

Кафедра физики прочности МИФИ

Маркочев Виктор Михайлович

**Лекции по дисциплине  
«Основы сопротивления материалов и физики прочности»  
с использованием информационных технологий  
для факультета «Ф»**

Рекомендуемая литература:

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. - М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. - 591 с.
2. Пирогов Е.Н., Гольцев В.Ю. Сопротивление материалов. Конспект лекций. – М.: Айрис Пресс, 2003. – 176 с.
3. Сапунов В.Т. Классический курс сопротивления материалов в решениях задач. – М.: Едиториал УРСС. 2004. – 156 с.
4. Маркочев В.М. Решение задач сопротивления материалов в среде MATHCAD. – М.: МИФИ, 2001. –102 с.
5. Маркочев В.М. Расчеты на прочность и трещиностойкость в среде MATHCAD. – М.: МИФИ, 2000. –116 с.
6. Маркочев В.М., Олферьева М.А. Упругопластические состояния и прочность элементов конструкций. – М.: МИФИ, 2001. –140 с.
7. Маркочев В.М. Пособие по решению задач курсового проекта по сопротивлению материалов в среде MATHCAD. – М.: МИФИ, 2008. Электронное пособие.

Структура курса:

Лекции и практические занятия – 60 часов

Лабораторные работы – 4 часа

Курсовая работа: Выдача задания на 2-3-ей недели.

Сроки выполнения

- Растяжение - сжатие – 2 задачи - **срок 5-я неделя;**
- Тонкостенные оболочки – 1 задача - **срок 8-я неделя;**
- Кручение вала – 1 задача - **срок 10-я неделя**
- Изгиб балки – 1 задача - **срок 14-я неделя.**

**Отчет по каждой из решенных задач**

**Экзамен (теория + задача)**

## Лекция 1. Введение. Метод сечений. Напряжения.

Сопротивление материалов – наука о прочности и жесткости элементов конструкций и машин.

Прочность – свойство твердых тел воспринимать внешнюю нагрузку без разрушения.

Жесткость – свойство твердых тел воспринимать внешнюю нагрузку без существенного изменения геометрических размеров, т.е. без больших деформаций.

Сопротивление материалов – инженерный раздел механики деформируемого твердого тела.

Отметим, что механика - первая из физических дисциплин, которая стала удовлетворять критериям качества науки:

- Воспроизводимость результатов;
- Предсказуемость результатов;
- Использование математических формулировок.

Сопротивление материалов – это также первая наука, в полной мере использующая **системный подход**.

**Система** – это множество предметов вместе с их **качествами**, **связями** между предметами и **силами**, воздействующими на предметы системы.

**Внешние силы** воздействующими на предметы системы извне, **внутренние силы** обусловлены наличием связей между разными предметами или частями одного предмета.

Для системы характерна **целостность (связность, когерентность)** поведения – изменение в одной части системы вызывает изменения во всех остальных частях.

**Системный подход** к проблеме прочности постулирует, что свойства сложного объекта исследований (системы) не сводятся к простой сумме свойств ее отдельных элементов (предметов) и что система может обладать свойствами и качествами, которые отсутствуют у ее элементов.

**Системный подход** предполагает, что рассматриваемая система имеет некоторое окружение (среду), с которым она может взаимодействовать.

**Системный подход** предполагает также наличие определенной иерархии систем – система более высокого ранга возникает за счет присоединения к системе данного ранга некоторой части ее окружения.

**Системный подход** характеризуется наличием системного *парадокса иерархичности*:

«Решение задачи описания любой данной системы возможно лишь при условии решения задачи описания данной системы как элемента более широкой системы, а решение последней задачи возможно лишь при условии решения задачи описания данной системы как системы».

В сопротивлении материалов

- Системы – это конструкции и машины вместе с внешними воздействиями и связями между элементами конструкций или машин;
- Элементы конструкций – стержни, оболочки, массивы;
- Качества элементов конструкций – это математически описываемые способности элементов конструкций реагировать на внешние воздействия;
- Воздействия:  
по физике явления – силовое, деформационное, температурное;  
по фактору времени – статическое, динамическое, циклическое, длительное, кратковременное;
- Силы – внешние и внутренние (по отношению к элементу конструкции);
- Связи – различного вида опоры и соединения между элементами, включая сварку;
- Иерархия систем – конструкция, элемент конструкции, сечение элемента конструкции, точка в рассматриваемом сечении элемента конструкции;
- Системный парадокс иерархичности разрешается посредством испытаний материалов и элементов конструкций на испытательных машинах, выступающих в качестве «более широких систем».

Данная система – элемент конструкции или образец из данного материала.

Более широкая система – это вся конструкция, в которую входит рассматриваемый, данный элемент или образец материала.

Испытание образца из данного материала – это изучение поведения образца в более широкой системе «образец – испытательная машина».

Образец материала – это некоторое конкретное изделие, выбранное из множества всех мыслимых изделий из данного материала.

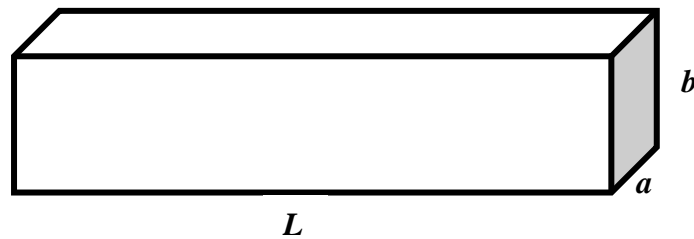
Образец материала – это изделие, свойства которого отождествляются со свойствами данного материала.

