

539.1  
10-78  
ИФП

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

93

Л. Н. Юрова



ФАКУЛЬТЕТ  
ТЕХНИЧЕСКОЙ  
ФИЗИКИ

# НЕЙТРОННЫЕ ЭФФЕКТИВНЫЕ СЕЧЕНИЯ

Москва 1986

539.1  
10-78

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

---

Л. Н. Юрова

НЕЙТРОННЫЕ ЭФФЕКТИВНЫЕ СЕЧЕНИЯ

Утверждено  
редсоветом института  
в качестве учебного пособия

Москва 1986

Библиотека  
МИФИ

Юрова Л. Н. Нейтронные эффективные сечения: Учебное пособие. - М.: МИФИ, 1986. - 96 с.

В пособии излагаются основные свойства нейтрона и ядер, рассматриваются элементарная теория взаимодействия нейтрона с ядром и основные закономерности зависимости полного сечения от энергии нейтрона и массового числа. Освещены вопросы, связанные с ядерными реакциями, которые идут при небольших энергиях: механизм протекания ядерных реакций, законы сохранения, сечение ядерной реакции, распределение продуктов ядерной реакции по энергии.

Рецензенты:

А. В. Точень, А. А. Лукьянов

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $A$  - массовое число ядра мишени  
 $A_{\text{пот}}$  - амплитуда потенциального рассеяния (от непроницаемой сферы), соответствующая  $\lambda$  - волне  
 $A_{\text{рез}}$  - амплитуда резонансного рассеяния, отвечающая волне с моментом количества движения  $l$   
 $B$  - полная энергия связи нуклонов в ядре, МэВ  
 $\frac{B}{A}$  - средняя энергия связи нуклона в ядре, МэВ  
 $C$  - составное ядро  
 $d_{\Omega}$  - элемент телесного угла  
 $D$  - расстояние между уровнями ядра, эВ  
 $E$  - кинетическая энергия нейтрона, эВ  
 $E^*$  - энергия возбуждения ядра, МэВ  
 $E_C^*$  - энергия возбуждения составного ядра, МэВ  
 $E_{rj}$  - энергия  $j$  -го резонанса, эВ  
 $f_l(E)$  - логарифмическая производная на поверхности ядра  
 $g_A, g_B$  - статистический вес состояния ядра  $A$  и т.д.  
 $g_I$  - статистический вес спина канала  $I$   
 $G_C(\beta)$  - относительная вероятность распада составного ядра по каналу  $\beta$   
 $J$  - полный момент количества движения ядра  
 $k$  - волновое число нейтрона  
 $K$  - волновое число нейтрона сразу после проникновения внутрь ядра  
 $l$  - квантовое число момента количества движения (орбитальный момент)  
 $m_s$  - магнитное квантовое число, связанное со спином канала  
 $M(A, Z)$  - масса ядра, а.е.м.  
 $m_n$  - масса нейтрона, а.е.м.  
 $m_p$  - масса протона, а.е.м.  
 $N$  - число нейтронов в ядре  
 $R$  - радиус ядра, см

- $s$  - спин нейтрона  
 $S_l$  - коэффициент при расходящейся волне, отвечающей моменту количества движения  $l$   
 $S^0$  - силовая функция  
 $T_l(\alpha)$  - проницаемость ядерного потенциала для случая взаимодействия в канале  $\alpha$  с моментом количества движения  $l$   
 $v$  - скорость относительного движения в канале  $\alpha$  (скорость нейтрона), см/с  
 $V$  - объем, включающий область, в которой происходит взаимодействие  
 $V(r)$  - потенциал в случае одночастичной модели взаимодействия  
 $V_0$  - глубина потенциальной ямы внутри ядра в случае одночастичной модели взаимодействия, МэВ  
 $Z$  - число протонов в ядре  
 $\Gamma$  - полная ширина уровня ядра с энергией возбуждения  $E^*$ , эВ  
 $\Gamma_j$  - парциальная ширина резонанса  $j$ -го вида взаимодействия, эВ  
 $\theta$  - угол, под которым в системе центра масс частицы вылетают по отношению к падающему пучку  
 $\lambda_\alpha$  - длина волны де Бройля, деленная на  $2\pi$ , отвечающая относительному движению в канале  $\alpha$ , см  
 $\pi$  - четность  
 $\rho(r)$  - плотность нуклонов внутри ядра  
 $\rho(E)$  - плотность состояний (плотность уровней) в окрестности энергии возбуждения ядра  $E^*$   
 $\delta_l$  - фазовый сдвиг волны с моментом количества движения  $l$   
 $\delta(\theta)$  - дифференциальное сечение упругого рассеяния на угол  $\theta$   
 $\delta_t$  - полное сечение взаимодействия, см<sup>2</sup>  
 $\delta_i$  - сечение  $i$ -го взаимодействия, см<sup>2</sup>

Подстрочные индексы

- |                  |                          |
|------------------|--------------------------|
| $t$ - полное     | $l$ - орбитальный момент |
| $a$ - поглощение | $n$ - нейтрон            |
| $s$ - рассеяние  | $C$ - составное ядро     |

# Г Л А В А 1

## ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА НЕЙТРОНА И ЯДЕР

В данной главе в конспективном изложении приводятся основные характеристики свободного нуклона и ядер, необходимые для описания взаимодействия нейтрона с ядром.

### 1.1. Основные свойства свободного нейтрона

Боте и Беккер в 1930 г. обнаружили, что при взаимодействии  $\alpha$ -частиц с легкими ядрами испускается излучение, которое очень слабо поглощается свинцом. В 1932 г. Фредерик и Ирен Жолио-Кюри установили, что при взаимодействии неизвестного излучения с ядрами водородосодержащих веществ образуются ядра отдачи — протоны. В 1932 г. Д. Чедвик на основе анализа результатов экспериментов, выполненных в лабораториях Франции, Германии и Италии, доказал, что неизвестное излучение представляет собой поток нейтральных частиц с массой, приблизительно равной массе протона. Эти частицы были названы нейтронами. Идея существования нейтральной частицы высказывалась физиками задолго до ее открытия.

1932 г. является началом развития новой области ядерной физики — нейтронной физики.

Значение открытия нейтрона трудно переоценить. Использование ядерной энергии для мирных и военных целей невозможно было бы без участия нейтрона. Открытие нейтрона изменило представление о структуре ядра и о силах, действующих между частицами, входящими в состав ядра.

Сегодня нейтроны используются и как средство исследований в ядерной физике и физике твердого тела. Роль нейтрона исключительно велика в практическом приложении: в ядерной энергетике, в производстве трансурановых элементов и радиоактивных изотопов, в геофизике, медицине, биологии и т.п.

Основные свойства свободного нейтрона приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Основные свойства свободного нейтрона и протона

	Протон	Нейтрон
Масса, МэВ/с <sup>2</sup>	938,2786±0,0027	939,5731±0,0027
$m_n - m_p$ , МэВ/с <sup>2</sup>		1,29343±0,00004
Спин, $\hbar$	1/2	1/2
Среднее время жизни и схема распада	$> 2 \cdot 10^{30}$ лет	918±14 сек ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e + \nu_e$
Электрический заряд, $e$	(1±10 <sup>-15</sup> )	$< 10^{-17}$
Радиус распределения заряда $\langle r_e^2 \rangle^{1/2}$ , фм*	0,805±0,010	0,36±0,01
Магнитный дипольный момент, $\mu_{яд} = 5,0538 \cdot 10^{-24}$ эрг/гс	2,79274±6·10 <sup>-5</sup>	-1,91314±4·10 <sup>-5</sup>
Радиус магнитного момента, $\langle r_M^2 \rangle^{1/2}$ , фм	0,80±0,03	0,79±0,15

\* 1 фм = 1·10<sup>-13</sup> см

Нейтрон как частица с проекцией спина, равной половине, подчиняется Ферми – Дирака статистике, т.е. является фермионом. Нейтрон обладает магнитным дипольным моментом. В то же время известно, что частица со спином  $\frac{1}{2}$ , описываемая уравнением Дирака, должна обладать магнитным моментом, равным одному магнетону, если она имеет электрический заряд, и нулевым, если не заряжена. Наличие магнитного момента у ней-

трона, так же как аномальное значение магнитного момента протона, может быть объяснено, если предположить, что эти частицы обладают сложной внутренней структурой. Другими словами, внутри частиц существуют электрические токи, создающие дополнительный аномальный магнитный момент.

Как видно из табл. 1.1, нейтрон по своим свойствам очень близок к протону: частицы имеют почти равные массы, одинаковое значение спина, близкие по величине магнитные моменты, способны взаимно превращаться друг в друга, одинаковым образом проявляют себя в процессах, вызванных сильным взаимодействием, в частности, ядерные силы, действующие между парами протон – протон, нейтрон – протон и нейтрон – нейтрон, одинаковы. Такое сходство позволяет рассматривать нейтрон и протон как одну частицу – нуклон, который может находиться в двух разных состояниях, отличающихся электрическим зарядом. Свободный нуклон с положительным зарядом есть протон, а с нулевым зарядом – нейтрон. Соответственно, нуклону приписывается некоторая внутренняя характеристика – изотопический спин  $I_3$ . Нуклон в состоянии с проекцией изотопического спина на ось квантования  $+\frac{1}{2}$  является протоном, а с проекцией  $-\frac{1}{2}$  – нейтроном. Нейтрон и протон, согласно современной систематике элементарных частиц, имеют одинаковые квантовые числа: барионный заряд  $B = +1$ , лептонный заряд  $L = 0$ , странность  $S = 0$  и положительную внутреннюю четность.

Масса нейтрона больше массы протона на  $1,2935 \text{ МэВ}/c^2$ ; поэтому происходит радиоактивный распад нейтрона, в результате которого образуются протон, электрон и антинейтрино, и выделяется энергия  $0,782 \text{ МэВ}$ .  $\beta$ -распад свободного нуклона впервые наблюдал Снелл в 1948 г. Период полураспада нейтрона равен  $11,7 \pm 0,3$  мин, согласно данным, полученным Спиваком. По последним данным, среднее время жизни покоящегося нейтрона равно 917 с.

Нейтроны участвуют во всех известных взаимодействиях элементарных частиц – сильном, электромагнитном, слабом и гравитационном. Сильные взаимодействия проявляются в рассеянии нейтронов на протонах и во взаимодействиях нейтрона с другими элементарными частицами.

Электромагнитное взаимодействие нейтрона определяется наличием у него магнитного момента. Электромагнитное взаимодействие нейтрона с электронными оболочками атомов и с ядрами приводит к ряду явлений, используемых для исследования строения вещества.

Слабые взаимодействия нейтрона проявляются в следующих процессах:  $\beta$ -распад нейтрона  ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + e^- + \bar{\nu}_e$ , захват электронного антинейтрино протоном  $\nu_e + {}_1^1p \rightarrow {}_0^1n + e^+$ , мюонного нейтрино  $\nu_\mu$  нейтроном  $\nu_\mu + {}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + \bar{\mu}$  и т.д.

Гравитационное взаимодействие нейтрона наблюдается в экспериментах по замедлению и ускорению холодных нейтронов в поле земного тяготения.

Среднее время жизни нейтрона значительно больше длительности ядерных взаимодействий, порядок которых составляет  $10^{-14} - 10^{-20}$  с. Поэтому на ядерные взаимодействия радиоактивный распад нейтрона не оказывает влияния. В то же время длительность экспериментов, направленных на изучение взаимодействия нейтронов с ядрами, намного больше среднего времени жизни нейтрона. Поэтому в процессе эксперимента необходимо восполнять нейтроны, которые испытали радиоактивный распад. Для получения нейтронов используются ядерные реакции, а соответствующие устройства, в которых происходят эти ядерные реакции, называются источниками нейтронов.

Вследствие отсутствия электрического заряда у свободного нейтрона взаимодействие нейтронов с ядрами может происходить в неограниченном интервале энергий, в частности, и при скорости нейтрона, стремящейся к нулю.

Приняты условные названия нейтронов в зависимости от значения их энергии: ультрахолодные нейтроны - нейтроны, энергия которых меньше  $10^{-7}$  эВ, холодные нейтроны -  $(10^{-7} - 10^{-4})$  эВ; тепловые нейтроны -  $(10^{-4} - 5 \cdot 10^{-1})$  эВ, промежуточные нейтроны -  $(5 \cdot 10^{-1} - 10^4)$  эВ и быстрые нейтроны - области энергий больше  $10^4$  эВ.

## 1.2. Основные свойства ядер

Ряд фундаментальных свойств ядер определяют закономерности взаимодействия нейтронов с ядрами.

### 1.2.1. Состав ядра и массовое число

Ядро представляет собой систему, состоящую из  $A$  нуклонов, удерживаемых вместе ядерными силами. Взаимодействия нуклонов в ядрах и нуклонов с ядрами относятся к сильным взаимодействиям. Ядро представляет собой относительно слабо связанную систему нуклонов. Чтобы удалить один нуклон из ядра, необходимо затратить энергию, равную примерно  $5 - 10$  МэВ.

Эта величина мала по сравнению с энергией покоя нуклона ( $Mc^2 \approx 1000 \text{ МэВ}$ ). Поэтому в области энергий  $E \ll \ll 1000 \text{ МэВ}$  при анализе основного и возбужденного состояния ядра в первом приближении можно считать, что ядро состоит из определенного числа нуклонов, которые движутся с нерелятивистскими скоростями ( $\frac{v^2}{c^2} \leq 0,1$ ) и обладают в основном такими же свойствами, как и свободные нуклоны.

Число нуклонов в ядре называют массовым числом и обозначают буквой "А". Известны ядра с А равным от 1 до ~260. Ядро состоит из "Z" протонов и "N=A-Z" нейтронов. Состав ядра записывается в виде (А, Z), или указывают символ химического элемента и слева от него пишут индексы: "А" и внизу "Z". Например, изотопы урана:  ${}_{92}^{235}\text{U}$ ,  ${}_{92}^{238}\text{U}$ ,  ${}_{92}^{232}\text{U}$ ,  ${}_{92}^{233}\text{U}$ .

Ядро характеризуется электрическим зарядом Ze. Известны ядра с Ze от 1 до 107.

В природе наблюдается ряд закономерностей в распространении изотопов элементов в зависимости от четного или нечетного числа нуклонов. В таблице 1.2 приведены данные о распространении ядер с различными числами протонов и нейтронов. Среди стабильных ядер с одинаковым нечетным числом протонов и нейтронов имеется только четыре нуклида: дейтерий  ${}^2_1\text{D}$ , литий  ${}^6_3\text{Li}$ , бор  ${}^{10}_5\text{B}$  и азот  ${}^{14}_7\text{N}$ . Большинство стабильных ядер с массовыми числами меньше 100 имеет одинаковое число нейтронов и протонов.

На рис. 1.1 изображена диаграмма  $\beta$ -стабильных ядер на плоскости N-Z. Из рассмотрения этой диаграммы видно, что  $\beta$ -стабильные ядра наблюдаются только лишь в узкой полосе. Вначале эта полоса идет под углом  $45^\circ$  (равное число протонов и нейтронов), а затем угол наклона изменяется в сторону больших значений нейтронов. Наблюдаемое расположение стабильных ядер на плоскости N-Z определяется в основном свойствами ядерных сил.

Таблица 1.2

Распространенность стабильных ядер с различными значениями числа нуклонов

Массовое число А	Число нейтронов	Число протонов	Количество ядер
четное	четное	четное	177
нечетное	нечетное	четное	60
нечетное	четное	нечетное	52
четное	нечетное	нечетное	4

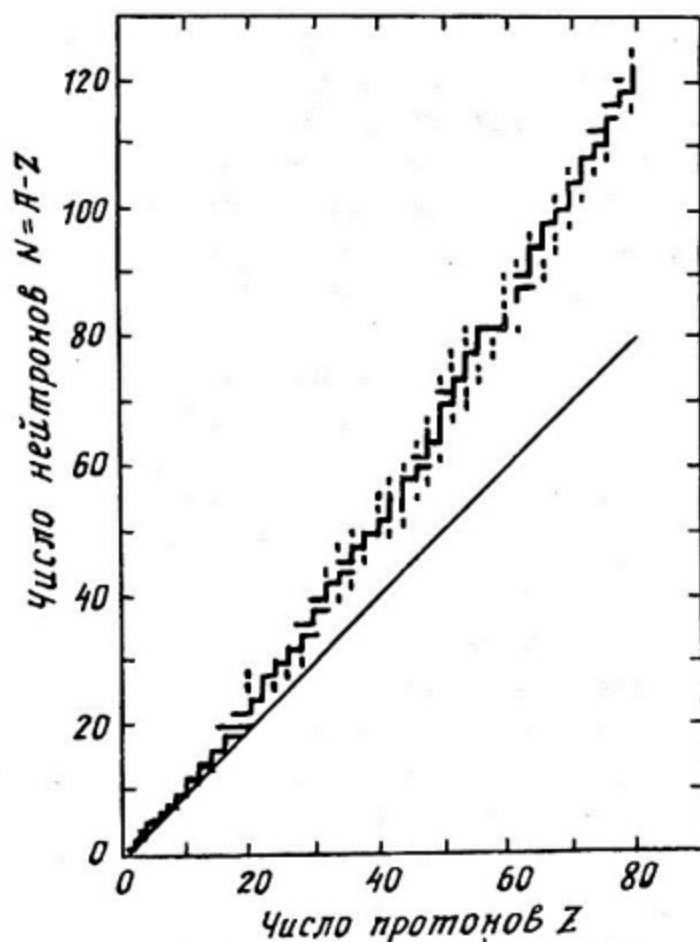


Рис. 1.1. Полоса стабильных ядер на  $N-Z$  плоскости: черный квадратик обозначает стабильное ядро; сплошная линия — ядра с одинаковым числом протонов и нейтронов [Фрауэнфельдер Г., Хенли Э. Субатомная физика./Пер.с англ.—М.: Мир, 1979]

### 1.2.2. Масса ядра и энергия связи нуклонов

Основным состоянием ядра называется такое состояние, которому соответствует наименьшее значение полной энергии. Поэтому одной из важнейшей характеристик ядра в основном состоянии является значение массы или полной энергии.

Масса ядра меньше суммы масс отдельных нуклонов, входящих в состав ядра. Масса атомов (ядер) выражается в атомных массовых единицах  $ame$ . За единицу  $ame$  принята одна двенадцатая массы углерода-12, составляющая  $1.660438 \cdot 10^{-24}$  г. Одна  $ame$  эквивалентна  $931.478$  МэВ/с<sup>2</sup>.

Величина полной энергии ядра, состоящего из  $A$  нуклонов, отличается от значения суммы полных энергий свободных нук-

лонов на величину, называемую энергией связи  $B(A, Z)$  нуклонов в ядре и определяемую соотношением:

$$B(A, Z) = Z \cdot m_p c^2 + N m_n c^2 - M(A, Z) c^2, \quad (1.1)$$

где  $m_n$ ,  $m_p$  – массы нейтрона и протона,  $M(A, Z)$  – масса ядра.

Полная энергия связи  $B(A, Z)$  равна энергии, которая выделяется при образовании ядра из  $A$  свободных нуклонов. Например, в результате взаимодействия нейтрона с протоном образуется  ${}^2_1D$ . Полная энергия дейтрона меньше суммы полных энергий свободных нуклонов на величину 2.23 МэВ. Энергию связи нуклонов в ядре можно определить из сравнения экспериментального значения массы ядра с суммой масс нейтронов и протонов, входящих в данное ядро.

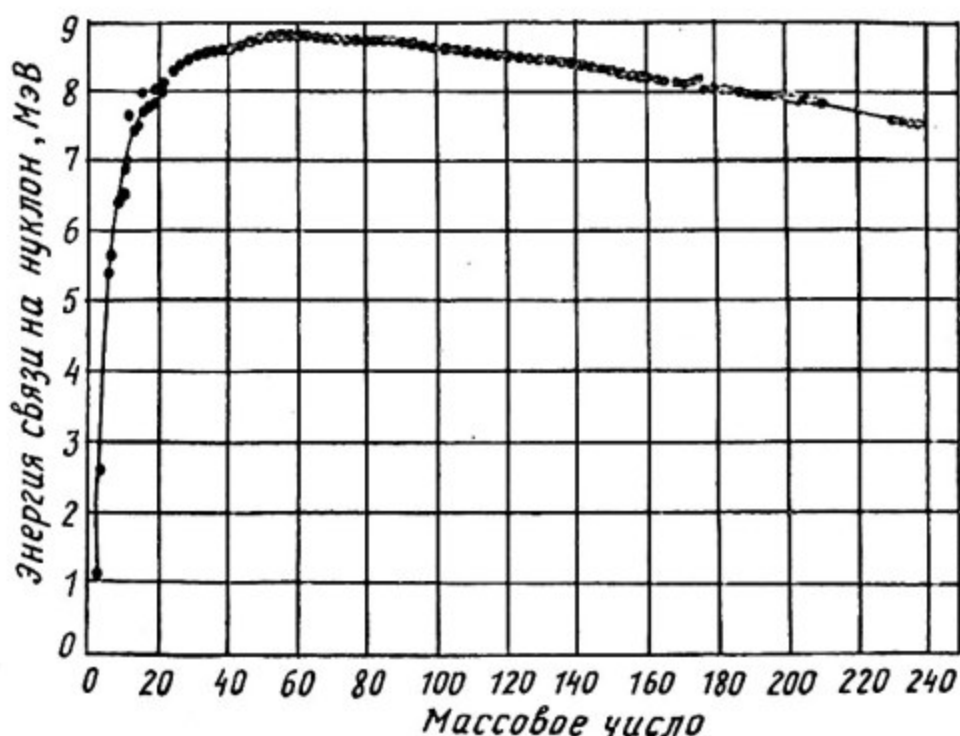


Рис. 1.2. Зависимость энергии связи на нуклон от массового числа:

точки – экспериментальные данные  
 [Matlack J.H.E. et al. Nuclear Phys.  
 67,1 (1965)]

На рис. 1.2 приводится зависимость значения средней энергии связи  $\epsilon$ , приходящейся на один нуклон, от массового числа. Наиболее характерной особенностью представленной зависимости является то, что в значительном интервале значений массовых чисел величина энергии связи на нуклон остается при-

мерно постоянной и равной 7,5 - 8,5 МэВ. В области  $A \leq 10$  величина энергии связи на нуклон растет с увеличением массового числа.

С ростом массового числа ( $A > 100$ ) наблюдается уменьшение средней энергии связи на нуклон (см. рис. 1.2). Последнее может быть объяснено: наличием электростатических сил отталкивания протонов. Так как электростатические силы дальнедействующие, и им не свойственно насыщение, то величина энергии электростатического взаимодействия возрастает с увеличением числа протонных пар, как  $\frac{1}{2} Z(Z-1)$ . С ростом атомного номера величина электростатического взаимодействия становится все более и более существенной, что и приводит к уменьшению значения средней энергии связи на нуклон при увеличении массового числа.

Зависимость энергии связи ядра от числа протонов и нейтронов имеет небольшие отклонения от плавной кривой даже для больших значений  $A$ . Нечетно-четные и четно-нечетные ядра имеют примерно одинаковое значение  $\epsilon$  и всегда меньше, чем для четно-четных ядер. Наибольшее значение энергии связи на нуклон наблюдается у ядер с числом протонов (нейтронов), равным 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, получивших название магических ядер. Для этих ядер является характерным значительная распространенность в природе и устойчивость к ядерным превращениям.

Из сравнения масс двух изотопов элемента с четным и нечетным числом нейтронов следует, что энергия связи четного нейтрона больше, чем нечетного (эффект парности нуклонов). Энергия связи отдельного нуклона может значительно отличаться от среднего значения и изменяется в довольно широких пределах от 2 до 14 МэВ.

Зависимость средней энергии связи на нуклон от массового числа позволяет выделить области массовых чисел, для которых в принципе возможно получение ядерной энергии в ядерных реакциях деления и синтеза. Например, из зависимости, приведенной на рис. 1.2, следует, что при делении ядра  $A = 240$  на два ядра с  $A = 120$  должна выделиться энергия, равная

$$2B(A=120) - B(A=240) \sim 200 \text{ МэВ}.$$

Из приведенной зависимости энергии связи на нуклон от массового числа следует, что полная энергия связи ядра пропорциональна числу нуклонов, если исключить поверхностные эффекты и кулоновское взаимодействие. Это означает, что нук-

лоны в ядре связаны примерно одинаково. Последнее возможно, если каждый нуклон в ядре взаимодействует с ограниченным числом нуклонов. Если же предположить, что каждый нуклон может взаимодействовать со всеми, то полная энергия в этом случае должна быть пропорциональна числу возможных пар нуклонов, а средняя энергия на нуклон должна быть пропорциональна числу нуклонов. В действительности, средняя энергия на нуклон не зависит от числа нуклонов. Последнее может быть объяснено, если предположить, что ядерные силы есть силы насыщения. Это свойство ядерных сил позволяет провести аналогию между ядром и жидкой каплей, для которой добавление каждой новой молекулы влечет за собой увеличение полной энергии связи на одну и ту же величину.

Зависимость энергии связи от массового числа представляется полуэмпирической формулой (1.2):

$$B(A, Z) = \alpha_1 A - \alpha_2 A^{2/3} - \alpha_3 \frac{(N-Z)^2}{A} - \alpha_4 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - \alpha_5 A^{-3/4}. \quad (1.2)$$

Рассмотрим физический смысл членов уравнения (1.2).

$\alpha_1 A$  — объемная энергия, представляющая собой полную энергию связи  $A$  нуклонов в пределе больших значений  $A$  и в отсутствие кулоновских сил.

$\alpha_2 A^{2/3}$  — этот член учитывает уменьшение энергии связи для нуклонов, расположенных на поверхности ядра. Коэффициент  $\alpha_2$  аналогичен поверхностному натяжению жидкой капли. Поверхностная энергия — это характеристика, общая для всех конечных систем и отражающая то обстоятельство, что у нуклонов, находящихся на поверхности, меньше соседей, чем у внутренних. Необходимость выделения этого члена подтверждается экспериментальными данными — энергия связи на нуклон в области малого числа нуклонов растет с увеличением массового числа. Кроме этого, данные о высоте потенциального барьера для процесса деления показывают, что этот член действительно представляет собой поверхностную энергию. Если учесть только эти два слагаемых в формуле (1.2), то все изобарные ядра окажутся устойчивыми независимо от значений  $N$  и  $Z$ . В то же время из рис. 1.1 следует, что стабильные ядра располагаются в узкой полосе на плоскости  $Z - N$ . Эта особенность ядер учитывается соответствующим слагаемым.

$\alpha_3 \frac{(N-Z)^2}{A}$  — учитывает уменьшение энергии связи для случая нечетного числа нуклонов и отражает тенденцию к стабильности ядер с  $N=Z$ .

$\alpha_4 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$  - учитывает уменьшение энергии связи вследствие

кулоновского взаимодействия нуклонов. Кулоновское отталкивание приводит к постепенному уменьшению энергии связи, приходящейся на один нуклон при увеличении массового числа.

$\alpha_5 A^{-3/4}$  - учитывает изменение энергии связи на нуклон в зависимости от парности нуклонов и имеет следующие значения:

$$\alpha_5 \begin{cases} +12 \text{ МэВ при } Z \text{ четном, } N \text{ четном,} \\ 0 \quad \quad \text{при } A \text{ нечетном,} \\ -12 \text{ МэВ при } Z \text{ нечетном, } N \text{ нечетном.} \end{cases}$$

Существование такой нечетно-четной разности (парной энергии) следует из модели Ферми-газа, поскольку в каждом состоянии, характеризующемся волновым числом  $K$ , может быть не более двух протонов и двух нейтронов. Эффект парной энергии играет важную роль в ядерных реакциях при малых энергиях.

Экспериментальные значения энергии связи удовлетворительно воспроизводятся полуэмпирической формулой (1.2), если использовать численные значения коэффициентов, приведенные в таблице 1.3.

