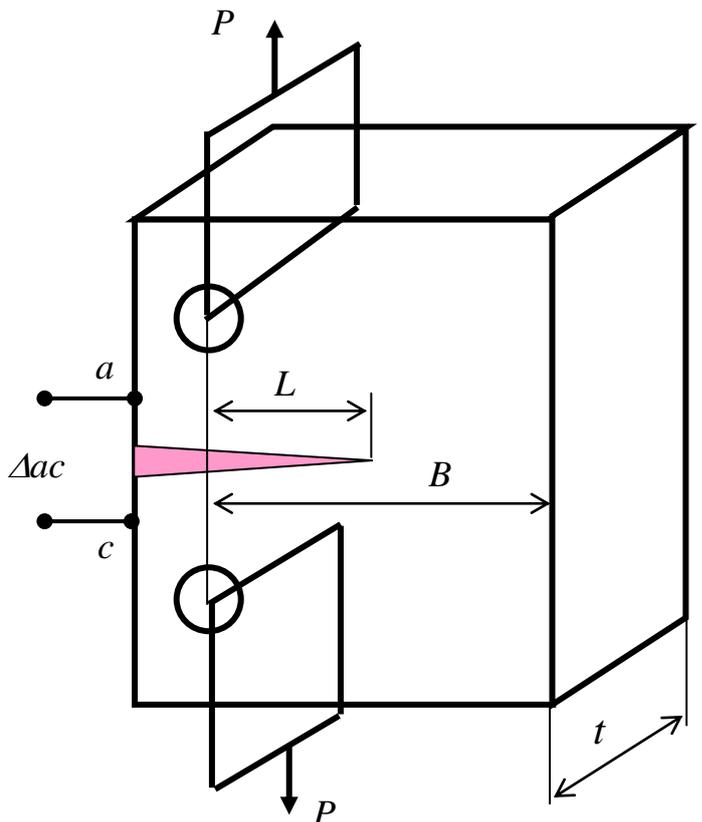
$$Y\left(\frac{L}{B}\right) = a_1\left(\frac{L}{B}\right) + a_2\left(\frac{L}{B}\right)^2 + a_3\left(\frac{L}{B}\right)^3 + \dots$$

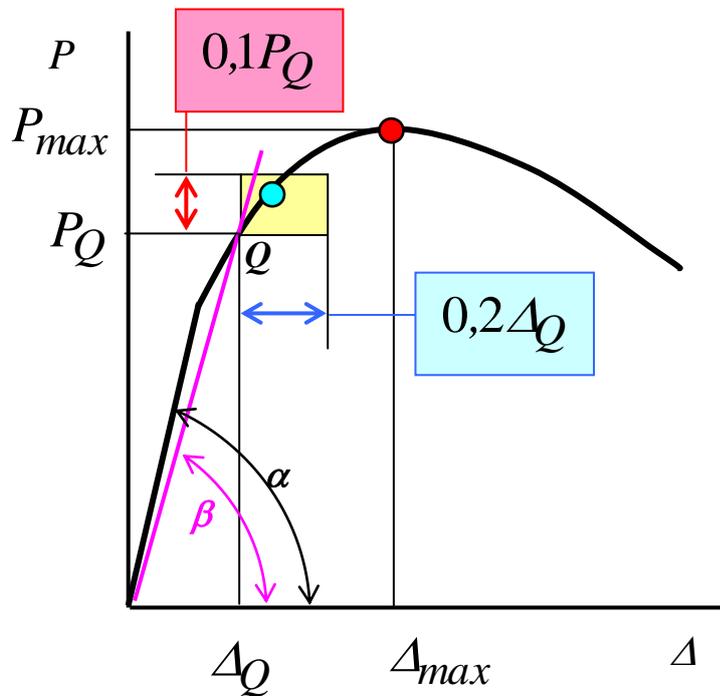
Экспериментальное определение вязкости разрушения -  $K_{Ic}$