# Исходные положения классического сопротивления материалов

## Схематизация геометрий реальных элементов конструкций

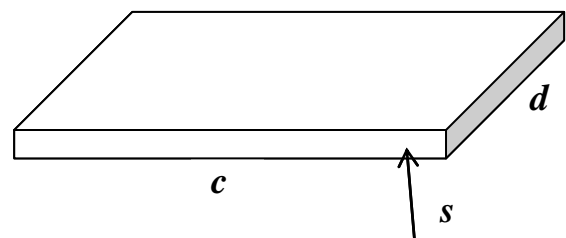
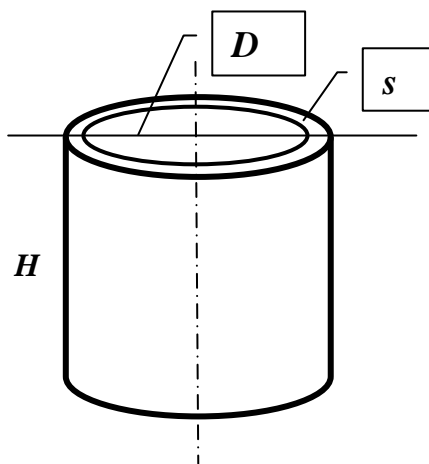
Все разнообразие элементов сопромат сводит к трем видам:

Стержень:  $L \gg a$  ;  $L \gg b$  .

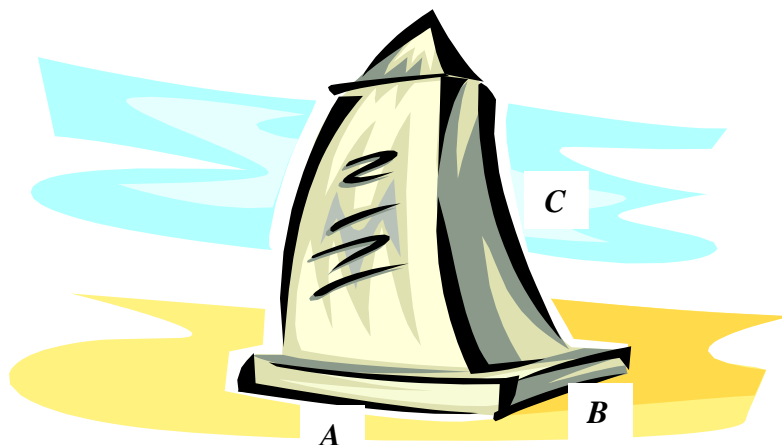


Оболочка:  $H \gg s$  ;  $D \gg s$  ;

Пластина:  $c \gg s$  ;  $d \gg s$

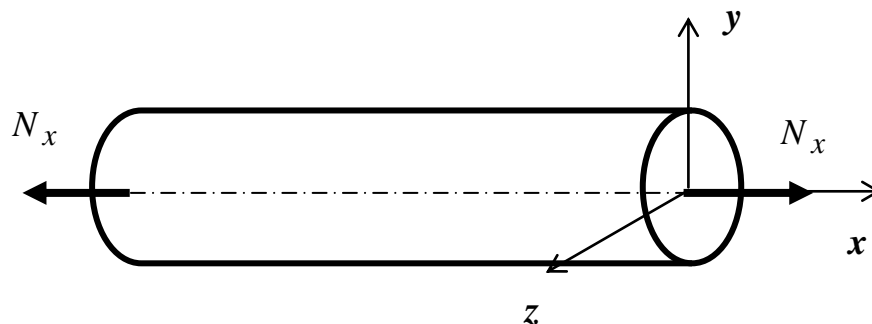


Массив:  $A \approx B \approx C$

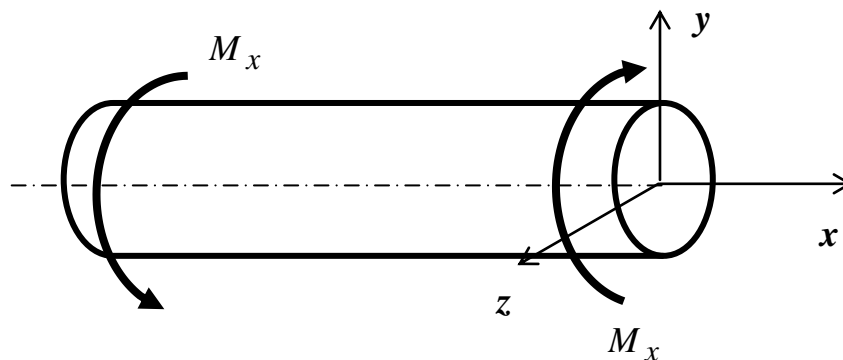


Брус, в зависимости от способа его нагружения силами или моментами, называют стержнем, валом или балкой