Таблица 1.3

Численные значения коэффициентов в полуэмпирической формуле энергии связи ядра

$\alpha_1$ , МэВ	$\alpha_2$ , МэВ	$\alpha_3$ , МэВ	$\alpha_4$ , МэВ	$r_0$ , фм
15,56	17,23	23,7	0,71	1,24

При более детальном изучении энергии связи ядер выявляются систематические отклонения от плавно меняющейся функции переменных  $N$  и  $Z$ , которые могут достигать  $\sim 10$  МэВ.

### 1.2.3. Плотность ядерного вещества и радиус ядра

Результаты экспериментов, полученные в первый период развития ядерной физики, такие как, например, сечение рассеяния  $\alpha$ -частиц на легких ядрах и др., дали основание предпо-

лагать, что плотность ядерного вещества приблизительно постоянна внутри объема, величина которого в первом приближении пропорциональна массовому числу. Впоследствии это было подтверждено результатами опытов по рассеянию электронов на протонах, находящихся в ядре. В этих опытах было получено, что плотность нуклонов в ядре постоянна за исключением поверхностного слоя толщиной порядка 2–3 фм (рис. 1.3), в пределах которого плотность убывает до нуля. В центре ядра, плотность нуклонов равна  $0,168$  нуклон/фм<sup>3</sup>, что соответствует  $2 \cdot 10^8 \frac{T}{\text{см}^3}$ . Эти результаты, а также данные по рассеянию быстрых нейтронов позволяют в первом приближении говорить о сферической форме ядра. Понятие "форма", а следовательно "граница" ядра, с точки зрения квантовой механики не очень строгое, так как никакой строгой (в геометрическом смысле) и непрерывной поверхности у ядра нет. Можно ввести понятие радиуса ядра " $R$ ", если под  $R$  понимать расстояние, на котором плотность ядерного вещества уменьшается вдвое по сравнению со значением в центре.

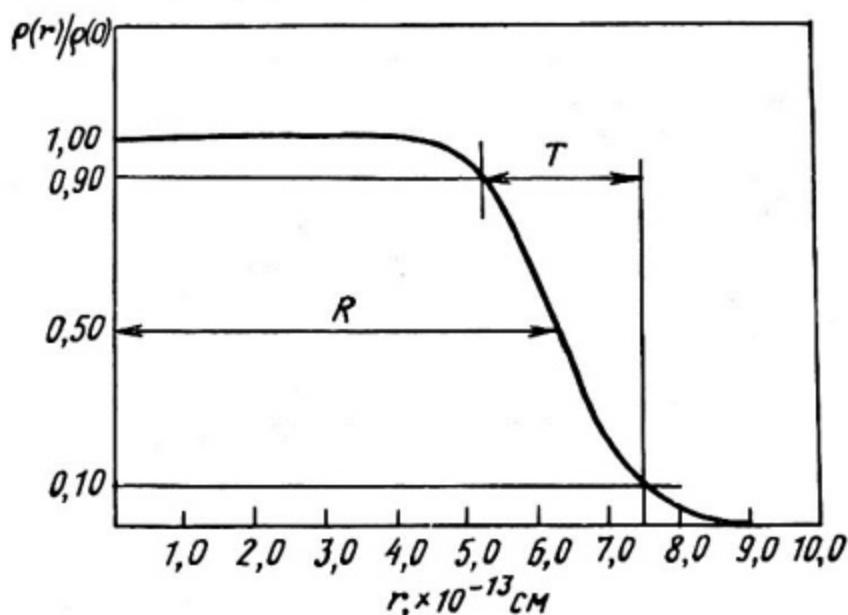


Рис. 1.3. Функция распределения плотности электрического заряда в ядре:

$R$  — радиус ядра,  $T$  — толщина поверхностного слоя

[Фрауэнфельдер Г., Хенли Э. Субатомная физика. / Пер. с англ. — М.: Мир, 1979]

Поскольку объем ядра пропорционален массовому числу, то в случае сферической формы ядра радиус будет пропорционален корню кубическому из массового числа. Радиус ядра  $R$  возрастает с увеличением массового числа:

$$R = r_0 A^{1/3}, \quad (1.3)$$

$r_0$  — константа нуклонного радиуса.

Численное значение  $r_0$ , на основании многочисленных различных экспериментов, принимается равным 1,2 — 1,3 фм.

Зависимость радиуса ядра от массового числа, полученная на основании экспериментальных данных, приведена на рис. 1.4. Из рассмотрения рис. 1.4 видно, что экспериментальные значения  $R$  в некоторых случаях значительно отличаются от значений, получаемых на основании (1.3).

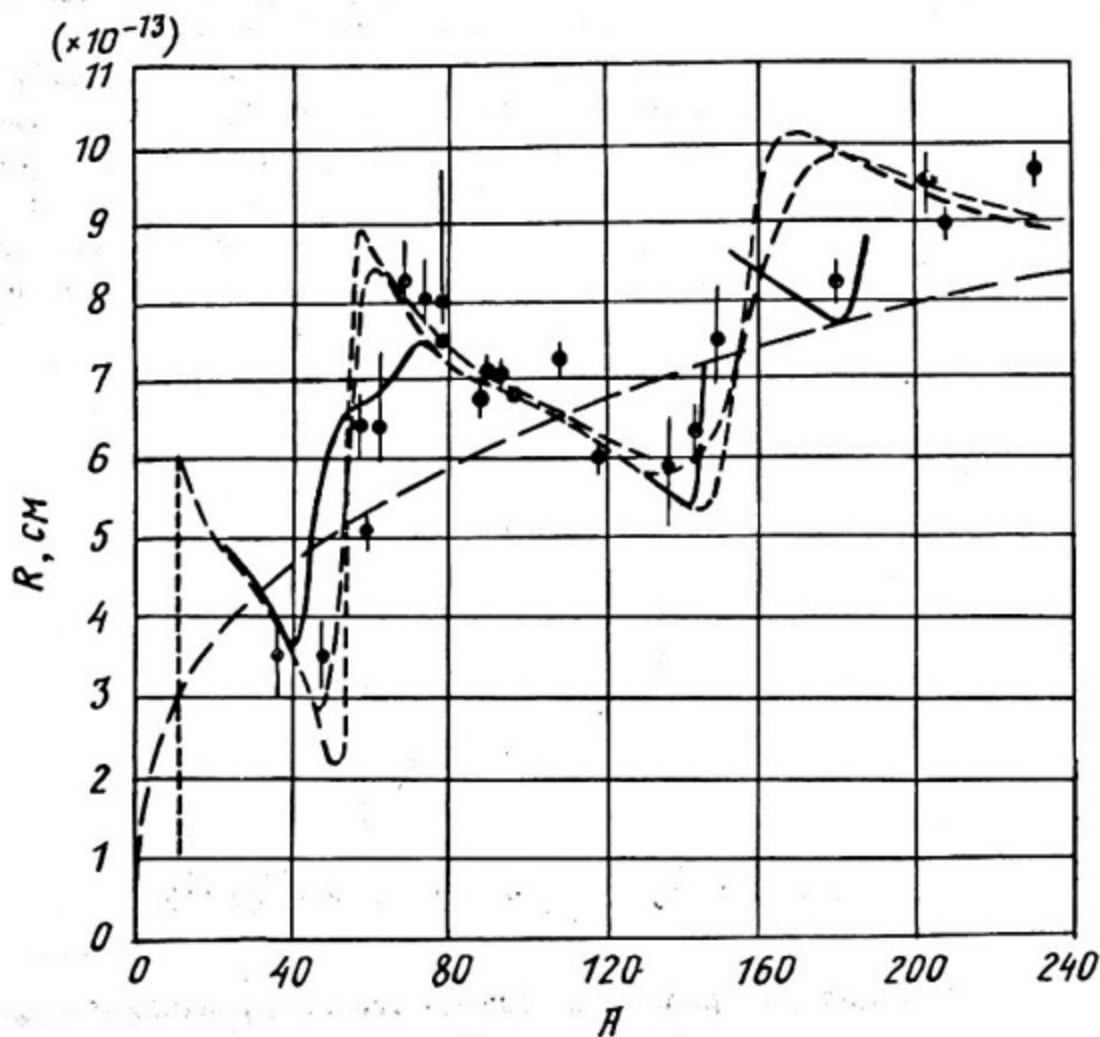


Рис. 1.4. Зависимость радиуса ядра от массового числа: точки соответствуют экспериментальным значениям  $\sqrt{\frac{\sigma_t}{2\pi}}$ ; пунктирная линия  $R = 1,35 A^{1/3}$  фм; линия штрихпунктирная соответствует  $\sqrt{\frac{\sigma_t}{2\pi}}$ , определяемому с использованием оптического потенциала

[Маршон Д., Фаулер Д. Физика быстрых нейтронов./Пер. с англ.

Распределение плотности ядерного вещества и значение константы ядерного радиуса характеризуют ядерные силы как короткодействующие и как силы насыщения. Плотность ядерного вещества почти постоянна, это связано с конечным радиусом действия ядерных сил, который порядка " $r_0$ " и, следовательно, мал по сравнению с размером ядра. Последнее проявляется в том, что полная энергия связи ядра в первом приближении пропорциональна числу нуклонов в ядре.

#### 1.2.4. Спин ядра

Ядро в целом характеризуется определенным значением момента количества движения. Полный момент количества движения ядра  $\vec{J}$  является векторной суммой моментов количества движения составляющих его нуклонов.

В свою очередь, момент количества движения нуклона определяется векторной суммой из орбитального момента нуклона относительно центра ядра и внутреннего момента — спина. Если через  $l_k$  обозначить орбитальный момент  $k$ -го нуклона, а через  $s_k$  — его собственный момент, то

$$\vec{J}_k = \vec{l}_k + \vec{s}_k \quad \text{и} \quad (1.4)$$

$$\vec{J} = \sum_{k=1}^A \vec{J}_k = \vec{L} + \vec{S},$$

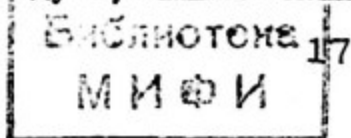
где  $\vec{J}$  — полный момент количества движения ядра,  $I$  — проекция полного момента количества движения ядра.

Квантовое число  $I$  довольно произвольно называют "спином" ядра. Термин "спин" ядра всегда относится к состоянию с наименьшей энергией, т.е. к основному состоянию.

Спин выражается в единицах постоянной Планка  $\hbar$  и может принимать только целые (0, 1, 2, ...) или полуцелые (1/2, 3/2, 5/2, ...) значения. Если число нуклонов ядра четное, то спин целый, если нечетное — полуцелый.

Значения спина основного состояния ядер значительно меньше, чем сумма спинов нуклонов, образующих ядро, и для большинства ядер  $I < \frac{9}{2}$  (таблица 1.4). Последнее говорит об определенной упорядоченности в движении нуклонов в области ядра, приводящей почти к полной взаимной компенсации моментов количества движения отдельных нуклонов.

Спин четно-четных ядер равен нулю. Этот результат не противоречит принципу Паули, из которого следует, что спин



пары одинаковых нуклонов равен нулю. Спин четно-нечетного (нечетно-четного) ядра равен моменту непарного нуклона, а в случае нечетно-нечетного ядра спин определяется суммой моментов непарных нуклонов (нейтрона и протона).

Момент количества движения ядра в возбужденном состоянии может отличаться от момента количества движения в основном состоянии. Орбитальные моменты количества движения и относительная ориентация спинов нуклонов не одинаковы для различных состояний одного и того же ядра. Любое воздействие изменяет полный момент количества движения ядра на целое число  $\hbar$ . Следовательно, значение спина ядра в возбужденном состоянии может отличаться от соответствующего значения в основном состоянии на целое число  $\hbar$ .

Таблица 1.4\*

Квантовые характеристики некоторых ядер

Нуклид	Z	N	I, $\hbar$	$\mu, \mu_{\text{ЯД}}$	Q, $10^{-24} \text{ см}^2$
${}^2_1\text{H}$	1	1	1 <sup>+</sup>	+0,85742	+0,0028
${}^4_2\text{He}$	2	2	0 <sup>+</sup>	0	0
${}^{10}_5\text{B}$	5	5	3 <sup>+</sup>	+1,8007	+0,08
${}^{16}_8\text{O}$	8	8	0 <sup>+</sup>	0	0
${}^{40}_{19}\text{K}$	19	21	4 <sup>-</sup>	-1,098	-0,07
${}^{58}_{27}\text{Co}$	27	31	2 <sup>+</sup>	+4,03	+0,4
${}^{115}_{49}\text{In}$	49	66	$\frac{9}{2}^+$	+5,534	+0,83
${}^{138}_{57}\text{La}$	57	81	5 <sup>-</sup>	+3,707	$\pm 0,8$
${}^{235}_{92}\text{U}$	92	143	5/2 <sup>+</sup>	+0,54	+3,5
${}^{239}_{94}\text{Pu}$	94	145	1/2 <sup>+</sup>	+0,200	-
${}^{241}_{94}\text{Pu}$	94	147	5/2 <sup>+</sup>	-0,73	+5,5

\* Справочник "Таблица физических величин"./Под ред. И.К. Кикоина. -М.: Атомиздат, 1976.

### 1.2.5. Магнитный дипольный момент ядра

Ядра со спином  $I \neq 0$  обладают магнитным дипольным моментом " $\mu$ ", который пропорционален спину ядра:

$$\mu = g \cdot \mu_{\text{яд}} \cdot I. \quad (1.5)$$

Магнитный момент измеряется в ядерных магнетонах  $\frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_p \cdot c} = 3,1525 \cdot 10^{-12}$  МэВ/гс;  $g$  — коэффициент пропорциональности и называется гиромагнитным отношением.

Значения магнитного дипольного момента для некоторых ядер приведены в таблице 1.4. Магнитные моменты нечетно-четных (четно-нечетных) ядер, как правило, имеют значения больше или меньше теоретической величины магнитного момента непарного нуклона, значения которой приведены в табл. 1.5, если предполагать, что орбитальный момент количества движения непарного нуклона может иметь только два значения  $l = I \pm 1/2$ .

Таблица 1.5

Значения магнитного дипольного момента

$N$	$Z$	$l, \hbar$	$\mu, \mu_{\text{яд}}$
четное	нечетное	$I - \frac{1}{2}$	$I + 2,29$
четное	нечетное	$I + \frac{1}{2}$	$\frac{I^2 - 1,29I}{I + 1}$
нечетное	четное	$I - \frac{1}{2}$	$-I, 91$
нечетное	четное	$I + \frac{1}{2}$	$\frac{I, 91I}{I + 1}$

### 1.2.6. Квадрупольный электрический момент ядра

Все ядра в основном состоянии обладают центром симметрии, поэтому дипольный электрический момент в системе координат, связанный с ядром, равен нулю.

Результаты эксперимента показывают, что у некоторых ядер распределение электрического заряда не имеет сферической симметрии. Отклонения распределения заряда в ядре от сферической симметрии характеризуются электрическим квадрупольным моментом

$$Q = \frac{1}{e} \int \rho(\vec{r}) \cdot (3Z^2 - r^2) dV, \quad (1.6)$$

где  $e$  - заряд протона;  $\rho(\vec{r})$  - плотность электрического заряда;  $Q$  - квадрупольный электрический момент.

Если бы ядро было сферически симметричным (подобно заряженной капле), то вне ядра электростатическое поле было бы таким, как поле точечного заряда  $Ze$ , расположенного в центре ядра. Наличие электрического квадрупольного момента у ядер можно объяснить, если предположить, что ядро имеет форму вытянутого или сплюснутого эллипсоида (или еще более сложную).

Значения квадрупольного электрического момента для некоторых ядер приведены в табл. 1.4. Экспериментальная величина  $Q$  изменяется для различных ядер от  $Q = (-0,15 - 0,20) \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$  до  $Q = +(13 - 15) \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ . Если распределение заряда в ядре в среднем вытянуто вдоль оси  $Z$ , то  $Q > 0$ , если сплюснуто, то  $Q < 0$ . Исключения представляют ядра с  $Z$  или  $N$ , равными 2, 8, 16, 20, 28, 50, 82, 126, для которых квадрупольный электрический момент равен нулю.

### 1.2.7. Четность и изотопический спин

Четность - это специфическая квантовая характеристика ядра, не имеющая аналога в классической физике. Четность характеризует изменение знака волновой функции ядра при замене знаков координат всех нуклонов  $\vec{r}_i \rightarrow -\vec{r}_i$  ( $i = 1, 2 \dots A$ ). Такая операция называется зеркальным отражением. При этом волновая функция ядра либо вовсе не изменяется, либо меняет знак. В первом случае состояние ядра с положительной четностью, во втором - с отрицательной.

Состояния ядра характеризуется изотопическим спином  $I$  и его проекцией  $I_3$ . Изоспин ядра определяется как векторная сумма изоспинов отдельных нуклонов, а его проекция равна

$$I_3 = Z \left( +\frac{1}{2} \right) + N \left( -\frac{1}{2} \right) = \frac{Z - N}{2}. \quad (1.7)$$

Ядрам, имеющим одинаковые число нуклонов  $A$  и квантовые числа (спин, четность), но имеющим разные значения  $I_3$ , соответствуют одинаковые уровни энергии. Такие уровни у разных ядер называются аналоговыми. Число ядер с аналоговыми уровнями определяется числом состояний системы  $A$  нуклонов с данным  $I$  и равными  $I_3$ , которое, согласно квантовым за-

конам, равно  $2I + 1$ . Например, группа ядер с  $A = 10$   $I = 1$ :

$${}^{10}_6\text{C} (I_3 = +1), {}^{10}_5\text{B} (I_3 = 0), {}^{10}_4\text{Be} (I_3 = -1).$$

### 1.2.8. Ядерные силы

Перечислим наиболее важные особенности ядерных сил.

Притяжение. Силы, действующие между нуклонами, в основном являются силами притяжения.

Радиус действия. Ядерные силы являются короткодействующими, и их действие практически исчезает при расстояниях между нуклонами, больше чем 2–3 фм. Из сравнения энергий связи ядер  ${}^2_1\text{H}$ ,  ${}^3_1\text{H}$  и  ${}^4_2\text{He}$  следует, что радиус действия ядерных сил порядка  $\sim 1$  фм. Если взаимодействия нуклонов в ядре описывать при помощи потенциала, радиус действия которого равен 1 фм, то глубина такого потенциала должна быть порядка 50 МэВ.

Зарядовая независимость. Взаимодействие  ${}^1_0\text{p}-{}^1_0\text{p}$ ,  ${}^1_0\text{n}-{}^1_0\text{n}$  и  ${}^1_0\text{n}-{}^1_0\text{p}$  нуклонов, находящихся в одних и тех же состояниях, является одинаковым при условии исключения электромагнитного взаимодействия.

Насыщение. Для большинства ядер энергия связи пропорциональна массовому числу  $A$ . Следовательно, ядерные силы обладают свойством насыщения: один нуклон притягивает к себе лишь ограниченное число других нуклонов, остальные либо не подвергаются его влиянию, либо отталкиваются им. Явление насыщения нуклон–нуклонных сил взаимодействия можно объяснить двумя способами: либо с помощью обменных сил, либо с помощью сил, имеющих характер сильного отталкивания на малых расстояниях (непроницаемая сердцевина). Из рассмотрения только вышеприведенных свойств ядер нельзя сделать определенного выбора между указанными двумя возможностями объяснения явления насыщения этих сил. Результаты экспериментов по нуклон–нуклонному рассеянию показывают, что реализуются одновременно обе эти возможности.

Зависимость от спина. Силы взаимодействия между двумя нуклонами зависят от ориентации спинов нуклонов. Например, зависимость от спина проявляется в том, что существует связанное состояние двух нуклонов при  $I = 1$  (дейтрон), в то же время связанное состояние со спином нуль отсутствует. Результаты экспериментов по нуклон–нуклонным взаимодействиям указывают на существование обменных и спин–орбитальных сил. 21

Нецентральный характер сил. Ядерные силы содержат нецентральные составляющие.

Для области энергий меньше 300 МэВ ядерные силы можно описывать с помощью потенциала  $V(r)$ . Нуклон-нуклонный потенциал зависит от расстояния между нуклонами, их полного спина и изоспина. Характерным для потенциала является, что на расстояниях порядка 1–2 фм действуют силы притяжения, а на расстояниях меньше 0,4–0,5 фм действуют большие силы отталкивания (отталкивающая сердцевина) (рис. 1.5). Теория ядерных сил нельзя считать завершенной. Вследствие этого, для решения многих задач ядерной физики (нейтронной физики) приходится использовать специальные модели ядра.

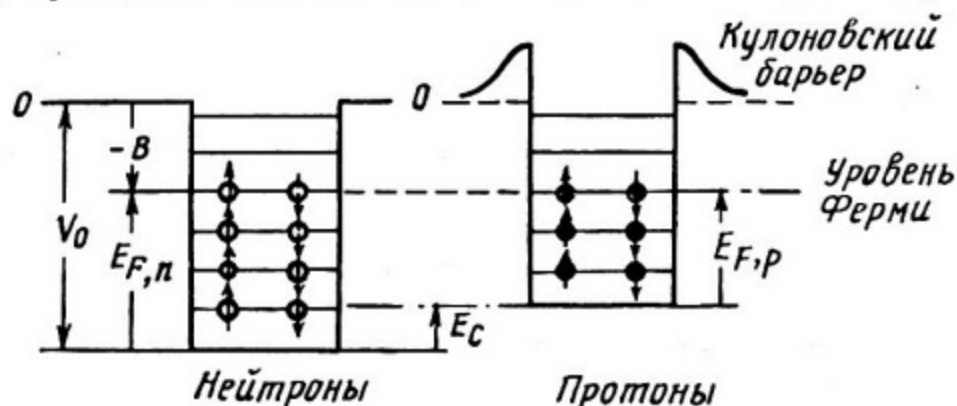


Рис. 1.5. Потенциальные ямы для нейтронов и протонов в ядре (параметры ям выбираются так, чтобы получить наблюдаемую величину энергии связи):

$V_0$  – глубина потенциальной ямы,  $B$  – энергия связи нуклонов,  $E_c$  – кулоновская энергия протонов,  $E_{F,p}$ ,  $E_{F,n}$  – энергия Ферми [Фрауэнфельдер Г., Хенли Э. Субатомная физика./Пер. с англ. – М.: Мир, 1979 ]

Существует много различных разновидностей моделей ядра, в то же время ни одна из них не описывает удовлетворительно все характеристики ядер и нуклон-ядерное взаимодействие. Для каждой модели является характерным удовлетворительное описание только некоторых особенностей ядер. Модели ядра разделяются в основном на два типа: модели независимых нуклонов (МНН), в которых нуклоны предполагаются движущимися независимо друг от друга в некотором общем для всех нуклонов поле ядра, и модели с сильным взаимодействием нуклонов (МСВ), в которых предполагается, что нуклоны сильно взаимодействуют друг с другом. Простейшая МСВ – это модель жидкой капли; простейшая МНН – это модель Ферми-газа. Кроме указанных, рассматриваются оболочечная модель ядра (МНН), в которой

нуклоны движутся практически независимо друг от друга в статическом сферическом потенциальном поле, определяемом распределением плотности нуклонов в ядре, и коллективная модель (МСВ), в которой учитываются коллективные движения нуклонов. Кроме указанных моделей, имеется объединенная модель ядра, в которой нуклоны движутся практически независимо один от другого в некотором общем медленно меняющемся несферически потенциальном поле; рассматриваются возбужденные состояния как индивидуальных нуклонов, так и всего ядра в целом.

### 1.2.9. Модели ядра

#### Гидродинамическая модель ядра (МСВ)

В основе гидродинамической модели лежит предположение, что независимое движение отдельных нуклонов невозможно. Последнее основано на том, что в ядре большая плотность нуклонов, и между нуклонами существует сильное взаимодействие. Согласно этой модели, ядро представляет собой каплю заряженной жидкости. Предполагается, что форма поверхности ядра может изменяться. При больших амплитудах колебаний может произойти процесс деления большой капли на две и более. В ядерной жидкости могут в принципе возникать колебания плотности, которые распространяются со скоростью распространения колебаний в ферми-жидкости. С помощью этой модели можно объяснить процесс деления ядер, зависимость энергии связи от массового числа и т.д. Но в то же время целый ряд физических явлений эта наглядная модель не объясняет. В действительности, такие понятия, как поверхность, поверхностное натяжение, сжимаемость и т.п. не вполне применимы к ядру. При этом ядро состоит из относительно небольшого числа нуклонов, и радиус ядра в несколько раз превосходит среднее расстояние между нуклонами.

#### Модель Ферми-газа (МНМ)

Многие свойства ядра можно объяснить, основываясь на модели независимого движения в нем нуклонов. Предположим, что нуклоны в ядре движутся совершенно свободно внутри очень большого шара радиусом  $R = r_0 \cdot A^{1/3}$ , где  $r_0 = 1,3$  фм, и подчиняются только принципу Паули (см. рис. 1.5). На рис. 1.5 изображены две потенциальные ямы: одна — для нейтронов, а дру-

гая—для протонов. Свободные нейтроны и свободные протоны, находящиеся далеко за пределами своих ям, имеют одну и ту же энергию, так что нулевые энергии обеих ям должны совпадать. Вместе с тем обе ямы имеют различную форму и глубину, так как нужно учитывать кулоновскую энергию протонов ( $E_k = \frac{3}{5} \cdot \frac{(Z \cdot e)^2}{R}$ ). Глубина потенциальной ямы для протонов меньше, чем для нейтронов на величину  $E_c$ . Отличие в форме потенциала заключается в наличии кулоновского барьера. Каждая из ям содержит по конечному числу уровней, причем каждый уровень может быть занят не более чем двумя одинаковыми нуклонами с разной ориентацией спина. Предполагается, что температура ядра очень мала, и нуклоны занимают самые низкие доступные состояния (вырожденный Ферми-газ). Нуклоны заполняют все состояния вплоть до уровня максимальной кинетической энергии, которая равна энергии Ферми  $E_F$ . Полное число состояний "n" с импульсом до  $P = P_{\text{макс}}$  можно получить на основании формулы, которая определяет число состояний одной частицы  $N_1$  :

$$N_1 = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3P, \quad (1.8)$$

$$n = \int_{\rho} N_1 dP = \frac{V \cdot P_{\text{макс}}^3}{6\pi\hbar^3}. \quad (1.9)$$

Каждое отдельное импульсное состояние в потенциальной яме может быть занято двумя нуклонами, так что полное число протонов или полное число нейтронов, обладающих импульсами, меньшими  $P_{\text{макс}}$ , равно  $2n$ . Для нейтрона  $2n = N$ , где  $N$  - полное число нейтронов в ядре:

$$N = \frac{VP_N^3}{3\pi^2\hbar^3}, \quad (1.10)$$

где  $P_N$  - максимальный импульс нейтрона,  $V$  - объем ядра.

Считая, что  $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi r_0^3}{3} A$ , из (1.10) определяем

$$P_N = \frac{\hbar}{r_0} \left( \frac{9\pi N}{4A} \right)^{1/3}. \quad (1.11)$$

Соответствующее значение энергии Ферми можно определить, рассматривая ядра с равным числом протонов и нейтронов. Подставляя числовые значения величин в формулу (1.11) и используя нерелятивистское соотношение между энергией и импульсом, получаем

$$E_F = \frac{P_F^2}{2m} = \frac{P_N^2}{2m} \approx 50 \text{ МэВ}. \quad (1.12)$$

## ГЛАВА 2

# СЕЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕЙТРОНОВ С НУКЛИДАМИ

### 2.1. Определение

#### 2.1.1. Сечение взаимодействия нейтрон-ядро

Рассмотрим тонкую мишень, состоящую из нуклидов с массовым числом  $A$ , помещенную в однородный мононаправленный пучок нейтронов с направлением скорости нейтронов, совпадающей с нормалью к поверхности мишени (рис. 2.1). Под плотностью потока  $F_0$  мононаправленного пучка понимаем число нейтронов, попадающих на  $1 \text{ см}^2$  поверхности мишени в течение 1 с. Предполагая, что в  $1 \text{ см}^3$  пучка находится " $n$ " нейтронов, которые движутся со скоростью " $V$ ", то плотность потока нейтронов  $F_0$  равна произведению плотности нейтронов на скорость нейтронов  $F_0 = nV$ , так как в течение 1 с на мишень попадают все нейтроны, находящиеся в пределах расстояния, равного " $V$ " см.



