Лекция 13

ПРИМЕНЕНИЕ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РАСПОЗНАВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ

Метрические методы распознавания состояния объектов

Для применения непараметрических методов, в отличие параметрических, не требуется знание плотностей вероятности распределения диагностических параметров или вероятностей наличия диагностических признаков для различных состояний диагностируемого объекта.

Пусть в процессе диагностики измеряется совокупность диагностических параметров $\left\{x_1, x_2, ..., x_n\right\}$. Их можно рассматривать как координаты некоторого *n*-мерного пространства, называемого *пространством информативных параметров.* Состояние объекта в таком пространстве можно охарактеризовать точкой с координатами $\left(x_1, x_2, ..., x_n\right)$ или вектором $\mathbf{x} = \left(x_1, x_2, ..., x_n\right)$ — *образ диагностируемого объекта.* Методы постановки диагноза, основанные на определении расстояний в пространстве информативных параметров, называются *метрическими*. Метрические методы базируются на предположении о том, что объекты, находящиеся в одном и том же состоянии, должны иметь близкие в определенном смысле образы. Различие между образами обусловлено лишь индивидуальными особенностями объектов и влиянием шумов и помех при измерении параметров. На рис. Л13.1 в двухмерном пространстве информативных параметров показаны образы объектов, которые могут находиться в одном из двух состояний D_0 и D_1. Соответствующие точки — векторы $\left\{\mathbf{x}_i^{(k)}\right\}$, $k = 0;\ 1$, располагаясь достаточно компактно, образуют области в пространстве информативных параметров.

Множество векторов $\left\{\mathbf{x}_i^{(k)}\right\}$ $k = 0, 1, ..., N$, относительно которых известно, какому из $N+1$ возможных состояний объекта они соответствуют — $D_0, D_1, ..., D_N$, называется *обучающей выборкой.* Среднее значение векторов обучающей выборки для *k*-го состояния, содержащей N_k векторов,

$$\mathbf{m}^{(k)} = \frac{1}{N_k}\sum_{i=1}^{N_k}\mathbf{x}_i^{(k)}\,; \qquad k = 0, 1, \dots, N$$

называется *вектором-эталоном* *k*-го состояния.

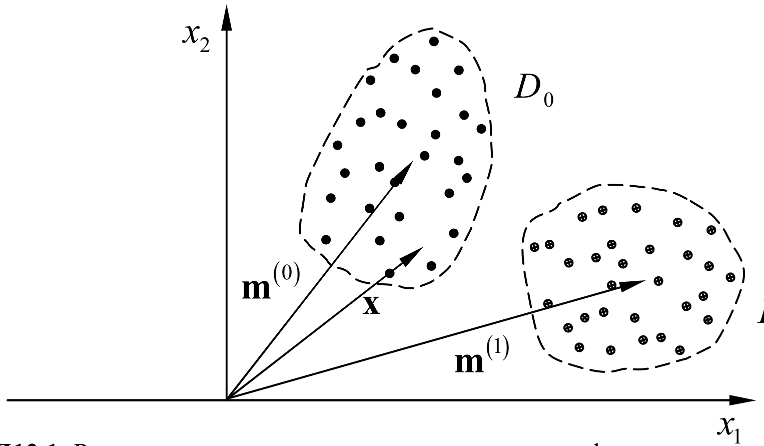

Рис. Л13.1. Расположение в двумерном пространстве информативных параметров образов объектов, находящихся в одном из двух возможных состояниях D_0 и D_1, и векторы-эталоны этих состояний

При определении состояния диагностируемого объекта, образ которого задается векторами $\mathbf{x}$, рассчитываются расстояния между вектором $\mathbf{x}$ и $N+1$ векторами-эталонами $\mathbf{m}^{(k)}$ $(k = 0,1,...,N)$ возможных состояний. Объект относят к состоянию D_j, если расстояние между вектором $\mathbf{x}$ и соответствующим вектором-эталоном этого состояния $\mathbf{m}^{(j)}$ минимально и не превышает заранее заданной величины.

Расстояние между векторами $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ в наиболее общем виде можно определить следующим образом

$$l_q(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \left\{ \sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^q \right\}^{1/q}, \qquad (Л13.1)$$

где q — целое число. Заданное таким образом расстояние называется *обобщенным расстояние порядка* q.