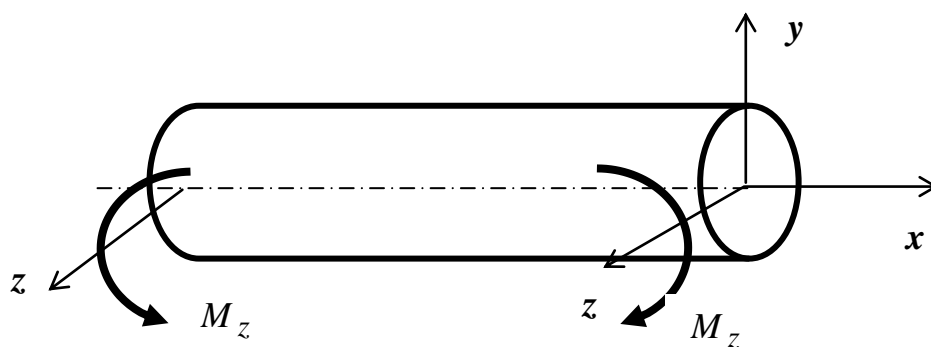
Стержень,  $N_x$  - продольная сила



Вал,  $M_x$  - крутящий момент



Балка,  $M_z$  - изгибающий момент



Начало координат в центре тяжести поперечного сечения бруса.

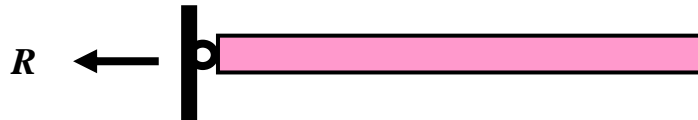
Индексы в обозначениях силы  $N_x$  и моментов  $M_x$  и  $M_z$  соответствуют координатным осям, вдоль которых направлены соответствующие векторы сил и моментов.

## ***Схематизация опор и связей между элементами***

В общем случае связи, наложенные на элемент конструкции, должны запретить три трансляционных и три вращательных перемещения.

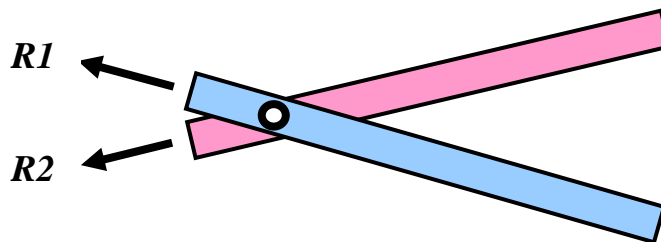
*Плоский случай для стержней*

Шарнирное соединение стержня с опорой



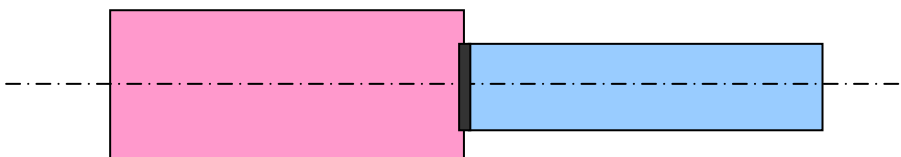
***Возникающая реакция направлена по оси стержня***

Шарнирное соединение стержней



***Возникающие реакции направлены по осям стержней***

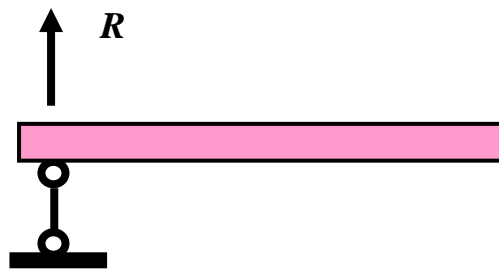
Жесткое соединение стержней (сварка)



***В сечении соединения возможно возникновение продольной и поперечной сил, а также изгибающего момента***

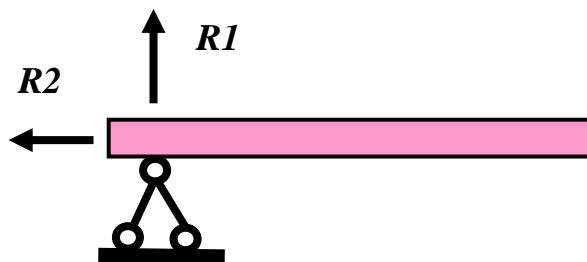
Плоский случай для балок

Шарнирно-подвижная опора



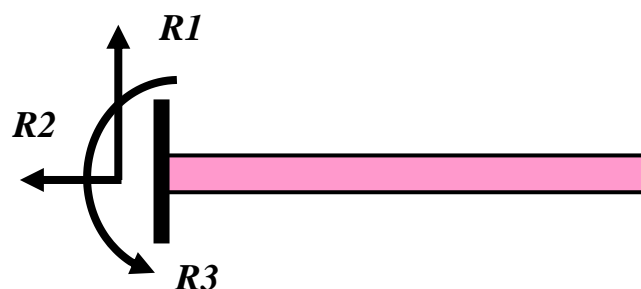
*Возникающая реакция  $R$  направлена вертикально*

