

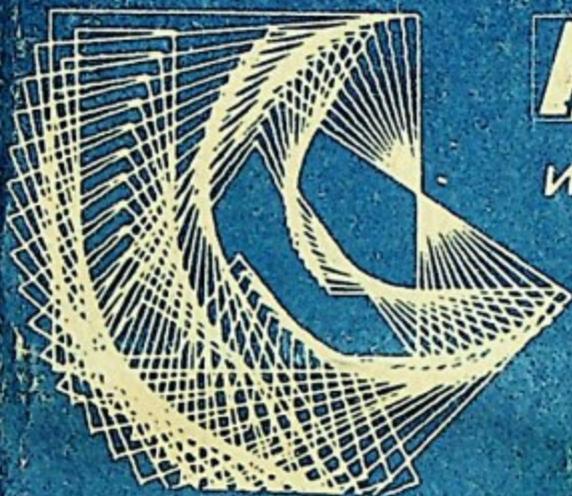
ИБ МИФИ

621.38

B67

СКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
РНО - ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Ю. А. Волков, В. А. Королев



ФАКУЛЬТЕТ  
АВТОМАТИКИ  
И ЭЛЕКТРОНИКИ

# СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

МОСКВА 1986

621.38  
В67

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

---

Ю.А. Волков, В.А. Королев

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА  
ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Утверждено  
редсоветом института  
в качестве учебного пособия



Москва 1986

УДК 621.375.121

Волков Ю. А., Королев В. А. Современные методы анализа электронных схем: Учебное пособие. — М.: Изд. МИФИ.  
— 96 с.

Рассматриваются схемные функции (передаточные и входные) линейных электронных цепей и некоторые их свойства. Излагается метод нахождения схемных функций с помощью матрицы проводимостей. Проводятся примеры получения схемных функций конкретных электронных цепей, реализованных на современных активных элементах: полевых и биполярных транзисторах и интегральных операционных усилителях.

Пособие предназначается для инженеров — слушателей факультета повышения квалификации специалистов промышленности по специализации "Проектирование электронной аппаратуры на интегральных микросхемах и транзисторах", а также студентов и аспирантов факультета автоматики и электроники.

Рецензенты: Ю. А. Малышев, Б. Г. Теряев



© Московский инженерно-физический институт, 1986 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	4
Глава 1. <u>Схемные функции линейных электронных цепей и некоторые их свойства</u> .....	5
1.1. Входные и передаточные функции.....	5
1.2. Элементы линейных электронных цепей, их модели и схемы замещения.....	12
1.3. Полюсы и нули. Нахождение временных и частотных характеристик цепи по схемной функции.....	31
1.4. Критерии устойчивости.....	39
1.5. Примеры схемных функций.....	45
Глава 2. <u>Метод анализа линейных цепей с помощью матрицы проводимостей</u> .....	65
2.1. Матрица проводимостей и ее нахождение по эквивалентной схеме цепи.....	65
2.2. Матрицы проводимостей зависимых генераторов.....	69
2.3. Матрицы проводимостей схем замещения активных элементов линейных электронных цепей.....	71
2.4. Определение схемных функций с помощью матрицы проводимостей.....	79
2.5. Примеры вычисления схемных функций...	82
Список использованной литературы.....	93

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Как известно [1 - 4], одним из наиболее широко используемых подходов при исследовании линейных электронных схем, в частности, аналоговых интегральных устройств, импульсных и широкополосных усилителей, является рассмотрение их схемных функций (передаточных и входных). Аппарат схемных функций полезен и удобен не только для анализа цепи (определения ее реакции на известные сигналы, проверки критериев устойчивости и выявления ее запасов, вычисления чувствительности к влиянию нестабильности элементов и т.д.), но и для оптимизации и синтеза как аналитическими методами, так и с применением ЭВМ. Схемная функция служит весьма общим и вместе с тем наглядным представлением процессов, протекающих в исследуемом или проектируемом электронном устройстве. Именно по этой причине в настоящем пособии рассматриваются свойства схемных функций и их связь с временными и частотными характеристиками, а также их нахождение по эквивалентной схеме анализируемого устройства.

К современным методам анализа электронных схем, пригодным для вычисления их схемных функций, могут быть отнесены топологические (например метод направленных и ненаправленных графов [5, 6]), теоретико-множественные (метод обобщенных чисел и др. [7]), а также алгебраические (матричные и др. [5, 8]) методы.

Объем пособия ограничен, поэтому в нем подробно рассмотрен лишь метод матрицы проводимостей, отличающийся от других методов высокой степенью формализации и потому особенно удобный для создания на его основе алгоритмов и программ автоматизированного анализа цепей. Другие эффективные методы нахождения схемных функций предполагается подробно осветить в последующих изданиях.

СХЕМНЫЕ ФУНКЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ И  
НЕКОТОРЫЕ ИХ СВОЙСТВА1.1. Входные и передаточные функции

При изучении работы линейных электронных цепей, в частности, линейных усилителей, повторителей, фильтров, аналоговых устройств и т.п., широко используется аппарат схемных функций. Схемные функции линейной цепи, определяемые отношениями сигналов на соответствующих зажимах цепи, характеризуют особенности и возможности самой цепи, вне зависимости от входного (возбуждающего) сигнала. Удобство схемных функций состоит прежде всего в их "универсальности"; с их помощью возможно выполнять различные виды анализа цепи (исследование устойчивости, переходных и частотных характеристик, чувствительности), а также ее оптимизацию и синтез, в том числе и с помощью ЭВМ.

В зависимости от типа сигнала — возбуждения (ток или напряжение) и типа сигнала — реакции схемная функция может иметь размерность сопротивления, проводимости или быть безразмерной величиной. Схемные функции подразделяются на два больших класса — входные и передаточные [1]. При определении первых сигнал — возбуждение и сигнал — реакция измеряются на одних и тех же зажимах цепи, при определении вторых — на разных. К числу передаточных функций относятся различные коэффициенты передачи (усиления) линейных электронных схем, а к числу входных функций — входной ( $Z_{вх}$ ) и выходной ( $Z_{вых}$ ) импедансы схемы.