Если $q = 1$, то $l_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ называется *расстояние по Хеммингу,* при $q = 2$ $l_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ — *евклидово расстояние.*

В общем случае координаты вектора диагностических параметров имеют разную размерность. Чтобы можно было использовать формулу (Л13.1), следует ввести нормирующие коэффициенты $\{\mathrm{a}_i\}$, $i = 1, ..., n$, приводящие координаты к одинаковой размерности. Соотношение (Л13.1) в этом случае будет иметь вид:

$$l_q(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \left| \alpha_i (x_i - y_i) \right|^q \right\}^{1/q}.$$

В качестве нормирующих коэффициентов можно выбрать $\alpha_i = 1/\sigma_i$, то есть величины обратные среднеквадратическим отклонениям от среднего значения соответствующих параметров $x_i \ (i = 1, \ldots, n)$ для множества объектов с известными одинаковыми диагнозами — объекты обучающей выборки. Координаты пространства информативных параметров при нормировке преобразуются в $x_i/\mathrm{s}_i \ (i = 1, \ldots, n)$. Очевидно, что наибольший вклад в $l_q(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ вносят параметры, измеренные с наименьшей погрешностью.

Если задано правило определения расстояния $l_q(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, говорят, что задана *метрика* пространства. Отсюда название методов постановки диагноза — *метрические.*

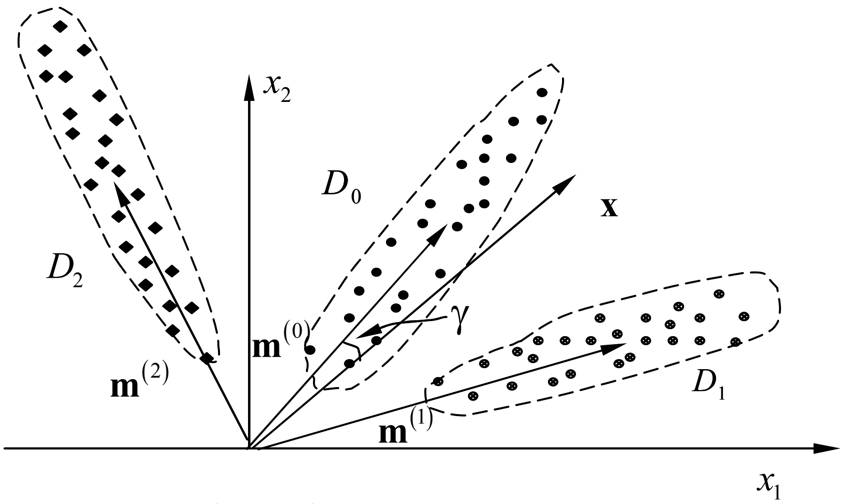

Рис. Л13.2. Группировка образов объектов, которые могут находиться в одном из трех возможных состояниях D_0, D_1 и D_2, вдоль различных направлений пространства информативных параметров, а также векторы-эталоны этих состояний

Если образы обучающих выборок возможных состояний объектов группируются по разным направлениям пространства информативных параметров (рис. Л13.2), то в качестве меры сходства векторов можно использовать углы или косинусы углов между ними. Косинусы углов между вектором диагностируемого объекта $\mathbf{x}$ и векторами-эталонами $\mathbf{m}^{(k)} = \left(m_1^{(k)}, m_2^{(k)}, \ldots, m_n^{(k)} \right)$ состояний $D_k \ (k = 0, 1, \ldots, N)$ определяются с помощью формулы

$$\cos\left(\gamma^{(k)}\right) = \frac{\left(\mathbf{m}^{(k)} \cdot \mathbf{x}\right)}{\left|\mathbf{m}^{(k)}\right| \cdot |\mathbf{x}|} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot m_i^{(k)}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} \left(m_i^{(k)}\right)^2\right)}}; \qquad k = 0, 1, \ldots, N.$$

где $|\ldots|$ — модуль вектора. Если координаты пространства имеют разную размерность, следует ввести коэффициенты, приводящие их к одинаковой размерности.

Таким образом, правило определения состояния объекта, образ которого описывается вектором $\mathbf{x}$, следующее. Объект относят к состоянию D_j $\left(\mathbf{x} \in D_j\right)$, если $l\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(j)}\right) = \min\left\{l\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(k)}\right)\right\}$, $k = 0, 1, \ldots, N$. Кроме того, должно выполняться условие $l\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(j)}\right) < \varepsilon_j$, $\left(\varepsilon_j > 0\right)$. Последнее связано с тем, что хотя расстояние между $\mathbf{x}$ и $\mathbf{m}^{(j)}$ — вектором-эталоном состояния D_j может быть наименьшим по сравнению с другими, но все же остается недопустимо большим, чтобы отнесение объекта к этому состоянию следует признать малоправдоподобным. Величину ε_j выбирают, чтобы были охвачены все точки обучающей выборки, относящиеся к соответствующему диагнозу.

При использовании угловой меры близости векторов, объект относят к состоянию D_j, если $\cos\left(\gamma^{(j)}\right) = \max\left\{\cos\left(\gamma^{(k)}\right)\right\} > \beta_j$, $k = 0, 1, \ldots, N$. Величины β_j вводятся с той же целью, что и ε_j — повышения достоверности постановки диагноза.

