

Лекция 24

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ЗОНЫ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Если необходима высокая достоверность постановки диагноза, вводят понятие *зоны неопределенности* или *зоны отказа от распознавания*. Отказ от распознавания — вынужденная мера, к которой прибегают из-за недостатка информации для принятия решения с требуемой надежностью. В этом случае нужны дополнительные диагностические данные об обследуемом объекте, а их получение связано с добавочными затратами.

Правило постановки диагноза при однопараметровой диагностике (метод минимального риска)

Пространство информативных параметров разбивается на три части — области диагнозов D_0 и D_1 , а также зону отказа от распознавания. В процессе обследования устанавливают — в какую из областей попадает вектор диагностических параметров, и в зависимости от этого либо ставится диагноз, либо отказываются от определения состояния объекта. Рис. 24.1 иллюстрирует правило принятия решения при наличии зоны неопределенности при однопараметровой диагностике. Ставится диагноз D_0 , если $(x \in S_0 : x < x')$, — диагноз D_1 , если $(x \in S_1 : x > x'')$, и отказываются от постановки диагноза, если $(x \in S_2 : x' < x < x'')$.

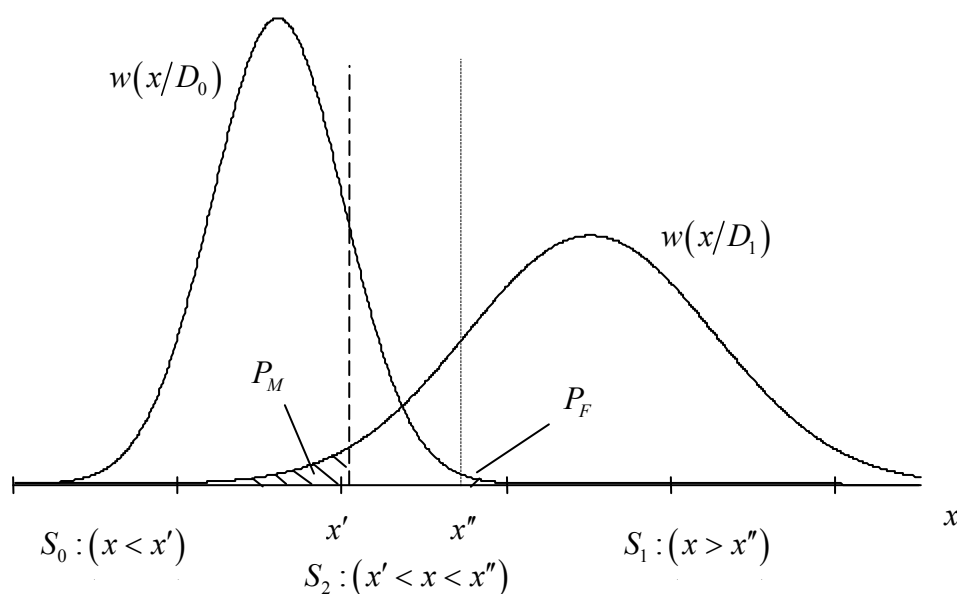


Рис. Л24.1. Размещение зон постановки диагнозов и отказа от принятия решения при однопараметрической диагностике: S_0 — зона постановки диагноза D_0 ; S_1 — зона постановки диагноза D_1 ; S_2 — зона отказа от распознавания

Вероятности правильно принятых решений, ошибок диагностирования и отказа от принятия решения определяются формулами (Л24.1)-(Л24.3):

$$P_0 = P(D_0)P(x \in S_0/D_0) = P(D_0) \int_{-\infty}^{x'} w(x/D_0) dx;$$

$$P_1 = P(D_1)P(x \in S_1/D_1) = P(D_1) \int_{x''}^{+\infty} w(x/D_1) dx; \quad (\text{Л24.1})$$

$$P_F = P(D_0)P(x \in S_1/D_0) = P(D_0) \int_{x''}^{+\infty} w(x/D_0) dx;$$

$$P_M = P(D_1)P(x \in S_0/D_1) = P(D_1) \int_{-\infty}^{x'} w(x/D_1) dx; \quad (\text{Л24.2})$$

$$P_{\text{отк}} = P(D_0)P(x \in S_2/D_0) + P(D_1)P(x \in S_2/D_1) =$$

$$= P(D_0) \int_{x'}^{x''} w(x/D_0) dx + P(D_1) \int_{x'}^{x''} w(x/D_1) dx. \quad (\text{Л24.3})$$