В общем случае как входные, так и передаточные функции зависят от комплексной частоты  $p = \sigma + j\omega$ . В частном случае, когда схема не содержит реактивных элементов или в каком-то диапазоне частот их влиянием можно пренебречь, схемные функции выражаются действительными числами.

На практике часто основным интерес представляет взаимосвязь сигналов, действующих между двумя парами зажимов: парой входных зажимов и парой выходных зажимов линейной электронной цепи. Выделяя эти две пары зажимов, рассматриваемую цепь можно представить в виде четырехполюсника (следует за-

метить, что в большинстве практических случаев один входной и один выходной зажим четырехполосника объединяются и заземляются). На рис. 1.1 показан такой четырехполосник, нагруженный на сопротивление  $Z_H$ , причем источник возбуждения может быть представлен либо в виде генератора напряжения  $U_r$  с последовательно подсоединенным внутренним сопротивлением  $Z_r$  (рис. 1.1,а), либо в виде генератора тока  $i_r$  с параллельно подсоединенным внутренним сопротивлением  $Z_r$  (рис. 1.1,б), причем  $i_r = U_r / Z_r$ .

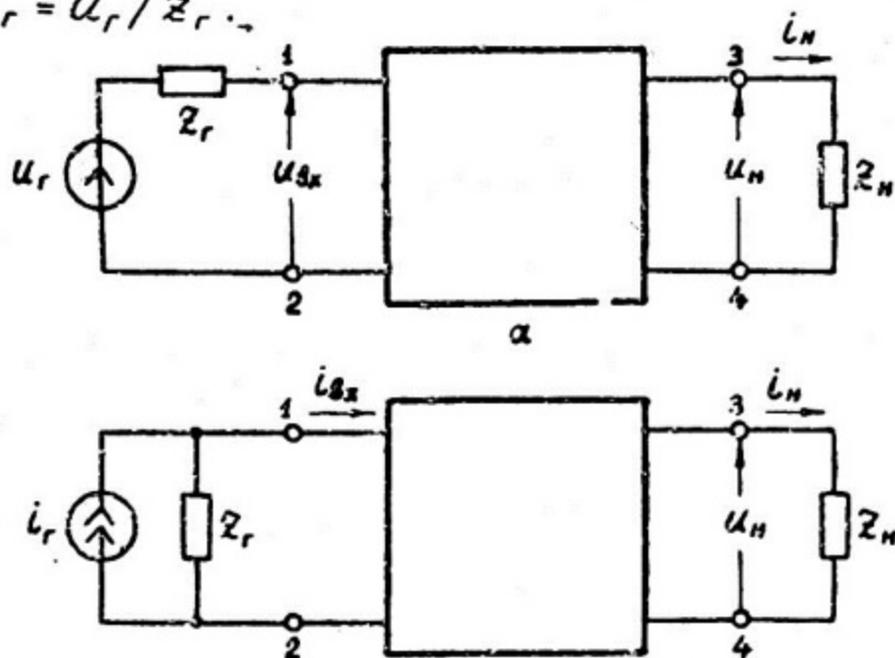


Рис. 1.1 б

С теоретической точки зрения, разумеется, одинаково приемлемым и равноправным является использование как сопротивлений, так и проводимостей, что способствует получению единообразных по форме (дуальных) выражений. Однако на практике, при анализе электронных схем, предпочтение отдается сопротивлениям, и эта традиция учитывается и в настоящем пособии.

К наиболее употребительным передаточным функциям линейных электронных схем относятся следующие коэффициенты передачи (см. рис. 1.1):

$$K_u = U_H / U_r, K_i = i_H / i_r, S_u = U_H / i_r, S_i = i_H / U_r. \quad (1.1)$$

Безразмерные величины  $K_u$  и  $K_i$  в теории усилителей чаще называют коэффициентами усиления соответственно по напряжению и по току, а величины  $S_u$  и  $S_i$  — крутизнами по напряжению и току. Последние величины в соответствии с их размерностями называют также передаточными сопротивлением и проводимостью. Любой коэффициент передачи может быть выражен через другой с помощью внешних сопротивлений  $Z_r$  и  $Z_n$ ; например,

$$K_u = K_i Z_n / Z_r = S_u / Z_r = S_i Z_n. \quad (1.2)$$

Кроме того, учитывая очевидное равенство

$$K_u K_i = S_u S_i, \quad (1.3)$$

каждый коэффициент передачи можно выразить через три прочих.

В дальнейшем воспользуемся следующей системой индексации. Нижние индексы "0" или " $\infty$ " в обозначении функции означают, что функция определяется соответственно при  $Z_r = 0$  или  $Z_r = \infty$ ; аналогично те же индексы сверху означают, что  $Z_n = 0$  или  $Z_n = \infty$ . Так,  $K_{u0}$  означает, что величина  $K_u$  определена при  $Z_r = 0$ , а  $K_u^\infty$  — при  $Z_n = \infty$ .

С учетом этих обозначений, нетрудно получить следующие соотношения [2]:

$$\begin{aligned} K_u &= K_{u0} \frac{Z_{вх}}{Z_r + Z_{вх}} = K_u^\infty \frac{Z_n}{Z_{вых} + Z_n} = \\ &= \frac{Z_{вх}^0}{Z_r + Z_{вх}} K_{u0}^\infty \frac{Z_n}{Z_{вых.0} + Z_n} = \frac{Z_{вх}^\infty}{Z_r + Z_{вх}^\infty} K_{u0}^\infty \frac{Z_n}{Z_{вых} + Z_n}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Подобные же выражения справедливы и для прочих коэффициентов передачи; в соответствии с ними нетрудно получить следующее равенство:

$$K_u / K_{u0}^\infty + K_i / K_{i0}^\infty + S_u / S_{u0}^\infty + S_i / S_{i0}^\infty = 1. \quad (1.5)$$

Билинейные формы зависимости от  $Z_r$  и  $Z_n$  имеют место и для входных функций линейных электронных схем, среди которых чаще других используются входной и выходной импедансы:

$$Z_{\beta x} = Z_{\beta x}^{\infty} \frac{Z_N + Z_{\beta_{\text{вых.0}}}}{Z_N + Z_{\beta_{\text{вых.}\infty}}, \quad Z_{\beta_{\text{вых}}} = Z_{\beta_{\text{вых.}\infty}} \frac{Z_r + Z_{\beta x}^0}{Z_r + Z_{\beta x}^{\infty}}. \quad (1.6)$$

Приведенные билинейные зависимости передаточных и входных функций от внешних сопротивлений  $Z_r$  и  $Z_N$  могут оказаться в ряде случаев весьма полезными.

