

Лекция 8

ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА И АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПЬЕЗОИЗЛУЧАТЕЛЯ

В пьезоэлектрической среде связь между электрическими и механическими величинами, выражается с помощью уравнений пьезоэффекта, и приводит к взаимодействию упругих и электромагнитных волн.

При анализе распространения волн в пьезоэлектрике в принципе нужно решать одновременно уравнения Ньютона и Максвелла. Решения представляют собой смешанные упруго-электромагнитные волны, то есть упругие волны со скоростью $c_{зг}$, сопровождаемые электрическим полем, и электромагнитные волны со скоростью распространения $c \sim 10^5 c_{зг}$, сопровождаемые механической деформацией.

Для первого типа волн можно пренебречь магнитным полем, которое создается переменным электрическим полем, перемещающимся со скоростью $c_{зг}$, малой по сравнению со скоростью электромагнитных волн. Тогда согласно уравнению Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \approx 0,$$

и электрическое поле \mathbf{E} выражается, как в электростатике, через скалярный потенциал Φ , т.е. $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \Phi$. В результате оценки показывают, что электромагнитная энергия пренебрежимо мала по сравнению с упругой энергией. Для второго типа волн упругая энергия оказывается пренебрежительно малой по сравнению с электрической.

Таким образом, даже в сильных пьезоэлектриках взаимодействие между упругими и электромагнитными волнами оказывается весьма слабым из-за большой разницы соответствующих скоростей $c/c_{зг} \approx 10^5$. Следовательно, распространение волн можно рассматривать без учета электромагнитных эффектов, в предположении, что поле является электростатическим, то есть в квазистатическом приближении.

Из уравнения пьезоэффекта имеем:

$$T_{ij} = C_{ijlm}^E S_{lm} - e_{pij} E_p.$$

После подстановки выражения для тензора деформации получим

$$S_{lm} = (1/2)(\partial u_l / \partial x_m + \partial u_m / \partial x_l)$$

и для пьезостатического электрического поля —

$$E_p = -\partial \Phi / \partial x_p.$$

В результате с учетом симметричности S_{lm} можно записать

$$T_{ij} = c_{ijlm}^E \partial u_l / \partial x_m + e_{pij} \partial \Phi / \partial x_p .$$

Из уравнения Ньютона

$$\partial T_{ij} / \partial x_j = \rho \partial^2 u_i / \partial t^2 ,$$

после подстановки выражения для T_{ij} будем иметь

$$c_{ijlm}^E \partial^2 u_l / \partial x_j \partial x_m + e_{pij} \partial^2 \Phi / \partial x_j \partial x_p = \rho \partial^2 u_i / \partial t^2 , (i, j, l, m, p = 1, 2, 3). \quad (1)$$

Для электрической индукции получим следующее соотношение:

$$D_k = e_{klm} S_{lm} + \varepsilon_{kp}^S E_p = e_{klm} (\partial u_l / \partial x_m) - \varepsilon_{kp}^S (\partial \Phi / \partial x_p). \quad (2)$$

Для непроводящей среды индукция должна удовлетворять уравнению Пуассона

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0 ,$$

или

$$\partial D_k / \partial x_k = 0 .$$

После подстановки (2) получим

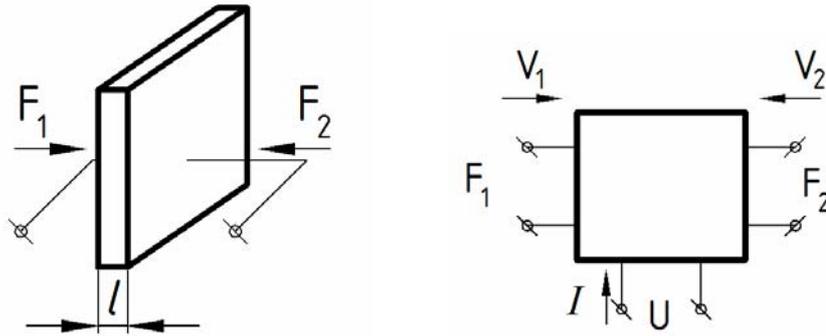
$$e_{klm} (\partial^2 u_l / \partial x_k \partial x_m) - \varepsilon_{kp}^S (\partial^2 \Phi / \partial x_k \partial x_p) = 0. \quad (3)$$

Уравнения (1) и (3) описывают распространение упругих волн в пьезоматериале. Решая эту систему с соответствующими начальными и граничными условиями для \mathbf{u} и \mathbf{E} , можно описать распространение упругих волн в пьезоэлектриках.

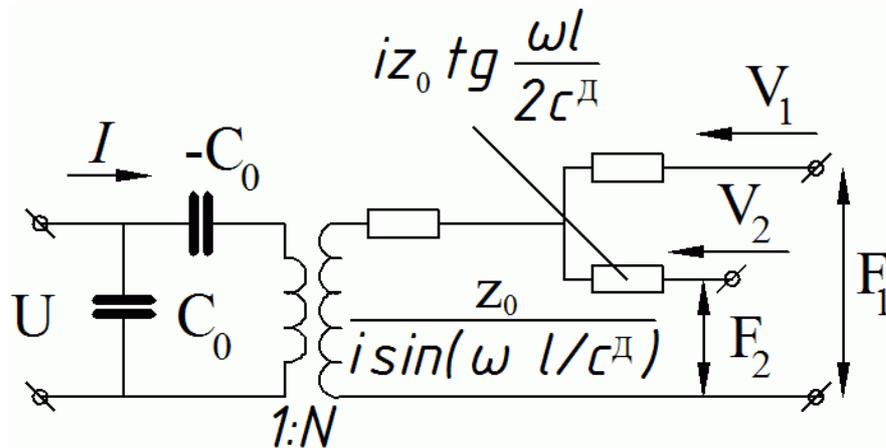
Эквивалентная схема пьезопреобразователя

Пьезоэлектрический преобразователь представляет собой систему, в которой электрические и механические характеристики взаимосвязаны. Изменение механической нагрузки на преобразователь изменяет его электрические параметры, и наоборот, электрическое шунтирование преобразователя влияет на его механические свойства.