Шарнирно-неподвижная опора



*Возникающие реакции направлены вертикально  $R1$  и по оси балки  $R2$*

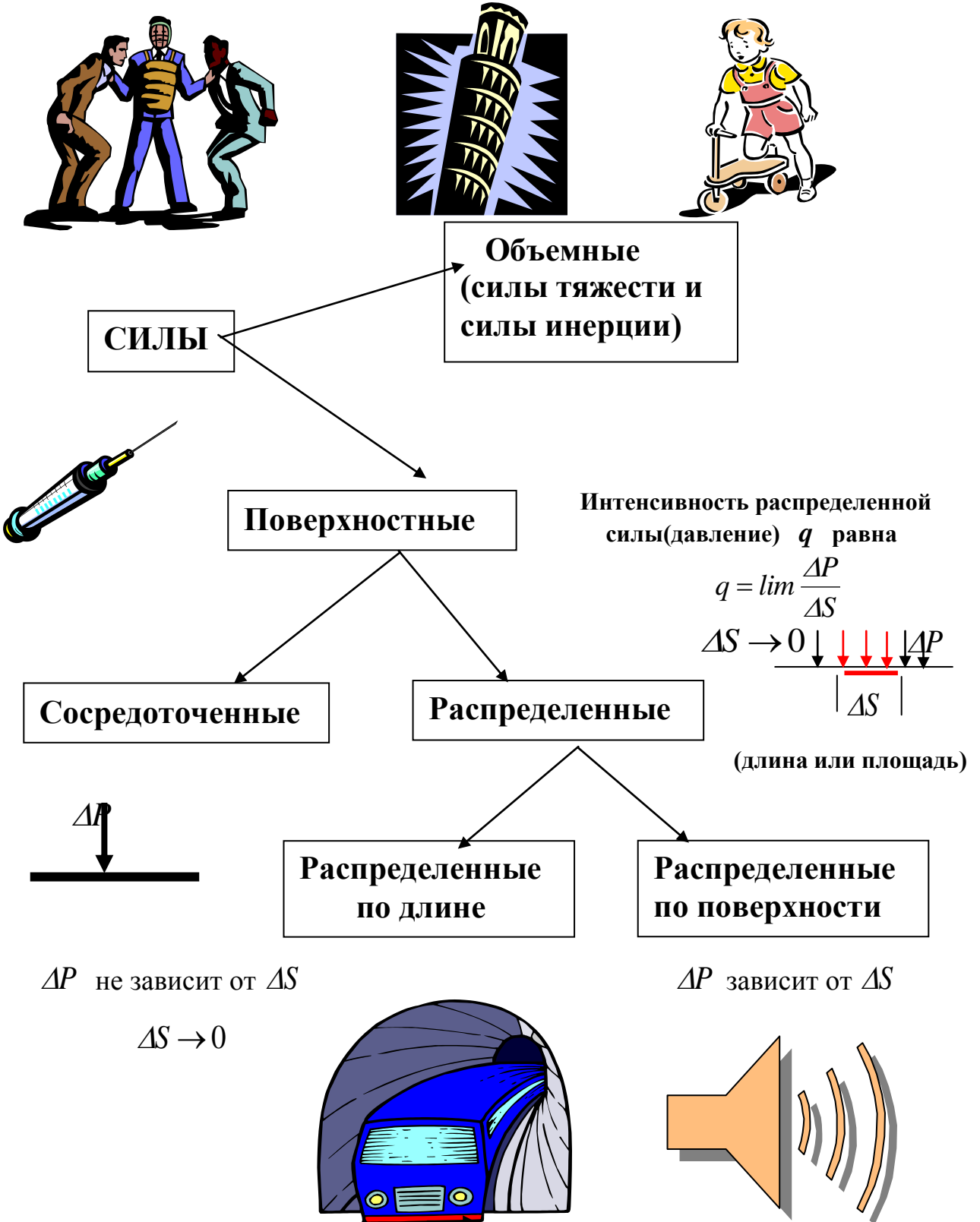
Жесткая заделка



*В заделке возникают три реакции – две силы (вертикальная  $R1$  и горизонтальная  $R2$ ), а также реактивный момент  $R3$ .*

# Схематизация внешних сил, действующих на элемент конструкций

Все силы, которые действуют на рассматриваемый элемент конструкции со стороны других элементов, считаются внешними по отношению к данному элементу. К внешним силам относят также силу тяжести и силы инерции

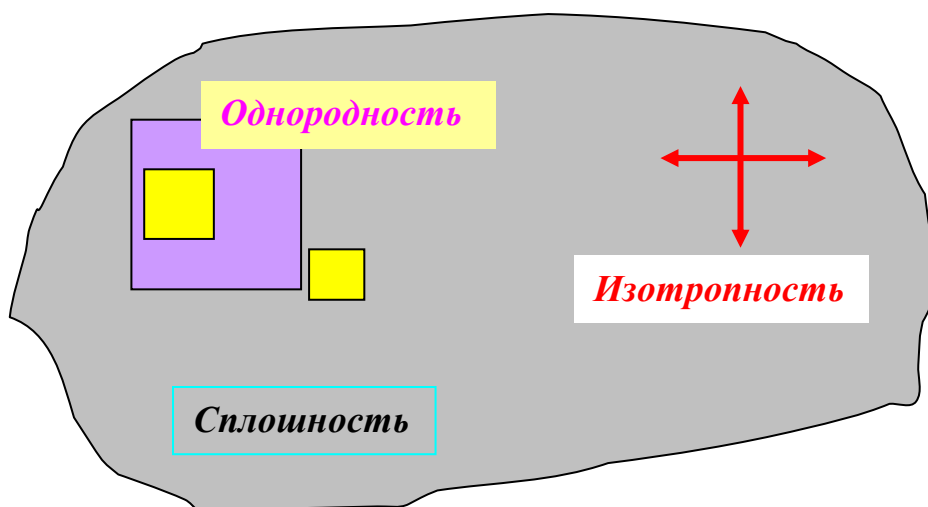




$$\text{Размерности } q \longrightarrow \frac{H}{m} \quad \text{или } q \longrightarrow \frac{H}{m^2}$$

## *Идеализация свойств конструкционного материала*

Материал считается сплошным (непрерывным), однородным и изотропным



**Сплошность**, т.е. отсутствие разрывов, позволяет использовать математический анализ с присущими ему понятиями непрерывной функции, бесконечно малой величины и т.д. Это дает возможность устанавливать соотношения в дифференциальном виде и использовать операции интегрирования.