В частности, из (1.4) следует, что если найдена формула для  $K_u$ , то непосредственно из нее путем преобразования можно получить и формулы для  $Z_{\beta x}$  и для  $Z_{\beta_{\text{вых}}}$ . В самом деле, приводя формулу для  $K_u$  к виду  $K_u = K_1 Z_1 / (Z_r + Z_1)$ , где  $K_1$  и  $Z_1$  не зависят от  $Z_r$  (подобное преобразование всегда выполнимо) можно утверждать, что выделенная величина  $Z_1$  представляет собой не что иное, как  $Z_{\beta x}$ . Аналогично, приведя формулу для  $K_u$  к виду  $K_u = K_2 Z_N / (Z_2 + Z_N)$ , где  $K_2$  и  $Z_2$  не зависят от  $Z_N$  (подобное преобразование также всегда выполнимо), найдем  $Z_{\beta_{\text{вых}}} = Z_2$ .

При проведении измерений для нахождения зависимости  $K_u = f_1(Z_r)$  достаточно найти значения  $K_u$ , соответствующие лишь двум значениям  $Z_r$  (но  $Z_r \neq \infty$ ), например,  $Z_{r1} = 0$  ( $K_{u0}$ ) и  $Z_{r2}$ , при котором  $K_u = K_{u0}/2$ . Заметим, что по этим двум значениям  $K_u$  одновременно можно найти и  $Z_{\beta x}$  (в частности,  $Z_{\beta x} = Z_{r2}$ ). Аналогично, для нахождения зависимости  $K_u = f_2(Z_N)$  достаточно найти значения  $K_u$ , соответствующие лишь двум значениям  $Z_N$  (но  $Z_N \neq 0$ ), например,  $Z_{N1} = \infty$  ( $K_u^{\infty}$ ) и  $Z_{N2}$ , при котором  $K_u = K_u^{\infty}/2$ ; по этим двум значениям  $K_u$  одновременно можно найти и  $Z_{\beta_{\text{вых}}}$  (в частности,  $Z_{\beta_{\text{вых}}} = Z_{N2}$ ). Однако двух значений  $K_u$  недостаточно для нахождения зависимостей  $Z_{\beta x} = f_3(Z_N)$  и  $Z_{\beta_{\text{вых}}} = f_4(Z_r)$ . Эти зависимости можно найти, определив либо четыре значения  $K_u$ , соответствующие четырем различным точкам  $(Z_r, Z_N)$ , причем  $Z_r \neq \infty$  и  $Z_N \neq 0$ ; либо три значения  $Z_{\beta x}$  и  $Z_{\beta_{\text{вых}}}$ . Заметим еще, что по известной зависимости для  $Z_{\beta x} = f_3(Z_N)$  (точнее — по трем точкам  $(Z_N, Z_{\beta x})$ ) можно однозначно найти зависимость  $Z_{\beta_{\text{вых}}} = f_4(Z_r)$ , и наоборот; а также то, что характер зависимостей  $R_{\beta x} = f_3(R_N)$  и  $R_{\beta_{\text{вых}}} = f_4(R_r)$  оказывается одинаковым — обе либо монотонно убывающие, либо монотонно возрастающие, либо постоянные. Более того, из выражений (1.6) следует, что указанные зависимости совпадают, если их представить соответственно в координатах

$$(R_N / R_{\beta_{\text{вых.}\infty}, R_{\beta x} / R_{\beta x}^{\infty}}) \quad \text{и} \quad (R_r / R_{\beta x}^{\infty}, R_{\beta_{\text{вых}}} / R_{\beta_{\text{вых.}\infty}}).$$

Из (1.4) и (1.6) находим формулу для коэффициента передачи  $K_u$ , наглядно отражающую (в явном виде) зависимость этого коэффициента от внешних сопротивлений  $Z_r$  и  $Z_H$ :

$$K_u = K_{u0}^{\infty} / \left( 1 + \frac{Z_r}{Z_{\beta x}^{\infty}} + \frac{Z_{\text{вых.}\infty}}{Z_H} \cdot \frac{Z_{\beta x}^0}{Z_{\beta x}^{\infty}} + \frac{Z_r}{Z_H} \cdot \frac{Z_{\text{вых.}\infty}}{Z_{\beta x}^{\infty}} \right). \quad (1.7)$$

Разумеется, подобные же соотношения могут быть записаны и для других коэффициентов передачи.

Как следует из выражений (1.6) и (1.7), особый интерес представляют предельные коэффициенты передачи  $K_{u0}^{\infty}$ ,  $K_{i\infty}^0$ ,  $S_{u\infty}^{\infty}$  и  $S_{i0}^0$ , а также предельные значения входного и выходного импедансов  $Z_{\beta x}^0$ ,  $Z_{\beta x}^{\infty}$  и  $Z_{\text{вых.}0}$ ,  $Z_{\text{вых.}\infty}$ . Эти величины, независимые от внешних элементов схемы ( $Z_r$  и  $Z_H$ ), характеризуют потенциальные возможности схемы и целиком определяют ее параметры при любых  $Z_r$  и  $Z_H$ . Между предельными величинами имеют место следующие связи:

$$\left. \begin{aligned} Z_{\beta x}^0 &= K_{i\infty}^0 / S_{i0}^0, & Z_{\beta x}^{\infty} &= S_{u\infty}^{\infty} / K_{u0}^{\infty}; \\ Z_{\text{вых.}0} &= K_{u0}^{\infty} / S_{i0}^0, & Z_{\text{вых.}\infty} &= S_{u\infty}^{\infty} / K_{i\infty}^0. \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

Поэтому достаточно знать лишь четыре предельных значения из восьми ( $K_{u0}^{\infty}$ ,  $K_{i\infty}^0$ ,  $S_{u\infty}^{\infty}$ ,  $S_{i0}^0$ ,  $Z_{\beta x}^0$ ,  $Z_{\beta x}^{\infty}$ ,  $Z_{\text{вых.}0}$ ,  $Z_{\text{вых.}\infty}$ ), причем одно из них обязательно должно быть коэффициентом передачи и ни один из взятых предельных импедансов (или их отношение) не должны быть равными отношению пары из взятых предельных коэффициентов передачи. Подобная четверка предельных величин образует, по сути дела, базис или систему параметров четырехполюсника. Заметим, что для определения только входных функций достаточно также знания лишь трех предельных значений из четырех ( $Z_{\beta x}^0$ ,  $Z_{\beta x}^{\infty}$ ,  $Z_{\text{вых.}0}$ ,  $Z_{\text{вых.}\infty}$ ).