Рис. 2.1. Прохождение нейтронов через мишень

При прохождении нейтронов через мишень плотность потока  $F_0$  уменьшается вследствие взаимодействия нейтронов с ядрами мишени. Под взаимодействием понимаем процесс, в результате которого происходит выведение нейтронов из первоначального пучка.

Скорость взаимодействия нейтронов с ядрами пропорциональна плотности потока  $F_0$  и числу центров взаимодействий  $N$ :

$$\text{скорость взаимодействия} = \sigma F_0 N, \quad (2.1)$$

где  $\sigma$  — коэффициент пропорциональности, называемый эффективным поперечным сечением взаимодействия.

Из соотношения (2.1) определим эффективное поперечное сечение взаимодействия:

$$\sigma = \frac{\text{скорость взаимодействия нейтронов}}{F_0 N} \quad (2.2)$$

Сечение взаимодействия есть скорость взаимодействия, отнесенная на одно ядро мишени и на единичную плотность потока нейтронов в пучке.

Заметим, что если  $N_0$  — число взаимодействующих центров в единице объема вещества мишени,  $d$  — толщина мишени, то число центров взаимодействия  $N$  на  $1 \text{ см}^2$  определяется формулой  $N = N_0 d$ .

Если мишень состоит из нуклидов с массовым числом "А" и имеет плотность  $\rho$ , то объемная плотность центров взаимодействий "  $N_0$  " в ней равна

$$N_0 = \frac{N_1 \rho}{A}, \quad (2.3)$$

где  $N_1$  — число Авогадро, равное  $6,0222 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ ,

$$N = \frac{N_1 \rho \cdot d}{A}. \quad (2.3a)$$

Физический смысл величины  $\sigma$  можно понять, если определить долю нейтронов пучка, испытавших взаимодействие в мишени. На площади мишени, равной "  $a$  ", содержится  $a \cdot N$  взаимодействующих центров. Полное число нейтронов на площадке "  $a$  " в единицу времени равно

$$F_{\text{наг}} = F_0 \cdot a. \quad (2.4)$$

Следовательно, отношение плотности потока нейтронов, испытавших взаимодействия, к плотности потока на поверхности мишени равно

$$\frac{\sigma \cdot N \cdot F_0 \cdot a}{F_0 \cdot a} = \frac{\sigma}{a} \cdot N \cdot a. \quad (2.5)$$

Из (2.5) следует, что  $N\sigma$  равно полной площади всех взаимодействующих центров, а величина  $\sigma$  равна эффективной площади одного центра взаимодействия. Эта величина, как уви-

дим ниже, зависит от свойств ядер и относительной энергии нейтрона.

При взаимодействии нейтрона с ядром происходит изменение направления движения нейтрона или поглощение нейтрона ядром. Вероятность "  $\sigma$  " каждого из перечисленных процессов определяется поперечными сечениями упругого рассеяния ( $\sigma_s$ ) и поглощения ( $\sigma_a$ ), а вероятность выведения нейтронов из мононаправленного пучка определяется суммой вероятностей перечисленных процессов и называется полным поперечным сечением взаимодействия и обозначается символом  $\sigma_t$  :

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a. \quad (2.6)$$

### 2.1.2. Пропускание

Предположим, что мишень поместили в мононаправленный пучок нейтронов.

Детектор нейтронов расположен за мишенью, как показано на рис. 2.1. Предполагаем, что детектор видит образец под малым телесным углом. В этом случае в детектор попадут только нейтроны, прошедшие через мишень и не испытавшие взаимодействия. Пусть  $F(x)$  — плотность потока нейтронов, проникших на глубину "  $x$  ", в мишени без взаимодействия. На расстоянии  $dx$  плотность потока  $F(x)$  уменьшится на величину  $-dF(x)$ , определяемую из соотношения (2.1):

$$-dF(x) = N_0 \sigma_t F(x) dx. \quad (2.7)$$

Из (2.7) следует, что плотность потока нейтронов, не испытавших взаимодействия при прохождении через мишень толщиной "  $d$  ", равна

$$F = F_0 \exp - N_0 \sigma_t d. \quad (2.8)$$

Соотношение (2.8) написано в предположении, что каждый нейтрон из падающего на мишень пучка испытывает не более одного взаимодействия, и что каждый центр рассеяния действует независимо от других центров.

Пропусканием  $T$  называют отношение плотности потока нейтронов пучка, прошедших через мишень без взаимодействия, к плотности потока нейтронов на поверхности мишени:

$$T = \frac{F}{F_0} = \exp - N_0 d \sigma_t. \quad (2.9)$$

В эксперименте с достаточной точностью измеряются значения  $F_0$  и  $F$ , следовательно, можно определить величину пропускания и значение полного сечения взаимодействия:

$$\delta_t = \frac{1}{N_0 d} \ln \frac{1}{T}. \quad (2.10)$$

Из (2.10) следует, что производя определение "Т" при различных значениях энергии нейтрона, можно исследовать зависимость полного сечения взаимодействия от энергии нейтрона.

### 2.1.3. Макроскопическое сечение взаимодействия и длина свободного пробега

Произведение плотности ядер и поперечного сечения называют макроскопическим поперечным сечением и обычно обозначают символом " $\Sigma$ ". Уравнение (2.7) можно записать в следующем виде:

$$-dF(x) = \Sigma_t F(x) dx. \quad (2.11)$$

Из (2.11) получаем, что относительное изменение плотности потока пучка на величине  $dx$  равно

$$-\frac{dF(x)}{F(x)} = \Sigma_t dx, \quad (2.12)$$

где  $-\frac{dF(x)}{F(x)}$  определяет долю нейтронов пучка по отношению к нейтронам, прошедшим на глубину " $x$ " в мишени без взаимодействия и испытавшим взаимодействие в слое  $dx$ .

Из (2.12) следует, что " $\Sigma_t dx$ " есть вероятность нейтрона испытать взаимодействие на длине " $dx$ ". Тогда " $\Sigma_t$ " есть вероятность нейтрона на единице длины испытать взаимодействие.

Отношение  $\frac{F(x)}{F_0} = e^{-N_0 \delta_t x} = e^{-\Sigma_t x}$  равно вероятности нейтрона пройти расстояние " $x$ " без взаимодействия. Положим, что " $\rho(x)dx$ " - вероятность того, что нейтрон испытает первое взаимодействие в слое  $dx$ , расположенном на глубине " $x$ ". Так как " $\Sigma_t$ " - вероятность столкновения на единицу длины, следовательно, получаем

$$\rho(x)dx = e^{-\Sigma_t x} \cdot \Sigma_t dx = \Sigma_t e^{-\Sigma_t x} dx. \quad (2.13)$$

Вероятность первого столкновения может быть использована для определения длины свободного пробега. Пусть  $\rho(x_1, x_2)$  есть вероятность нейтрона испытать первое взаимодействие между " $x_1$ " и " $x_2$ ":

$$\rho(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) dx = \sum_t \int_a^b e^{-\Sigma_t x} dx = e^{-\Sigma_t x_1} - e^{-\Sigma_t x_2} \quad (2.14)$$

В случае  $x_1 = 0$  и  $x_2 = \infty$  получаем, что

$$\rho(0, \infty) = 1.$$

Расстояние, проходимое нейтроном между взаимодействиями, называется "длиной свободного пробега". Среднее расстояние, проходимое нейтроном между столкновениями, называется "средней длиной свободного пробега" и обозначается символом " $\lambda$ ". Величину " $\lambda$ " определяем из соотношения (2.15):

$$\lambda_t = \int_0^{\infty} x \rho(x) dx = \sum_t \int_0^{\infty} x e^{-\Sigma_t x} dx = \frac{1}{\Sigma_t} \quad (2.15)$$

Средняя длина свободного пробега нейтрона обратно пропорциональна макроскопическому сечению взаимодействия.

## 2.2. Полное эффективное сечение взаимодействия

Значение полного поперечного сечения определяют в экспериментах по пропусканию. В опыте измеряются  $F$  — плотность потока нейтронов, которые не испытали взаимодействия в мишени, и значение плотности потока  $F_0$ . В этом случае из пучка удаляется мишень, и нейтроны пучка попадают на детектор. Два таких измерения с мишенью в пучке нейтронов и без нее позволяют определить значение полного сечения из (2.10).

Перейдем к рассмотрению экспериментальных данных о полном сечении взаимодействия нейтронов с ядрами. Общее представление о закономерностях зависимостей полного сечения от энергии и массового числа получаем при рассмотрении таблицы 2.1 и рис. 2.2. Из приведенных данных следует, что полное сечение взаимодействия нейтрона с ядром зависит как от энергии нейтрона, так и от массового числа. Эта зависимость имеет сложную форму: величина полного сечения в среднем с увеличением массового числа  $A$  возрастает примерно как  $A^{2/3}$ . Величины сечений сильно различаются для различных элементов или даже от изотопа к изотопу, в то время как в другой

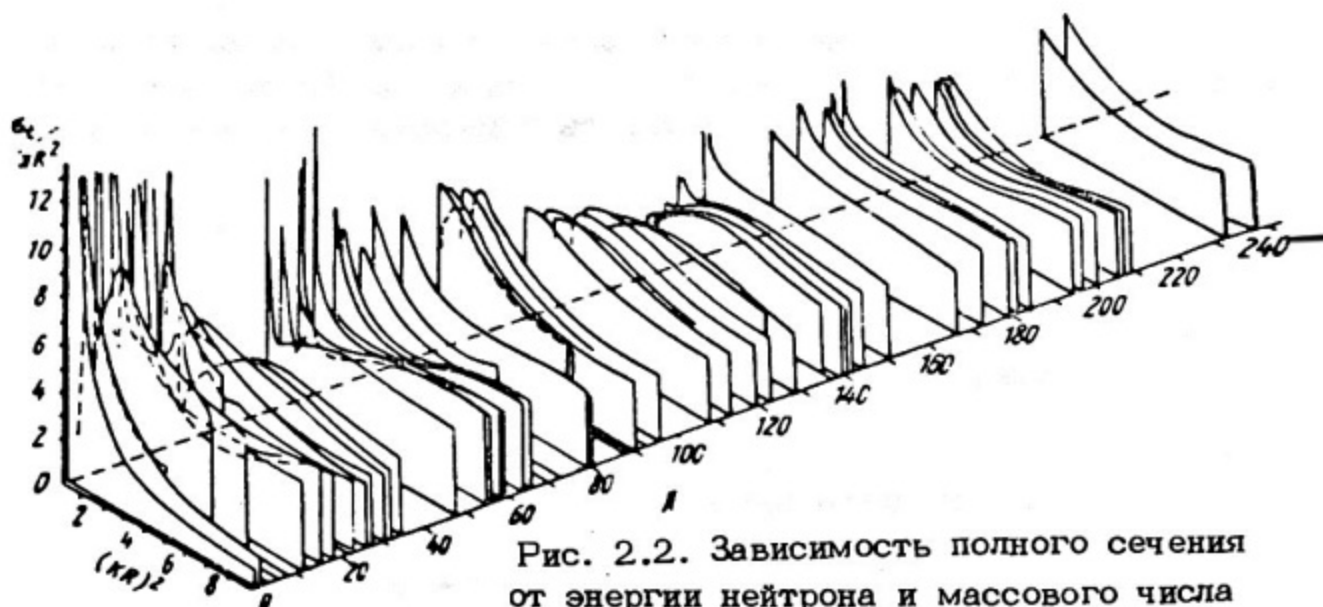


Рис. 2.2. Зависимость полного сечения от энергии нейтрона и массового числа [Де Бенедетти С. Ядерные взаимодействия./Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1968]

энергетической области наблюдаются плавные переходы от одного элемента периодической системы к другому. Численные значения сечений изменяются от  $10^6$  до  $10^{-6}$  барн.

В зависимости сечений от энергии наблюдаются резонансы, которые будем характеризовать: сечением  $\sigma_0$  при энергии резонанса, энергией резонанса  $E_r$  и шириной резонанса  $\Gamma$ .

Наибольшее различие в значениях сечений изотопов элемента наблюдается в области энергий, соответствующих положению резонанса (см. таблицу 2.2). В области больших энергий изотопные особенности в сечениях не проявляются.

Для более детального рассмотрения зависимостей полного сечения от энергии нейтрона на рис. 2.3 – 2.8 представлены зависимости полных сечений от энергии нейтрона для различных нуклидов.

Таблица 2.1  
Значения полных сечений для некоторых нуклидов

$E, \text{эВ}$	$\sigma_t, 10^{-24} \text{ см}^2$					
	$^{10}_5\text{B}$	$^{11}_5\text{B}$	$^{131}_{54}\text{Xe}$	$^{135}_{54}\text{Xe}$	$^{235}_{92}\text{U}$	$^{238}_{92}\text{U}$
0,0253	$4 \cdot 10^3$	3,9	4,3	$3 \cdot 10^6$	693	10,5
$2,0 \cdot 10^6$	2,5	2,5			7	7
$1,4 \cdot 10^7$	1,15	1,16			5	5

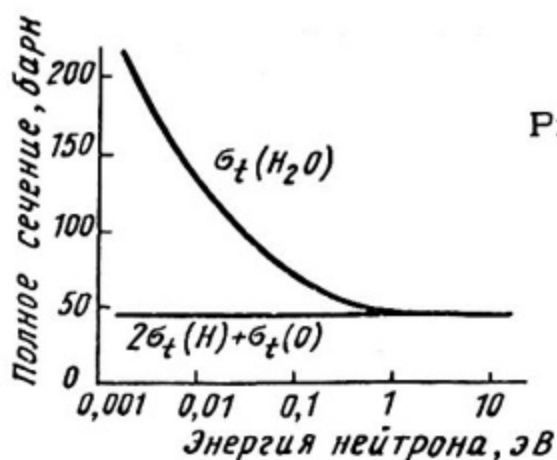
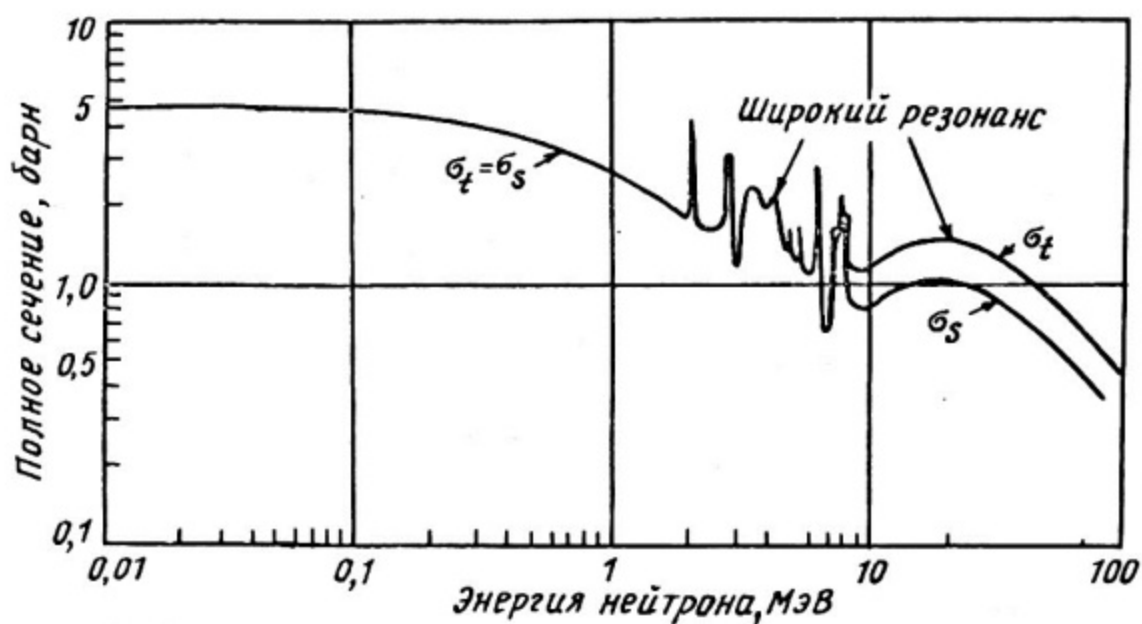
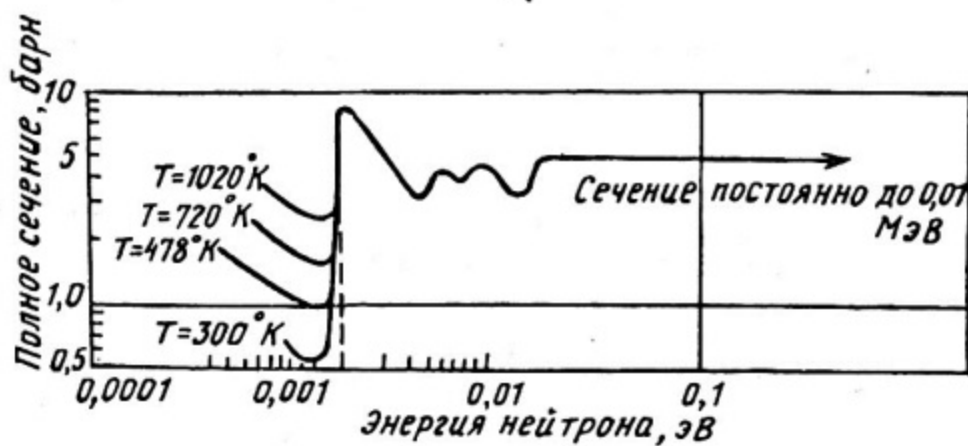


Рис. 2.3. Полное сечение водорода [BNL-325 (1958)]



а)



б)

Рис. 2.4. Полное сечение  $^{12}_6C$  [BNL-325 (1958)]

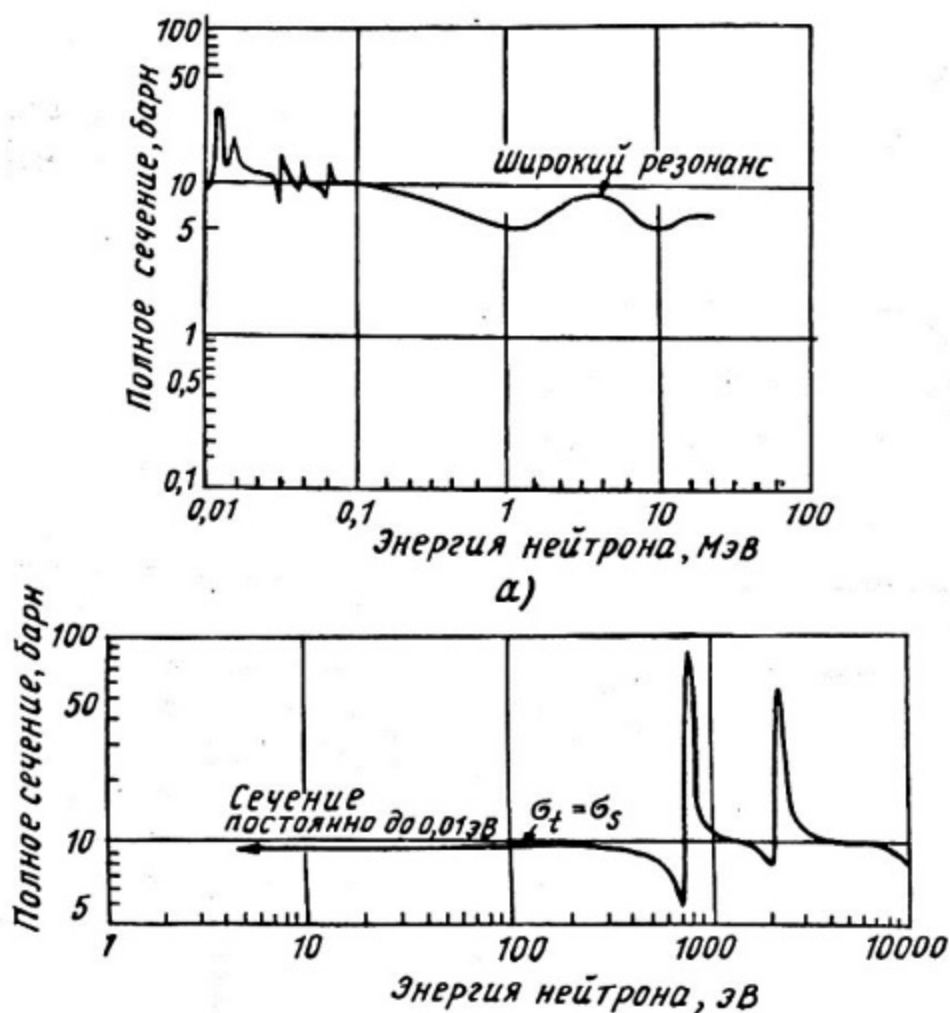


Рис. 2.5 . Полное сечение  $^{209}_{83}\text{Bi}$  [BNL-325 (1958)]

Для всех элементов в  $\sigma_t = f(E)$ , за исключением водорода, можно выделить три энергетических области, каждая из которых различается характерными особенностями нерегулярностей. Первая область соответствует энергии нейтрона, сравнимой с энергией химических связей или с энергией теплового движения атомов среды. Амплитуда нерегулярностей в этой энергетической области зависит от физического состояния среды и от кристаллической структуры (см. рис. 2.4, б, 2.6 б).

Вторая энергетическая область распространяется от 0,1 эВ до  $10^6$  эВ. Для этой области характерны резонансы с относительно малой шириной и значительной амплитудой. Наиболее характерные данные резонансов приведены в табл. 2.2. Для легких ядер ( $A < 20$ ) резонансы в полном сечении наблюдаются при энергии нейтрона порядка и больше  $10^6$  эВ, в то время как для ядер с  $A > 100$  резонансы наблюдаются при энергии

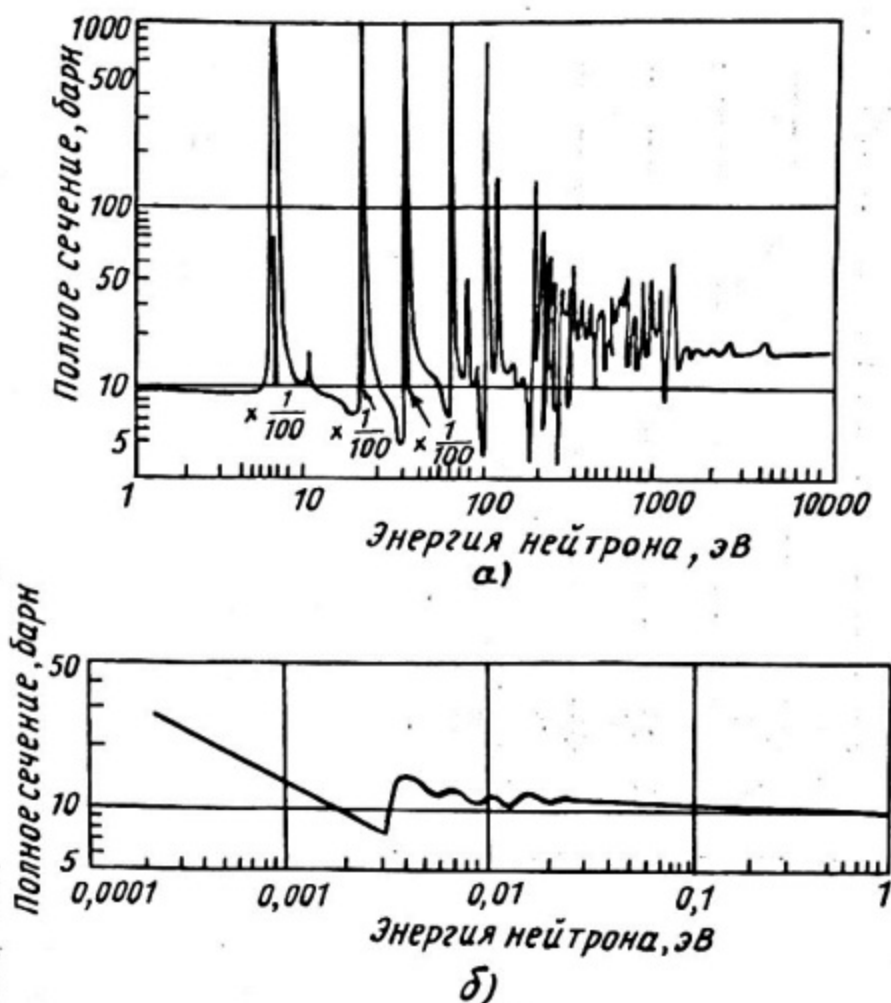


Рис. 2.6 . Полное сечение  $^{238}_{92}\text{U}$  [BNL-325 (1958)]

порядка 1 – 10 эВ. Ширины резонансов и расстояния между ними зависят от энергии и изменяются от ядра к ядру. При увеличении энергии расстояния между резонансами уменьшаются, а ширины увеличиваются (см. рис. 2.4, 2.6 и табл. 2.2).