Если рассматриваются продольные или толщинные колебания преобразователя, то можно использовать эквивалентную схему в виде шестиполюсника, соответствующая наличию у преобразователя двух механических и одной электрической пары выводов,



В широком интервале частот эквивалентную схему преобразователя в форме пластины можно представить в виде



Здесь введены следующие обозначения:

$$Z_0 = \rho_n C_n S_n; \quad C_0 = \varepsilon S_n / l; \quad C_n = \sqrt{E(1-\nu) / \rho(1+\nu)(1-2\nu)};$$

размерный коэффициент трансформации электромеханического трансформатора:

$$N_{nl} = C_0 h_{33} = (S/l) \sqrt{(c_{33}^D / \beta_{33}^S)} K_t \text{ — для пластины};$$

$$N_{cm} = C_0 h_{33} = \sqrt{(\varepsilon_{33}^T / S_{33}^E)} K_{33} \text{ — для стержня}.$$

Схема, построенная на основе анализа уравнений механических колебаний преобразователя в одномерном приближении с учетом влияния электрического поля.

Наличие элемента « $-C_0$ » — отрицательной емкости, отражает включение формально вводимого и не имеющего физического смысла импеданса $Z_0 = -1/i\omega C_0$. Описанную выше схему можно анализировать как электрическую, постоянная сила поджимающая преобразователь не учитывается.

Если преобразователь нагружен только с одной стороны, а сила на другой стороне равна нулю, то на схеме это отражается замыканием одной пары механических контактов. Возбуждающая сила оказывается приложенной ко второй паре и компенсируется инерционной силой колебаний преобразователя.

Приведенную схему удобно использовать в следующих случаях:

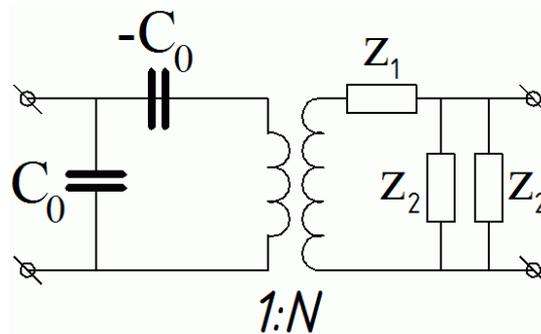
а) анализа сигналов пьезопреобразователя, работающего в импульсном режиме, когда существенна роль переходных процессов;

б) анализа режима нерезонансного возбуждения, когда излучается спектр собственных колебаний объекта в широкой полосе частот.

Первый случай характерен для УЗ-дефектоскопии, когда осуществляется ударное возбуждение пьезоизлучателя короткими импульсами. Второй — используется в спектроскопических методах.

Режим работы пьезопреобразователя в качестве резонатора

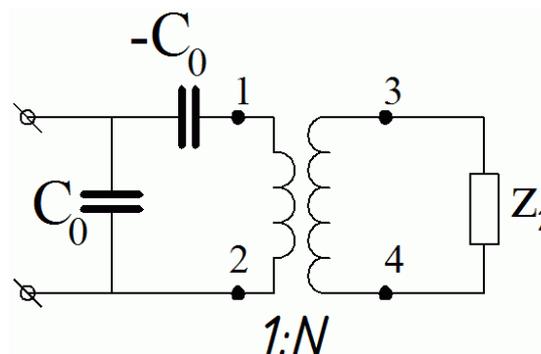
Рассмотрим работу пьезопластины в качестве резонатора.



Эквивалентную схему пластины в этом случае можно получить, закоротив два механических выхода общей эквивалентной схемы. Здесь введены обозначения

$$Z_1 = Z_0 / i \sin(\omega l / c), \quad Z_2 = i Z_0 \operatorname{tg}(\omega l / 2c^D).$$

Эта схема эквивалентна:



На этом рисунке

$$Z_3 = Z_1 + Z_2/2 = (iZ_0/2) \left\{ \operatorname{tg}(\omega l/2c^D) - 2/\sin(\omega l/c^D) \right\} = -iZ_0/2 \operatorname{tg}(\omega l/2c^D).$$

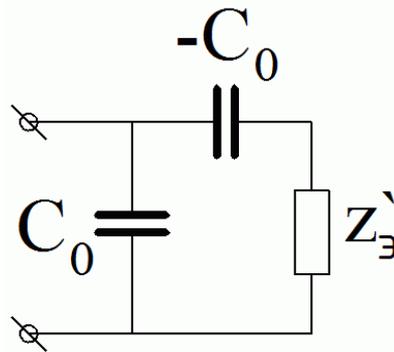
Пересчитаем Z_3 в первичную обмотку. В соответствии с законом сохранения энергии можно записать $U_{12}I_{12} = U_{34}I_{34}$, следовательно,

$$U_{34}/U_{12} = N, \quad I_{12}/I_{34} = N$$

Учитывая, что $U_{34} = Z_3 I_{34}$, получим

$$U_{12} = U_{34}/N = Z_3 I_{34}/N = Z_3/N^2 I_{12},$$

тогда $Z'_3 = Z_3/N^2$.