Предельные коэффициенты передачи представляют собой обратные величины так называемых цепных (или  $ABCD$ ) параметров четырехполюсника [3]. Поэтому все схемные функции четырехполюсника могут быть выражены через эти предельные величины, например,

$$\left. \begin{aligned} K_u &= 1 / \left( 1/K_{u0}^{\infty} + Z_r/S_{u\infty}^{\infty} + 1/Z_H S_{i0}^0 + Z_r/Z_H K_{i\infty}^0 \right), \\ Z_{\beta x} &= \frac{Z_H/K_{u0}^{\infty} + 1/S_{i0}^0}{Z_H/S_{u\infty}^{\infty} + 1/K_{i\infty}^0}, & Z_{\text{вых}} &= \frac{Z_r/K_{i\infty}^0 + 1/S_{i0}^0}{Z_r/S_{u\infty}^{\infty} + 1/K_{u0}^{\infty}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

Образуют базис и такие сочетания предельных величин, как  $(K_{u0}^\infty, Z_{\theta x}^\circ, Z_{\theta x}^\infty, Z_{\text{вых.}\infty})$ ,  $(K_{u0}^\infty, K_{i\infty}^\circ, Z_{\theta x}^\circ, Z_{\text{вых.}\infty})$ ,  $(K_{u0}^\infty, K_{i\infty}^\circ, S_{i0}^\circ, Z_{\theta x}^\circ)$  и др. Однако сочетания предельных величин  $(Z_{\theta x}^\circ, Z_{\theta x}^\infty, Z_{\text{вых.}0}, Z_{\text{вых.}\infty})$ ,  $(K_{u0}^\infty, K_{i\infty}^\circ, Z_{\theta x}^\circ, Z_{\text{вых.}0})$ ,  $(K_{u0}^\infty, K_{i\infty}^\circ, S_{i0}^\circ, Z_{\theta x}^\circ)$ , а также ряд других не образуют базиса, так как некоторые из входящих в них величины выражаются через остальные; в частности,

$$\frac{Z_{\theta x}^\circ}{Z_{\theta x}^\infty} = \frac{Z_{\text{вых.}0}}{Z_{\text{вых.}\infty}} = \frac{K_{u0}^\infty K_{i\infty}^\circ}{S_{u\infty}^\infty S_{i0}^\circ} \quad (1.10)$$

и

$$\frac{K_{u0}^\infty}{K_{i\infty}^\circ} = \frac{Z_{\text{вых.}0}}{Z_{\theta x}^\circ} \quad (1.11)$$

Разумеется, существует однозначная связь между всеми базисными совокупностями предельных величин, так что любая из них может быть выражена через другую; это же справедливо и для всех систем параметров четырехполосника. Например, для  $h$ -параметров имеем следующее представление через предельные коэффициенты передачи:

$$\left. \begin{aligned} h_{11} &= K_{i\infty}^\circ / S_{i0}^\circ, \quad h_{12} = (K_{i\infty}^\circ K_{u0}^\infty - S_{i0}^\circ S_{u\infty}^\infty) / S_{i0}^\circ S_{u\infty}^\infty K_{u0}^\infty, \\ h_{21} &= K_{i\infty}^\circ, \quad h_{22} = K_{i\infty}^\circ / S_{u\infty}^\infty, \quad |h| = h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21} = K_{i\infty}^\circ / K_{u0}^\infty. \end{aligned} \right\} (1.12)$$

Заметим, что условие  $K_{i\infty}^\circ K_{u0}^\infty = S_{i0}^\circ S_{u\infty}^\infty$  означает отсутствие обратной связи в четырехполоснике ( $h_{12} = 0$ ); в этом случае в соответствии с (1.10) получаем  $Z_{\theta x}^\circ = Z_{\theta x}^\infty = Z_{\theta x}$  и  $Z_{\text{вых.}0} = Z_{\text{вых.}\infty} = Z_{\text{вых.}}$ , т.е. ни входной импеданс не зависит от  $Z_H$ , ни выходной — от  $Z_L$ .

Во многих практических случаях бывает необходимым обеспечить не только заданную величину схемной функции (например, коэффициента передачи), но и требуемую его стабильность, т.е. при некоторых изменениях (по разным причинам) элементов схемы изменение этой схемной функции должно лежать в допустимых пределах. Мерой стабильности схемной функции служит чувствительность ее к изменениям различных элементов схемы.

Если схемная функция  $f = y(x)$ , где  $x$  — нестабильный элемент схемы, то под чувствительностью ее по отношению к изменениям  $x$  часто понимают величину

$$N_x^f = (df/f)/(dx/x) = d \ln f / d \ln x. \quad (1.13)$$

Нетрудно показать, что чувствительности всех коэффициентов передачи (1.1) к изменениям элементов собственно четырехполосника одинаковы, тогда как чувствительности разных коэффициентов передачи к изменениям внешних элементов  $Z_r$  и  $Z_H$  различны:

$$N_x^{K_u} = N_x^{K_i} = N_x^{S_u} = N_x^{S_i},$$

если  $x \neq Z_r$  и  $x \neq Z_H$ ;

$$N_{Z_r}^{K_u} = N_{Z_r}^{S_i} = -Z_r / (Z_r + Z_{\theta x}), \quad N_{Z_r}^{K_i} = N_{Z_r}^{S_u} = Z_{\theta x} / (Z_r + Z_{\theta x}), \quad (1.14)$$

если  $x = Z_r$ ;

$$N_{Z_H}^{K_u} = N_{Z_H}^{S_u} = Z_{\theta_{yx}} / (Z_{\theta_{yx}} + Z_H), \quad N_{Z_H}^{K_i} = N_{Z_H}^{S_i} = -Z_H / (Z_{\theta_{yx}} + Z_H), \quad (1.15)$$

если  $x = Z_H$ .