Таблица 2.2

Значения резонансной энергии и ширины резонансов для некоторых ядер

	$^{23}_{11}\text{Na}$	$^{32}_{14}\text{Si}$	$^{55}_{25}\text{Mn}$	$^{152}_{62}\text{Sm}$	$^{186}_{74}\text{W}$	$^{209}_{83}\text{Bi}$	$^{238}_{92}\text{U}$
$E_r$ , эВ	3300	$1,1 \cdot 10^6$	345	8,2	19,25	770	6,7
$\Gamma$ , эВ	340	$18 \cdot 10^3$	20	0,5	0,4	3,5	0,1

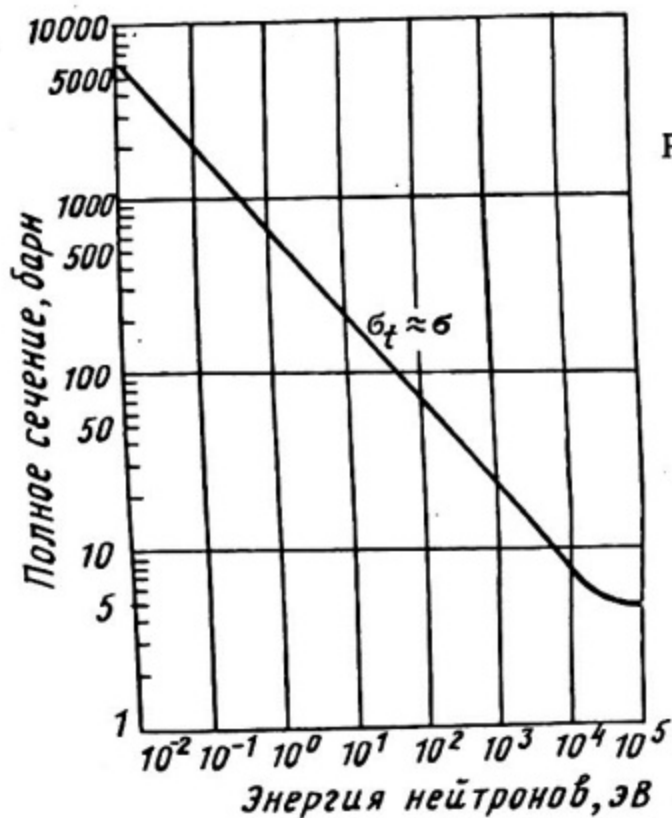


Рис. 2.7. Полное сечение  $^{105}\text{E}$   
[BNL-325 (1958)]

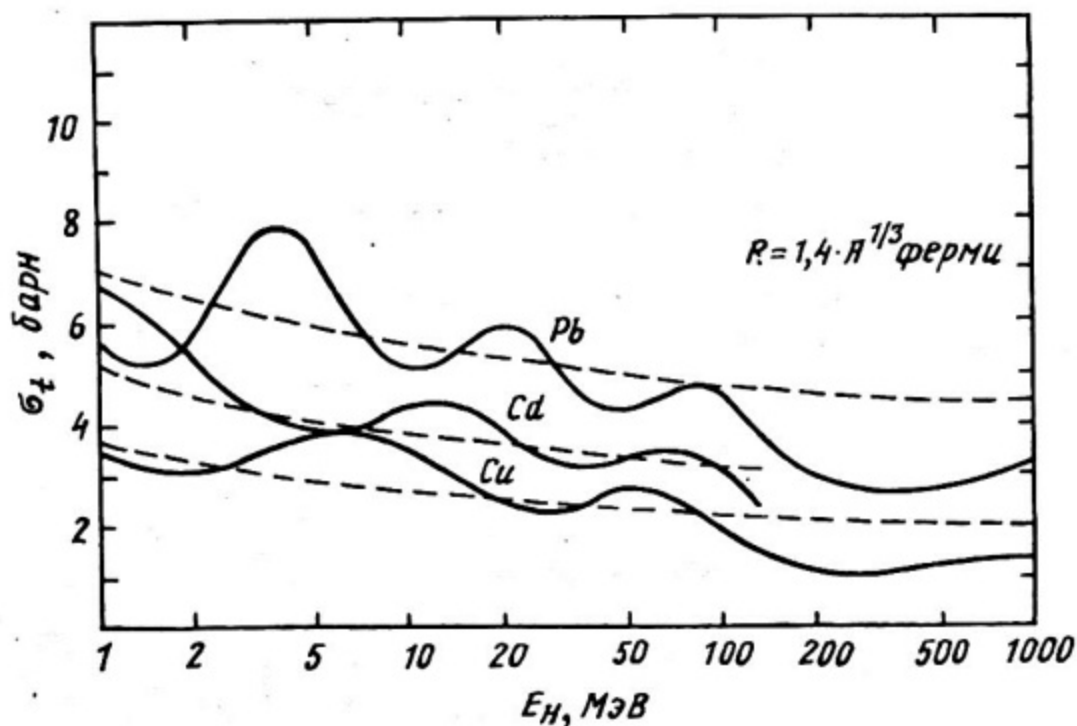


Рис. 2.8. Зависимость полного сечения от энергии нейтрона:  
сплошная линия — экспериментальные данные, пунктирная линия —  
теоретические данные для случая "черного" ядра  
[Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра/Пер. с англ.  
— М.: Мир, 1971]

Для третьей энергетической области, расположенной в интервале энергий свыше 1 МэВ, характерными являются широкие максимумы и минимумы с относительно малой амплитудой, плавно смещающиеся от элемента к элементу (см. рис. 2.8). Зависимости полного сечения от энергии для ядер с близкими значениями массовых чисел подобны. Характерные максимумы и минимумы, проявляющиеся в энергетической зависимости полного сечения, оказываются не зависящими от энергии связи добавляемого нейтрона, степени заполненности оболочек. Они определяются, по-видимому, лишь массой ядра (его размерами).

Другой характерной особенностью зависимости полного сечения от энергии является то, что вне области нерегулярностей сечение или не зависит от энергии (см. рис. 2.3, 2.4), или обратно пропорционально скорости нейтронов (см. рис. 2.7). Протяженность этой области для отдельных элементов и их изотопов различна. Например, полное сечение  ${}^5_5\text{B}$  в области энергий 0,1 –  $10^5$  эВ постоянно, а сечение для  ${}^{10}_5\text{B}$  в этой же области обратно пропорционально скорости нейтрона. В среднем протяженность этой области составляет для легких и магических ядер до  $\sim 10^6$  эВ, для средних ядер до  $\sim 10^3$  эВ и для тяжелых ядер до  $\sim 10^2$  эВ.

### 2.3. Элементарная теория взаимодействия нейтрона с ядром

Экспериментальные данные о взаимодействии нейтронов с ядрами показали, что значения полного сечения зависят от относительной скорости нейтрона, от внутренних свойств ядер и от массового числа. Для качественного анализа наблюдаемых закономерностей рассмотрим элементарную теорию взаимодействия нейтрона с ядром.

#### 2.3.1. Основные положения

а). Предположим, что взаимодействие нейтрона с ядром можно представить в виде двухчастичного взаимодействия, описываемого потенциалом  $V(r)$ . Количественного описания  $V(r)$  не имеется. Известно, что потенциал  $V(r)$  обладает центральной симметрией и отличен от нуля только в области, ограниченной действием ядерных сил, т.е.  $V(r) > 0$  при  $|r| \leq R$ . В области действия ядерных сил потенциал имеет конечное значение.

б). Вне области действия потенциала  $V(r)$  нейтроны движутся свободно, и их состояние движения можно описать плоской волной, удовлетворяющей решению уравнения Шредингера.

в). Предположим, что имеется непрерывный поток нейтронов, распространяющихся в направлении  $Z$ . Тогда распространение плоской волны также происходит в направлении " $Z$ ". Волновую функцию плоской нейтронной волны запишем в следующем виде:

$$\psi \approx \exp i k z, \quad (2.16)$$

где  $k$  — волновое число относительного движения, равное обратной величине нейтронной волны  $\lambda$ :

$$k = \frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}. \quad (2.17)$$

В квантовой механике взаимодействие между частицами происходит в соответствии со значениями момента количества движения. Поэтому целесообразно представить плоскую волну в виде суперпозиции бесконечного числа парциальных сферических волн со своими моментами количества движения. Начало координат расположено в центре масс. За исключением оси  $z$ , совпадающей с направлением распространения плоской волны, от которой отсчитывается угол  $\theta$ , выделенного направления нет, и имеется цилиндрическая симметрия (рис. 2.9). Разложение возможно, так как собственные функции орбитального момента образуют полную систему. Плоская волна, распространяющаяся вдоль оси  $Z$ , может быть представлена в виде ряда

$$\psi(r) \sim \sum_l i^l (2l+1) \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} I_{l+\frac{1}{2}}(kr) P_l(\cos \theta), \quad (2.18)$$

где  $l$  — угловой орбитальный момент, принимающий значения, равные  $0, 1, 2, \dots$ ;  $I_{l+\frac{1}{2}}$  — функция Бесселя;  $P_l(\cos \theta)$  — полиномы Лежандра.

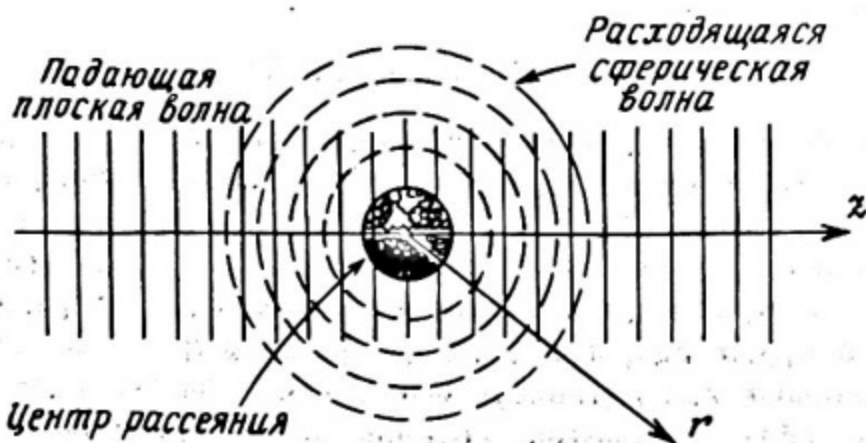


Рис. 2.9. Составляющие асимптотической волновой функции на больших расстояниях от рассеивающего центра

Падающую волну можно представить в виде совокупности цилиндрических зон радиусом  $\lambda$ ,  $2\lambda$ ,  $3\lambda$  и т.д. (рис. 2.10). В основе такого представления лежит предположение о том, что радиус зоны ограничен соответствующими значениями параметров удара, т.е.  $l\lambda$  и  $(l+1)\lambda$ .

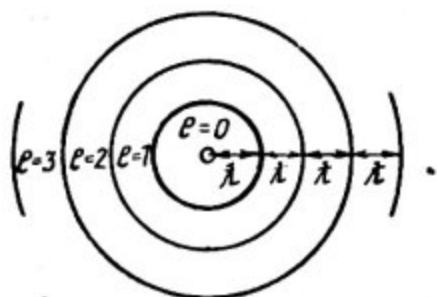


Рис. 2.10. Схематическое представление сечения падающего пучка:

падающий пучок направлен перпендикулярно к плоскости чертежа; нейтроны, имеющие данное значение  $l$ , попадают в основном в соответствующие кольцевые области

Для парциальных волн используются обозначения, принятые в оптической спектроскопии. Например, парциальная нейтронная волна с  $l = 0$  называется  $s$ -волной; при  $l = 1$  радиус зоны равен  $\lambda$  и называется  $p$ -волной. Соответствие между " $l$ " и названием волны следующее:

$l$	0	1	2	3	4
Волна	$s$	$p$	$d$	$f$	$g$

Если длина волны " $\lambda$ " нейтрона больше чем радиус ядра " $R$ ", то взаимодействие могут вызвать только " $s$ " нейтроны. Если длина волны порядка радиуса ядра, то взаимодействия могут вызывать " $s$ " и " $p$ " нейтроны.

В основном все парциальные волны в падающем пучке, имеющие значения от  $l = 0$  до  $l_{max} = \frac{R}{\lambda}$ , могут взаимодействовать с ядрами. Поскольку длина волны обратно пропорциональна скорости нейтрона, то, следовательно, число парциальных волн, которые могут взаимодействовать с ядрами, возрастает с увеличением энергии нейтрона.

Для области значений  $kr \gg 1$  воспользуемся асимптотическим представлением функции Бесселя:

$$\sqrt{\frac{\pi}{2kr}} I_{l+\frac{1}{2}}(kr) \approx \frac{1}{kr} \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right). \quad (2.19)$$

Тогда волновую функцию плоской волны представим в следующем виде

$$\psi(r) \approx \sum_l i^l (2l+1) \frac{\sin(kr - \frac{1}{2}l\pi)}{kr} \cdot P_l(\cos \theta). \quad (2.20)$$

Функция  $\psi(r)$  нормирована таким образом, что плотность потока нейтронов численно равняется скорости относительного движения, т.е.

$$I = \left[ \frac{\hbar}{2im} \right] [\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*] = \frac{\hbar k}{m}. \quad (2.21)$$

г). Вместо решения нестационарной задачи о взаимодействии нейтрона с ядром рассмотрим решение эквивалентной стационарной задачи. В этом случае предполагается, что имеется непрерывный поток нейтронов, движущихся из бесконечности, из которого часть нейтронов в результате взаимодействия с ядром переходит в поток рассеянных нейтронов. Задачу о рассеянии нейтрона ядром рассматриваем как рассеяние плоской волны потенциальным полем ядра. Асимптотическое решение этой задачи можно получить при решении уравнения Шредингера

$$\nabla^2 \psi(r) + \left[ 2m/\hbar^2 \right] [E - V(r)] \psi(r) = 0, \quad (2.22)$$

где  $m = \frac{m_N M}{m_N + M}$ ;  $M$  - масса ядра;  $m_N$  - масса нейтрона;

$E$  - энергия относительного движения;  $V(r)$  - потенциал взаимодействия нейтрон-ядро.

### 2.3.2. Сечение взаимодействия нейтрона с ядром без поглощения

В дальнейшем будем рассматривать взаимодействие бесспиновых частиц.

Предполагаем, что потенциал  $V(r)$  есть потенциал отражения. В этом случае взаимодействие нейтрона с ядром приведет к изменению направления движения нейтрона (упругое рассеяние). Начальной стадией этого процесса в системе центра масс является движение навстречу нейтрона и ядра, бесконечно удаленных друг от друга. При их сближении возникает взаимодействие между нейтроном и ядром, в результате которого изменится направление их движения. Конечной стадией процесса

рассеяния является движение нейтрона от ядра. Рассеянные нейтроны при большом удалении от рассеивающего центра движутся свободно, и относительная энергия их движения всегда положительна и не квантована.

От рассеивающего центра будет расходиться волна, представляющая собой суперпозицию плоской волны (2.18) и рассеянных волн. Для области  $kr \gg 1$  асимптотическое выражение для волновой функции определяется соотношением (2.23):

$$\psi(r) \approx e^{ikz} + f(\theta) \cdot \frac{e^{ikr}}{r} \quad \text{при } kr \gg 1, \quad (2.23)$$

где  $f(\theta)$  — амплитуда рассеянной волны;  $f(\theta)$  не зависит от угла  $\varphi$  из-за осевой симметрии рассматриваемой задачи.

Взаимодействие нейтрона с ядром характеризуется сечением. Поэтому определим связь между сечением и амплитудой рассеяния. Введем понятие дифференциального сечения рассеяния  $\sigma(\theta)$ .  $\sigma(\theta)$  есть вероятность рассеяния нейтрона в направлении  $\theta$  и определяется отношением  $F(\theta)$  — плотности потока рассеянных нейтронов пучка в единице телесного угла в направлении  $\theta$  к  $F_0$  — плотности потока нейтронов на поверхности мишени:

$$\sigma(\theta) = \frac{F(\theta)}{F_0} = |f(\theta)|^2, \quad (2.24)$$

$$\text{где } F(\theta) = \left[ \psi_{\text{рас}}^* \cdot \frac{\partial \psi_{\text{рас}}}{\partial r} - \psi_{\text{рас}} \frac{\partial \psi_{\text{рас}}^*}{\partial r} \right] = \frac{\hbar^2}{m} |f(\theta)|^2; \quad F_0 = \frac{\hbar^2}{m}.$$

Сечение взаимодействия  $\sigma$  определяется

$$\sigma = \int_{\Omega} \sigma(\theta) d\Omega = \int_{\Omega} \frac{F(\theta) d\Omega}{F_0(r)} = 2\pi \int_{\theta} |f(\theta)|^2 \sin \theta d\theta. \quad (2.25)$$

Таким образом, сечение рассеяния нейтронов определяется квадратом амплитуды рассеяния.

Известно, что потенциал взаимодействия обладает сферической симметрией. Поэтому волновую функцию, являющуюся решением уравнения Шредингера (2.22), можно представить в виде суперпозиции парциальных радиальных волновых функций

$$\psi(r) = \sum_{l=0}^{\infty} r^{-1} \cdot u_l(r) \cdot P_l(\cos \theta). \quad (2.26)$$

В (2.22) подставим (2.26) и в результате получим систему волновых уравнений для парциальных радиальных волновых функций:

$$\frac{d^2 u_{l,r}}{dr^2} + \left[ k^2 - U(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_{l,r} = 0, \quad (2.27)$$

где  $U(r) = \frac{2m}{\hbar^2} V(r)$ .

Уравнение (2.27) вне области действия потенциала запишем в виде

$$\frac{d^2 u_{l,r}}{dr^2} + k^2 \cdot u_{l,r} - \frac{l(l+1)}{r^2} u_{l,r} = 0. \quad (2.28)$$

Общее решение уравнения (2.27) может быть записано в следующем виде

$$\begin{aligned} u(r) &= \sum_l A_l \sin \left[ kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l \right] = \\ &= \frac{1}{2i} \sum_l \left\{ A_l e^{-i\delta_l} \left[ e^{2i\delta_l} \cdot e^{i(kr - \frac{l\pi}{2})} \right] - e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2})} \right\}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Для определения  $f(\theta)$  воспользуемся выражением асимптотического разложения волновой функции по сферическим волнам

$$\begin{aligned} \psi &\approx \sum_l \left[ (2l+1) \cdot i^l \frac{\sin(kr - \frac{l\pi}{2})}{kr} \cdot P_l(\cos\theta) \right] + f(\theta) \cdot \frac{e^{ikr}}{r} = \\ &= \sum_l A_l \frac{\sin(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l)}{kr} \cdot P_l(\cos\theta), \end{aligned} \quad (2.30)$$

так как

$$\begin{aligned} &\frac{e^{ikr}}{2ikr} \cdot \sum_l (2l+1) \cdot i^l \cdot e^{i\frac{l\pi}{2}} \cdot P_l(\cos\theta) + f(\theta) \cdot 2ik - \frac{e^{-ikr}}{2lkr} \times \\ &\times \sum_l (2l+1) \cdot i^l \cdot e^{i\frac{l\pi}{2}} \cdot P_l(\cos\theta) = \\ &= \sum_l \frac{A_l \cdot P_l(\cos\theta)}{2ikr} \cdot \left[ e^{i(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l)} - e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l)} \right]. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Из этого следует, что

$$\sum_l (2l+1) \cdot i^l e^{-i \frac{l\pi}{2}} P_l(\cos \theta) + 2ik f(\theta) =$$

$$= \sum_l A_l e^{-i(\frac{l\pi}{2} - \delta_l)} \cdot P_l(\cos \theta). \quad (2.32)$$

Следовательно,

$$A_l = (2l+1) \cdot l^l \cdot e^{i\delta_l}. \quad (2.33)$$

В результате получаем окончательное выражение для амплитуды рассеяния

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \cdot \sum_l P_l(\cos \theta) [(2l+1) \cdot i^l \cdot e^{i\delta_l} \cdot e^{-i(\frac{l\pi}{2} - \delta_l)} - (2l+1) i^l e^{i \frac{l\pi}{2}}] =$$

$$\equiv \frac{1}{2ik} \cdot \sum_l (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) \cdot P_l(\cos \theta), \quad (2.34)$$

где  $\delta_l$  - фазовый сдвиг рассеяния соответствующих волн.

Таким образом, получили, что амплитуда рассеяния зависит от значений  $\delta_l$ . Фазы  $\delta_l$  действительны; множители  $e^{2i\delta_l}$  по модулю равны 1, т.е. интенсивность волн, прошедших через мишень, равна интенсивности падающих, поскольку поглощение отсутствует. Величина  $\delta_l$  зависит от потенциала взаимодействия нейтрона с ядром  $V(r)$ , от  $l$  и  $E$ . Определим физический смысл  $\delta_l$ . Предположим, что  $V(r)=0$ , т.е. взаимодействие между нейтроном и ядром отсутствует. В этом случае  $\delta_l=0$  и  $f(\theta)=0$ ; рассеяния не будет. Решением уравнения Шредингера (2.28) для  $l=0$  будет  $u_0 \sim k^{-1} \sin kr$ . Парциальную волновую функцию на основании (2.30) и (2.33) запишем в следующем виде:

$$\psi_l \sim \frac{2l+1}{kr} \cdot i^l \cdot e^{i\delta_l} \cdot \sin[kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l] \cdot P_l(\cos \theta). \quad (2.35)$$

Полученное выражение (2.35) сравним с соотношением, описывающим парциальную волновую функцию невозмущенной нейтронной волны (2.20). Из сравнения (2.35) и (2.20) следует, что за исключением множителя  $e^{2i\delta_l}$ ,  $l$ -й член парциальной волновой функции рассеянного нейтрона аналогичен  $l$ -ому члену волновой функции свободной нейтронной волны, сдвинутой по фазе на величину  $\delta_l$ .

Дифференциальное сечение рассеяния получаем при подстановке (2.34) в (2.24):

$$\sigma_s(\theta) = \frac{1}{4k^2} \left| \sum_l (2l+1) [ \exp(2i\delta_l) - 1 ] \cdot P_l(\cos \theta) \right|^2. \quad (2.36)$$

Полное сечение взаимодействия равно

$$\sigma_s = \int_{\Omega} b(\theta) d\Omega = \frac{1}{4k^2} \int_{\Omega} \left| \sum_l (2l+1) [ \exp(2i\delta_l) - 1 ] P_l(\cos\theta) \right|^2 d\Omega. \quad (2.37)$$

Учитывая ортогональность полиномов Лежандра, окончательно получаем

$$\sigma = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \cdot |e^{2i\delta_l} - 1|^2 = \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \cdot \sin^2 \delta_l = \sum_l \sigma_l. \quad (2.38)$$

Величина  $\delta_l$  определяется потенциалом  $V(r)$ . Для того, чтобы выразить  $\delta_l$  через  $V(r)$ , воспользуемся уравнениями

$$\frac{d^2 u_{l<}}{dr^2} + \left[ k^2 - U(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_{l<} = 0, \quad r \leq R, \quad (2.39)$$

$$\frac{d^2 u_{l>}}{dr^2} + \left[ k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \cdot u_{l>} = 0, \quad r > R.$$

Согласно определению

$$\int_0^{\infty} \left[ u_{l>} \cdot \frac{d^2 u_{l>}}{dr^2} - u_{l<} \cdot \frac{d^2 u_{l<}}{dr^2} \right] dr = \int_0^{\infty} u_{l>} \cdot U(r) \cdot u_{l<} dr. \quad (2.40)$$

Отсюда с помощью формул (2.40) и (2.41) находим соотношение между сдвигом фаз  $\delta_l$  и потенциалом  $U(r)$ :

$$\left. \begin{aligned} u_{l<}(r) &\sim \frac{1}{k} \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l\right) \\ u_{l>}(r) &\sim \frac{1}{k} \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right) \end{aligned} \right\}, \quad (2.41)$$

$$\sin \delta_l = - \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{\pi k r}{2}} \cdot I_{l+\frac{1}{2}}(kr) \cdot U(r) \cdot u_{l>}(r) dr. \quad (2.42)$$

Определим предельные значения для сечения рассеяния:

при  $\delta_l = 0$   $\sigma = 0$  - сечение рассеяния равно нулю, т.е. взаимодействия не происходит;

при  $\delta_l = \frac{\pi}{2}$ ;  $\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1)$  - сечение рассеяния достигает своего максимального значения.

Максимальная величина сечения рассеяния зависит от значения " $l$ ". Для определения  $\sigma_{max}^l$  необходимо выяснить, какие значения может принимать " $l$ ". Плоская волна нейтрона согласно (2.20) представлена в виде суперпозиции бесконечного числа парциальных волн, каждая из которых характеризуется  $J_{l+\frac{1}{2}}(kr)$  и  $P_l(\cos\theta)$ . Следовательно, плоскую волну можно представить в виде ряда цилиндрических зон. Радиус зон ограничен значениями  $l\lambda$  и  $(l+1)\lambda$  (см. рис. 2.10). В силу принципа неопределенности и квантового характера орбитального момента количества движения нейтрона, обладающие параметрами соударения, значения которых лежат в пределе  $(0-\lambda)$ , характеризуются орбитальным моментом  $l = 0$ . Максимальное значение параметра  $l\lambda$ , при котором может происходить взаимодействие, должно быть меньше или равно радиусу ядра  $R$ . Следовательно, максимальное возможное значение орбитального момента, при котором происходит взаимодействие, равно  $kR$ . Число нейтронов, обладающих определенным значением  $l$ , пропорционально площади  $\pi(l+1)^2\lambda^2 - \pi l^2\lambda^2 \approx \pi\lambda^2(2l+1)$ . Заметим, что при  $l > 0$  попаданию нейтрона в область потенциала  $V(r)$  препятствует центробежный барьер  $\frac{l(l+1)}{r^2} \cdot U_0$ . Число парциальных волн, которые могут взаимодействовать с потенциалом  $V(r)$ , возрастает с увеличением энергии падающего нейтрона.

Рассмотрим пример рассеяния на полностью отражающей сфере радиусом  $R \gg \lambda^{-1}$  для случая, в котором участвует много парциальных волн. Такая сфера может быть представлена потенциалом

$$V(r) = \infty \quad \text{для } r \leq R,$$

$$V(r) = 0 \quad \text{для } r > R.$$

Все сферические волны должны обращаться в нуль при  $r=R$ . Для случая  $l < kR$  требуется, чтобы  $\sin(kR - \frac{1}{2}\pi + \delta_l) = 0$  или  $\delta_l = n\pi + \frac{1}{2}l\pi - kR$  ( $n$  - целое число).

Тогда, используя соотношение (2.38), получаем

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \left[ \sum_{l \text{ чет}} (2l+1) \sin^2 kR + \sum_{l \text{ нечет}} (2l+1) (1 - \sin^2 kR) \right]. \quad (2.43)$$

Каждая сумма для больших  $kR$  содержит  $kR/2$  членов, средняя величина суммы которых равна  $kR$ . Следовательно, получаем для больших  $kR$ , что сечение рассеяния равно  $2\pi R^2$ :

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \left[ \sum_{l \text{ нечет}}^{kR} (2l+1) + \sin^2 kR \left\{ \sum_{l \text{ чет}}^{kR} (2l+1) - \sum_{l \text{ нечет}}^{kR} (2l+1) \right\} \right] = 2\pi R^2. \quad (2.43a)$$

### 2.3.3. Сечение взаимодействия с поглощением нейтрона ядром

Предположим, что потенциал  $V(r)$  характеризует взаимодействие, при котором происходит как поглощение нейтронной волны, так и ее отражение. Для получения волн, описывающих в равной мере рассеяние и поглощение, необходимо допустить, что комплексный множитель, связанный с рассеянной волной, может по модулю быть и меньше 1, т.е.  $|l^{2i\delta_l}|^2 \leq 1$ , или иначе нужно считать, что фазовый сдвиг  $\delta_l$  может быть и комплексным

$$\varphi_l + iq_l.$$

Величины  $\varphi_l$  и  $q_l$  вещественны, причем  $q_l$  принимает положительные значения.

Амплитуда  $l^{2i\delta_l}$  называется амплитудой столкновения, соответствующей волновой функции для момента количества движения " $l$ ", и обозначается символом

$$S_l \equiv l^{2i\delta_l}, \quad (|S_l| \leq 1). \quad (2.44)$$

Амплитуда столкновений просто связана с сечением рассеяния и поглощения. Сечение рассеяния определяется следующим соотношением:

$$\sigma = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) |1 - S_l|^2. \quad (2.45)$$

Сечение поглощения можно определить как отношение потока, проходящего через сферу большего радиуса  $r$  и поглощаемого внутри сферы, к потоку, обусловленному падающей волной. Сечение поглощения определяется следующим соотношением:

$$\sigma_a = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) [1 - |S_l|^2], \quad (2.46)$$

где  $(1 - |S_l|^2)$  — разность между падающим и отраженным потоком для  $l$ -й сферической волны.

Поскольку  $|S_l| \leq 1$ , то максимальное возможное сечение поглощения при  $S_l = 0$  равно

$$\sigma_{a \max} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1).$$

В этом случае сечение поглощения равно сечению рассеяния. Максимальное возможное сечение рассеяния при  $S_l = -1$  равно

$$\sigma_{lmax} = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1).$$

Можно видеть, что сечение поглощения стремится к нулю, если  $|S_l| = 1$ , и, таким образом, возможно рассеяние без поглощения. С другой стороны, поглощение ( $S_l \neq 1$ ) без рассеяния невозможно. Соотношение между рассеянием и поглощением иллюстрируется на рис. 2.11.