Окончательно входной импеданс преобразователя определяется как

$$1/Z_{ex} = i\omega C_0 + 1/(Z'_3 - 1/i\omega C_0) = i\omega C_0 + i\omega C_0/(i\omega C_0 Z'_3 - 1).$$

Отсюда

$$\begin{aligned} Z_{ex} &= (1/i\omega C_0) \cdot [(i\omega C_0 Z'_3 - 1)/i\omega C_0 Z'_3] = (1/i\omega C_0) \cdot [(Z'_3 - (1/i\omega C_0))/Z'_3] = \\ &= (1/i\omega C_0) \cdot \left\{ \left[-iZ_0/2N^2 \operatorname{tg}(\omega l/2c^D) \right] - (1/i\omega C_0) \right\} / \left[-iZ_0/2N^2 \operatorname{tg}(\omega l/2c^D) \right] = \\ &= (1/i\omega C_0) \left\{ 1 - (2N^2/\omega C_0 Z_0) \cdot \operatorname{tg}(\omega l/2c^D) \right\}. \end{aligned}$$

Далее, можно записать

$$\begin{aligned} 2N^2/\omega C_0 Z_0 &= 2N^2(l/2c^D) / [C_0 Z_0 (\omega l/2c^D)] = \\ &= (N^2 l / C_0 Z_0 c^D) \cdot [1/(\omega l/2c^D)] = K^2 / (\omega l/2c^D), \end{aligned}$$

где через K^2 обозначен квадрат коэффициента электромеханической связи

$$K^2 = N^2 l / C_0 Z_0 c^D. \quad (4)$$

В результате всех преобразований получим, что

$$Z_{ex} = (1/i\omega C_0) \left\{ 1 - K^2 \left[\operatorname{tg}(\omega l/2c^D) / (\omega l/2c^D) \right] \right\}.$$

Таким образом, Z_{ex} зависит от ω . При малых ($\omega \rightarrow 0$) Z_{ex} имеет емкостной характер

$$Z_{ex} \approx (1 - K^2) / i\omega C_0 \approx 1 / i\omega C_0,$$

так как $K^2 \ll 1$. Величину, обратную Z_{ex}

$$Y = 1/Z_{ex} = \left\{ iC_0\omega / \left[\omega l/2c^D - K^2 \operatorname{tg}(\omega l/2c^D) \right] \right\} \cdot (\omega l/2c^D),$$

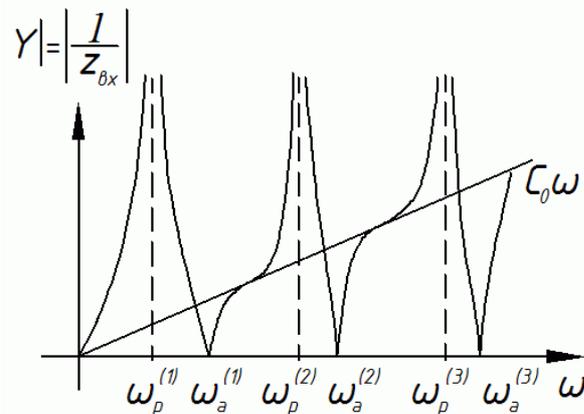
называют *адмитансом*. Частоты, на которых Z_{ex} обращается в нуль, а $Y \rightarrow \infty$, называются *резонансными частотами*. Уравнение для нахождения резонансных частот имеет вид

$$K^2 \operatorname{tg}(\omega_p^{(n)} l/2c^D) = \omega_p^{(n)} l/2c^D. \quad (5)$$

Частоты, на которых $Z_{ex} \rightarrow \infty$, а $Y \rightarrow 0$, называются *антирезонансными*. Они определяются из условия $\operatorname{tg} \rightarrow \infty$, то есть

$$\omega_a^{(n)} l/2c^D = \pi(2n-1)/2, \quad n = 1, 2, \dots$$

На рисунке показана зависимость адмитанса от частоты.



Первая антирезонансная частота равна

$$\omega_a^{(1)} = \pi c^D / l.$$

После подстановки в (5) получим

$$K^2 \operatorname{tg} \left[(\pi/2) \cdot (\omega_p^{(n)} / \omega_a^{(1)}) \right] = (\pi/2) \cdot (\omega_p^{(n)} / \omega_a^{(1)}). \quad (6)$$

Определив экспериментально частоту антирезонанса $\omega_a^{(1)} = 2\pi f_a^{(1)}$, можно рассчитать скорость распространения звука в пьезоматериале:

$$c^D = 2l f_a^{(1)}.$$

Далее, зная первую резонансную частоту, можно согласно (6) определить квадрат коэффициента электромеханической связи K^2 :

$$\begin{aligned} K^2 &= (\pi/2) \cdot (f_p^{(1)} / f_a^{(1)}) \operatorname{ctg} \left[(\pi/2) \cdot (f_p^{(1)} / f_a^{(1)}) \right] = \\ &= (\pi/2) \cdot (f_p^{(1)} / f_a^{(1)}) \operatorname{tg} \left\{ (\pi/2) \cdot \left[(f_a^{(1)} - f_p^{(1)}) / f_a^{(1)} \right] \right\} \approx (\pi^2/4) \cdot \left[(f_a^{(1)} - f_p^{(1)}) / f_p^{(1)} \right], \end{aligned}$$