**Однородность** предполагает независимость физико-механических свойств материала от размера рассматриваемой области тела и от места расположения этой области.

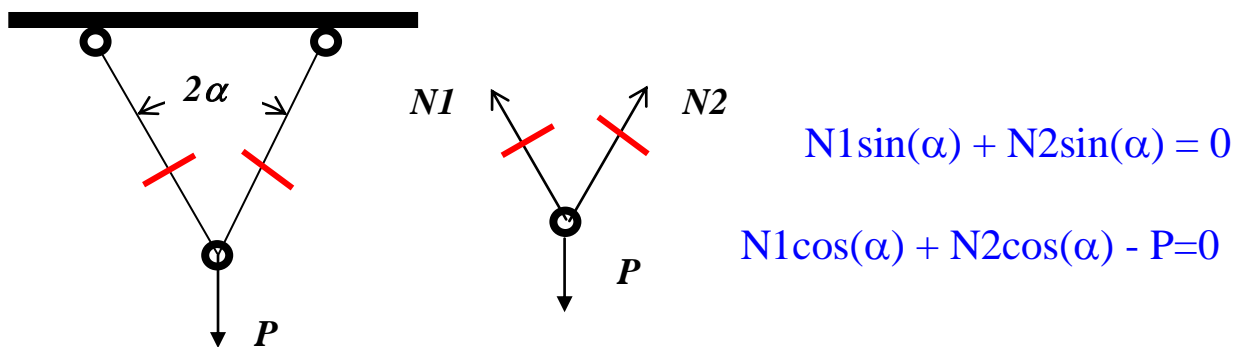
**Изотропность** предполагает независимость физико-механических свойств материала от направления воздействия или от направления деформирования.

## Системы статически определимые и статически неопределимые

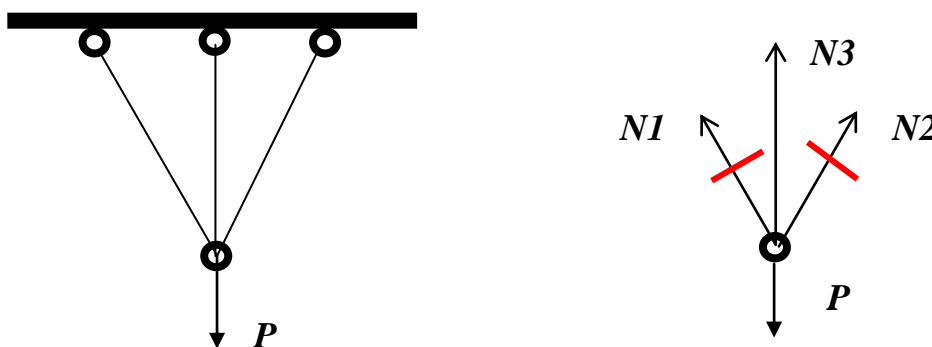
Чтобы система (конструкция) сохраняла свое положение в пространстве и находилась в статическом равновесии под действием внешних сил, на нее необходимо наложить нужное число связей. В общем случае нужно лишь **шесть** связей, в плоском случае – **три** связи.

Однако, в ряде случаев, число накладываемых связей больше, чем необходимо.

Если число наложенных связей равно числу возможных уравнений равновесия, то систему называют **статически определенной**.



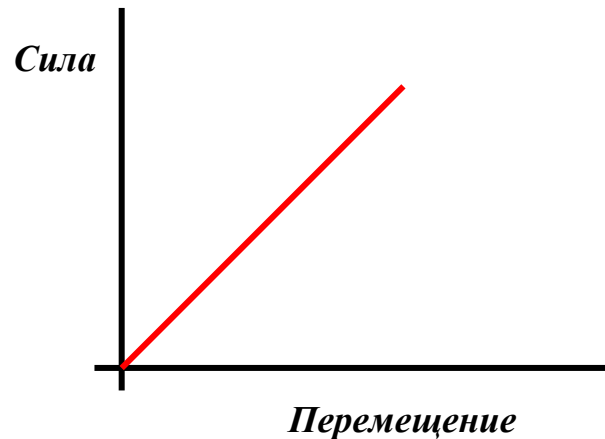
Если число наложенных связей больше числа уравнений равновесия, то система называется **статически неопределимой**.



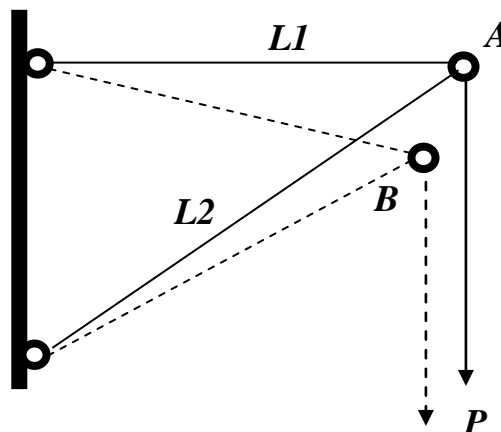
**Разность** между числом связей и числом уравнений равновесия называют **степенью статической неопределимости** данной системы.