Из (1.14) и (1.15) следует, что чувствительность любого коэффициента передачи можно выразить через соответствующую чувствительность одного из них:

$$N_{Z_r}^{K_u} = N_{Z_r}^{S_i} = N_{Z_r}^{K_i} - 1 = N_{Z_r}^{S_u} - 1 \quad \text{и} \quad N_{Z_H}^{K_u} = N_{Z_H}^{S_u} = 1 + N_{Z_H}^{K_i} = 1 + N_{Z_H}^{S_i}. \quad (1.16)$$

Что же касается входных функций  $Z_{\theta x}$  и  $Z_{\theta_{yx}}$ , то их чувствительности по отношению к изменениям элемента  $x$  собственно четырехполосника ( $x \neq Z_r$  и  $x \neq Z_H$ ) оказываются различными. Нетрудно показать, что

$$N_x^{Z_{\theta_{yx}}} = N_x^{Z_{\theta_{yx} \infty}} + N_x^{Z_{\theta x}^0} \frac{Z_{\theta x}^0 / Z_{\theta x}^{\infty}}{Z_r / Z_{\theta x}^{\infty} + Z_{\theta x}^0 / Z_{\theta x}^{\infty}} - N_x^{Z_{\theta x}^{\infty}} \frac{1}{1 + Z_r / Z_{\theta x}^{\infty}}, \quad (1.17)$$

а  $N_x^{Z_{\theta x}}$  имеет такой же вид, но с заменой  $Z_r$  на  $Z_H$  и  $Z_{\theta x}$  на  $Z_{\theta_{yx}}$ .

## 1.2. Элементы линейных электронных цепей, их модели и схемы замещения

Эквивалентные схемы (физические модели) реальных линейных электронных цепей строятся с использованием основных элементов (цепи с трансформаторами и взаимными индуктивностями в пособии не рассматриваются), показанных на рис.1.2, где даны также связи между сигналами в этих элементах (математические модели). При этом реальные пассивные и активные компоненты электронной цепи заменяют их схемами замещения, построенными на базе указанных основных элементов.

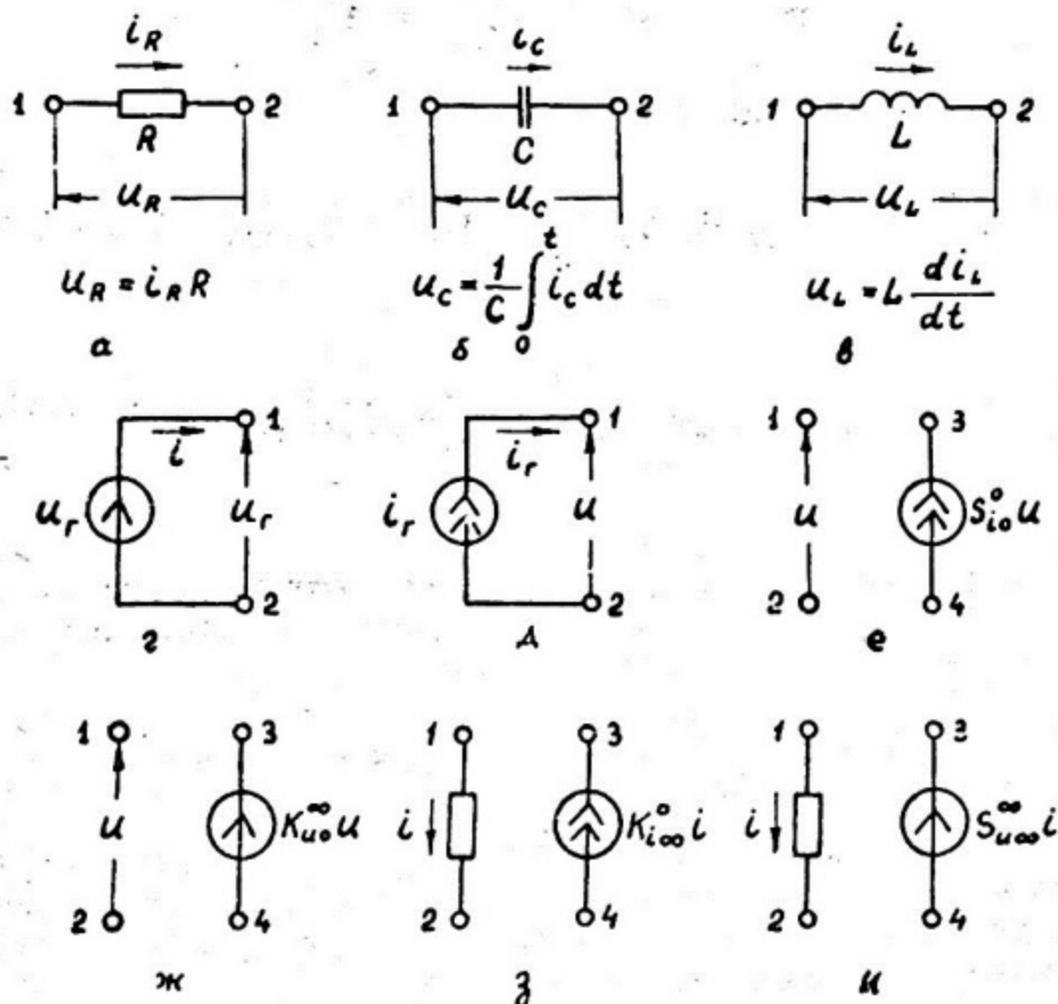


Рис. 1.2

Применив законы Кирхгофа к полученной таким образом эквивалентной схеме линейной электронной цепи, находим связь между сигналами в ней в виде системы интегро-дифференциальных уравнений. Подобное описание процессов в схеме и после-

дующее решение указанных уравнений часто оказывается громоздким и неудобным. Как известно, при анализе линейных электронных цепей (особенно инженерными методами, без применения ЭВМ) предпочитают использовать аппарат схемных функций, основанный на операционном исчислении. При этом переходят к операторным схемам замещения, представленным для основных элементов на рис. 1.3. В них сигналы  $u(t)$ ,  $i(t)$  заменены своими изображениями по Лапласу-Карсону  $u(p)$ ,  $i(p)$ ; используются операторные сопротивления емкости ( $1/pC$ ) и индуктивности ( $pL$ ), а также операторные выражения коэффициентов зависимых генераторов ( $S_{i_0}^0(p)$ ,  $K_{u_0}^\infty(p)$ ,  $K_{i_0}^0(p)$ ,  $S_{u_0}^\infty(p)$ ); учтены начальные значения напряжения на емкости и тока в индуктивности при  $t=0_-$  ( $u_c(0_-)$ ,  $i_L(0_-)$ ) [4].