Запишем сечения рассеяния (2.36) и поглощения (2.46) через комплексный сдвиг фаз:

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \frac{\pi}{k^2} (2l+1) \cdot |e^{2(l\varphi_l - q_l)} - 1|^2 = \\ &= \frac{\pi}{k^2} \cdot (2l+1) \cdot [(e^{-2q_l} \cos 2\varphi_l - 1)^2 + e^{-4q_l} \sin^2 2\varphi_l] = \\ &= \frac{\pi}{k^2} (2l+1) (e^{-4q_l} + 1 - 2 \cos 2\varphi_l e^{-2q_l}) \leq \frac{4\pi}{k^2} (2l+1), \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\sigma_{a_l} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) \cdot (1 - e^{-4q_l}) \leq \frac{\pi}{k^2} (2l+1). \quad (2.48)$$

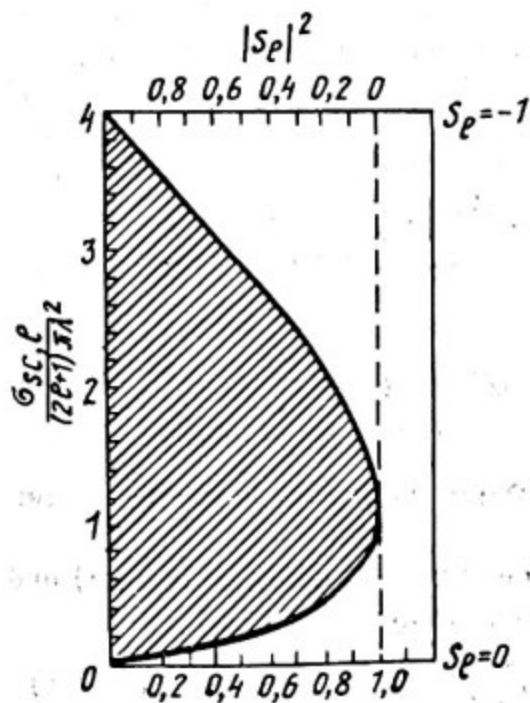


Рис. 2.11. Соотношение между рассеянием и поглощением при данном значении  $\sigma_{a,l}$  (величина  $\sigma_l$  ограничена заштрихованной площадью)

[Блатт Д., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика. / Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1954]

### 2.3.4. Зависимость полного сечения от массового числа

Полное сечение взаимодействия, определяемое как сумма сечений рассеяния и поглощения, равно

$$\sigma_{t_1} = \sigma_s + \sigma_{a_1} = \frac{2\pi}{k^2} (2l+1) \cdot (1 - \text{Re} S_l), \quad (2.49)$$

где  $\text{Re} S_l = \text{Re} e^{2i\delta_l}$  обозначает действительную часть  $S_l$ . Для случая ( $S_l = 0$ ) полностью поглощающей сферы радиусом  $R \gg 1/k$  сечение взаимодействия равно

$$\sigma_t = 2\pi R^2, \quad (2.50)$$

т.е. той же величине, что и для полностью отражающей сферы (2.43а). Выражение (2.50) находит применение для определения радиуса ядер по измерениям полного сечения для нейтронов (см. рис. 1.4).

Полное сечение с увеличением массового числа увеличится как  $A^{2/3}$ , если предположить, что  $R = r_0 A^{1/3}$ . Таким образом, получена зависимость полного сечения от массового числа, которая соответствует экспериментальным результатам.

### 2.3.5. Зависимость полного сечения от энергии нейтрона

Для того, чтобы выяснить зависимость полного сечения от энергии нейтрона, необходимо исследовать зависимость  $\delta_l$  от внутренних свойств ядра. Предположим, что  $U(r) = 0$  при  $r > R$ . Назовем  $r > R$  внешней областью, а при  $r < R$ , где  $U(r) > 0$ , внутренней областью ядра. Каждая из выделенных областей характеризуется волновыми функциями  $u_l(r) >$  и  $u_l(r) <$ , получаемыми из решений уравнений (2.39).  $u_l(r) >$  и  $u_l(r) <$  выразим через функцию  $f_l(E)$ , которую определим следующим образом:

$$f_l(E) \equiv R \cdot \left. \frac{d[\ln u_l(r) >]}{dr} \right|_{r=R} = R \cdot \left. \frac{d[\ln u_l(r) <]}{dr} \right|_{r=R}. \quad (2.51)$$

Значение функции  $f_l(E)$  полностью определяется условиями во внутренней области ядра.

Рассмотрим случай  $l=0$ . Решение уравнения (2.39) для внешней области запишем в следующем виде:

$$u_0(r) > = C \cdot \sin(kr + \delta_0). \quad (2.52)$$

Следовательно,

$$f_0(E) = \frac{R}{u_0(r)_>} \cdot \frac{du_0(r)_>}{dr} \Big|_{r=R} = kR \operatorname{ctg}(kR + \delta_0). \quad (2.53)$$

Определим значение  $S_0$  через  $f_0(E)$ :

$$S_0 = e^{2i\delta_0} = \frac{f_0(E) + ikR}{f_0(E) - ikR} \cdot e^{-2ikR} \quad (2.54)$$

(2.54) подставим в соотношение (2.34) и получим

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \frac{1}{2ik} (e^{2i\delta_0} - 1) = \frac{1}{2ik} \cdot \left[ \frac{f_0(E) + ikR}{f_0(E) - ikR} \cdot e^{-2ikR} - 1 \right] = \\ &= \frac{1}{2ik} \left( e^{-2ikR} - 1 + \frac{2ikR}{f_0(E) - ikR} \cdot e^{-2ikR} \right), \end{aligned} \quad (2.55)$$

при  $f_0(E) \rightarrow \infty$ ,  $f(\theta) \rightarrow \frac{1}{2ik} (e^{-2ikR} - 1)$  — амплитуда рассеяния в случае полного отражения волны от поверхности потенциала.

Введем обозначения

$$A_{\text{пот}} \equiv e^{-2ikR} - 1, \quad (2.56)$$

$$A_{\text{рез}} \equiv \frac{-2ikR}{f_0(E) - ikR}. \quad (2.57)$$

Тогда сечение рассеяния запишем в следующем виде:

$$\sigma_s = \frac{\pi}{k^2} |A_{\text{пот}} + A_{\text{рез}}|^2 = 4\pi |f(\theta)|^2. \quad (2.58)$$

Для случая поглощения запишем  $|e^{2i\delta_0}|^2$  через значение логарифмической производной  $f_0(E)$ :

$$\begin{aligned} |e^{2i\delta_0}|^2 = e^{-4q_0} &= \left| \frac{\operatorname{Re} f_0(E) + i[kR + I_m f_0(E)]}{\operatorname{Re} f_0(E) - i[kR - I_m f_0(E)]} \right|^2 = \\ &= \frac{[\operatorname{Re} f_0(E)]^2 + [kR + I_m f_0(E)]^2}{[\operatorname{Re} f_0(E)]^2 + [kR - I_m f_0(E)]^2}. \end{aligned} \quad (2.59)$$

(2.59) подставим в (2.46) и получим

$$\sigma_a = \frac{\pi}{k^2} \frac{-4RR I_m f_0(E)}{[Re f_0(E)]^2 + [kR - I_m f_0(E)]^2} \quad (2.60)$$

$Re f_0(E)$  и  $I_m f_0(E)$  означают действительную и мнимую части  $f_0(E)$ . Поскольку сечение поглощения является существенно положительной величиной, то мнимая часть логарифмической производной должна быть отрицательной:

$$\sigma_a > 0, \quad \text{если } I_m f_0(E) < 0.$$

Сечение рассеяния и сечение поглощения достигают максимального значения при таких значениях энергии  $E \rightarrow E_r$  относительного движения, при которых  $R I_m f_0(E) \rightarrow 0$ . Рассмотрим решение уравнения (2.39) для внутренней области

$$u_0(r)_< = e^{iK \cdot r} + e^{2i\varphi - 2q}, \quad (2.61)$$

где  $K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [E - V(r)]}$ .

Логарифмическая производная на поверхности ядра, определяемая (2.51), в рассматриваемом случае запишется в следующем виде:

$$f_0(E) = -K \cdot R \cdot \operatorname{tg} [K \cdot R + \varphi(E) + iq]. \quad (2.62)$$

$f_0(E) \rightarrow 0$  при  $E \rightarrow E_r$ ; это означает, что  $K \cdot R + \varphi(E) = 2n\pi$ ,

где  $n = 0, 1, 2, 3$  и т.д.

Следовательно, при различных значениях энергий  $E_{r_1}, E_{r_2}, E_{r_3}$  значение логарифмической производной на поверхности потенциала стремится к нулю. Рассмотрим соотношение между волновыми функциями внутренней и внешней областей. На границе двух областей волновая функция и первая ее производная должны быть непрерывными, т.е.  $u_> = u_< |_{r=R}$  и  $\frac{du_>}{dr} = \frac{du_<}{dr} |_{r=R}$ .

Выразим  $u(r)_>$  и  $u(r)_<$  через значение логарифмической производной на поверхности ядра, в результате получим

$$\left. \begin{aligned} u(r)_> &= C \left\{ 1 + \left[ \frac{f_0(E)}{kR} \right]^2 \right\}^{1/2} \\ u(r)_< &= A \left\{ 1 + \left[ \frac{f_0(E)}{kR} \right]^2 \right\}^{1/2} \\ \left( \frac{A}{C} \right)^2 &= \frac{1 + \left[ \frac{f_0(E)}{kR} \right]^2}{1 + \left[ \frac{f_0(E)}{kR} \right]^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.63)$$

При  $f_0(E) \rightarrow 0$ ,  $C \rightarrow A$  амплитуда волновых функций  $u(r)$ , и  $u(r)_<$  на поверхности потенциала одинакова. В этом случае велика вероятность взаимодействия. При  $f_0(E) \rightarrow K \cdot R$ ,  $C \gg A$  вероятность взаимодействия очень мала. На рис. 2.12 приведены два предельных случая для  $f_0(E)$ . Таким образом, наиболее интересной является область значений энергий, при которых  $f_0(E) \rightarrow 0$ . Представим функцию  $f_0(E)$  в окрестности значения  $E = E_r$  в виде ряда Тейлора:

$$f_0(E) = E - E_r \left. \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} \right|_{E=E_r} + q \left. \frac{\partial f_0(E)}{\partial q} \right|_{\substack{q=0 \\ E=E_2}} \approx \\ \approx (E - E_r) \cdot \left. \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} \right|_{E=E_r} - i \cdot q \cdot K \cdot R. \quad (2.64)$$

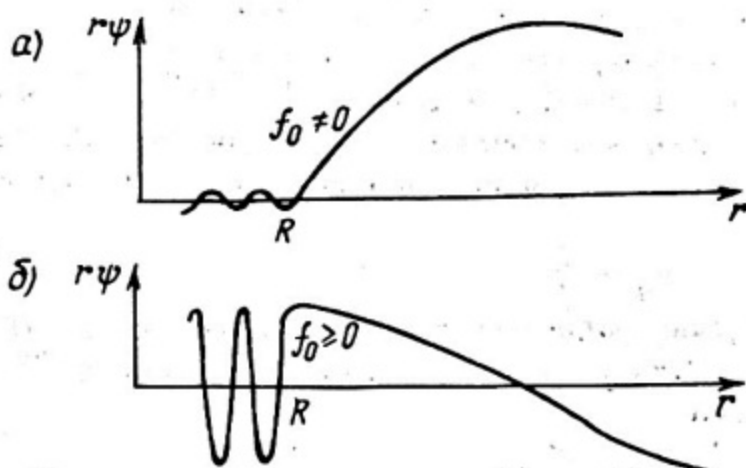


Рис. 2.12. Волновая функция внутри ядра:

а) значение логарифмической производной на поверхности ядра стремится к нулю; б) значение логарифмической производной на поверхности ядра отлично от нуля

Действительная часть функции  $f_0(E)$ :

$$-Re \cdot f_0(E) = (E - E_r) \cdot \left. \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} \right|_{E=E_r} \quad (2.65)$$

Мнимая часть функции  $f_0(E)$ :

$$-Im f_0(E) = -q \cdot K \cdot R < 0. \quad (2.66)$$

Введем обозначения:

$$\Gamma_H \equiv - \frac{2\kappa R}{\left. \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} \right|_{E=E_r}}, \quad (2.67)$$

$$\Gamma_a \equiv - \frac{2qK \cdot R}{\frac{\partial f_0(E)}{\partial E}} \Big|_{E=E_r}, \quad (2.68)$$

$$\Gamma \equiv \Gamma_n + \Gamma_a = - \frac{2KR}{\frac{\partial f_0(E)}{\partial E}} \Big|_{E=E_r} \cdot \left(1 + q \frac{K}{k}\right). \quad (2.69)$$

Воспользовавшись введенными обозначениями, перепишем уравнения для определения зависимости сечения поглощения от энергии в окрестности резонансных значений. Для этого в (2.60) подставим (2.64), (2.67), (2.68) и (2.69) и получаем

$$\sigma_a = \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma_n \cdot \Gamma_a}{(E - E_r)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}. \quad (2.70)$$

В результате получили зависимость сечения поглощения от энергии нейтрона в окрестности резонансной энергии.

Из (2.70) следует, что сечение поглощения имеет максимальное значение при  $E = E_r$  и равно  $\frac{4\pi}{k^2} \cdot \frac{\Gamma_n \cdot \Gamma_a}{\Gamma}$ . В интервале энергий  $E < E_r$  значение сечения с уменьшением энергии быстро уменьшается обратно пропорционально скорости относительного движения

$$\sigma_a \sim \frac{1}{v}. \quad (2.71)$$

Для определения зависимости сечения рассеяния от энергии нейтрона в (2.58) подставим (2.64), (2.67) и (2.69); в результате получим

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \frac{\pi}{k^2} \left| A_{\text{пот}} + A_{\text{рез}} \right|^2 = \frac{\pi}{k^2} \left| e^{2ikR} - 1 + \frac{-2ikR}{(E - E_r) \cdot \frac{\partial f_0(E)}{\partial E}} \Big|_{E=E_r} - iqKR - ikR \right|^2 = \\ &= \frac{\pi}{k^2} \left| e^{2ikR} - 1 + \frac{i\Gamma_n}{E - E_r + i\frac{\Gamma}{2}} \right|^2 = \frac{\pi}{k^2} \left[ 4 \sin^2 \delta_0 + \frac{\Gamma_n^2}{(E - E_r)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{-2\Gamma_n \Gamma \sin^2 \delta_0 + 2\Gamma_n (E - E_r) \sin 2\delta_0}{(E - E_r)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \right]. \quad (2.72) \end{aligned}$$

Соотношение (2.72) запишем следующим образом:

$$\sigma_s = \frac{\pi}{k^2} (\sigma_{\text{пот}} + \sigma_{\text{рез}} + \Delta), \quad (2.73)$$

где  $\sigma_{\text{пот}}$  — сечение потенциального рассеяния, характеризующее процесс отражения нейтронной волны от границ потенциала  $V(r)$ ;  $\sigma_{\text{рез}}$  — сечение резонансного рассеяния;  $\Delta$  — интерференционный член.

В области энергий  $\sim E_r$  основной вклад в сечение рассеяния дает  $\sigma_{рез}$ . Вдали от области резонанса сечение рассеяния для  $l=0$  не зависит от энергии и равно

$$\sigma_s = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_0 + \frac{\pi}{k^2} \cdot \Delta. \quad (2.74)$$

Полное сечение взаимодействия по определению равно сумме сечений рассеяния и поглощения (см. 2.49). Значение полного сечения зависит от энергии, поскольку имеется зависимость от энергии его составляющих. Для выявления закономерностей этой зависимости воспользуемся соотношениями (2.70) и (2.72):

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a = \frac{\pi}{k^2} (\sigma_{пот} + \sigma_{рез} + \Delta + \sigma_a) = \frac{\pi}{k^2} \left[ 4\sin^2 \delta_0 + \Delta + \frac{\Gamma_n (\Gamma_n + \Gamma_a)}{(E - E_r)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \right] = \frac{\pi}{k^2} \left[ 4\sin^2 \delta_0 + \Delta + \frac{\Gamma_n \cdot \Gamma}{(E - E_r)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \right]. \quad (2.75)$$

Рассмотрим некоторые предельные случаи.

а). Предполагаем, что  $\sigma_{пот} \gg \sigma_{рез} + \sigma_a$ .

В этом случае

$$\sigma_t \rightarrow \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_0 + \frac{\pi}{k^2} \Delta. \quad (2.76)$$

Полное сечение для области энергий, при которых взаимодействие происходит только с  $s$  нейтронной волной, не зависит от энергии нейтрона и при  $kR \ll 1$ ,  $\sigma_t \rightarrow 4\pi R^2 + \frac{\pi}{k^2} \Delta$ .

б). Предполагаем, что  $\sigma_{пот} \ll \sigma_{рез} + \sigma_a$ .

В этом случае

$$\sigma_t \rightarrow \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma_n \cdot \Gamma}{(E - E_r)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2}. \quad (2.77)$$

Значение полного сечения зависит от энергии нейтрона. Выделим три энергетические области.

1)  $E \ll E_r$  при условии, что  $\Gamma_n \ll \Gamma$  и  $\Gamma_a \sim \Gamma$ :

$$\sigma_t \sim \frac{1}{v}. \quad (2.78)$$

Полное сечение обратно пропорционально скорости нейтрона.

$$2) E \rightarrow E_r, \quad \sigma_t \rightarrow \frac{4\pi}{k^2} \cdot \frac{\Gamma_n}{\Gamma}. \quad (2.79)$$

3)  $E \gg E_r$  при условии, что  $\Gamma_n \sim \Gamma$ :

$$\sigma_t \rightarrow \frac{\pi}{k^2} \cdot \frac{\Gamma_n^2}{E^2 + \left(\frac{\Gamma_n}{2}\right)^2} \approx \frac{4\pi}{k^2} \frac{1}{\frac{4E^2}{\Gamma_n^2} + 1} \sim \frac{1}{E^2}, \quad (2.80)$$

поскольку  $\Gamma_n = -\frac{2 \cdot kR}{\frac{\partial f_0(E)}{\partial E}} \Big|_{E=E_r}$ , то  $\frac{E}{\Gamma_n^2}$  не зависит от энергии нейтрона.

Выявленные закономерности полностью соответствуют наблюдаемым особенностям в экспериментальной зависимости полного сечения от энергии нейтрона и массового числа.

Таким образом, получено описание общих закономерностей полного сечения взаимодействия нейтрона и ядра без учета их спинов.

## ГЛАВА 3

### ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Описание взаимодействия нейтрона с ядром по своей природе является решением задачи многих тел. Задача многих тел не решается точно ни в классической физике, ни в квантовой механике. Приближенные методы решения задачи многих тел, используемые в астрономии и теории атомов, мало применимы к описанию взаимодействия нейтрона и ядра. Поэтому в теории используют различные модельные представления о взаимодействии. Одна из таких моделей называется оптической моделью ядерных взаимодействий.

#### 3.1. Определение

В оптической модели ядерных взаимодействий задача многих тел заменяется более простой задачей — описанием движения нейтрона в некотором среднем поле, которое определяется комплексным потенциалом. Эта простейшая модель нуклон-ядерного взаимодействия не учитывает внутренней структуры ядра и возможностей каждого из нуклонов ядра взаимодействовать с "внешним нейтроном". Оптическая модель не учитывает резонансную зависимость сечений от энергии, связанную с квазидискретной структурой спектра составного ядра. В резонансной области оптическая модель дает картину взаимодействия, усредненную по интервалу энергий, содержащему большое число резонансов. Оптическая модель достаточно хорошо описывает взаимодействие нейтронов с ядрами в интервале энергий от 0 до 100 МэВ.

Описание взаимодействия нейтрона с ядром с помощью комплексного нуклон-ядерного потенциала аналогично описанию распространения света в преломляющей и поглощающей среде с использованием комплексного показателя преломления. Такой потенциал называют оптическим потенциалом  $V_{\text{опт}}$ , а модель, основанную на замене многонуклонного ядра потенциалом  $V_{\text{опт}}$ , — оптической моделью ядра.

Название модели связано с тем, что распространение нейтронной волны описывается так же, как распространение световой волны в преломляющей и рассеивающей среде, характеризуемой ком-

плексным показателем преломления:  $n = n_1 + in_2$  . (3.1)

Вещественная часть "  $n$  " ответственна за преломление, а мнимая часть — за поглощение света средой. В полной аналогии с оптикой нейтронная волна рассеивается (преломляется) и поглощается.

Воспользовавшись известной аналогией между квантовой механикой и физической оптикой, можно показать связь между показателем преломления "  $n$  " и потенциалом  $V_{опт}$ , действующим на нейтрон с энергией  $E$  . Для этого выразим волновое число в области потенциала и вне его через энергию, т.е.

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{[2m(E - V_{опт})]^{1/2}}{\hbar} \\ k &= \frac{[2m \cdot E]^{1/2}}{\hbar} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Тогда 
$$n^2 = \frac{K^2}{k^2} = 1 - \frac{V_{опт}}{E} . \quad (3.3)$$

Поскольку по определению  $V_{опт} = V(r) + iW(r)$  , получаем

$$n^2 = 1 - \frac{V(r)}{E} - \frac{iW(r)}{E} . \quad (3.3a)$$

### 3.2. Описание оптического потенциала

В феноменологической теории оптический потенциал взаимодействия нейтрона с ядром представляется в виде суммы потенциалов — центрально-симметричного и спин-орбитального. Спин-орбитальный потенциал ответственен за поляризационные эффекты, например, поляризацию при рассеянии неполяризованного пучка нейтронов. Параметры оптического потенциала определяются на основании анализа экспериментальных данных по взаимодействию нейтронов с ядрами при различных энергиях. Обычно используют экспериментальные данные о полном сечении реакции и дифференциальном сечении упругого рассеяния.

#### 3.2.1. Форма центрально-симметричного потенциала

Центрально-симметричная часть оптического потенциала представляется в виде

$$V(r) = -V_0 f(r) - W_0 g(r) , \quad (3.4)$$

где параметры  $V_0$  и  $W_0$  характеризуют глубины вещественной и мнимой частей оптического потенциала, а функции  $f(r)$  и  $g(r)$  — их радиальные зависимости (рис. 3.1). Радиальная зависимость вещественной части потенциала приближенно совпадает с функцией распределения плотности нуклонов в ядре. Функцию  $f(r)$  выбирают в виде, предложенном Вудсом и Саксоном,

$$f(r) = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{r-R}{a}\right]}, \quad (3.5)$$

где  $a$  — диффузность, характеризующая скорость изменения потенциала; при изменении относительной координаты  $r$  от  $R - 2,2a$  до  $R + 2,2a$  значение потенциала изменяется от  $0,9V_0$  до  $0,1V_0$ ;  $R$  — радиус оптического потенциала. Диффузность оптического потенциала приблизительно совпадает с диффузностью распределения заряда в ядре.

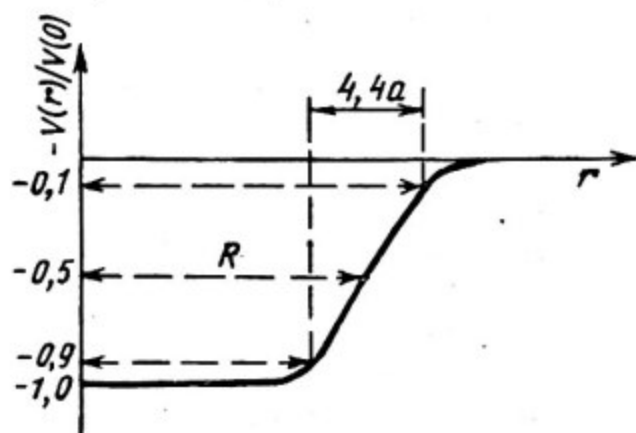


Рис. 3.1. Оптический потенциал

Вещественная часть оптического потенциала характеризуется тремя параметрами:  $V_0$ ,  $R$  и  $a$ .

### 3.2.2. Форма мнимой части потенциала

Форма мнимой части потенциала может отличаться от формы действительной части. Расчетные данные лучше всего согласуются с экспериментальными, если предположить, что при малых энергиях нейтрона поглощение сосредоточено главным образом в поверхностной области, а при высоких значениях энергий — во всем объеме.

В этом случае радиальную зависимость мнимой части оптического потенциала выбирают в таком же виде, как и для вещественной части

$$g(r) = f(r). \quad (3.6)$$

В случае поверхностного поглощения  $g(r)$  обычно выбирают в виде гауссовой функции

$$g(r) = \exp \left[ -\frac{(r-R)^2}{b^2} \right], \quad (3.7)$$

где  $b$  — параметр, характеризующий ширину области поглощения. Таким образом, мнимую часть потенциала представляют в виде

$$W_0 g(r) = W_1 f(r) + W_2 \exp \left[ \frac{(r-R)^2}{b^2} \right], \quad (3.8)$$

где  $W_1$  и  $W_2$  — соответственно, глубина объемного и поверхностного потенциалов.

### 3.2.3. Форма спин-орбитальной части потенциала

Поскольку взаимодействующие нейтрон и ядро обладают спинами, то в оптический потенциал необходимо включить спин-орбитальный член  $V_S$ . Он пропорционален  $\vec{L}\vec{S}$ , где  $\vec{L}$  — оператор углового момента и  $\vec{S}$  — спиновый оператор. Вследствие симметрии спин-орбитальные силы в центральной области ядра должны быть равны нулю. Следовательно, спин-орбитальный член потенциала обязательно должен быть поверхностным, поскольку в области, где плотность нуклонов постоянна, единственным выделенным является направление импульса частиц, а из вектора импульса и спина нельзя составить скалярную комбинацию. В то же время в поверхностной области имеется добавочный вектор градиента плотности, и поэтому можно образовывать локальный потенциал вида

$$V_S(r) \sim \hbar^{-1} [\vec{L}, \vec{S}] \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial \rho m}{\partial r}. \quad (3.9)$$

В интервале энергий меньше 30 МэВ спин-орбитальная часть оптического потенциала описывается следующим образом:

$$V_S(r) = V_S \cdot r_{0s}^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r) \cdot \vec{L} \cdot \vec{S}; \quad (3.10)$$

$$V_S = 17 \text{ МэВ},$$

где  $L$  и  $S$  — орбитальный и спиновый моменты, соответственно. Множитель  $r_{0s}^2$  введен в (3.10) из формальных соображений для придания  $V_S$  размерности энергии.

### 3.2.4. Значения параметров потенциала $V_{opt}$

Окончательный вид оптического потенциала запишем следующим соотношением:

$$V_{opt} = V(r) = -V_0 f(r) - iWg(r) + V_s(r). \quad (3.11)$$

Значение потенциала зависит от геометрических и энергетических параметров. Параметры потенциала выбираются такими, чтобы расчетные значения сечений хорошо согласовывались с экспериментальными данными.

Оптический потенциал определяется средними свойствами системы нейтрон-ядро, поэтому можно ожидать плавной зависимости его параметров от характеристик ядер. Вид этих зависимостей приблизительно такой же, как в случае распределения заряда и энергии связи нуклонов в ядрах. Например, радиус ядер изменяется как  $A^{1/3}$ . В то же время размер диффузной области  $a$  для большинства ядер постоянен. Поэтому предполагаем, что радиус  $R$  оптического потенциала будет изменяться как  $r_0 A^{1/3}$ , а параметр диффузности  $a$  не будет зависеть от  $A$ . Аналогично энергетические параметры не должны зависеть от  $A$ .

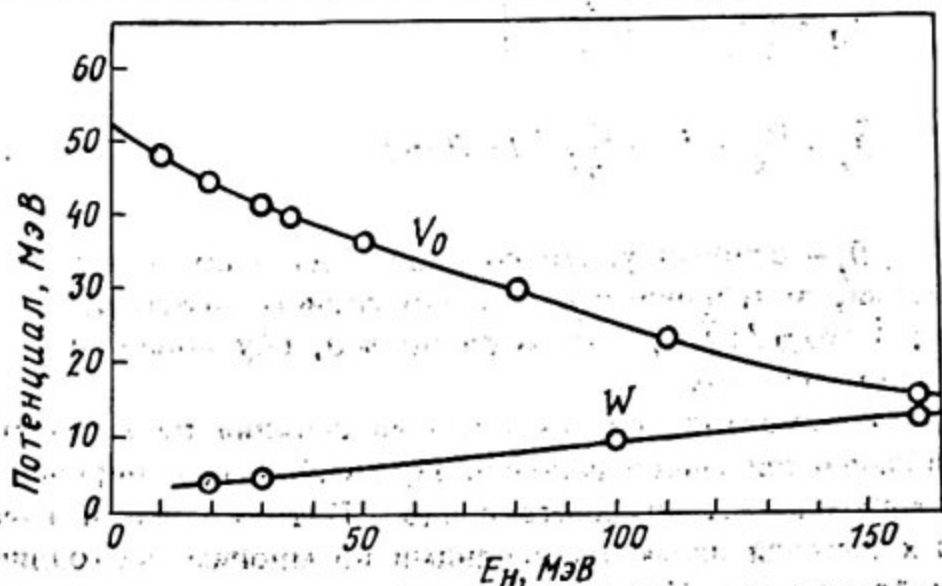


Рис. 3.2. Зависимость действительной и мнимой частей оптического потенциала от энергии нейтрона [Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра/Пер. с англ. М.: Мир, 1971, т. 1]

На рис. 3.2 приведены значения параметров  $V_0$  и  $W$  в зависимости от энергии взаимодействующего нейтрона и при предположении, что радиальная зависимость вещественной части по-

тенциала представлена функцией Вудса - Саксона ( $a = 0,65$  фм и  $r_0 = 1,25$  фм). При  $E \leq 80$  МэВ значение  $V_0$  плавно уменьшается с увеличением энергии и определяется следующим соотношением:

$$V_0 \approx 52 - 0,3E. \quad (3.12)$$

Величина  $W$  монотонно растет от нескольких мегаэлектронвольт при самых низких энергиях до величины порядка 10 МэВ при энергии  $\sim 100$  МэВ.