## Основные принципы и гипотезы классического сопротивления материалов

1. Справедливость закона Гука – между силами вызванными ими перемещениями в системе существует *линейная* зависимость (1678 год).

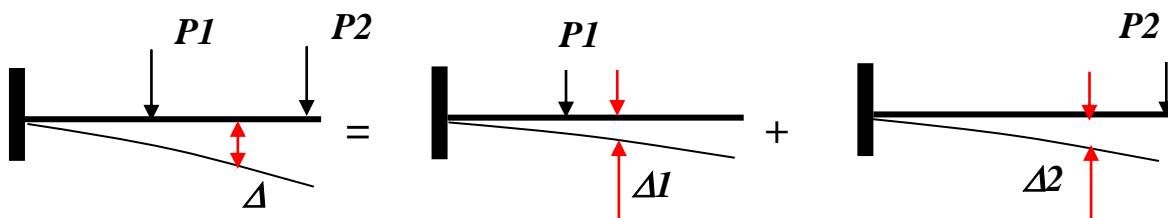


2. Малость смещений и деформаций по сравнению с геометрическими размерами элементов конструкций. Это обусловило применение принципа «**начальных размеров**» - уравнения равновесия при расчетах на прочность записывают для начальной, недеформированной конструкции.



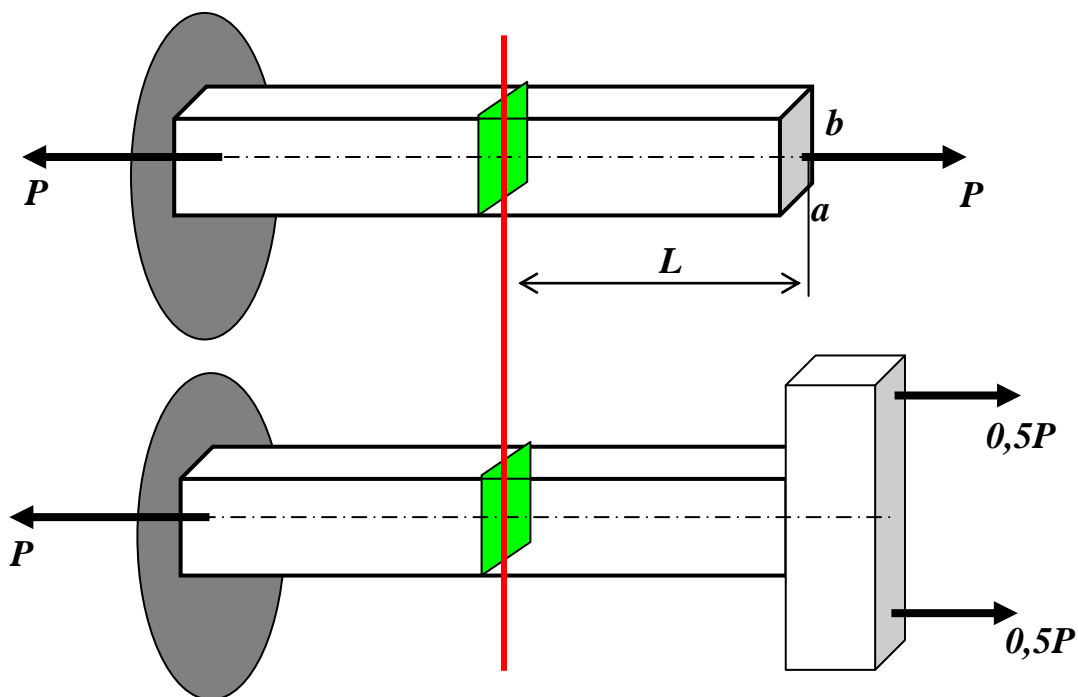
Перемещение точки приложения силы  $AB \ll L1$  и  $AB \ll L2$ .

3. Принцип **независимости действия сил**. Этот принцип следует из применимости линейного закона Гука и гласит следующее: *Результат одновременного воздействия нескольких сил равен сумме результатов действия каждой из сил в отдельности.*



В заданном сечении балки  $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$

4. Принцип **Сен-Венана**. Особенности приложения внешних сил сказываются на расстояниях, не превышающих, как правило, наибольшего размера поперечного сечения. Это означает, что деформация в точке, достаточно удаленной от места приложения силы, не зависит от способа приложения этой силы при условии, что в результате возникает статически эквивалентное усилие, т.е. при  $L > a$  и при  $L > b$ .



Иная формулировка принципа Сен-Венана.