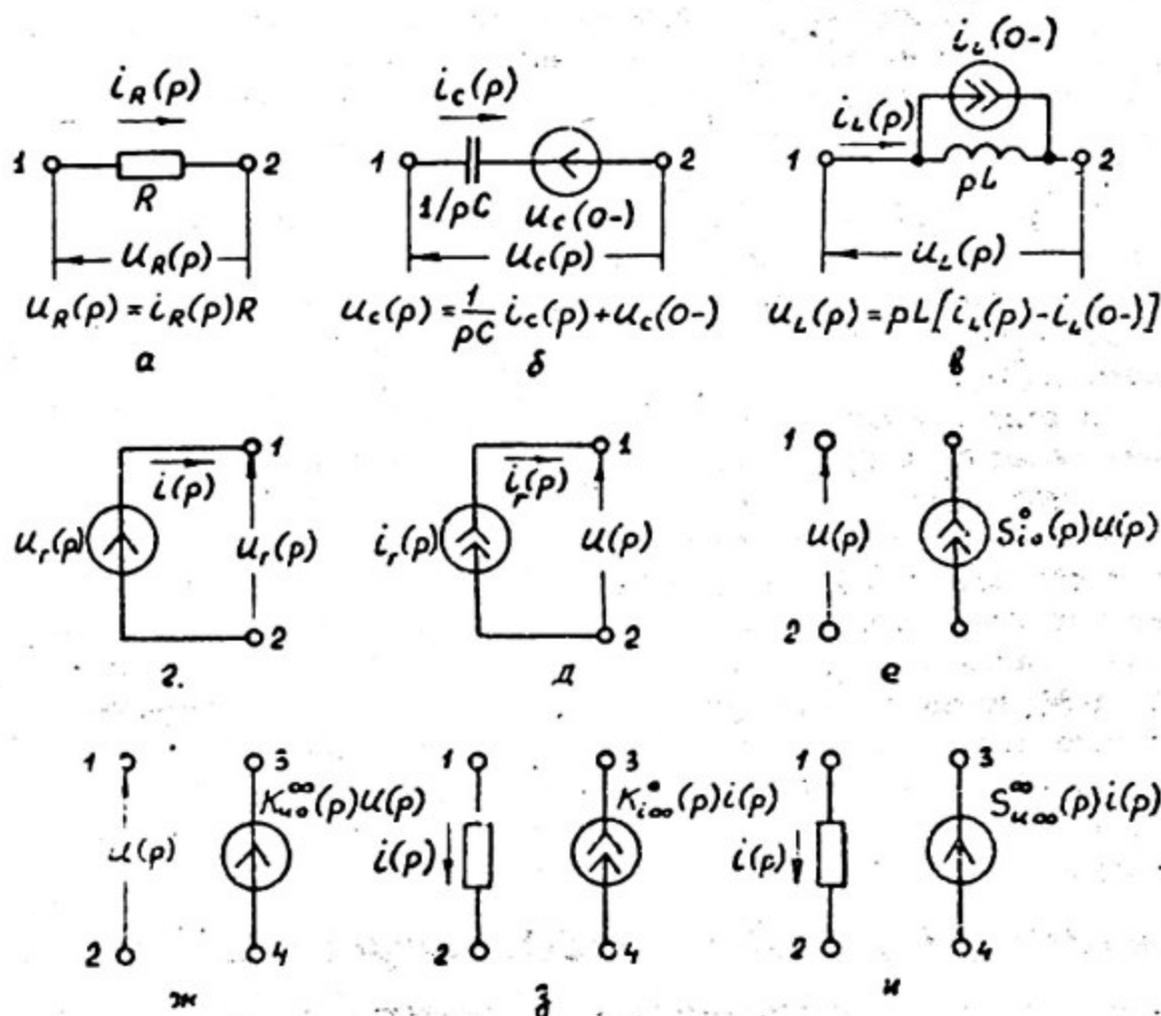


Рис. 1.3

Разумеется, любая схема замещения представляет собой лишь некоторую аппроксимацию реального компонента и обеспечивает приемлемую точность только при определенных условиях, например, в определенном диапазоне частот и при определенном уровне сигналов. Так, показанные на рис. 1.2 сопротивление, емкость и индуктивность в большинстве практических случаев пригодны для замещения реальных компонентов — резистора, конденсатора и катушки индуктивности — в дискретных и гибридно-пленочных схемах. Однако в интегральных микросхемах, изготовленных по полупроводниковой технологии, подобное представление реальных компонентов во многих случаях уже недостаточно и для улучшения аппроксимации приходится дополнять их элементами, отражающими паразитные эффекты [9].

Более сложными являются линейные схемы замещения активных компонентов электронных цепей, таких как биполярный и полевой транзистор, а также интегральная микросхема (ИМС) усилителя, например, интегрального операционного усилителя (ИОУ).

На рис. 1.4 показаны T-образные малосигнальные (линейные) схемы замещения биполярного транзистора соответственно при управлении по эмиттеру и по базе, обеспечивающие достаточную для практики точность расчетов в широкой полосе частот [9].