### 3.3. Анализ сечения взаимодействия нейтрона с ядром

Рассмотрим условия, при которых можно использовать оптический потенциал  $V_{оп}$  для анализа сечения взаимодействия нейтрона с ядром. Предположим, что  $l = 0$ . Тогда на основании (2.22) и (3.11) получаем соотношения для значения сечений рассеяния (поглощения и полного):

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_s &= \frac{\pi}{k^2} |1 - \tilde{S}|^2, \\ \tilde{\sigma}_a &= \frac{\pi}{k^2} [1 - |\tilde{S}|^2], \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

$$\tilde{\sigma}_t = \tilde{\sigma}_s + \tilde{\sigma}_a = \frac{2\pi}{k^2} [1 - \text{Re}\tilde{S}], \quad (3.14)$$

где  $\tilde{\sigma}_s, \tilde{\sigma}_a, \tilde{\sigma}_t$  - сечения упругого рассеяния и поглощения полного сечения, вычисленные с использованием оптического потенциала;  $\tilde{S} = \exp 2i\tilde{\delta}$ ;  $\tilde{\delta}$  - сдвиг фаз, обусловленный оптическим потенциалом.

В экспериментальной зависимости сечения от энергии нейтрона наблюдается много резонансов, связанных с определенными состояниями системы нейтрон-ядро. В то же время значения расчетных сечений являются средними по многим состояниям системы нейтрон-ядро. Поэтому при сравнении расчетных данных с экспериментальными необходимо последние предварительно усреднить по энергетическому интервалу  $\Delta E$ , содержащему много резонансов. Предположим, что этот интервал мал по сравнению со значением  $E$ , и поэтому величины  $k$  и  $E$  на протяжении  $\Delta E$  заметно не меняются. Среднее значение полного сечения  $\langle \tilde{\sigma}_t \rangle$  в интервале энергии от  $E$  до  $E + \Delta E$  равно

$$\langle \tilde{\sigma}_t \rangle = \frac{2\pi}{k^2} \langle [1 - \text{Re}S] \rangle = \frac{2\pi}{k^2} [1 - \text{Re} \langle S \rangle]. \quad (3.15)$$

Сравним соотношения (3.14) и (3.15). Если отождествить величину  $\langle S \rangle$  с величиной  $\tilde{S}$ , то расчетное значение полного сечения соответствует экспериментальному значению, т.е.

$$\langle \sigma_t \rangle = \tilde{\sigma}_t. \quad (3.16)$$

Соответствующие соотношения для средних значений сечений поглощения и упругого рассеяния представлены (3.17):

$$\left. \begin{aligned} \langle \sigma_a \rangle &= \frac{\pi}{h^2} \langle [1 - |S|^2] \rangle = \frac{\pi}{h^2} [1 - \langle |S|^2 \rangle], \\ \langle \sigma_s \rangle &= \frac{\pi}{h^2} \langle |1 - S|^2 \rangle = \frac{\pi}{h^2} \{ |1 - \langle S \rangle|^2 + \langle |S|^2 \rangle \} \end{aligned} \right\} (3.17)$$

Введем обозначение  $\sigma_{FL}$  (3.18) и тогда (3.17) запишем в виде (3.19):

$$\sigma_{FL} = \frac{\pi}{h^2} [\langle |S|^2 \rangle - |\langle S \rangle|^2], \quad (3.18)$$

$$\left. \begin{aligned} \langle \sigma_a \rangle &= \frac{\pi}{h^2} [1 - |\langle S \rangle|^2] - \sigma_{FL}, \\ \langle \sigma_s \rangle &= \frac{\pi}{h^2} |1 - \langle S \rangle|^2 + \sigma_{FL}. \end{aligned} \right\} (3.19)$$

Для определения  $\sigma_{FL}$  воспользуемся выражением для  $S$  в окрестности резонансной энергии и запишем среднее значение  $\langle S \rangle$  в интервале  $\Delta E$ . При этом учитываем наличие нескольких резонансов на энергетическом интервале усреднения  $\Delta E$ :

$$s_0 = \exp 2i\delta_0 \left[ 1 - \sum_j \frac{i\Gamma_j}{E - E_{rj} + \frac{i\Gamma_j}{2}} \right], \quad (3.20)$$

$$\langle s_0 \rangle = \frac{1}{\Delta E} \int_{E - \frac{\Delta E}{2}}^{E + \frac{\Delta E}{2}} l^{2i\delta_0} \left[ 1 - \sum_j \frac{i\Gamma_j}{E - E_{rj} + \frac{i\Gamma_j}{2}} \right] dE = l^{2i\delta_0} \left[ 1 - \sum_j \frac{\pi\Gamma_j}{\Delta E} \right]. \quad (3.21)$$

(3.21) получено с учетом того, что в пределах каждого  $j$  резонанса фаза рассеяния изменяется на  $\pi$ , и интервал усреднения невелик ( $E - \frac{\Delta E}{2} \approx E + \frac{\Delta E}{2}$ ).

Сечение поглощения нейтронной волны представим в виде суммы двух компонентов: резонансное рассеяние и захват нейтрона, приводящие к образованию новых частицы и ядра. Это се-

чение называют сечением образования составного ядра. Сечение образования составного ядра определяем

$$\sigma_c = \sigma_{sr} + \sigma_a = \frac{\pi}{k^2} \cdot \frac{\Gamma_H \cdot \Gamma}{(E - E_r)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}, \quad (3.22)$$

где  $\sigma_c$  - сечение образования составного ядра;

$$\sigma_{sr} = \sigma_c - \sigma_a = \sigma_c \cdot \frac{\Gamma_H}{\Gamma},$$

$\sigma_{sr}$  - сечение резонансного рассеяния.

Среднее значение сечения образования составного ядра в интервале энергии  $\Delta E$  равно

$$\langle \sigma_c \rangle = \frac{1}{\Delta E} \cdot \sum_j \frac{\pi}{k^2} \cdot \int_{E - \frac{\Delta E}{2}}^{E + \frac{\Delta E}{2}} \frac{\Gamma_{Hj} \Gamma_j}{(E - E_{rj})^2 + \left(\frac{\Gamma_j}{2}\right)^2} dE = \frac{\pi}{k^2} \cdot \frac{2\pi}{\Delta E} \cdot \sum_j \Gamma_{Hj}. \quad (3.23)$$

Введем обозначение

$$S^0 = S^{l=0} = \frac{\langle \Gamma_H^{l=0} \rangle}{\langle D \rangle} = \frac{1}{\Delta E} \cdot \sum_j \Gamma_{Hj}^{l=0}, \quad (3.24)$$

где  $S^0$  - силовая функция - определяется как отношение средних значений нейтронной ширины и расстояния между уровнями;  $\langle \Gamma_H^{l=0} \rangle$  - среднее значение нейтронной ширины;  $\langle D \rangle$  - среднее расстояние между резонансами.

Соотношения (3.21), (3.23) и (3.19) выразим через силовую функцию (3.24), в результате получим

$$\langle S_0 \rangle = \exp^{2i\delta_0} [1 - S^0 \pi] = e^{2i\delta_0} \cdot \left[ 1 - \frac{\pi \langle \Gamma_H^0 \rangle}{\langle D \rangle} \right], \quad (3.25)$$

$$\langle \sigma_c \rangle = \frac{2\pi}{k^2} \cdot S^0, \quad (3.26)$$

$$\langle \sigma_a \rangle = \frac{2\pi}{k^2} \cdot S^0 - \sigma_{FL} \quad (3.27)$$

По определению (3.22) -  $\sigma_c = \sigma_a + \sigma_{sr}$ ; подставляя значения  $\langle \sigma_c \rangle$  из (3.26) и  $\langle \sigma_a \rangle$  из (3.27), получаем

$$\sigma_{FL} = \langle \sigma_{sr} \rangle = \frac{2\pi}{k^2} \cdot S^0 \cdot \frac{\Gamma_H}{\Gamma} \quad (3.28)$$

Напишем выражение для средних значений сечений упругого рассеяния и поглощения. Сравним их с сечениями, полученными в оптической модели:

$$\left. \begin{aligned} \langle \sigma_s \rangle &= \frac{\pi}{k^2} |1 - \langle S \rangle|^2 + \langle \sigma_{sr} \rangle, \\ \langle \sigma_a \rangle &= \frac{\pi}{k^2} [1 - |\langle S \rangle|^2] - \langle \sigma_{sr} \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_s &= \frac{\pi}{k^2} |1 - \tilde{S}|^2, \\ \tilde{\sigma}_a &= \frac{\pi}{k^2} [1 - |\tilde{S}|^2]. \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

Предполагая, что  $\langle S \rangle = \tilde{S}$ , получим соотношение между расчетным и экспериментальными значениями сечения:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_t &= \langle \sigma_t \rangle, \\ \tilde{\sigma}_s &= \langle \sigma_s \rangle - \langle \sigma_{sr} \rangle, \\ \tilde{\sigma}_a &= \langle \sigma_a \rangle + \langle \sigma_{sr} \rangle. \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

Сечение образования составного ядра  $\langle \sigma_c \rangle$ , таким образом, отождествлено с сечением поглощения  $\tilde{\sigma}_a$  в оптической модели. Экспериментальное значение сечения упругого рассеяния представляет собой сумму сечений потенциального упругого рассеяния (сечение отражения нейтронов от поверхности потенциала) и сечения резонансного рассеяния. В то же время сечение упругого рассеяния, определяемое по оптической модели, равно сечению отражения нейтронной волны от поверхности потенциала. Сечение поглощения в оптической модели равно сумме сечений поглощения нейтронной волны и сечения резонансного упругого рассеяния. Поэтому невозможно прямое сравнение экспериментального значения с соответствующим расчетным значением сечения.

В зависимости полных сечений, от энергии наблюдаются так называемые гигантские резонансы с характерными ширинами порядка 1–2 МэВ. Модель составного ядра, основанная на предположении сильного взаимодействия, не может объяснить появления гигантских резонансов. В действительности из-за влияния принципа Паули взаимодействие внешнего нейтрона значительно ослаблено, и нейтронная волна может распространяться через область потенциала без поглощения.

Из рассмотрения экспериментальных данных о зависимости полных сечений от энергии и массового числа (см. рис.2.8) видно, что при энергиях, не превышающих нескольких мегаэлектронвольт, сечение меняется медленно и регулярно с изменением  $A$  и  $E$ . Функции  $\sigma_t(E)_A$  не зависят от таких свойств ядра, как оболочечная структура, и определяются в основном только числом нуклонов, входящих в состав ядра, или радиусом ядра. Для объяснений этих особенностей зависимости сечений Фешбах, Портер и Вайскопф предложили оптическую модель ядра. В оптической модели нейтрон может проникать в область потенциала без взаимодействия, т.е. нейтронная волна не поглощается и не отражается от поверхности потенциала. В рассматриваемом случае прошедшая через область потенциала нейтронная волна по отношению к падающей волне будет смещена по фазе. В зависимости от сдвига фаз по отношению к падающей волне амплитуда нейтронной волны может увеличиваться или уменьшаться. Фазовый сдвиг можно получить из решения уравнения Шредингера с использованием оптического потенциала. Оценку фазового сдвига произведем в квазиклассическом приближении. Нейтрону, движущемуся внутри ядра, можно приписать значение внутренней скорости  $v_{\beta H}$  и средней длины свободного пробега  $\lambda_{\beta H}$ . Эти характеристики зависят от комплексного волнового числа

$$H = \left\{ \frac{2m}{\hbar^2} \cdot [E - V(r) - iW(r)] \right\}^{1/2} = \frac{m \cdot v_{\beta H}}{\hbar} + \frac{i}{2\lambda_{\beta H}} \quad (3.32)$$

Рассмотрим случай, когда длина волны нейтрона намного меньше радиуса ядра; амплитуду прошедшей нейтронной волны определим, предполагая, что траектория нейтрона внутри ядра представляет собой прямую линию. Тогда нейтронная волна, пересекающая область потенциала на расстоянии " $\beta$ " от центра ядра, выходит из него с относительной амплитудой (по отношению к падающей волне с волновым числом  $H$ ), равной

$$\exp[2i(H - k) \cdot (R^2 - \beta^2)^{1/2}]. \quad (3.33)$$

Амплитуда прошедшей нейтронной волны  $f(\theta)_{\theta=0}$  через область потенциала в направлении распространения падающей волны определяется при интегрировании по всем возможным параметрам соударения:

$$f(\theta)_{\theta=0} = \frac{ik}{2\pi} \int_0^R [1 - \exp 2i(H - k)(R^2 - \beta^2)^{1/2}] \cdot 2\pi \beta d\beta =$$

$$= \frac{i\hbar \cdot R}{2} \cdot \left\{ 1 + \frac{2}{x^2} [1 - e^{ix} \cdot (1 - ix)] \right\}, \quad (3.34)$$

$$x = 2(H - \hbar) \cdot R.$$

Вне области ядра между волнами, прошедшими через область ядра и вне его, происходит интерференция. Когда фазовый сдвиг (3.33) прошедшей волны относительно падающей волны равен  $180^\circ$ , то амплитуда достигает максимума, а когда фаза рассеянной и падающей волны совпадает, она минимальна. Поскольку параметр  $x$ , которым определяется фазовый сдвиг в формуле (3.34), является убывающей функцией энергии и возрастающей функцией радиуса  $R$ , то с ростом  $R$  соответствующие максимумы и минимумы сдвигаются в сторону более высоких значений энергий.

Итак, феноменологический оптический потенциал с соответствующим образом выбранными значениями параметров хорошо описывает экспериментальные данные по упругому рассеянию и по зависимости полного сечения от энергии нейтрона и массового числа.

---

## ГЛАВА 4

### ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

В данной главе рассматриваются модели процесса поглощения нейтрона ядром, сечение ядерной реакции, угловое и энергетическое распределения продуктов ядерной реакции.

#### 4.1. Определение

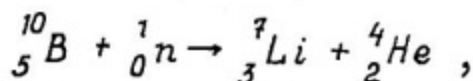
Ядерной реакцией будем называть такой процесс, в результате которого первоначальная пара частиц, назовем их "а" и "в", превращается в частицы "с" и "d". Ядерная реакция не начинается до тех пор, пока нейтрон и ядро не будут находиться не в пределах радиуса действия ядерных сил. Ядерное взаимодействие прекращается, если продукты реакции удалены друг от друга на расстояние, превышающее радиус действия ядерных сил.

Ядерную реакцию условно запишем

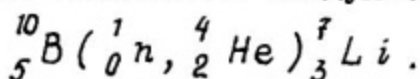


В (4.1) ядро представлено нейтральным атомом, в то время как образующееся ядро в ядерной реакции является ионизированным атомом.

Обычно ядерную реакцию записывают следующим образом:  ${}^A_Z B ({}^1_0 n, \beta) {}^{A'}_{Z'} B$ . В этом случае сначала пишется ядро-мишень, затем в скобках взаимодействующая частица и отделенная запятой частица, получающаяся в результате реакции, и после скобки пишется ядро-продукт реакции. Например, бор-10 взаимодействует с нейтроном, в результате происходит ядерная реакция



которую можно записать в следующем виде



Известны два вида ядерных превращений: ядерные реакции, происходящие при наличии внешних причин, и ядерные превращения, возникающие самопроизвольно, получившие название радио-

активного распада. Вероятность самопроизвольного распада ядра с образованием частицы и нового ядра определяется только его внутренними свойствами. Вероятность ядерной реакции при взаимодействии нейтрона с ядром определяется не только ядерными свойствами, но и их относительной скоростью. Оба вида ядерных превращений имеют большое значение в нейтронной физике. Например, около 15% энергии, выделяемой в ядерном реакторе, получается за счет радиоактивного распада ядер, образовавшихся в результате ядерных реакций, вызываемых нейтронами.

#### 4.2. Законы сохранения в ядерных реакциях

Нейтрон и ядро можно рассматривать как изолированную квантомеханическую систему, поскольку размеры такой системы намного меньше, чем расстояния между атомами в среде. Некоторые физические свойства системы ядро-нейтрон остаются неизменными в процессе ядерной реакции.

Ниже рассматриваются взаимодействия ядра с нейтронами, энергия которых намного меньше энергии покоя свободного нуклона. Поэтому будут изучаться относительно медленные процессы. Для описания медленных взаимодействий достаточно, чтобы процесс ядерных превращений удовлетворял четырем фундаментальным законам.

1. Сохранение числа нуклонов. Число нуклонов перед и после ядерной реакции остается неизменным.

2. Сохранение заряда взаимодействующих частиц. Сумма зарядов всех частиц перед и после ядерной реакции не изменяется.

3. Сохранение линейных и угловых моментов. Полный момент взаимодействующих частиц перед и после ядерной реакции сохраняется.

4. Сохранение энергии. Энергия системы взаимодействующих частиц и энергия системы частиц, образовавшихся в ядерной реакции, остается неизменной.

Законы сохранения момента количества движения и четности приводят к соответствующим правилам отбора в ядерных реакциях, которые будут рассмотрены в дальнейшем на ряде конкретных примеров.

Закон сохранения энергии позволяет определить возможность протекания ядерной реакции. Рассмотрим ядерную реакцию  ${}_{5}^{10}\text{B}(n, \text{He}){}_{3}^{7}\text{Li}$ . Полная энергия перед реакцией есть сумма

кинетических энергий ядра  ${}^1_0\text{B}$  и нейтрона  ${}^1_0\text{n}$  и их энергий покоя. Аналогично для частиц, образовавшихся после ядерной реакции. Согласно закону сохранения энергии в ядерной реакции имеем

$$E_B + E_H + M_B c^2 + m_H c^2 = E_{Li} + E_{He} + M_{Li} c^2 + m_{He} c^2. \quad (4.2)$$

Уравнение (4.2) можно представить в другом виде:

$$(E_B + E_H) - (E_{Li} + E_{He}) = c^2(M_{Li} + m_{He}) - c^2(M_B + m_H). \quad (4.3)$$

Ядро  $A$  и частица  $a$ , в нашем случае нейтрон, называются входным каналом реакции. Каждую из возможных пар, состоящую из конечного ядра  $B$  и испускаемой частицы  $b$ , в определенных квантовых состояниях будем называть выходным каналом реакции. Под массой канала понимают приведенную массу ядра и частицы:

$$\mu = \frac{mM}{m+M}. \quad (4.4)$$

Длиной волны канала называется выражение

$$\lambda = \hbar (2\mu E_k)^{-1/2} = k^{-1}, \quad (4.5)$$

где  $k$  — волновой вектор канала.

Поскольку ядро  $A$  в лабораторной системе координат неподвижно, и движется только нейтрон с энергией  $E_H$ , то кинетическая энергия нейтрона есть энергия входного канала  $E_R = E_H$ . Энергией выходного канала будет величина  $E_H + Q$ .

Разность энергий покоя частиц входного и выходного каналов называют энергией ядерной реакции и обозначают символом  $Q$ :

$$Q = c^2(M_A + m_H) - c^2(M_B + m_b). \quad (4.6)$$

Рассмотрим возможные случаи:  $Q > 0$  — ядерная реакция сопровождается выделением энергии; такую реакцию называют экзотермической. Второй случай —  $Q < 0$  — ядерная реакция происходит с поглощением энергии и называется эндотермической. Другими словами, в экзотермической ядерной реакции масса превращается в кинетическую энергию, в то время как в эндотермической реакции кинетическая энергия конвертируется в массу.

В лабораторной системе координат минимальная кинетическая энергия во входном канале, необходимая для осуществления эндонергетической реакции, называется пороговой энергией реакции и равна

$$E_{\text{пор}} = \frac{M_A + m_n}{M_A} \cdot Q. \quad (4.7)$$

Все возможные состояния ядра с энергией, отличной от основного, называются возбужденными состояниями. Каждое такое состояние характеризуется полным моментом количества движения  $I$ , четностью  $\pi$ , изотопическим спином  $I_3$ , временем жизни  $\tau$  (или неопределенностью в значении энергии возбуждения), магнитным и квадрупольным моментами ядра. Под энергией возбуждения понимается величина, равная разности между энергиями состояний - возбужденного и основного. Спин канала  $S$  называется векторная сумма спина основного состояния ядра и собственного спина нейтрона, т.е.  $\vec{S} = \vec{J} + \vec{s}$ .

Полный момент количества движения системы нейтрон-ядро является суммой трех моментов: момента количества движения  $\vec{L}$ , спина нейтрона  $\vec{s}$  и спина основного состояния ядра  $\vec{J}$  (все моменты выражены в единицах  $\hbar$ ). Вследствие того, что спин нейтрона в неполяризованном пучке имеет две ориентации спина, спин канала имеет два значения:  $\vec{S}_+ = \vec{J} + \vec{s}_+$  и  $\vec{S}_- = \vec{J} + \vec{s}_-$ . Каждому значению  $S$  спина канала соответствует  $2S + 1$  элементарных подсостояний. Полный момент количества движения системы нейтрон-ядро может принимать значения  $I \equiv L + S_{\pm}, L + S_{\pm} - 1, \dots, |L - S_{\pm}|$ . В случае неполяризованного пучка все подобные состояния имеют одинаковую вероятность. Вклады этих квантовых состояний некогерентны, так как фазовые соотношения между ними являются случайными. Таким образом, в случае неполяризованного пучка относительная вероятность данной величины спина системы, получающейся в результате комбинации спинов ядра мишени и нейтрона, равна

$$g_I = \frac{2I + 1}{(2S + 1)(2J + 1)(2L + 1)}, \quad (4.8)$$

$g_I$  - представляет собой статистический вес спина  $I$  системы нейтрон-ядро.

Помимо полного момента количества движения  $I$  существует еще одно квантовое число-четность, которое должно сохраняться в процессе ядерной реакции. Любое квантовое состояние должно характеризоваться определенной четностью. Если

волновая функция, описывающая нейтрон и ядро мишени, была положительной  $\pi_+$  до столкновения, то она должна иметь ту же четность и после столкновения. Четность волновой функции, описывающей относительное движение нейтрона и ядра, зависит от момента количества движения  $l$ ; волновая функция является  $\pi_+$  для четных  $l$  и  $\pi_-$  для нечетных  $l$ . Вследствие этого ограничиваются возможные значения  $l$ .

#### 4.3. Теорема взаимности и принцип детального равновесия

В уравнениях физики направление времени может быть изменено, а свойства вещества при этом не изменяются, т.е. законы физики инвариантны относительно обращения времени.

При обращении времени радиусы векторов не изменяются, в то же время все скорости, моменты количества движения и спины изменяют знак. При обращении времени надо переставлять состояния "до" и "после" взаимодействия. Состояния, получающиеся из состояния "а" обращением времени, будем обозначать "-а". Операция обращения времени не только переворачивает импульс и спин частиц, но изменяет направление протекания самого процесса. В результате инвариантности устанавливают соотношение между прямой и обратной реакциями.

В квантовой механике показывается, что матричные элементы прямого и обращенного во времени переходов равны:

$$T_{\beta, a} = T_{-a, -\beta} \quad \text{или} \quad S_{\beta, a} = S_{-a, -\beta} \quad (4.9)$$

Вероятность перехода из  $a \rightarrow \beta$  в единицу времени определяется через матрицу перехода  $T_{\beta, a}$  и плотность конечных состояний  $\rho_{\beta}(E)$  (на единичный интервал энергии):

$$W_{\beta, a} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{\beta, a}|^2 \rho_{\beta}(E) \quad (4.10)$$

Теорема взаимности определяет связь прямого и обращенного во времени переходов исходя из (4.9):

$$\frac{W_{\beta, a}}{\rho_{\beta}(E)} = \frac{W_{-a, -\beta}}{\rho_{-a}(E)} \quad (4.11)$$

Из (4.11) следует, что вероятности прямого и обращенного переходов равны друг другу, если равны плотности конечных состояний (статистические веса).