причем

$$\Delta f / f_p^{(1)} = (f_a^{(1)} - f_p^{(1)}) / f_p^{(1)} \ll 1.$$

Эквивалентная схема пьезопреобразователя вблизи резонансной частоты

Покажем, что вблизи резонансной частоты эквивалентную схему пьезопластины можно представить в виде последовательной LC – цепочки. Поскольку

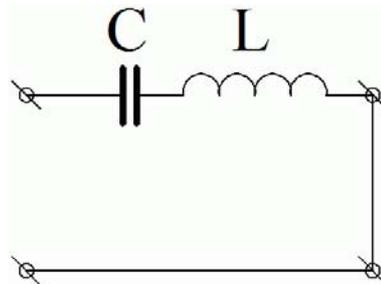
$$Z'_s = -i Z_0 / \left[N^2 2 \operatorname{tg}(\omega l / 2c^D) \right],$$

при стремлении $\omega \rightarrow \omega_a^{(1)} = \pi c^D / l$ — частота первого антирезонанса, близкая к частоте первого резонанса, $Z'_s \rightarrow 0$. Обозначив $\omega_1 = \omega_a^{(1)}$ и введя расстройку $\varepsilon = (\omega - \omega_1) / \omega_1 \ll 1$, вблизи антирезонанса можно записать

$$\operatorname{ctg}(\omega l / 2c^D) = \operatorname{ctg} \left[(\pi/2)(1 + \varepsilon) \right] \approx -\pi\varepsilon/2;$$

$$Z'_s = (i\pi Z_0 / 4N^2) \varepsilon. \quad (7)$$

Покажем, что аналогичный импеданс имеет последовательная LC -цепочка.



Действительно, импеданс этой LC -цепочки равен

$$Z_y = i\omega L + 1/i\omega C = i(\omega^2 CL - 1)/\omega C.$$

Обозначив $\omega_1^2 = 1/LC$ — резонансная частота цепочки, и вводя расстройку

$\varepsilon = (\omega - \omega_1)/\omega_1 \ll 1$, вблизи резонанса Z_y можно представить в виде

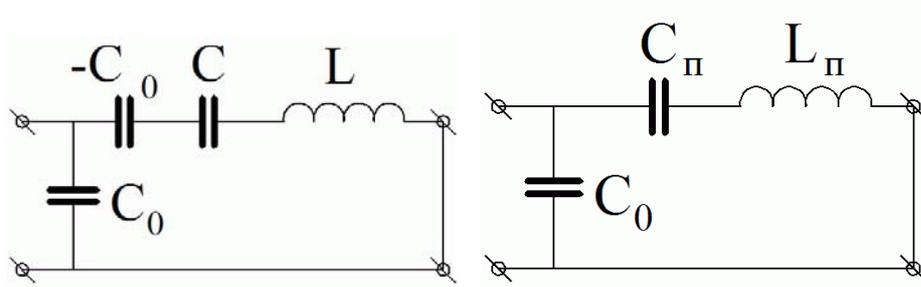
$$Z_y = (i/\omega C)(\omega/\omega_1 + 1)(\omega/\omega_1 - 1) \approx (2i/\omega_1 C)\varepsilon = 2iL\omega_1\varepsilon. \quad (8)$$

Здесь учтено, что, поскольку $\omega \approx \omega_1$, то $(\omega/\omega_1 + 1) \approx 2$. Сравнивая (7) и (8), находим

$$L = \pi Z_0 / 8N^2 \omega_1; \quad C = 1/L\omega_1^2 = 8N^2 / \pi Z_0 \omega_1. \quad (8)$$

Тогда эквивалентная схема преобразователя приобретает вид, показанный на рисунках, причем

$$C_n = -C_0 C / (C - C_0) = C / (1 - C/C_0).$$



Так как $N = C_0 h_{33}$, то согласно (8)

$$C = 8C_0^2 h_{33}^2 / \pi Z_0 \omega_1; \quad C/C_0 = 8C_0 h_{33}^2 / \pi Z_0 \omega_1.$$

Подставив N в (4), находим $K^2 = C_0 h_{33}^2 l / Z_0 c^D$. С учетом того, что $\omega_1 l / c^D = \pi$, получаем

$$C = C_0 \cdot 8C_0 h_{33}^2 / \pi Z_0 \omega_1 = C_0 \cdot (8/\pi) \cdot (C_0 h_{33}^2 l / Z_0 c^D) \cdot (c^D / l \omega_1) = (8K^2 / \pi^2) C_0,$$

тогда

$$C_n = \left[(8K^2 / \pi^2) / (1 - 8K^2 / \pi^2) \right] \cdot C_0 \approx (8K^2 / \pi^2) C_0, \quad (9)$$

так как $K^2 \ll 1$. Далее, учитывая, что $C_0 = \varepsilon S / l$, после подстановки Z_0 и ω_1 в (8) находим

$$L_n = L = \pi Z_0 / 8N^2 \omega_1 = \rho S_n l / 8N^2 = m / 8N^2, \quad (10)$$

где $m = \rho S_n l$ — масса пьезоэлемента; $N = C_0 h_{33} = h_{33} \varepsilon S / l$.