Функцию риска можно записать в виде

$$R = \Pi_{01}P(D_0) \int_{x''}^{+\infty} w(x/D_0) dx + \Pi_{10}P(D_1) \int_{-\infty}^{x'} w(x/D_1) dx +$$

$$+ \Pi_{00}P(D_0) \int_{-\infty}^{x'} w(x/D_0) dx + \Pi_{11}P(D_1) \int_{x''}^{+\infty} w(x/D_1) dx +$$

$$+ \Pi_0 \int_{x'}^{x''} \{P(D_0)w(x/D_0) + P(D_1)w(x/D_1)\} dx. \quad (\text{Л24.4})$$

Здесь введена новая положительная величина Π_0 — стоимость отказа от распознавания (постановки диагноза). Стоимость ошибок диагностирования, разумеется, должны быть больше стоимости отказа от распознавания:

$$\Pi_{10} > \Pi_0; \quad \Pi_{01} > \Pi_0. \quad (\text{Л24.5})$$

В ином случае отказываться от постановки диагноза и вводить зону неопределенности не имеет смысла.

Значение функции риска $R = R(x', x'')$ зависит от положения границ областей S_0 , S_1 и S_2 — x' и x'' , см. рис. Л24.1. Условия экстремума функции $R = R(x', x'')$:

$$\frac{\partial R(x', x'')}{\partial x'} = 0; \quad \frac{\partial R(x', x'')}{\partial x''} = 0, \quad (\text{Л24.6})$$

определяют, очевидно, минимум этой функции. Из (Л24.6) следует:

$$\begin{aligned} [\Pi_{10} - \Pi_0]P(D_1)w(x'/D_1) + [\Pi_{00} - \Pi_0]P(D_0)w(x'/D_0) &= 0; \\ [\Pi_0 - \Pi_{01}]P(D_0)w(x''/D_0) + [\Pi_0 - \Pi_{11}]P(D_1)w(x''/D_1) &= 0. \end{aligned}$$

Эти соотношения можно рассматривать как уравнения для определения границ областей x' и x'' . Их можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Lambda(x') &= \frac{w(x'/D_0)}{w(x'/D_1)} = \frac{(\Pi_{10} - \Pi_0)P(D_1)}{(\Pi_0 - \Pi_{00})P(D_0)}, \\ \Lambda(x'') &= \frac{w(x''/D_0)}{w(x''/D_1)} = \frac{(\Pi_0 - \Pi_{11})P(D_1)}{(\Pi_{01} - \Pi_0)P(D_0)}. \end{aligned} \quad (\text{Л24.7})$$

Решив последние и выбрав имеющие физический смысл значения x' и x'' , определяют границы разбиения диагностического пространства при однопараметровой диагностике. Вероятности ошибок диагностирования определяются по формулам (Л24.2).

Правило постановки диагноза при многопараметровой диагностике (метод минимального риска)

При многопараметровой диагностике правило принятия решения можно записать с помощью отношения правдоподобия $\Lambda(\mathbf{x})$.

В одномерном пространстве этого параметра можно выделить три зоны: $(-\infty, \Lambda')$, (Λ', Λ'') и $(\Lambda''; +\infty)$. Как показано в лекции 20 п.1, принимается диагноз D_0 , если $\Lambda(\mathbf{x}) > \Lambda''$, диагноз D_1 , если $\Lambda(\mathbf{x}) < \Lambda'$ и отказываются от распознавания, если $\Lambda' < \Lambda(\mathbf{x}) < \Lambda''$. Пороговые значения отношения правдоподобия и границы областей устанавливаются на основе априорной информации о состоянии объекта и стоимости потерь и выигрышей от принятых решений.

Рассмотрим определение пороговых значений отношения правдоподобия Λ' и Λ'' с помощью методов минимального риска и Неймана–Пирсона.

Вероятности правильно и ошибочных принятых решений, а также отказа от диагностирования определяются формулами

$$P_0 = P(\mathbf{x} \in S_0/D_0) = P(D_0) \int_{\Lambda''}^{+\infty} w(\Lambda(\mathbf{x})/D_0) d\Lambda;$$

$$P_1 = P(\mathbf{x} \in S_1/D_1) = P(D_1) \int_{-\infty}^{\Lambda'} w(\Lambda(\mathbf{x})/D_1) d\Lambda; \quad (\text{Л24.8})$$

$$P_F = P(\mathbf{x} \in S_1/D_0) = P(D_0) \int_{-\infty}^{\Lambda'} w(\Lambda(\mathbf{x})/D_0) d\Lambda;$$

$$P_M = P(\mathbf{x} \in S_0/D_1) = P(D_1) \int_{\Lambda''}^{+\infty} w(\Lambda(\mathbf{x})/D_1) d\Lambda. \quad (\text{Л24.9})$$