Теория ядерных реакций вычисляет вероятность перехода из начального состояния, соответствующего моменту  $t = -\infty$ , когда обе частицы  $n$  и  $A$  находились на таком расстоянии

друг от друга, что их относительное движение можно считать свободным, в одно из конечных состояний ( $t = \infty$ ), соответствующих достаточному удалению продуктов ядерной реакции друг от друга. Следовательно, как в начальном, так и в конечном состояниях система состоит из двух не связанных между собой частей. Поэтому волновые функции начального и конечного состояний в системе центра инерции могут быть представлены в виде произведения трех функций: двух функций, характеризующих состояние внутреннего движения каждой частицы, и функции, определяющей относительное движение и ориентации спинов обеих частиц. Функция начального состояния будет  $\psi_H = \psi_{HA}(\dots q \dots) \times \varphi_{HA}(x)$ , где  $\psi_{HA}(\dots q \dots) = \psi_A(\dots q_A \dots) \cdot \psi_B$  и  $\psi_H(\dots q_H \dots) = 1$ . Функция конечного состояния будет иметь вид

$$\psi_B = \psi_{BB}(\dots q \dots) \cdot \varphi_{BB}(x).$$

В начальном и конечном состояниях система состоит из двух не связанных между собой частей, поэтому оба эти состояния принадлежат непрерывному спектру. В ядерной реакции происходит переход из определенного начального состояния в одно из состояний непрерывного спектра. Вероятность такого перехода в единицу времени определяется величиной

$$W_{B,H} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{B,H}|^2 \cdot \delta(E_B - E_H). \quad (4.12)$$

Наличие дельта-функции в  $W_{B,H}$  обеспечивает закон сохранения энергии при переходе  $H \rightarrow B$ . Если ввести число квантовых состояний  $\rho(E_B) dE_B \cdot d\Omega$ , приходящихся на интервал энергии  $dE_B$  и угла рассеяния  $d\Omega$ , то интегрируя (4.12) по энергии конечных состояний, получим соотношение для вероятности перехода в единицу времени в конечное состояние с энергией  $E_B$  и направлением движения в телесном угле  $d\Omega$ :

$$W_{B,H} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{B,H}|^2 \cdot \rho(E_B) \cdot d\Omega. \quad (4.13)$$

Плотность конечных состояний  $\rho(E_B)$  равна

$$\rho(E_B) = \frac{V \cdot P_B^2}{(2\pi\hbar)^3 v_B}, \quad (4.14)$$

где  $P_B$  — импульс относительного движения продуктов ядерной реакции;  $v_B$  — их относительная скорость;  $V$  — объем системы. Дифференциальным сечением ядерной реакции называется отношение вероятности (4.13) к плотности потока падающих ней-

тронов. Плотность потока нейтронов равна произведению абсолютной величины скорости нейтрона до взаимодействия на плотность нейтронов, равную  $V^{-1}$ , если в объеме  $V$  имеется один нейтрон:

$$d\sigma_{\beta, n} = \frac{V^2 p_{\beta}^2}{(2\pi)^2 \hbar^4 v_{\beta} v_n} \cdot |T_{\beta, n}|^2 d\Omega. \quad (4.15)$$

Кроме дифференциального сечения (4.15), интерес представляет интегральное сечение  $\bar{\sigma}_{\beta, n}$ , т.е. сечение, получаемое при интегрировании по угловому распределению продуктов реакции и при суммировании по всем значениям проекций моментов количества движения частиц после взаимодействия поляризованных частиц:

$$\bar{\sigma}_{\beta, n} = \sum_{m_{\beta}} \sum_{m_B} \int d\sigma_{\beta, n}. \quad (4.16)$$

В случае неполяризованного пучка нейтронов и произвольной ориентации спина ядра  $A$  интегральное сечение получим при усреднении по всем значениям моментов частиц в исходном состоянии:

$$d\bar{\sigma}_{\beta, n} = [(2J_n + 1)(2I_A + 1)]^{-1} \sum_{m_n} \sum_{m_A} d\sigma_{\beta, n(m_n, m_A)}. \quad (4.17)$$

Тогда среднее интегральное сечение реакции

$$\bar{\sigma}_{\beta} = [(2I_n + 1)(2I_A + 1)]^{-1} \sum_{m_n} \sum_{m_A} \sum_{m_B} \int d\sigma_{\beta, n}. \quad (4.18)$$

Рассмотрим принцип детального равновесия, который используется для установления связи между сечениями прямого и обратного процессов. Волновые уравнения не изменяются при инверсии пространственных координат  $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$ . При одновременном проведении операции инверсии и обращения времени скорости частиц не изменяются, компоненты момента количества движения изменяют знак, поэтому, если состояния характеризуются только скоростями и не зависят от спинов, то будет выполняться равенство

$$T_{\beta, n} = T_{n, \beta} \quad \text{или} \quad S_{\beta, n} = S_{n, \beta}. \quad (4.19)$$

В этом случае имеет место детальное равновесие, при котором равны вероятности прямого и обратного переходов, рассчитанные на одно конечное состояние

$$\frac{W_{\beta, \text{H}}}{\rho_{\beta}} = \frac{W_{\text{H}, \beta}}{\rho_{\text{H}}} . \quad (4.20)$$

Детальное равновесие в первом борновском приближении выполняется для всех систем. Матрица перехода  $T_{\beta, \text{H}} = [\psi_{\beta}, V \psi_{\text{H}}]$  в первом борновском приближении удовлетворяет равенству

$$T_{\beta, \text{H}}^{(\beta)} \equiv [\psi_{\beta}, V \psi_{\text{H}}] = [\psi_{\text{H}}, V \psi_{\beta}]^* \equiv T_{\text{H}, \beta}^{*(\beta)} .$$

Следовательно, для всех систем в первом борновском приближении

$$\frac{W_{\beta, \text{H}}^{(\beta)}}{\rho_{\beta}} = \frac{W_{\text{H}, \beta}^{(\beta)}}{\rho_{\text{H}}} .$$

Используя соотношение, получаем связь между сечением прямой реакции  $\text{H} \rightarrow \beta$  и реакции, соответствующей обращенному во времени переходу  $-\beta \rightarrow -\text{H}$ :

$$\sigma_{\beta, \text{H}} = \frac{\pi}{k^2} \cdot \sum_l [(2l+1) \cdot |T_{\beta, \text{H}}^l|^2] \quad \text{и} \quad (4.20a)$$

$$\frac{\sigma_{\beta, \text{H}}}{\lambda_{\text{H}}^2} = \frac{\sigma_{\text{H}, \beta}}{\lambda_{\beta}^2} . \quad (4.21)$$

Если свойства системы зависят от ориентации спинов, то детальное равновесие в прямом смысле не имеет места, так как операция обращения времени и инверсии пространственных координат приводят к состояниям, отличающимся от обратных значениями проекций спинов. Поэтому  $\frac{1}{\rho_{\beta}} W_{\beta, \text{H}} = \frac{1}{\rho_{\text{H}}} \cdot W_{-\text{H}, -\beta}$ , но не равно  $\frac{1}{\rho_{\text{H}}} \cdot W_{\text{H}, \beta}$ .

Детальное равновесие будет выполняться только для вероятностей, усредненных по проекции спинов начального и конечного состояний:

$$\frac{1}{\rho_{\beta}} \cdot \sum_{I_{\beta}} W_{\beta, \text{H}} = \frac{1}{\rho_{\text{H}}} \cdot \sum_{I_{\text{H}}} W_{\text{H}, \beta} , \quad (4.22)$$

тогда для сечений прямой и обратной реакций запишем

$$\frac{\langle \sigma_{\text{H} \rightarrow \beta} \rangle}{\langle \sigma_{\beta \rightarrow \text{H}} \rangle} = \frac{k_{\beta}^2}{k_{\text{H}}^2} \cdot \frac{(2I_{\beta} + 1)(2s_{\beta} + 1)}{(2I + 1)(2s_{\text{H}} + 1)} , \quad (4.23)$$

где  $\langle \quad \rangle$  значение сечений, усредненных по спинам.

#### 4.4. Механизм ядерной реакции

Для понимания экспериментальных результатов и возможностей теоретического описания ядерных реакций создаются модели процессов, происходящих в ядерных реакциях. Модели ядерных реакций называют механизмом ядерной реакции. Под механизмом ядерной реакции понимаем описание процесса перехода системы  ${}^A_Z B + {}^1_0 n$  в систему  ${}^{A_1}_{Z_1} B + {}^{A_2}_{Z_2} B$ . По мере накопления информации о ядерных реакциях усложняется представление о механизме ядерной реакции.

Для определения сечения реакции необходимо рассчитать

величину  $e^{2i\delta_l} = S_l$  исходя из предположения о механизме данной реакции. Ясно, что степень согласия экспериментальных и теоретических результатов позволяет судить о понимании механизма ядерной реакции и правильности сделанных предположений.

Существует много различных механизмов ядерных реакций. Рассмотрим лишь два механизма: модель прямого процесса и модель составного ядра.

В области энергий нейтрона меньше и порядка 20 МэВ экспериментальные данные (сечение реакций, угловое и энергетическое распределения продуктов ядерной реакции) могут быть объяснены в рамках модели составного ядра. В то же время имеются экспериментальные результаты, примерно 10 ÷ 20 % от общего количества, которые не могут быть описаны моделью составного ядра. Вопрос, какая произойдет реакция — прямая или сложная, зависит от многих факторов, но общая тенденция — это увеличение вероятности прямых реакций с увеличением энергии взаимодействующего нейтрона.

Указанные два процесса представляют собой крайние случаи, и, конечно, возможны другие процессы, занимающие промежуточное положение. Описание ядерных реакций с помощью различных механизмов, по-видимому, справедливо, пока эти процессы достаточно хорошо разделены во времени, т.е. пока прямые реакции протекают очень быстро, а процессы с образованием составного ядра — очень медленно. Однако при увеличении энергии взаимодействующего нейтрона процесс с образованием составного ядра протекает быстрее. Это вызвано тем, что время жизни составного ядра уменьшается при возрастании энергии, так как при этом увеличиваются как парциальная ширина, так и число каналов. В этом случае нет резкой границы

между прямыми процессами и процессами, идущими через составное ядро, и возможны промежуточные механизмы реакций.

Рассмотрим основные особенности механизмов ядерной реакции.

#### 4.4.1. Прямой процесс

Механизм прямой ядерной реакции предполагает, что взаимодействие происходит с одним (группой) нуклоном или с возбуждением одной из возможных мод коллективного движения нуклонов (объемные и поверхностные колебания). В прямой ядерной реакции предполагается, что внешний нейтрон передает значительную часть своей энергии одному (группе) нуклону, который испускается ядром раньше, чем энергия, приносимая нейтроном, успевает распределиться по другим степеням свободы, связанным с изменением состояния многих нуклонов. Этот процесс, по-видимому, происходит главным образом с наиболее слабо связанными нуклонами в ядре. Прямой процесс происходит в одну стадию, нейтрон взаимодействует с ограниченным числом нуклонов или мод движения. Поэтому одной из характерных особенностей прямых ядерных реакций является длительность процесса, которая сравнима с "ядерным периодом". Под последним понимаем время, в течение которого "связанный" в ядре нуклон пролетит расстояние, равное диаметру ядра. Если принять, что кинетическая энергия связанного нуклона составляет  $\sim 25$  МэВ, то длительность пролета равна  $\frac{1}{3} A^{1/3} \cdot 10^{-22}$  с. В зависимости полного сечения от энергии наблюдается много максимумов, ширины которых меняются от 0,1 до  $10^2$  эВ. Последнее доказывает, что в некоторых случаях система нейтрон-ядро существует в течение длительного времени, равного  $(10^3 \div 10^6)$  ядерных периодов.

Прямая ядерная реакция характеризуется анизотропным угловым распределением продуктов ядерной реакции, максимум в распределении наблюдается в области малых углов по отношению к направлению движения нейтрона. Взаимодействующий нейтрон передает свой импульс в основном одному нуклону. Из этого следует, что продукты ядерной реакции двигаются преимущественно в направлении импульса нейтрона. Положение основного максимума в угловом распределении можно оценить исходя из полуклассических соображений. Величина передаваемого ядру орбитального момента  $L$  должна быть целым числом и удовлетворять правилам отбора, налагаемым законом сохранения мо-

мента и четности. Эти правила таковы: во-первых,  $I_B + I_C \gg L \gg |I_B - I_C|$ , где  $I_B$ ,  $I_C$  - спины, соответственно, ядра-мишени и конечного ядра; во-вторых,  $L$  должно быть четным при одинаковых четностях начального и конечного ядер и нечетным при различных. Тогда можно записать

$$\hbar \cdot L = 2\rho R \sin \frac{\theta}{2}, \quad (4.24)$$

где  $\rho$  - импульс нейтрона,  $R$  - радиус ядра,  $\theta$  - угол рассеяния неупругого рассеянного нейтрона.

Взаимодействующий нейтрон может передать всю свою кинетическую энергию нуклону (или группе нуклонов), следовательно, продукты прямой ядерной реакции могут иметь энергию, по своему значению близкую к максимально возможной. Анализ экспериментальных данных показывает, что вероятность прямого процесса увеличивается с увеличением энергии взаимодействующего нейтрона.

Наиболее изучены следующие прямые реакции:  $(n, n')$ ,  $(n, p)$ ,  $(p, n)$ ,  $(p, p)$ . Эти ядерные реакции существенны в области энергий более 10 МэВ.

#### 4.4.2. Модель - составное ядро

Н. Бор в 1936 г. предложил рассматривать ядерную реакцию, состоящей из двух стадий: образования составного ядра  ${}^A_Z B + {}^1_0 n \rightarrow C(E_c)$  и распада составного ядра на продукты ядерной реакции  $C(E_c) \rightarrow {}^A_Z B + \beta$ . Обе стадии рассматриваются как независимые процессы, т.е. способ распада составного ядра зависит только от его энергии возбуждения, момента количества движения и четности, а не от способа его создания. Следовательно, обе стадии реакции можно рассматривать как самостоятельные процессы, следующие один за другим.

Гипотеза Бора базируется на представлении о ядре как системы нуклонов с сильным взаимодействием. Предполагалось, что при попадании внешнего нейтрона в область действия ядерных сил его энергия быстро распределяется между остальными нуклонами ядра. В результате многократного перераспределения энергии пройдет длительное время, прежде чем достаточное количество энергии сконцентрируется на одной частице, и последняя сможет вылетать из составного ядра. Поэтому распад составного ядра на продукты реакции можно рассматривать независимо от способа образования составного ядра.

Процесс поглощения нейтрона ядром приводит к образованию новой системы, называемой составным ядром. Если ядро-мишени есть  ${}^A_Z B$ , то составное ядро будет  ${}^{A+1}_Z B = C$ . Составным ядром условно называют ядро, энергия возбуждения которого превышает энергию связи одного нуклона в этом ядре. Состояние составного ядра является квазистационарным. Состояние составного ядра характеризуется энергией возбуждения  $E_C$ , спином  $\vec{I}_C = \vec{I}_B + \vec{l} + s_n$  и четностью  $\pi_C = \pi_B (-1)^l$ . Энергия возбужденного уровня ядра равна энергии связи "внешнего" нейтрона и его кинетической энергии в системе центра масс. Уровни составного ядра имеют значительную ширину  $\Gamma$ , характеризующую вероятность пребывания системы в данном состоянии  $e^{-\Gamma t}$ . Через время, на много порядков превышающее ядерное время, которое равно времени прохождения нейтрона со скоростью  $\sim 10^9$  см/с через ядро, происходит распад составного ядра. В результате образуются новое ядро и новая частица (нуклон, группа нуклонов,  $\gamma$ -кванты).

При рассмотрении модели "составное ядро" прежде всего возникает вопрос, за счет каких физических причин составное ядро можно рассматривать как квазистационарную систему. Одной из причин являются свойства ядерных сил — короткодействующие силы притяжения. Внутри ядра "внешний" нейтрон испытывает сильное взаимодействие с нуклонами, входящими в состав ядра; происходит интенсивный обмен энергией, приводящий к перераспределению энергии нейтрона между всеми нуклонами. По истечении некоторого времени наступает статистическое равновесие, и различные состояния будут возникать и распадаться с переходом в другие состояния. В результате может возникнуть такое распределение энергии, при котором энергия нуклона будет меньше энергии, необходимой для преодоления ядерного поля. Образуется квазистабильная система с квантовыми уровнями. Возможны такие состояния, при которых энергия возбуждения концентрируется в основном на одном нуклоне или группе нуклонов. В этом случае может произойти распад составного ядра с образованием частицы и нового ядра. В зависимости полного сечения от энергии нейтронов для многих ядер наблюдаются резонансы. Ширины резонансов изменяются от  $10^{-3}$  до  $10^2$  эВ. С увеличением энергии нейтрона ширина резонансов увеличивается, а расстояния между ними уменьшаются. Если предполагать, что резонанс в зависимости полного сечения от энергии соответствует состоянию составного ядра, то тогда

ширина характеризует среднее время жизни ядра в этом состоянии. Тогда приведенным ширинам соответствует значение среднего времени жизни  $\sim 10^{-12}$  с  $\div 10^{-17}$  с, которое намного больше ядерного времени  $\sim 10^{-22}$  с. Уменьшение расстояния между резонансами и значения ширин с энергией можно объяснить тем, что с увеличением энергии возрастает число способов распределения ее между нуклонами, и уменьшается среднее время жизни каждого состояния.

Механизм сложной реакции, предложенный Н. Бором, в течение многих лет рассматривался как основной процесс протекания ядерных реакций. Даже сегодня 80 – 90% всех экспериментальных результатов по взаимодействию нейтрона с ядром в области энергий  $\lesssim 20$  МэВ может быть объяснено на основании теории Н. Бора.

#### 4.5. Сечение ядерной реакции

Сечение ядерной реакции можно представить как произведение вероятности образования составного ядра на вероятность его распада. Сечение ядерной реакции  $\sigma(n, \beta)$ , соответствующее входному каналу  $\alpha$  и выходному каналу  $\beta$ , можно представить в виде

$$\sigma(n, \beta) = \sigma_c(\alpha) \cdot W_c(\beta), \quad (4.25)$$

где  $\sigma_c(\alpha)$  – вероятность образования составного ядра по каналу  $\alpha$ ;  $W_c(\beta)$  – вероятность распада составного ядра по каналу  $\beta$ .

Соотношение (4.25) неприменимо для описания потенциального упругого рассеяния, которое не проходит через стадию образования составного ядра. Такое рассеяние когерентно с падающей волной и не может рассматриваться как независимый от падающей волны процесс.

Обычно при описании сечения ядерной реакции пользуются понятием коэффициента проникаемости  $T_l$ , который определяет долю нейтронов, движущихся в направлении  $\vec{r}$  из бесконечности и попадающих в область  $r < R$ . Взаимодействие нейтрона с ядром – это движение нейтрона в поле потенциала, характеризующегося ядерными, центробежными и кулоновскими силами. Наличие этих сил препятствует проникновению частицы в ядро или вылету из ядра (рис. 4.1). Проницаемость потенциального барьера зависит от относительной энергии нейтрона и

ядра, от момента количества движения и четности. Составляющие проницаемости, связанные с центробежными и кулоновскими силами, могут быть точно определены. Основная трудность заключается в определении составляющей проницаемости, связанной с ядерными силами.

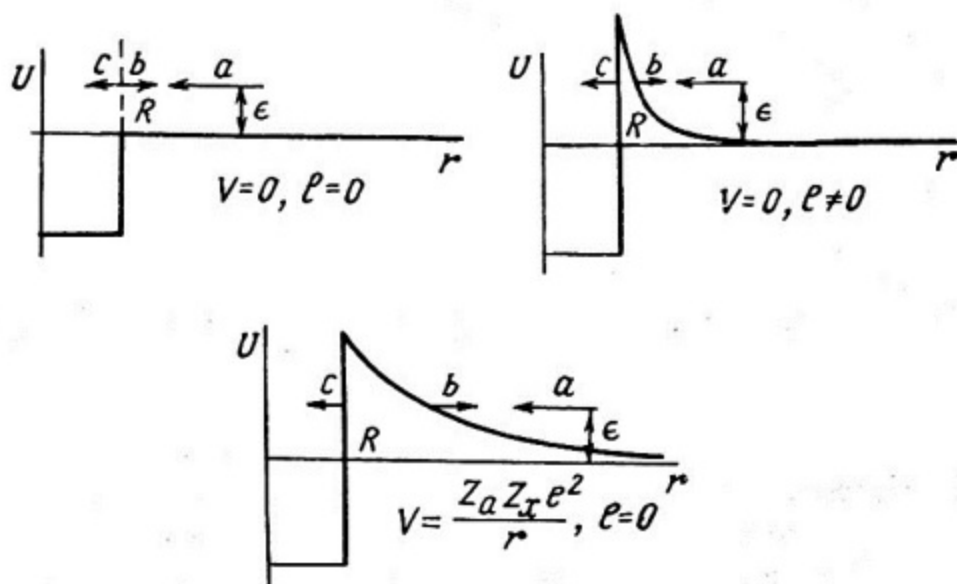


Рис. 4.1. Потенциальные барьеры:

$a$  – амплитуда падающей волны;  $b$  – амплитуда отраженной волны;  $c$  – амплитуда волны, проникающей сквозь барьер  
 [Блатт Д., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика./Пер. с англ. –М.: Изд-во иностр.лит., 1954]

Описание сечения ядерной реакции будем вести последовательно; первоначально определим сечение образования составного ядра.

#### 4.5.1. Сечение образования составного ядра

Сечение образования составного ядра по каналу  $\alpha$  запишем в следующем виде

$$\sigma_C(\alpha) = \frac{\pi}{k^2} \sum_l \sigma_{C_l}(\alpha), \quad (4.26)$$

где 
$$\sigma_{C_l}(\alpha) = (2l+1) \cdot T_l(\alpha) \frac{\pi}{k^2}, \quad (4.27)$$

$T_l(\alpha)$  – проницаемость потенциального барьера по каналу  $\alpha$  (рис. 4.2).

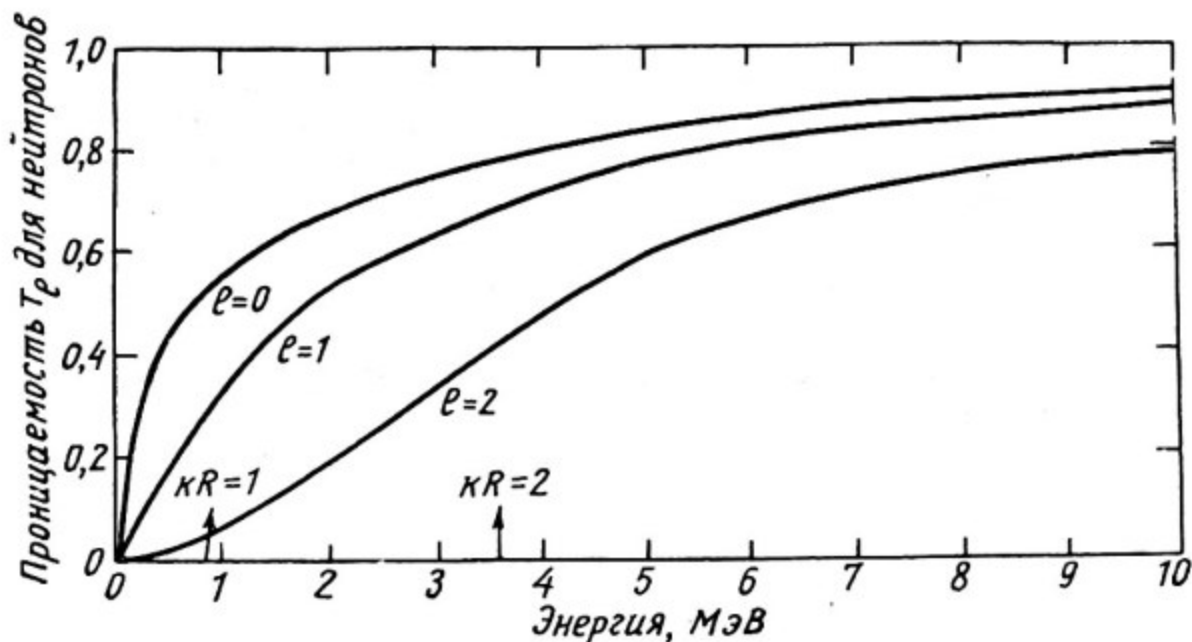


Рис. 4.2. Проницаемость  $T_l$  для нейтронов с различными значениями  $l$ ; радиус ядра  $R = 5$  фм  
 [Блатт Д., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика./Пер.с англ.  
 - М.: Изд-во иностр.лит., 1954]

Для определения  $T_l(\alpha)$  будем рассматривать сечение образования  $\sigma_c$  в соответствии с числом возбужденных состояний составного ядра. Энергетическая область, в которой составное ядро образуется в одном определенном состоянии при данном значении энергии нейтрона в системе центра масс, называется резонансной. К нерезонансной области относится область энергий, в которой составное ядро образуется во многих состояниях, расположенных в области энергии, соответствующей неопределенности в значении энергии нейтрона.

### Резонансная область

Сечение образования составного ядра описывается формулой Брейта - Вигнера, полученной во 2 главе. Рассматривалась вероятность поглощения нейтронной волны ядром. Последнее является сечением образования составного ядра по каналу  $\alpha$ . Поэтому воспользуемся ранее полученными результатами и определим  $\sigma_{c_l}(\alpha)$  и  $T_l(\alpha)$ :

$$\sigma_{c_l}(\alpha) = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) (1 - |S_l|^2) = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) \cdot T_l(\alpha); \quad (4.28)$$

отсюда следует, что

$$T_l(\alpha) = 1 - |S_l|^2, \quad (4.29)$$

где

$$1 - |S_l|^2 = \frac{\Gamma_n^l \cdot \Gamma^l}{(E - E_r)^2 + \left(\frac{\Gamma^l}{2}\right)^2}. \quad (4.30)$$

Поскольку ядро  ${}^A_Z B$  в основном состоянии имеет спин 1 и нейтрон спин  $\frac{1}{2}$  (в единицах  $\hbar$ ), то сечение образования составного ядра при взаимодействии пучка неполяризованных нейтронов с ядрами мишени равно

$$\sigma_{c_l}(\alpha) = (2l+1) \cdot \frac{\pi}{k^2} \cdot g_l \cdot \frac{\Gamma_n^l \cdot \Gamma^l}{(E - E_r)^2 + \left(\frac{\Gamma^l}{2}\right)^2}, \quad (4.31)$$

где  $g_l$  — статистический вес:

$$g_{l=0} = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{1}{2I+1}\right). \quad (4.32)$$

### Нерезонансная область

Рассмотрим случай, когда неопределенность в значении кинетической энергии внешнего нейтрона  $\Delta E$  больше ширины уровня составного ядра, которое, в свою очередь, больше среднего расстояния между уровнями, т.е.  $\Delta E > \Gamma > D$ . В этом случае составное ядро может образовываться в состояниях с большим числом уровней. Сечение образования составного ядра определяется вкладом большого числа резонансных состояний. Рассмотрим сечение образования составного ядра, при этом спины взаимодействующих частиц пока не будем принимать во внимание. Предполагаем, что для каждого уровня сечение описывается одноуровневой формулой Брейта — Вигнера, а эффекты интерференции между уровнями не учитываются, тогда среднее сечение образования составного ядра для интервала  $\Delta E$  запишем в следующем виде

$$\langle \sigma_c(\alpha) \rangle_{\Delta E} = \frac{\pi}{k^2} \cdot \frac{1}{\Delta E} \cdot \sum_{j=1}^n \int_{E_{rj} - \frac{\Gamma_j}{2}}^{E_{rj} + \frac{\Gamma_j}{2}} \frac{\Gamma_n \Gamma_j}{(E - E_{rj})^2 + \left(\frac{\Gamma_j}{2}\right)^2} dE, \quad (4.33)$$

$$\langle \sigma_c(\alpha) \rangle = \frac{\pi}{k^2} \cdot \frac{2\pi}{D} \cdot \langle \Gamma_H \rangle. \quad (4.34)$$

В интервале  $\Delta E$  расположено  $n$  резонансов, среднее расстояние между ними  $D = \frac{\Delta E}{n}$ . Среднее значение сечения образования составного ядра получили при усреднении по интервалу  $\Delta E$  сечения каждого резонанса по всем возбуждаемым пучком нейтронов резонансам. Следовательно, в области неразрешенных резонансов проницаемость потенциального барьера равна

$$T(\alpha) = \frac{2\pi}{D} \cdot \langle \Gamma_H \rangle. \quad (4.35)$$

Если не использовать описание Брейта - Вигнера, а выразить сечение через параметр  $S_l$ , то сечение образования составного ядра и проницаемость можно записать в следующем виде

$$\langle \sigma_c(\alpha) \rangle_{\Delta E} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) (1 - | \langle S_l \rangle |^2) = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) T_l(\alpha), \quad (4.36)$$

$$T_l(\alpha) = 1 - | \langle S_l \rangle |^2. \quad (4.37)$$

Величину  $\langle S_l \rangle$  определяли при описании ядерного потенциала с помощью оптического потенциала (см. главу 3).

#### 4.5.2. Вероятность распада составного ядра

Введем ряд величин, описывающих распад составного ядра. Среднее время жизни  $\tau(E_c^*)$  ядра до распада определим следующим образом:

$$\tau(E_c^*) = \frac{\hbar}{\Gamma(E_c^*)}, \quad (4.38)$$

где  $\Gamma(E_c^*)$  - полная ширина уровня составного ядра с энергией возбуждения  $E_c^*$ :

$$E_c^* = \epsilon_H + \frac{A}{A+1} \cdot E_H,$$

$E_H$  - энергия нейтрона в лабораторной системе координат.

Составное ядро может распадаться по многим каналам  $j$  (рис. 4.3). Поэтому полную вероятность можно представить как сумму парциальных вероятностей  $\Gamma_j(E_c^*)$  распада составного ядра:  $\Gamma(E_c^*) = \sum_j \Gamma_j(E_c^*)$ .