Чтобы иметь представление о порядке величин, рассчитаем C_n и L_n для эквивалентной схемы тонкой круглой пластины из пьезокерамики ЦТС-19, работающей в резонансном режиме.

Выберем следующие параметры пластины:

$$l = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м} \text{ — толщина;}$$

$$d = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \text{ — диаметр;}$$

$$\rho = 7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \text{ — плотность;}$$

$$h_{33} = 1,7 \cdot 10^9 \text{ В/м} \text{ — пьезомодуль;}$$

$$\varepsilon_{33}^{omn.} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ — относительная диэлектрическая проницаемость;}$$

$$K \approx 0,5 \text{ — коэффициент электромеханической связи.}$$

В результате расчетов по (9) и (10) находим:

$$S_n = \pi d^2 / 4 = 1,96 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2;$$

$$\varepsilon_{33} = \varepsilon_0 \varepsilon^{omn.} = 1,33 \cdot 10^{-8} \text{ Ф/м};$$

$$C_0 = \varepsilon_{33} S_n / l = 87 \text{ нФ};$$

$$C_n = (8K^2 / \pi^2) C_0 = 17,6 \text{ нФ};$$

$$N = C_0 h_{33} = 0,15 \text{ ФВ/м} = 0,15 \text{ Н/В};$$

$$L_n = 2,29 \cdot 10^{-3} \text{ Вc/A} = 2,29 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$

Здесь учтены следующие взаимосвязи между единицами величин:

при расчете параметра N

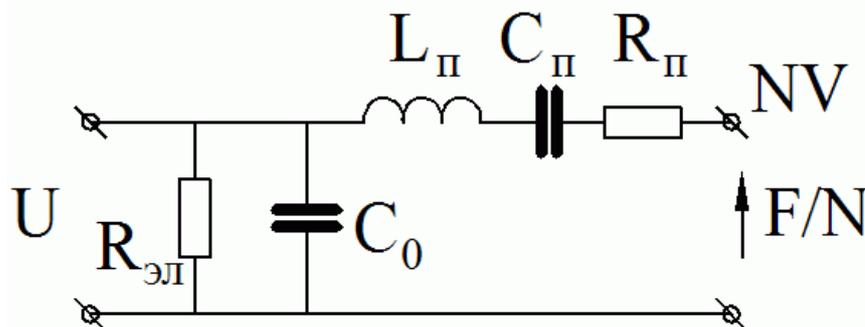
$$(\Phi \cdot \text{В/м} = \text{Кл} \cdot \text{В} \cdot \text{с/м} \cdot \text{В} \cdot \text{с} = \text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с/м} \cdot \text{В} = \text{Вт} \cdot \text{с/м} \cdot \text{В} = \text{Дж/м} \cdot \text{В} = \text{Н/В});$$

при расчете параметра L_n

$$(\text{кг В}^2 / \text{Н}^2 = (\text{кг м/с}^2)(\text{В}^2 \text{с}^2 / \text{Н}^2 \text{м}) = \text{В}^2 \text{с}^2 / \text{Дж} = \text{В}^2 \text{с} / \text{Вт} = \text{В}^2 \text{с} / \text{АВ} = \text{Вс} / \text{А} = \text{Гн}).$$

Расчетные параметры используются при разработке измерительной аппаратуры для обеспечения максимальной чувствительности контроля.

Мы рассмотрели эквивалентную схему пьезоэлемента без учета затухания. Более реальному случаю отвечает схема, в которой эти потери учитываются.



Здесь C_0 — собственная емкость пьезопластины при $U = 0$, то есть емкость зажатого преобразователя; $R_{эл}$ — сопротивление диэлектрических потерь, ими, как правило, пренебрегают; $R_n = r/N^2$ — сопротивление, учитывающее потери на внутреннее трение в материале преобразователя Q^{-1} .

Величины R_n и L_n связаны через добротность преобразователя $Q = 1/Q^{-1}$

$$R_n = \omega_p L_n / Q.$$

Добротность, в свою очередь, определяется из соотношения

$$Q \approx 1/\omega_p C_0 |Z_{min}|.$$

На резонансной частоте $U_{L_n} = U_{R_n}$, и преобразователь эквивалентен конденсатору C_0 , шунтированному R_n и импедансом излучения (акустической нагрузки), пересчитанной в электрическую часть преобразователя, — $Z_n = (F/V)(1/N^2)$, где V — колебательная скорость излучаемой (регистрирующей колебания) поверхности пьезопреобразователя; F — переменная сила, действующая на эту поверхность. В частности,

а) если излучающий пьезопреобразователь в форме пластины плотно прижат или приклеен к поверхности массивного объекта контроля, характерные размеры которого $h \gg (20...30)\lambda$, где λ — длина излучаемой волны, можно считать, что волна излучается в бесконечную среду, тогда акустический импеданс нагрузки

$$Z_n = (F/V)(1/N^2) = [(\rho c)_{cp} S](1/N^2),$$

где $(\rho c)_{cp}$ — волновое сопротивление среды; S — площадь поверхности преобразователя-пластины.

б) если в объекте контроля происходит отражения волн с образованием стоячих волн, то импеданс нагрузки $Z_n = (F/V)(1/N^2)$ — комплексный, что, вообще говоря, усложняет анализ эквивалентной схемы.

АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПЬЕЗОИЗЛУЧАТЕЛЯ

В УЗ-дефектоскопии вводятся следующие понятия:

1. Поле излучения.

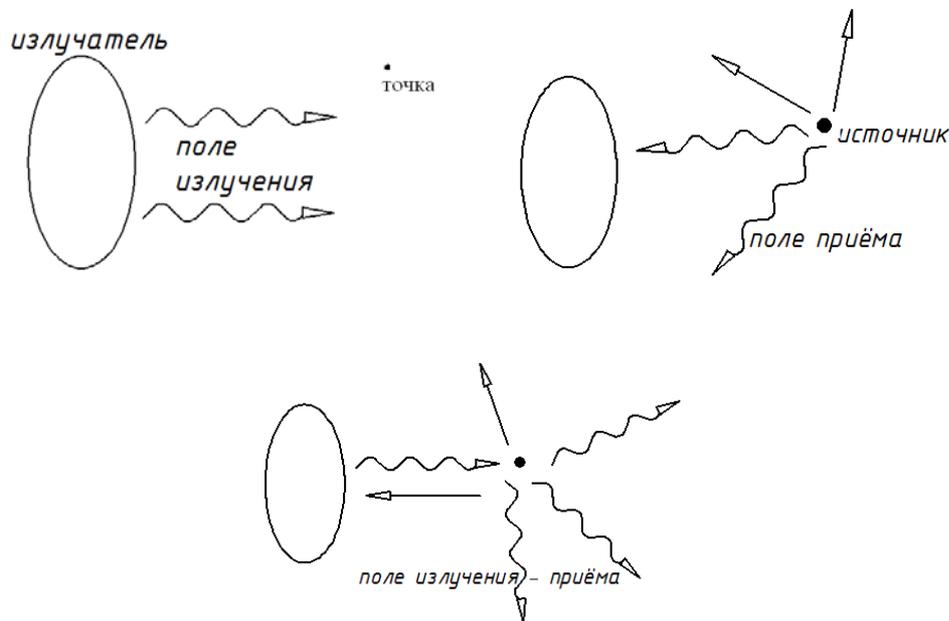
2. Поле приема.

3. Поле излучения-приема.

Поле излучения определяется зависимостью амплитуды акустического сигнала (давления, колебательной скорости, смещения), создаваемого излучателем, от положения точечного приемника, который помещается в исследуемую точку пространства.

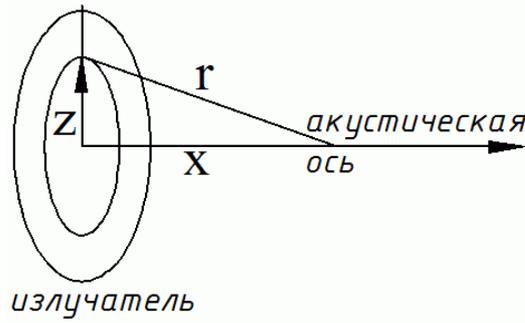
Поле приема определяется зависимостью сигнала приемного преобразователя от положения в пространстве точечного ненаправленного излучателя.

Поле излучения-приема определяется зависимостью сигнала преобразователя, возникающего в результате отражения акустической волны, излучаемой тем же преобразователем от положения в пространстве точечного отражателя, который рассеивает падающие волны равномерно по всем направлениям.



Акустической осью преобразователя в виде пластины называется направление перпендикулярное к его излучающей поверхности, проходящее через геометрический центр пластины.

Рассмотрим изменение поля излучения излучателя в виде круглой пластины, возбуждающего плоские волны, на акустической оси x .



В общем случае акустическое давление в точке с координатами \mathbf{r} , определяется с помощью интеграла Релея

$$p(\mathbf{r}, t) = 1/2\pi \int_S \partial p(\mathbf{r}', t) / \partial n \cdot (e^{-ikr'} / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dS,$$

где \mathbf{r}' — вектор, определяющий положение элемента площади излучателя dS , в плоскости пластины; $\mathbf{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ — нормаль к элементу площади излучателя dS ; $\mathbf{k} = \{k_x, k_y, k_z\}$ — волновой вектор; S — площадь излучателя.

В нашем случае, в силу радиальной симметрии излучающего поля последнее не зависит от угловой координаты, следовательно, $k = k_x = \omega/c$; $n = n_x$. Для точек акустической оси предыдущее соотношение имеет вид

$$p(x, t) = 1/2\pi \int_0^a \partial p(0, t) / \partial x \cdot (e^{-ik\sqrt{x^2+z^2}} / \sqrt{x^2+z^2}) 2\pi z dz,$$

где z — расстояние до кольцевого слоя шириной dz , отсчитываемое от центра пластины в ее плоскости; a — радиус круглой пластины. Для нашего случая $\partial p / \partial n = \partial p / \partial x$, причем для плоской волны справедливо $\partial p(x, t) / \partial x = -\rho \partial v(x, t) / \partial t$, где v — колебательная скорость смещения. Если излучаются гармонические волны, и распределение колебательной скорости не зависит от координаты z , то $v(0, t) = v(0) e^{i\omega t} = v_0 e^{i\omega t}$ и

$$\partial p(0, t) / \partial x = -\rho \partial v(0, t) / \partial t = -i\omega \rho v_0 e^{i\omega t}.$$