В этих схемах  $r_g$  — объемное (распределенное) сопротивление базы;  $r_3$  и  $r_k$  — дифференциальные сопротивления соответственно эмиттерного и коллекторного переходов;  $C_3$  и  $C_k$  — емкости эмиттерного и коллекторного переходов. Зависимые генераторы тока  $\alpha(p)i_3$  и  $\beta(p)i_g$  отражают передачу входного (управляющего) тока ( $i_3$  или  $i_g$ ) в выходную цепь, а генератор напряжения  $\mu(p)u_{кэ}$  моделирует действие внутренней (диффузионной) обратной связи, отражающей воздействие коллекторного напряжения на напряжение эмиттерного перехода.

Коэффициенты передачи токов эмиттера  $\alpha(p)$  и базы  $\beta(p)$  а также коэффициент диффузионной обратной связи  $\mu(p)$  аппроксимируют часто следующими выражениями:

$$\alpha(p) = \alpha / (1 + p\tau_\alpha), \quad \beta(p) = \beta / (1 + p\tau_\beta), \quad \mu(p) = \mu / (1 + p\tau_\alpha), \quad (1.18)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\mu$  — соответствующие величины на низших и средних частотах;  $\tau_\alpha$  и  $\tau_\beta$  — постоянные времени коэффициентов передачи токов эмиттера и базы. На рис. 1.4  $r_{кв}(p) = r_k / [1 + \beta(p)]$ , а  $C_{кв}(p) = C_k [1 + \beta(p)]$ .

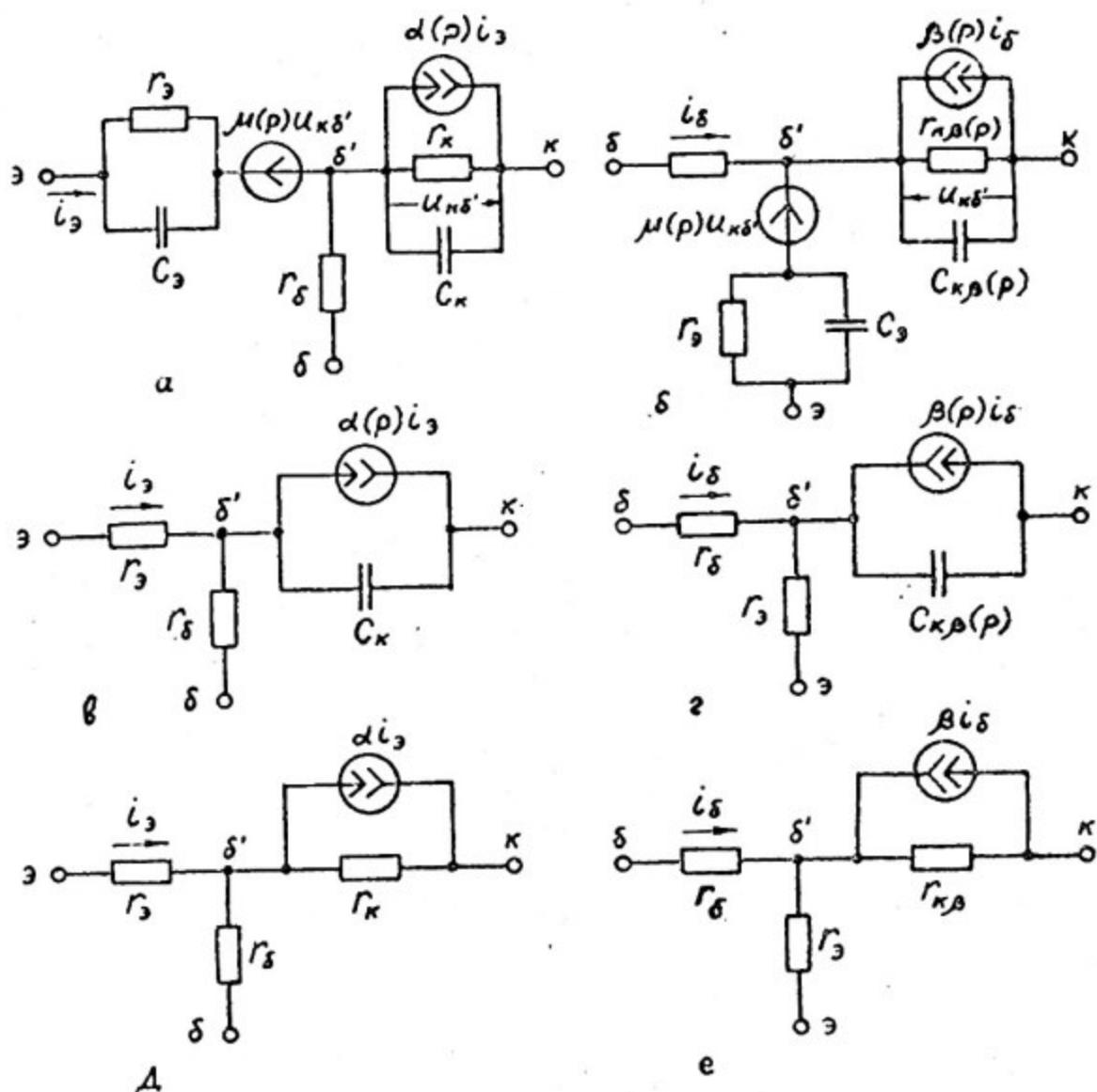


Рис. 1.4

В большинстве случаев учет всех элементов схем замещения не является оправданным. Например, почти всегда можно пренебрегать действием диффузионной обратной связи, т.е. генератором  $\mu(\rho)u_{\kappa\delta'}$ , так как это действие заметно проявляется лишь при высокоомных сопротивлениях в цепи коллектора. Это же справедливо и в отношении емкости эмиттерного перехода  $C_3$ , потому что в типовых режимах постоянная време-

ни, обусловленная ее перезарядкой, значительно меньше других постоянных и обычно слабо влияет на характеристики устройств в представляющем интерес диапазоне частот. Кроме того, на высших частотах роль емкостной составляющей ( $C_K$ ) сопротивления коллекторного перехода в схеме на рис. 1.4,а значительно больше, чем активной ( $r_K$ ), и поэтому оправдано пренебрегать сопротивлением  $r_K$ . И в схеме на рис. 1.4,б также можно опускать сопротивление  $r_{KB}(\rho)$ , хотя погрешность при этом будет несколько большей, чем при пренебрежении  $r_K$  в схеме на рис. 1.4,а.