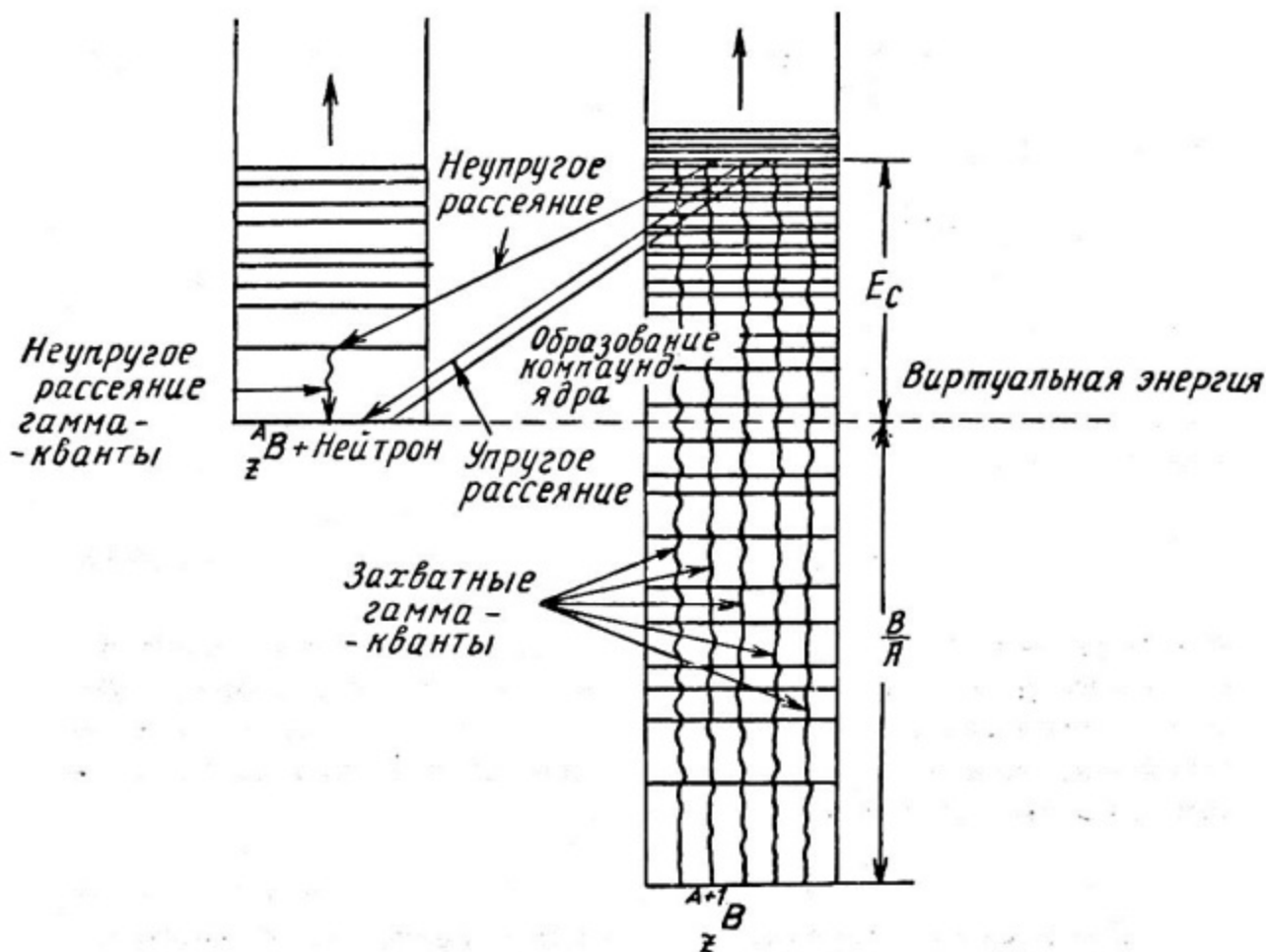


Рис. 4.3. Схема распада составного ядра

Относительная вероятность распада составного ядра по каналу  $\beta$  определим следующим образом:

$$G_c(\beta) = \frac{\Gamma_\beta(\beta)}{\Gamma(E_c^*)} \quad (4.40)$$

Вероятность распада зависит от энергии канала и определяется возможными состояниями конечного ядра. Для определения относительной вероятности  $G_c(\beta)$  воспользуемся теоремой взаимности, которая определяет соотношение между сечениями прямой и обратной реакций. Сечение обратной реакции запишем в виде

$$\sigma(\beta \rightarrow \alpha) = \sigma_c(\beta) \cdot \frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma(E_c^*)} \quad (4.41)$$

Тогда на основании (4.21) и (4.41) имеем

$$\frac{\sigma(\alpha \rightarrow \beta)}{\lambda_\alpha^2} = \frac{\sigma(\beta \rightarrow \alpha)}{\lambda_\beta^2} \quad (4.42)$$

Поскольку  $\sigma(\alpha \rightarrow \beta) = \sigma_c(\alpha) \cdot G_c(\beta)$ , то получаем

$$\frac{\sigma_c(\alpha)}{\Gamma_\alpha \cdot \lambda_\alpha^2} = \frac{\sigma_c(\beta)}{\Gamma_\beta \cdot \lambda_\beta^2} = U(E_c) \quad (4.43)$$

Функция  $U(E_c)$  определяется только энергией возбуждения составного ядра и не зависит от канала образования. Тогда относительную вероятность распада составного ядра по каналу  $\beta$  можно записать в следующем виде

$$G_c(\beta) = \frac{k_\beta^2 \cdot \sigma_c(\beta)}{\sum_j k_j^2 \cdot \sigma_{c_j}} \quad (4.44)$$

где  $\sigma_c(\beta)$  — сечение образования составного ядра по каналу  $\beta$  при взаимодействии частицы  $\beta$  с энергией  $E_\beta$  с ядром-продуктом ядерной реакции, находящимся в состоянии с энергией возбуждения, равной  $E_{\text{мак}} - E_\beta$ . Это сечение зависит только от энергии и квантовых чисел канала  $\beta$  :

$$E_{\text{мак}} = E_c^* - E_\beta.$$

Соотношение, определяющее относительную вероятность распада составного ядра  $G_c(\beta)$ , выразим через проницаемость потенциального барьера; в результате получаем для случая  $l=0$ :

$$G_c(\beta) = \frac{T(\beta)}{\sum_j T(j)} \quad (4.45)$$

### 4.5.3. Сечение ядерной реакции

Сечение ядерной реакции определяется произведением вероятности образования составного ядра по каналу  $\alpha$  на вероятность его распада по каналу  $\beta$  :

$$\sigma(n, \beta) = \sigma_c(\alpha) \cdot G_c(\beta) \quad (4.46)$$

Резонансная область  
Орбитальный момент  $l=0$  :

$$\sigma(n, \beta) = \sigma_c(\alpha) \cdot G_c(\beta) = g_J \cdot T(\alpha) \cdot \frac{\pi}{k^2} \cdot \frac{T(\beta)}{\sum_j T(j)} =$$

$$= g_J \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma_n \cdot \Gamma_\beta}{(E - E_r)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \quad (4.47)$$

Нерезонансная область

1. Взаимодействие бесспиновых частиц. Эффект взаимной интерференции не рассматриваем:

$$\sigma(n, \beta) = \frac{\pi}{k^2} \frac{T(\alpha) \cdot T(\beta)}{\sum_j T(j)} = \frac{2\pi^2}{k^2} \frac{\langle \Gamma_n \rangle \langle \Gamma_\beta \rangle}{D \sum_j \langle \Gamma_j \rangle} \quad (4.48)$$

Последнее соотношение называется формулой Хаузера - Фешбаха. Коэффициенты проницаемости  $T(\alpha)$  можно рассчитать, если использовать оптический потенциал.

2. Сечение ядерной реакции, происходящей при взаимодействии нейтрона с ядром, с учетом всех квантовых чисел:

$$\sigma(n, \beta) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{I, l, I', l'} \frac{2I+1}{(2s+1)(2J+1)} \cdot \frac{T^I(\alpha)_{s, l} \cdot T^{I'}(\beta)_{s', l'}}{\sum_{\alpha, s'', l''} T(\alpha)_{s'', l''}}, \quad (4.49)$$

где  $J$  - спин основного состояния ядра-мишени;  $s$  - спин нейтрона;  $l$  - его орбитальный момент;  $j$  - спин входного канала  $\alpha$ ;  $J'$  - орбитальный момент вылетающей частицы;  $j'$  - спин выходного канала ( $j' = J' - l'$ );  $\alpha$  - обозначение входного канала для начальной системы, состоящей из нейтрона и ядра-мишени и включающей в себя энергию нейтрона;  $\beta$  - аналогично для выходного канала, характеризует конечное состояние системы;  $T$  - проницаемость потенциального барьера.

Сумма в (4.49) подчиняется законам сохранения момента количества движения, четности и т.д. Это означает, что в суммах учитываются только те члены, для которых выполняются соотношения:

$$|I - l| \leq j \leq |I + l|, \quad |I - l'| \leq j' \leq |I + l'|, \quad (4.50)$$

$$|J - s| \leq j \leq |J + s|, \quad |J - s'| \leq j' \leq |J + s'|.$$

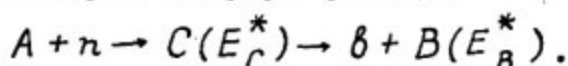
Суммирование по величинам, отмеченным двумя штрихами, учитывает все возможные способы распада составного ядра.

Множители  $\frac{2I+1}{(2S+1)(2J+1)}$  представляют собой сумму по возможным значениям спина составного ядра и усредненным по значениям  $s$  и  $J$  (неполяризованный пучок нейтронов).

Последний множитель представляет собой вероятность распада составного ядра с образованием частицы  $\beta$  с орбитальным моментом  $l'$ , спином  $s'$  по каналу  $\beta$  со спином  $j'$ . Этот множитель можно выразить через отношение парциальной ширины, характеризующей вероятность распада  $\Gamma'$  по каналу  $\beta$ , к сумме всех возможных способов распада  $\sum \Gamma''$  составного ядра, т.е.  $\frac{\Gamma'}{\sum \Gamma''}$ .

#### 4.6. Энергетическое распределение продуктов ядерной реакции

Рассмотрим ядерную реакцию



Определим функцию распределения по энергии частиц  $\beta$ . Частицей  $\beta$  может быть заряженная частица, нейтрон и фотон. Пусть  $E_C^*$  и  $E_B^*$  — энергии возбужденного состояния ядра  $C$  и ядра  $B$ , а  $E_\beta$  — кинетическая энергия частицы  $\beta$ , определяемая из

$$E_\beta = E_{\beta \max} - E_B^* = E_C^* - E_\beta - E_B^*, \quad (4.51)$$

где  $E_{\beta \max}$  — максимальная энергия частицы, отвечающая образованию ядра  $B$  в основном состоянии.

Распределение по энергии частицы " $\beta$ " будем рассматривать для возможных предельных состояний ядра  $B$ , образовавшегося при распаде составного ядра. Ядро " $B$ " может образоваться с малой энергией возбуждения, соответствующей небольшому числу уровней, расстояние между которыми значительно больше, чем ширина уровня. В этом случае распределение частиц " $\beta$ " по энергии представляется в виде отдельных линий, соответствующих определенному состоянию ядра " $B$ ". Относительная интенсивность отдельных линий определяется соотношением (4.47).

При достаточно большой энергии возбуждения составного ядра  $E_C^*$  число допустимых состояний конечного ядра " $B$ " большое. Неопределенность значения энергии возбуждения составного ядра " $C$ " определяется энергетическим разбросом нейтронов в падающем пучке. При предположении, что расстояние между

ближайшими уровнями конечного ядра оказывается меньше энергетического разброса нейтронов в пучке, распределение частиц "  $\beta$  " по энергиям становится непрерывным

$$\Delta E \gg \Delta E_B.$$

Число частиц  $\beta$ , испускаемых с энергией в интервале  $\Delta E$ , определяется числом уровней конечного ядра в этом интервале от  $E_B^*$  до  $E_B^* - \Delta E$  и определяется выражением

$$W(E_\beta) \Delta E = \sum_{E_\beta < E_B < E_\beta + \Delta E} \frac{\hbar^2 \beta_i \sigma_c(E_{\beta i})}{\sum_i \hbar^2 \beta_i \sigma_c(E_{\beta i})}, \quad (4.52)$$

где суммирование проводится по всем возможным состояниям канала  $\beta$  в интервале  $\Delta E$ . Число слагаемых в правой части (4.52) равно числу уровней конечного ядра в интервале  $\Delta E$ . Если ввести понятие плотности уровней  $\rho(E_B^*)$ , то число слагаемых будет равно  $\rho(E_B^*) \Delta E$ . Вынося среднее значение относительной вероятности распада за знак суммы из (4.52) и сохранив только множители, зависящие от энергии частицы "  $\beta$  ", получаем

$$W(E_\beta) \sim E_\beta \sigma_c(E_\beta) \rho(E_B^*), \quad (4.53)$$

где  $E_B^* = E_c^* - \epsilon_\beta - E_\beta$ . Эта формула лежит в основе статистической модели распада ядра, предложенной В. Вайскопфом в 1937 г.

Функция распределения частиц "  $\beta$  " по энергиям представляется в виде произведения двух множителей, по-разному зависящих от энергии.  $E_\beta \sigma_c(E_\beta)$  — возрастающая функция энергии  $E_\beta$ , в то время как  $\rho(E_B^*) = \rho(E_c^* - \epsilon_\beta - E_\beta)$  — убывающая функция  $E_\beta$ , так как плотность уровней  $\rho(E_B^*)$  быстро убывает с уменьшением энергии возбуждения  $E_B^*$ . Поэтому функция распределения частиц "  $\beta$  " по энергиям  $W(E_\beta)$  имеет четко выраженный максимум, соответствующий энергиям  $E_\beta$ , малым по сравнению с  $E_{\beta \max}$ .

Для определения вида функции  $W(E_\beta)$  введем логарифм плотности состояний конечного ядра "  $B$  " :

$$S(E_B^*) = \ln \rho(E_B^*) \quad (4.54)$$

и разложим функцию  $S(E_B^*)$  в ряд по степеням  $E_\beta$  в окрестности максимальной энергии возбуждения конечного ядра  $E_{B \max}^*$  ( $E_B^*$ ):

$$S(E_B^*) = S(E_{B \max}^* - E_\beta) = S(E_{B \max}^*) - \left. \frac{dS(E_B^*)}{dE_B^*} \right|_{E_B^* = E_{B \max}^*} E_\beta + \dots \quad (4.55)$$

Подставляя это разложение в (4.53), для функции распределения частиц "b" по энергии получаем выражение

$$W(E_B) \sim E_B \sigma_c(E_B) \exp\left[-\frac{E_B}{T(E_B^*)}\right], \quad (4.56)$$

где  $\frac{1}{T(E_B^*)} = \frac{dS(E_B^*)}{dE_B^*} \Big|_{E_B^* = E_{B\max}}$ .

Величина  $T$  может быть рассмотрена как ядерная температура, а логарифм плотности состояний  $S(E_B^*)$  — как энтропия конечного ядра с энергией возбуждения  $E_B^*$ . Следовательно, свойства ядер по аналогии со статистическим описанием свойств макроскопических тел характеризуются термодинамическими величинами. Такое представление возможно только в случае большого числа состояний конечной системы в энергетическом интервале усреднения.

Для определения ядерной температуры  $T''$  необходимо знать зависимость плотности уровней от энергии возбуждения, предполагая, что энергия возбуждения должна быть монотонно возрастающей функцией температуры  $T''$ . Положим, что функция  $E_B^*(T)$  допускает разложение в степенной ряд вблизи  $T(E_B^*) \rightarrow 0$ , и запишем

$$E_B^*(T) \approx aT^2, \quad (4.57)$$

где "a" — некоторая постоянная.

Используя определение "T" (4.57), находим

$$S(E_B^*) = \int \frac{dE}{T(E^*)} = 2\sqrt{aE_B^*} + const \quad (4.58)$$

и для плотности уровней получаем следующее выражение

$$\rho(E_B^*) = C \exp(2\sqrt{aE_B^*}). \quad (4.59)$$

Постоянные "a" и "C" определяются из сравнения с экспериментальными данными о зависимости плотности уровней от энергии.

Для случая, когда частица "b" является нейтроном,  $\sigma_c(E)$  очень медленно изменяется в рассматриваемом интервале энергий, поэтому (4.56) принимает вид максвелловского распределения

$$W(E_n) = C \cdot \exp\left[-\frac{E_n}{T(E_B^*)}\right], \quad (4.60)$$

где  $C$  - нормировочная постоянная.

Функция распределения нейтронов, образующихся при распаде составного ядра, подобна распределению молекул, испаряющихся с поверхности капли жидкости. Максимум распределения (4.60) соответствует энергии  $E_\beta = T(E_\beta^*)$ . В случае заряженной частицы наличие кулоновского барьера приведет к тому, что в распределении уменьшится число частиц " $\beta$ " с малой энергией, значения которой меньше высоты кулоновского барьера. Распад составного ядра с образованием заряженной частицы " $\beta$ " будет зависеть от проницаемости потенциального барьера, определяемого следующим соотношением:

$$W(n, \beta) = W(n, \beta)_I \cdot P(E_\beta), \quad (4.61)$$

где  $P$  - проницаемость потенциального барьера, а  $W(n, \beta)_I$  - вероятность образования частицы " $\beta$ " в отсутствие кулоновского барьера. Проницаемость барьера в квазиклассическом приближении для случая  $l = 0$  описывается формулой

$$P = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2\mu[V(r) - E]} \cdot dr\right], \quad (4.62)$$

где

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_\beta} + \frac{1}{M(A, Z)},$$

$$V(r) = \begin{cases} \frac{zZ_1 e^2}{R} & \text{если } r > R, \\ -V_0 & \text{если } r \leq R, \end{cases}$$

$r_1$  и  $r_2$  определяются из условия  $V(r_1) = V(r_2) = E$ . Подставляя в (4.62) значения  $V(r)$  и  $r_1 = R$ , а  $r_2 = \frac{zZ_1 e^2}{R}$  и производя интегрирование, получим

$$P = \exp\left\{-\frac{2zZ_1 e^2}{\hbar \sqrt{2E}} (\pi - 2\varphi - \sin 2\varphi)\right\}, \quad (4.63)$$

где  $\sin \varphi = \left(\frac{ER}{zZ_1 e^2}\right)^{1/2}$  и  $E = E_\beta$ .

#### 4.7. Угловое распределение продуктов ядерной реакции

Законы сохранения четности и момента количества движения определяют угловое распределение продуктов ядерных реакций. Детальное вычисление угловых распределений можно выполнить, если получить функции, соответствующие конкретным значениям спинов, четности и моментов количества движения взаимодействующих частиц. В общем виде функции, описывающие угловое распределение, очень громоздки, поэтому в данном пособии не приводятся, а читателям, которые интересуются этим вопросом, следует обратиться к специальной литературе.

Из общих физических предпосылок можно определить основные особенности углового распределения продуктов ядерной реакции. В плоской волне, которая входит в волновую функцию начального состояния, представлены все орбитальные моменты количества движения  $\hbar \cdot l$ . Предположим, что в реакции участвует только состояние, соответствующее моменту  $\hbar \cdot L$ . Это состояние будет иметь вполне определенную четность, определяемую равенством  $(-1)^{L \cdot \pi_S \cdot \pi_I}$ , где  $\pi_S$  и  $\pi_I$  соответствуют внутренним четностям налетающей частицы и ядра.

Угловое распределение, соответствующее каждому члену с определенным значением  $l$ , в начальной или конечной волновой функции пропорционально  $P_l(\cos\theta)$ . Если орбитальный момент количества движения для волновой функции  $l \leq L$ , то в этом случае угловое распределение продуктов реакции будет определяться четным полиномом от  $\cos\theta$  степени не выше  $2L$  ( $\theta$  — угол вылета частицы относительно направления пучка). Действительно, если основной вклад в реакцию вносят парциальные волны, отвечающие моменту количества движения  $L$  или меньшим значениям, то угловое распределение частиц, образовавшихся в ядерной реакции, не может содержать более высоких гармоник, чем те, которые присутствуют в падающей волне, вносящей вклад в реакцию. Это утверждение справедливо независимо от спина частицы.

Во всех случаях, когда волновая функция, описывающая реакцию, имеет определенную четность, угловое распределение продуктов ядерной реакции, идущей через составное ядро, будет иметь симметрию относительно  $90^\circ$ . Например, предположим, что энергия относительного движения соответствует значению энергии изолированного резонанса составного ядра. В этом случае существенно только одно квантовое состояние составного ядра. Так как состояния ядра можно подразделить на

четные и нечетные, то из сохранения четности следует, что если реакция идет через единственное промежуточное состояние, то амплитуда волновой функции выходного канала будет содержать либо только четные, либо только нечетные степени  $\cos \vartheta$ . Следовательно, дифференциальное сечение ядерной реакции, равное квадрату амплитуды волновой функции выходного канала, должно содержать только четные степени  $\cos \vartheta$ , и угловое распределение должно быть симметричным по отношению к  $90^\circ$  в системе центра масс.

Такая симметрия также имеет место во всех случаях, когда волновая функция, описывающая ядерную реакцию, имеет определенную четность. Например, при малых энергиях относительного движения, когда в реакции участвуют только состояния с  $l = 0$ .

Наконец, если энергия относительного движения соответствует области перекрывающихся резонансов с большой плотностью состояний, то возможно использование статистического приближения, при котором предполагается случайное распределение фазовых соотношений между отдельными состояниями ядра перед его распадом. В этом случае угловое распределение должно быть симметричным по отношению к  $90^\circ$  в системе центра масс или изотропным.

Если энергия относительного движения соответствует области перекрывающихся резонансов с малой плотностью, и при этом проявляются несколько состояний составного ядра, то вследствие интерференции волновых функций состояний с различной четностью в угловом распределении будут четные и нечетные степени  $\cos \vartheta$ . В этом случае симметрия относительно  $90^\circ$  может быть нарушена.

#### 4.8. Ядерные реакции, вызываемые нейтронами

При взаимодействии нейтронов с ядрами могут происходить различные ядерные реакции. Наибольшее распространение получили две ядерные реакции, которые наблюдаются при любом значении энергии взаимодействующего нейтрона с любыми ядрами — это упругое рассеяние и радиационный захват. Под упругим рассеянием понимается такой процесс, при котором изменяется только направление движения нейтрона. Эта ядерная реакция обозначается символом  $(n, n)$ . Под радиационным захватом понимается такой процесс взаимодействия, в результате которого нейтрон поглощается ядром, и образуется новое ядро в возбуж-

денном состоянии, которое переходит в основное состояние с испусканием  $\gamma$ -квантов. Эта ядерная реакция обозначается символом  $(n, \gamma)$ . Другие ядерные реакции, в которых образуются новые ядро и частица, могут происходить только в ограниченной энергетической области. В таблице 4.1 перечислены ядерные реакции, происходящие под действием нейтронов в области энергий  $0 < E \leq 50 \cdot 10^6$  эВ.

Таблица 4.1  
Ядерные реакции, вызываемые нейтронами

Ядерная реакция	Символ	Массовое число	Область энергий
Неупругое рассеяние нейтронов	$n, n'\gamma$	$A > 2$	$E \geq E_{ур1}^{**}, Q < 0$
Реакция с испусканием двух нейтронов	$n, 2n$	$A > 4$	$E \geq \epsilon_n^*, Q < 0$
Реакция с испусканием трех нейтронов	$n, 3n$	$A > 10$	$E > 2\epsilon_n^{1*}, Q < 0$
Реакция с испусканием протона и нейтрона	$n, pn$	$A > 10$	$E > \epsilon_p^*, Q < 0$
Реакция с образованием протона	$n, p$	$A \geq 3$	$Q > 0, {}^{14}\text{N}, {}^{35}\text{Cl}, {}^3_2\text{He}$ $Q < 0.$
Реакция с образованием $\alpha$ -частицы ${}^3_1\text{T}, {}^2_1\text{D}, {}^3_2\text{He}$	$n, \alpha$ $n, {}^3_1\text{T}$ $n, {}^2_1\text{D}$ $n, {}^3_2\text{He}$	$A > 3$	$Q > 0, {}^6_3\text{Li}, {}^{10}_5\text{B},$ $Q < 0$
Реакция деления ядер	$n, f$	$A \approx 230$	$Q > 0$ нечетные массовые числа  $Q < 0$ четные массовые числа

\*  $\epsilon_n, \epsilon_p$  — энергия связи нейтрона, протона,

\*\*  $E_{ур1}$  — энергия уровня ядра  $B$ , образовавшегося в ядерной реакции  $(n, n'\gamma)$ .

## Список рекомендуемой литературы

### Глава 1

- Фрауэнфельдер Г., Хенли Э. Субатомная физика./Пер. с англ. -М.: Мир, 1979.
- Давыдов А.С. Теория атомного ядра. - М.: Изд-во физ.-мат.лит., 1958.
- Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика. - М.: Наука, 1980.

### Глава 2

- Блатт Д., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика./Пер. с англ. - М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
- Давыдов А.С. Теория атомного ядра. - М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1958.

### Глава 3

- Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика. - М.: Наука, 1980.
- Немец О.Ф., Теренецкий К.О. Ядерные реакции. Киев: Вища школа, 1977.
- Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра./Пер. с англ. -М.: Мир, 1971, т. 1.

### Глава 4

- Блатт Д., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика./Пер. с англ. - М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
- Давыдов А.С. Теория атомного ядра. - М.: Изд-во физ.-мат.лит., 1958.
- Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика. - М.: Наука, 1980.
- Немец О.Ф., Теренецкий К.О. Ядерные реакции. Киев: Вища школа, 1977.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Список использованных обозначений .....	3
<b>ГЛАВА 1. <u>Основные свойства нейтрона и ядер</u>.....</b>	<b>5</b>
1.1. Основные свойства свободного нейтрона.....	5
1.2. Основные свойства ядер.....	8
1.2.1. Состав ядра и массовое число.....	8
1.2.2. Масса ядра и энергия связи нуклонов	10
1.2.3. Плотность ядерного вещества и радиус ядра.....	14
1.2.4. Спин ядра.....	17
1.2.5. Магнитный дипольный момент ядра....	19
1.2.6. Квадрупольный электрический момент ядра.....	19
1.2.7. Четность и изотопический спин.....	20
1.2.8. Ядерные силы.....	21
1.2.9. Модели ядра.....	23
<b>ГЛАВА 2. <u>Сечение взаимодействия нейтронов с нуклидами</u></b>	<b>25</b>
2.1. Определение.....	25
2.1.1. Сечение взаимодействия нейтрон-ядро.	25
2.1.2. Пропускание.....	27
2.1.3. Макроскопическое сечение взаимодей- ствия и длина свободного пробега.....	28
2.2. Полное эффективное сечение взаимодействия	29
2.3. Элементарная теория взаимодействия нейтро- на с ядром.....	35
2.3.1. Основные положения.....	35
2.3.2. Сечение взаимодействия нейтрона с ядром без поглощения.....	38
2.3.3. Сечение взаимодействия с поглощени- ем нейтрона ядром.....	44
2.3.4. Зависимость полного сечения от мас- сового числа.....	46
2.3.5. Зависимость полного сечения от энер- гии нейтрона.....	46

ГЛАВА 3. <u>Оптическая модель</u> .....	53
3.1. Определение.....	53
3.2. Описание оптического потенциала.....	54
3.2.1. Форма центрально-симметричного потенциала.....	54
3.2.2. Форма мнимой части потенциала....	55
3.2.3. Форма спин-орбитальной части по- тенциала.....	56
3.2.4. Значения параметров потенциала $V_{опт}$	57
3.3. Анализ сечения взаимодействия нейтрона с ядром.....	58
ГЛАВА 4. <u>Ядерные реакции</u> .....	64
4.1. Определение.....	64
4.2. Законы сохранения в ядерных реакциях....	65
4.3. Теорема взаимности и принцип детального равновесия.....	68
4.4. Механизм ядерной реакции.....	72
4.4.1. Прямой процесс.....	73
4.4.2. Модель - составное ядро.....	74
4.5. Сечение ядерной реакции.....	76
4.5.1. Сечение образования составного ядра.....	77
4.5.2. Вероятность распада составного ядра.....	80
4.5.3. Сечение ядерной реакции.....	82
4.6. Энергетическое распределение продуктов ядерной реакции.....	84
4.7. Угловое распределение продуктов ядерной реакции.....	88
4.8. Ядерные реакции, вызываемые нейтронами	89
Список рекомендуемой литературы.....	91