Тогда акустическое давление (без временного множителя) на акустической оси описывается соотношением

$$p(x) = -i\omega \rho v_0 \int_0^a (e^{-ik\sqrt{x^2+z^2}} / \sqrt{x^2+z^2}) z dz.$$

Сделав замену переменных интегрирования $u = \sqrt{x^2 + z^2}$, откуда $z = \sqrt{u^2 - x^2}$, и выполнив интегрирование, находим

$$p(x) = -\rho c v_0 e^{-ikx} \left\{ 1 - e^{-i\alpha(x)} \right\},$$

где $\alpha(x) = k \left\{ \sqrt{x^2 + a^2} - x \right\}$. Далее, выражение в фигурных скобках представив в виде

$$1 - e^{-i\alpha(x)} = 1 - \cos \alpha(x) + i \sin \alpha(x) = 2 \left| \sin \left[\alpha(x)/2 \right] \right| e^{i[\pi/2 - \alpha(x)/2]},$$

получим

$$p(x) = 2\rho c v_0 \left| \sin \left[\alpha(x)/2 \right] \right| e^{-i[\alpha(x) + \pi]/2} e^{-ikx} = 2\rho c v_0 \left| \sin \left[\alpha(x)/2 \right] \right| e^{-i[kx + \varphi(x)]}, \quad (11)$$

где $\varphi(x) = [\alpha(x) + \pi]/2$. Поскольку $k = \omega/c$ и $\lambda = 2\pi/k$, то $\alpha(x)$ и $\varphi(x)$ можно представить в виде

$$\alpha(x) = (2\pi x/\lambda) \left(\sqrt{1 + a^2/x^2} - 1 \right); \quad \varphi(x) = \pi \left\{ (2x/\lambda) \left(\sqrt{1 + a^2/z^2} - 1 \right) + 1 \right\} / 2. \quad (12)$$

Таким образом, давление является функцией от x , причем его амплитудное значение периодически меняется от 0 до $2\rho c v_0$. Обозначив $p_0 = \rho c v_0$, (11) запишем в виде

$$p(x) = 2p_0 \left| \sin \left[\alpha(x)/2 \right] \right| e^{-i[kx + \varphi(x)]}.$$

Экстремальные значения амплитуды соответствуют точкам, в которых $\left| \sin \left[\alpha(x)/2 \right] \right|$ принимает значения 0 и 1. Точки минимума акустического давления соответствуют $\alpha(x) = 2\pi k$, $k = 1, 2, \dots$, максимума — $\alpha(x) = (2k + 1)\pi$, $k = 0, 1, 2, \dots$. С учетом (12) определяем

координаты максимумов:

$$x_{\max k} = a^2 / \left[\lambda(2k + 1) \right] - (2k + 1)\lambda / 4, \quad k = 0, 1, 2, \dots;$$

координаты минимумов:

$$x_{\min k} = a^2 / 2\lambda k - \lambda k / 2, \quad k = 1, 2, \dots$$

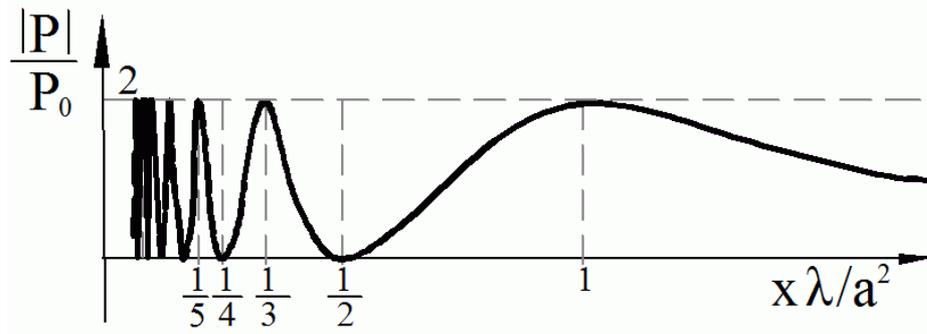
Наиболее удаленная точка от излучателя, в которой давление максимально при $k = 0$

$$x_{\max 1} = a^2 / \lambda - \lambda / 4.$$

Наиболее удаленная точка от излучателя, в которой давление минимально при $k = 1$

$$x_{\min 1} = a^2 / 2\lambda - \lambda / 2,$$

причем $x_{\min 1} < x_{\max 1}$. При больших k точки минимумов и максимумов сгущаются к $x = 0$.

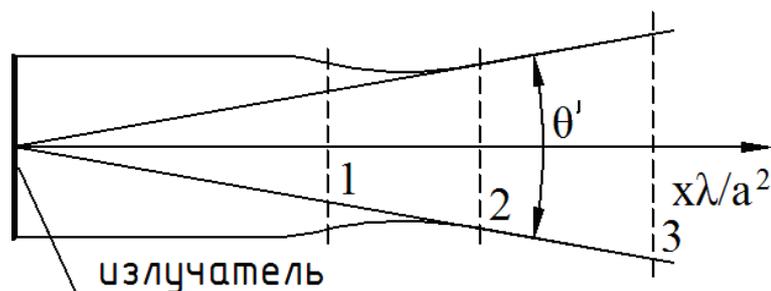


Область от 0 до $x_{\max 1} = a^2/\lambda - \lambda/4$, в которой амплитуда давления меняется от нуля до $2p_0$ называется *ближней зоной излучателя* или *зоной Френеля*.