Для количественной оценки надежности постановки диагноза вводят коэффициенты (уровни) распознавания

$$p_j = \frac{1 \big/ l\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(j)}\right)}{\sum_{k=0}^{N} 1 \big/ l\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(k)}\right)},$$

или, если применяется угловая мера близости векторов, —

$$p_j = \frac{\cos\left(\gamma^{(j)}\right)}{\sum_{k=0}^{N} \cos\left(\gamma^{(k)}\right)},$$

Очевидно, что

$$\sum_{j=0}^{m} p_j = 1,$$

поэтому уровни распознавания p_j характеризуют вероятности постановки соответствующих диагнозов. Если в результате расчетов выяснится, что уровни распознавания состояний не превышает заданной величины порога распознавания p', следует пересмотреть или расширить используемые диагностические параметры.

Таблица Л13.1. **Векторы-эталоны возможных состояний и результаты диагностики насоса**

Параметры, м/с^2	Уровни вибрации в полосах частот, Гц				
	50	100	250	800	5000
Исправное состояние, состояние D_0					
$m_i^{(0)}$	0,53	0,15	0,38	2,12	0,67
$\sigma_i^{(0)}$	0,09	0,09	0,06	0,85	0,08
Дисбаланс ротора, состояние D_1					
$m_i^{(1)}$	1,50	0,19	0,47	2,12	1,06
$\sigma_i^{(1)}$	0,3	0,13	0,08	1,15	0,45
Износ уплотнения, состояние D_2					
$m_i^{(2)}$	0,37	0,15	0,27	1,34	0,95
$\sigma_i^{(2)}$	0,04	0,09	0,07	0,73	0,37
Износ подшипника, состояние D_3					
$m_i^{(3)}$	0,15	0,1	0,21	1,34	0,95
$\sigma_i^{(3)}$	0,02	0,06	0,07	0,6	0,39
Диагностируемый насос					
x_i	1,47	0,16	0,5	2,1	1,3

Задача Л13.1. Насос может иметь следующие типы неисправностей — дисбаланс ротора, износ уплотнения и износ подшипника скольжения. Проводится вибродиагностика насоса в трехоктавных полосах частот со среднегеометрическими значениями 50, 100, 250, 800 и 5000 Гц. Уровни вибрации, соответствующие векторам-эталонам возможных состояний насоса — $m_i^{(k)}$, и их среднеквадратические отклонения $\sigma_i^{(k)}$ представлены в табл. Л13.1. Требуется определить состояние диагностируемого насоса и уровень распознавания состояний.

Размерность пространства информативных параметров равна 5. Хотя координаты этого пространства имеют одинаковую размерность, введем нормирующие коэффициенты

$1/s_i^{(k)}, (k = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$, приводящие координаты к безразмерному виду. Воспользуемся евклидовой метрикой и определим расстояния между образом диагностируемого насоса $\mathbf{x}$ и векторами-эталонами состояний $l_2\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(k)}\right)$:

$$l_2\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(k)}\right) = \sqrt{\sum_{i=1}^{5}\left(\frac{x_i - m_i^{(k)}}{s_i^{(k)}}\right)^2},$$

например,

$$\left[l_2\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(0)}\right)\right]^2 = \frac{(0,53-1,47)^2}{0,09^2} + \frac{(0,15-0,16)^2}{0,09^2} + \frac{(0,38-0,50)^2}{0,06^2} +$$

$$+\frac{(2,12-2,1)^2}{0,85^2} + \frac{(0,67-1,30)^2}{0,08^2} = 175,1;$$

Следовательно, $l_2\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(0)}\right) = 13,2$. Аналогично вычисляем $l_2\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(1)}\right) = 0,7$; $l_2\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(2)}\right) = 27,7$; $l_2\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(3)}\right) = 67,4$. По формуле

$$p_j = \frac{1/l\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(j)}\right)}{\sum_{k=0}^{3} 1/l\left(\mathbf{x}, \mathbf{m}^{(k)}\right)},\ \ j = 0, 1, 2, 3$$

находим коэффициенты распознавания $p_0 = 0,05$; $p_1 = 0,92$; $p_2 = 0,02$; $p_3 = 0,01$. Выбрав порог распознавания $p' = 0,9$, делаем заключение, что с вероятностью, превышающей 90 %, у диагностируемого насоса имеется дисбаланс ротора. В табл. Л13.2 приведены данные, иллюстрирующие влияние порядка q при вычислении расстояния в диагностическом пространстве на коэффициенты распознавания p_j.

Таблица Л13.2. **Влияние порядка q на коэффициенты распознавания**

q	**1**	**2**	**5**	**10**
p_0	0,06	0,05	0,04	0,04
p_1	0,89	0,92	0,93	0,93
p_2	0,04	0,02	0,02	0,02
p_3	0,01	0,01	0,01	0,01

Из таблицы видно, что величина q практически не влияет на уровень распознавания.