Стандартный компактный образец для испытаний на внецентренное растяжение

Основные геометрические соотношения

$$B = 2t \quad L = t$$





1. Определяют точку Q методом 5% секущей

$$\tan(\beta) = 0,95 \tan(\alpha)$$

2. Вычисляют

$$K_Q = \frac{P_Q}{Bt} \sqrt{L} \cdot Y \left( \frac{L}{B} \right)$$

3. Критерии достоверности: Если

$$P_{max} \leq 1,1P_Q \quad \text{и}$$

$$\Delta_{max} \leq 1,2\Delta_Q \quad \text{то} \quad K_{Ic} = K_Q$$

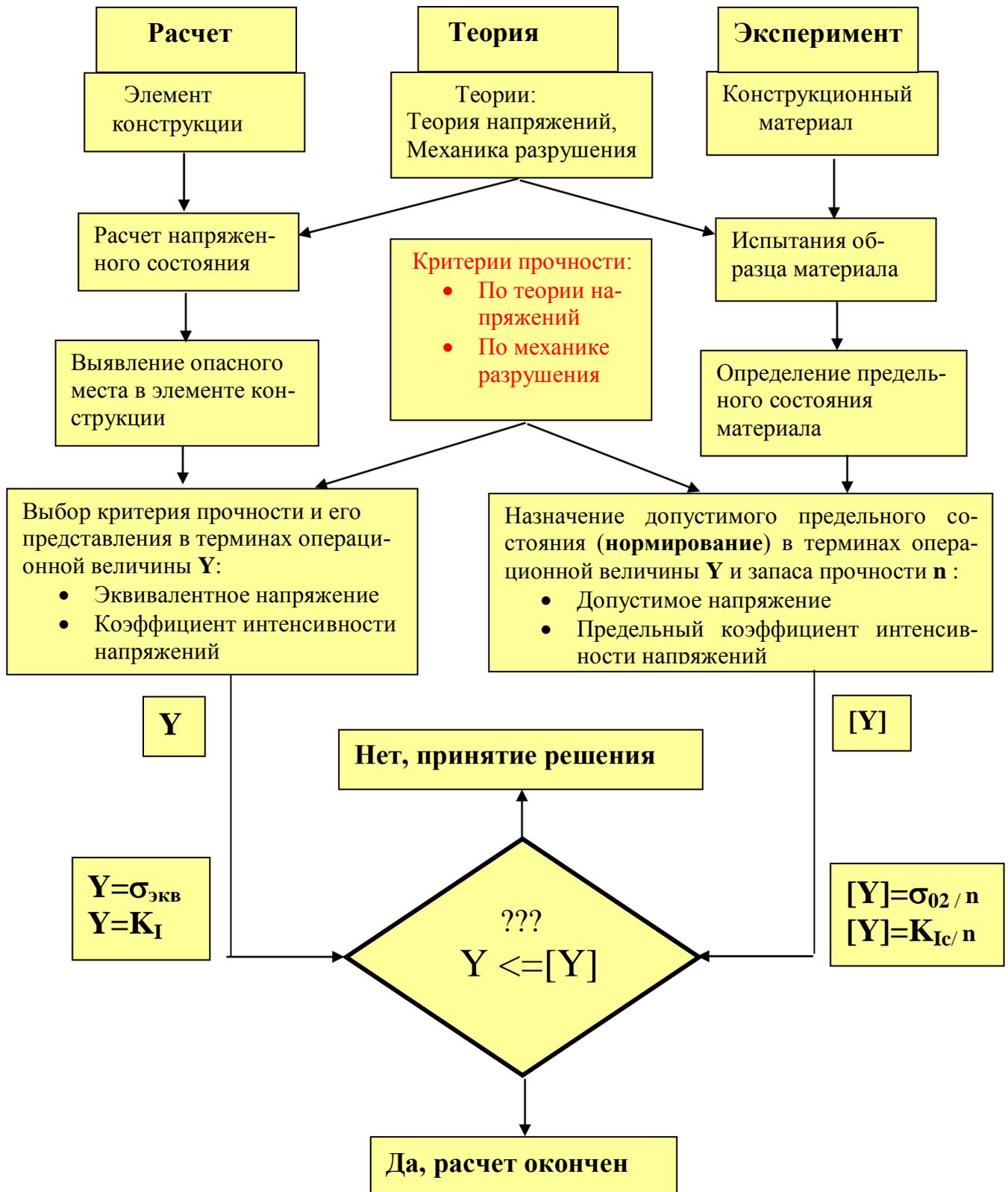
В противном случае значения  $K_Q$  считают недостоверными

Если красная точка на диаграмме переместится в желтый прямоугольник, (голубая точка), то эксперимент считается достоверным

и вывод

$$K_{Ic} = K_Q$$

## Алгоритм расчета на прочность элементов конструкций в исходном и поврежденном состояниях



## Комментарии к алгоритму.

1. Алгоритм имеет две главных ветви – левую расчетную и правую экспериментальную.
2. Расчетная ветвь предусматривает или анализ напряженного состояния или расчет коэффициента интенсивности напряжений.
3. Экспериментальная ветвь дает границы применимости теорий и формирует допустимые значения операционной величины с учетом запаса прочности.
4. Обе ветви объединены одной теорией. Это или теория упругости или механика разрушения. Операционные величины – напряжение или коэффициент интенсивности напряжений.
5. Критерии прочности тел, в том числе и тел с трещинами, не следуют из теории. Они формулируются на основе гипотез и записываются в терминах операционной величины – напряжение или коэффициент интенсивности напряжений

## Вклад механики разрушения в решение проблем прочности

- Осознание того, что *появление локального дефекта* в виде трещины *не эквивалентно глобальному разрушению* всей конструкции;
- Отказ от принципа гарантированного, *надежного ресурса* и переход к принципу *безопасной повреждаемости*;
- Разработка методов *расчета конструкций на прочность при наличии трещин* и методов *экспериментального обеспечения* этих расчетов.
- Разработка адекватных методов *диагностики механического состояния и степени повреждения элементов* конструкций сложных технических систем (например, АЭС);

## Ограничения линейной механики разрушения.

1. Не решена проблема сингулярности (бесконечности напряжений) в области малых трещин.
2. Эксперимент дает разные значения  $K_{Ic}$  при испытаниях геометрически подобных образцов разных размеров.
3. Расчеты дают удовлетворительные результаты, если образец для испытаний и элемент конструкции имеют примерно равные толщины.
4. При разных размерах образца для испытаний и элемента конструкции возможно получение ошибочных и нереальных результатов расчета.