*Напряжения и деформации в области, достаточно удаленной от точек приложения некоторой системы сил, зависят только от главного вектора и главного момента данной системы нагрузок.*

5. Используется допущение, что соединение одного стержня с другим не изменяет поведения каждого из стержней в отдельности.
6. **Гипотеза плоских сечений.** Принимают, что точки, принадлежащие одному плоскому сечению до нагружения бруса, перемещаются так, что после нагружения они остаются расположенными в одной плоскости, т.е. *каждое поперечное сечение перемещается как одно целое, как бы представляя собой очень жесткую пластину.*

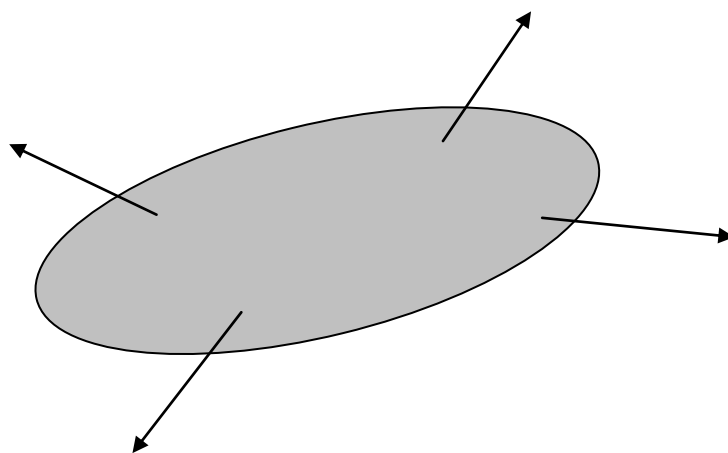
### ***Внутренние силы. Метод сечений. Напряжения.***

В результате воздействия *внешней силы* на тело в нем возникают *внутренние силы*, определяющие необходимое взаимодействие между различными частями тела.

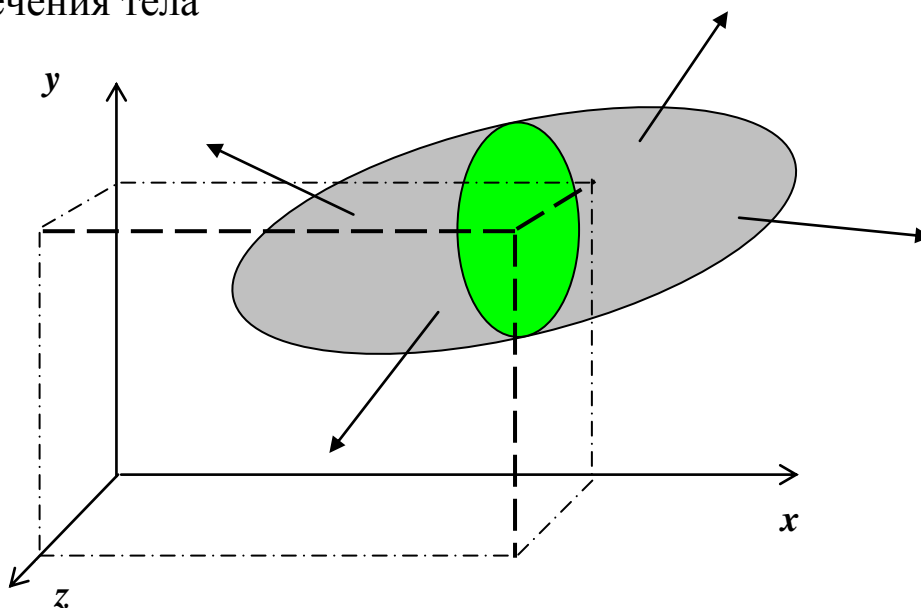
Существует способ, позволяющий внутренние силы в данном теле представить как внешние по отношению к выделенной части данного тела.

Этот способ известен как «*метод сечений*». Рассмотрим суть метода.

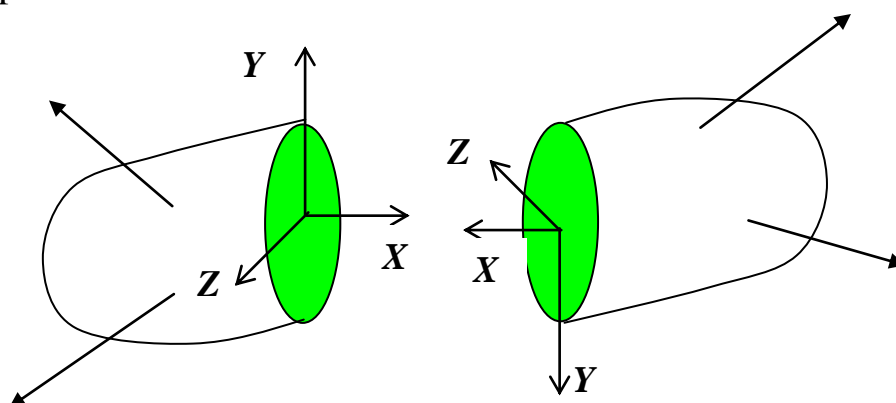
Допустим, что дано тело, нагруженное системой внешних сил



В системе координат  $x, y, z$  определим центр тяжести предполагаемого сечения тела



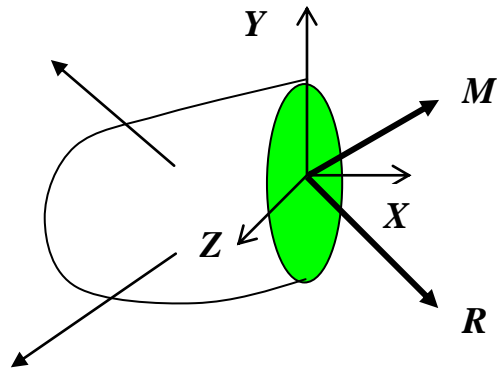
Проводим сечение тела выбранной плоскостью, проходящей через центр тяжести сечения



С центром тяжести сечений связываем начало координат  $X, Y, Z$ . При этом, если с одним из сечений связываем «правую» систему координат, то с другим – «левую». При соединении тела воедино системы координат «аннигилируют», исчезают.