На больших расстояниях от излучателя $x > x_{\max 1}$, амплитуда давления убывает с расстоянием пропорционально x^{-1}

$$\begin{aligned} \sin \left\{ (\pi x/\lambda) \left(\sqrt{1 + a^2/x^2} - 1 \right) \right\} &= \sin \left\{ (\pi x/\lambda) \left(1 + (1/2)(a^2/x^2) - 1 \right) \right\} = \\ &= \sin \left(\pi a^2/2\lambda x \right) \approx \pi a^2/2\lambda x. \end{aligned}$$

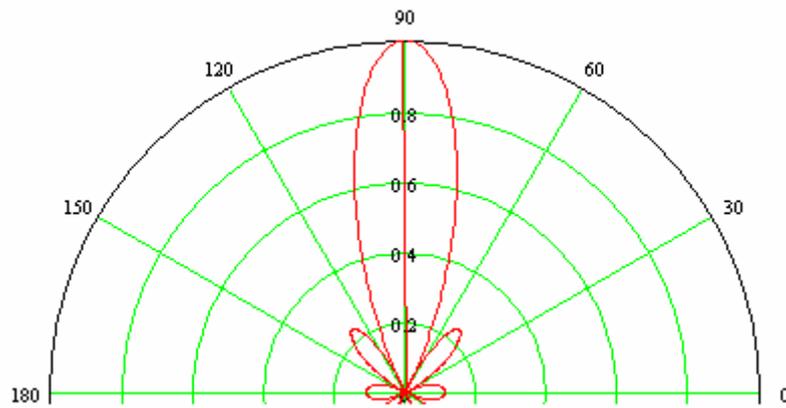
Эта зона называется *дальней зоной* или *зоной Фраунгофера*. В ближней зоне более 80% излученной энергии находится в пределах цилиндра, ограниченного краями преобразователя. В дальней зоне акустическое поле имеет вид лучей, расходящихся из центра преобразователя с углом раскрытия $\vartheta' = \arcsin(0,61\lambda/a)$.



Зависимость параметров излучения от угла ϑ между акустической осью и направлением на точку, в которой регистрируется акустическое поле, называется *диаграммой направленности* излучателя. Ниже показана диаграмма направленности излучателя в форме круглой пластины радиусом a , описываемая соотношением

$$p(\vartheta)/p_0 = \left| 2J_1(ak \sin \vartheta) / ak \sin \vartheta \right|,$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя первого порядка действительного аргумента.

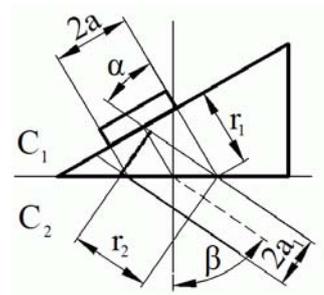
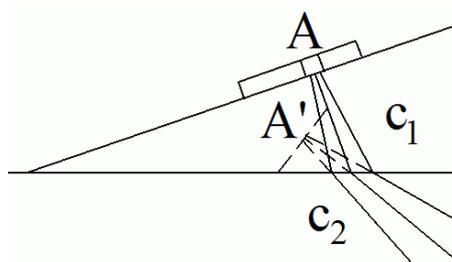


Из диаграммы видно, что помимо основного лепестка, в котором сосредоточена основная доля излучения, имеются дополнительные максимумы — боковые лепестки. Их наличие в ряде случаев может внести неоднозначность при интерпретации результатов акустического контроля.

Акустическое поле наклонного излучателя

Если ввод колебаний осуществляется через промежуточную среду, например наклонную призму, то поле преобразователя определяется приведенными выше формулами и графиками при использовании *мнимого источника-излучателя*.

Принцип построения мнимого источника заключается в том, что для каждого элементарного источника на действительном излучателе строят расходящийся пучок лучей с учетом преломления их на границе «призма-изделие». Преломленные лучи продолжают за пределы границы преломления в сторону призмы и определяют точку концентрации расходящегося пучка.



Эту точку принимают за мнимый источник, излучение от которого распространяется как бы в однородной среде — изделии. Совокупность мнимых источников образует мнимый излучатель.

$$r_2 = r_1 (c_1 \cos \beta / c_2 \cos \alpha)$$

Размер мнимого излучателя:

$$2a_1 = 2a (\cos \beta / \cos \alpha)$$

Протяженность ближней зоны

$$r_0 = a_1^2 / 4\lambda .$$

Требования к излучателям УЗ-колебаний

При проектировании излучателей обычно решают задачи:

- а) сжатие диаграммы направленности;
- б) уменьшение размера боковых лепестков;
- в) сглаживание осцилляций в ближней зоне.

Наличие минимумов и максимумов интенсивности колебаний в ближней зоне излучателя затрудняет определение координат и размеров дефектов по величине амплитуды зарегистрированного сигнала при УЗ контроле.

Для уменьшения осцилляций используют круглые пьезопреобразователи, амплитуда возбуждающих колебаний которых центрально симметрична, но неравномерна по радиусу. Для этого уменьшают степень поляризации от края к середине пластины. Если амплитуда колебаний пластины возрастает от центра к периферии по закону $(r/a)^n$, то при $n > 2$ осцилляции в ближней зоне малозаметны. Такие преобразователи имеют достаточно высокую направленность излучения, но сложны в изготовлении и имеют малую чувствительность.