Функция риска будет иметь вид

$$\begin{aligned} R = & \Pi_{01} P(D_0) \int_{-\infty}^{\Lambda'} w(\Lambda(\mathbf{x})/D_0) d\Lambda + \Pi_{10} P(D_1) \int_{\Lambda''}^{+\infty} w(\Lambda(\mathbf{x})/D_1) d\Lambda + \\ & + \Pi_{00} P(D_0) \int_{\Lambda''}^{+\infty} w(\Lambda(\mathbf{x})/D_0) d\Lambda + \Pi_{11} P(D_1) \int_{-\infty}^{\Lambda'} w(\Lambda(\mathbf{x})/D_1) d\Lambda + \\ & + \Pi_0 \int_{\Lambda'}^{\Lambda''} \{P(D_0) w(\Lambda(\mathbf{x})/D_0) + P(D_1) w(\Lambda(\mathbf{x})/D_1)\} d\Lambda. \end{aligned} \quad (\text{Л24.10})$$

Здесь Π_0 , как и выше, — стоимость отказа от распознавания, которая, разумеется, должна быть больше стоимости отказа от распознавания:

$$\Pi_{10} > \Pi_0; \quad \Pi_{01} > \Pi_0. \quad (\text{Л24.11})$$

Приравнявая производные функции риска по Λ' и Λ'' нулю, получим уравнения для вычисления пороговых значений отношения правдоподобия, соответствующих минимальному риску:

$$\begin{aligned} \frac{w(\Lambda'/D_0)}{w(\Lambda'/D_1)} &= \frac{\Pi_0 - \Pi_{11}}{\Pi_{01} - \Pi_0} \cdot \frac{P(D_1)}{P(D_0)}, \\ \frac{w(\Lambda''/D_0)}{w(\Lambda''/D_1)} &= \frac{\Pi_{10} - \Pi_0}{\Pi_0 - \Pi_{00}} \cdot \frac{P(D_1)}{P(D_0)}. \end{aligned} \quad (\text{Л24.12})$$

Уравнения

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \Lambda'; \quad \Lambda(\mathbf{x}) = \Lambda''$$

определяют поверхности, разделяющие пространство диагностических параметров $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ на области $S_0: \Lambda(\mathbf{x}) \geq \Lambda''$; $S_1: \Lambda(\mathbf{x}) \leq \Lambda'$ и $S_2: \Lambda' < \Lambda(\mathbf{x}) < \Lambda''$.

Ошибки диагностирования и функцию риска рассчитывают при найденных значениях Λ' и Λ'' по формулам (Л24.9) и (Л24.10).

Из приведенных соотношений видно, что между методом принятия решения при наличии зоны неопределенности и методом Вальда просматривается прямая аналогия. В том и другом методе отказываются от принятия решения, если недостаточно информации для постановки диагноза с необходимой достоверностью.

Метод Неймана–Пирсона

По методу Неймана–Пирсона границы зоны неопределенности Λ' и Λ'' находятся из условия равенства вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода заданными значениями α и β :

$$P_F = \alpha; \quad P_M = \beta,$$

где P_F и P_M определяются соотношениями (Л24.9).

Приведенные формулы, по крайней мере, в принципе позволяют решить задачу выбора решения при наличии зоны неопределенности при многопараметрической диагностике. Основная трудность заключается при этом в определении плотностей вероятности распределений отношения правдоподобия или его логарифма для различных состояний диагностируемого объекта. Определенную помощь при этом могут оказать методики расчета, изложенные в монографии [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

по теме «Статистические методы распознавания состояния технических объектов»

1. Биргер И.А. Техническая диагностика. — М.: Машиностроение, 1978. — 240с.
2. Вальд А. Последовательный анализ. — М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1960. — 328 с.
3. Ван Триз Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том 1. — М.: Сов. радио, 1972. — 744 с.
4. Диагностика материалов и конструкций топливно-энергетического комплекса. /В.М. Баранов, А.М. Карасевич, Е.М. Кудрявцев, В.В. Ремизов, Г.А. Сарычев, А.Д. Седых. — М.: Энергоатомиздат, 1999. — 360 с.
5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Том 3. — М.: Сов. радио, — 1989. — 342 с.