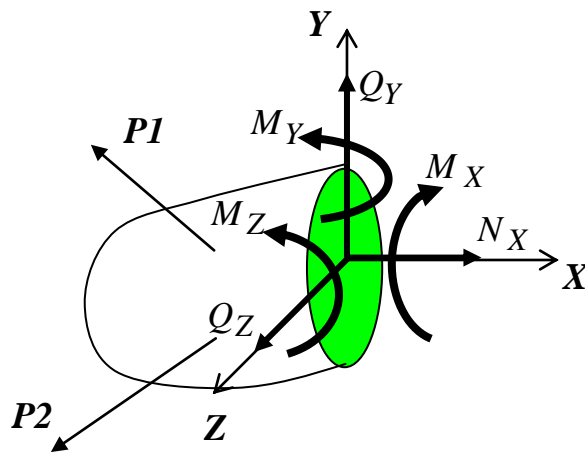
Итак, присутствуют две системы координат. В первой, системе  $(x, y, z)$  определяем сечение, вторую  $(X, Y, Z)$  связываем с центром тяжести сечения.

Отбросим одну из частей тела, например правую. Действие отброшенной части на оставшуюся правую заменим суммарной силой  $\mathbf{R}$  и суммарным моментом  $\mathbf{M}$ .



Разложим суммарную силу  $R$  и суммарный момент  $M$  по координатным осям

$$\vec{R} = N_X + Q_Y + Q_Z \qquad \vec{M} = M_X + M_Y + M_Z$$



$N_X$  - нормальная сила       $M_X$  - крутящий момент  
 $Q_Y$  - поперечная сила       $M_Y$  - изгибающий момент  
 $Q_Z$  - поперечная сила       $M_Z$  - изгибающий момент

Эти внутренние силы и моменты находят из уравнений равновесия

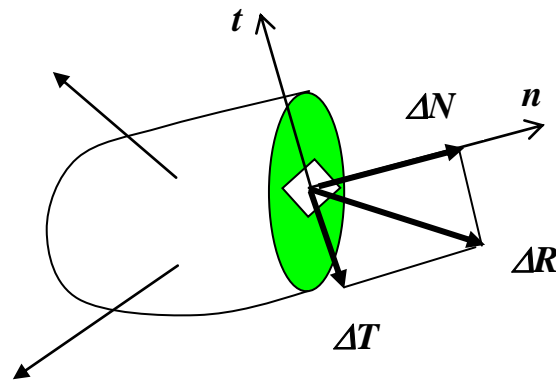
$$\begin{aligned} \sum P_X^i + N_X &= 0 & \sum \text{mom} P_X^i + M_X &= 0 \\ \sum P_Y^i + Q_Y &= 0 & \sum \text{mom} P_Y^i + M_Y &= 0 \\ \sum P_Z^i + Q_Z &= 0 & \sum \text{mom} P_Z^i + M_Z &= 0 \end{aligned}$$

Отметим, что эти же внутренние силы и моменты можно найти как сумму сил или сумму моментов, действующих на отброшенную правую часть со стороны оставшейся части.

РОЗУ – Разрезаем, Отбрасываем, Заменяем, Уравновешиваем.

Выделим в сечении площадку  $\Delta F$ , на которую действует сила  $\Delta R$ . Покажем на площадке нормаль  $n$  и ось  $t$ , которую получим вращением нормали  $n$  в плоскости  $n-\Delta R$  против часовой стрелки. Разложим силу  $\Delta R$  по осям  $n$  и  $t$  на составляющие  $\Delta N$  и  $\Delta T$ :

$$\vec{\Delta R} = \vec{\Delta N} + \vec{\Delta T}$$



Введем понятие «напряжение».

**Напряжение – это интенсивность распределения внутренних сил.**

Определим полное напряжение  $P_n$  на площадке  $\Delta F$  с нормалью  $n$  как

$$P_n = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta F}$$

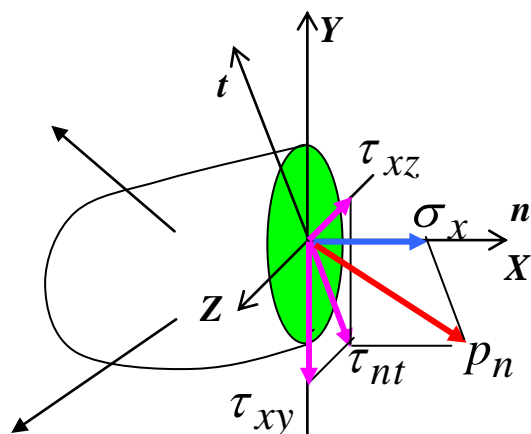
Аналогично определим нормальное напряжение  $\sigma_n$  на площадке  $\Delta F$ , действующее в направлении нормали  $n$  и касательное напряжение  $\tau_{nt}$  на площадке с нормалью  $n$ , действующее в направлении оси  $t$ :



$$\sigma_n = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta F} \qquad \tau_{nt} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta F}$$

Если направление нормали  $n$  совпадает с направлением оси  $X$ , то

$$\sigma_n = \sigma_x$$



Касательное напряжение  $\tau_{nt}$  можно разложить по осям  $Y$  и  $Z$ :

$$\vec{\tau}_{nt} = \vec{\tau}_{xy} + \vec{\tau}_{xz}$$