С учетом сказанного ясно, что для области высших частот вполне пригодными оказываются во многих случаях упрощенные схемы замещения биполярного транзистора (рис. 1.4,в и г).

В области средних (и тем более низших) частот можно не учитывать емкости переходов и считать коэффициенты передачи токов эмиттера и базы величинами вещественными ( $\alpha(\rho) = \alpha$ ,  $\beta(\rho) = \beta$ ). Упрощенные схемы замещения для области средних частот показаны на рис. 1.4,д и е. В них иногда дополнительно можно пренебречь влиянием сопротивлений  $r_K$  и  $r_{KB}$ .

Наряду с  $T$ -образными малосигнальными схемами замещения на практике широко применяют и так называемые  $\Pi$ -образные схемы замещения. Среди многих разновидностей этих схем наибольшее применение нашла сравнительно простая схема замещения, показанная на рис. 1.5, причем  $r_{\delta\delta'} = r_{\delta}(1+\beta)$ ,  $S = \beta/r_{\delta\delta'}$ ,  $C_{\delta\delta'} = \tau_{\beta}/r_{\delta\delta'}$ .

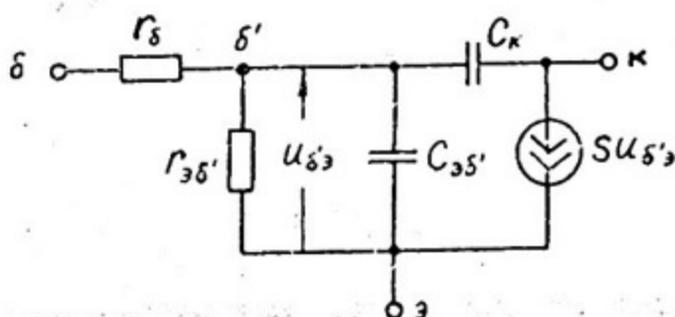


Рис. 1.5

Остановимся на вопросе нахождения значений параметров схем замещения биполярного транзистора по справочным данным [10, 11]. Приводимые в справочниках параметры измерены при определенном режиме работы транзистора по постоянному току (номинальный режим) и при определенной температуре окружа-

ющей среды, как правило, при  $t_c^{\circ} = 20^{\circ}\text{C}$ ). Обычно приводятся (хотя и не для всех параметров) также зависимости параметров транзистора от режима и температуры. Для некоторых параметров можно использовать аналитические зависимости.

Величина дифференциального сопротивления эмиттерного перехода  $r_3$  рассчитывается по формуле

$$r_3 = \varphi_T / (I_3 + I_{3T}) \approx \varphi_T / I_3, \quad (1.19)$$

где  $I_3$  — ток эмиттера,  $I_{3T}$  — тепловой ток эмиттерного перехода,  $\varphi_T = kT/q$  — температурный потенциал ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана;  $T$  — абсолютная температура в градусах Кельвина;  $t_c^{\circ}$  — температура в градусах Цельсия;  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл — заряд электрона).

Так как при нормальной температуре  $T \approx 300^{\circ}\text{K}$  температурный потенциал  $\varphi_T = 25$  мВ, то  $r_3 \approx 25/I_3$ , причем результат получается в омах, если  $I_3$  выражено в миллиамперах.

Дифференциальное сопротивление коллекторного перехода  $r_k$  определяется по значению  $h_{22\delta} = 1/(r_k + r_s)$ , приводимому в справочнике (индекс "δ" означает, что соответствующий  $h$  — параметр измерен для транзистора, включенного по схеме с общей базой). Поэтому

$$r_k \approx 1/h_{22\delta}. \quad (1.20)$$

Иногда вместо  $h_{22\delta}$  приводится величина  $h_{22\varepsilon}$ , где индекс "ε" означает схему с общим эмиттером; тогда

$$r_{k\varepsilon} = r_k / (1 + \beta) \approx 1/h_{22\varepsilon}. \quad (1.21)$$

Коэффициент передачи тока базы  $\beta$  можно определить по значению  $h_{21\varepsilon}$ , приводимому в справочнике:

$$\beta = h_{21\varepsilon}, \quad (1.22)$$

или на основании семейства выходных характеристик, определив приращения  $\Delta I_k$ ,  $\Delta I_s$  при заданном значении  $U_{к\varepsilon}$ .

Иногда приводится величина  $h_{21\delta}$ , которая непосредственно связана с коэффициентом передачи тока эмиттера  $\alpha$ , так что

$$\alpha \approx h_{21\delta} \quad (1.23)$$

и

$$\beta = \alpha / (1 - \alpha) \approx h_{21\delta} / (1 - h_{21\delta})$$

В сравнительно редких случаях требуется находить величину коэффициента диффузионной обратной связи

$$\mu \approx h_{12\delta} - r_{\delta} / r_{\kappa} \approx 0,5 r_{\varepsilon} / r_{\kappa \beta}. \quad (1.24)$$

В области высших частот и малых времен определяющую роль играют величины емкости коллекторного перехода  $C_{\kappa}$  и постоянной времени  $\tau_{\beta}$  коэффициента передачи тока базы  $\beta(\rho)$  (при использовании схемы замещения транзистора с управлением по базе (см. рис. 1.4,б)) или постоянной времени  $\tau_{\alpha}$  коэффициента передачи тока эмиттера  $\alpha(\rho)$  (при использовании схемы замещения с управлением по эмиттеру (см. рис. 1.4,а)). В ряде случаев приходится учитывать и влияние емкости эмиттерного перехода  $C_{\varepsilon}$ .

Емкости переходов складываются из зарядных и диффузионных составляющих. Величину емкости коллекторного перехода  $C_{\kappa}$  следует определять по формуле

$$C_{\kappa} = C_{\kappa \Pi} + C_{\kappa \Delta}, \quad (1.25)$$

причем зарядная емкость  $C_{\kappa \Pi}$  указывается непосредственно в справочнике, а диффузионная емкость  $C_{\kappa \Delta}$  определяется из соотношения  $C_{\kappa \Delta} = \tau_{\beta} / r_{\kappa}$ .

Для маломощных высокочастотных транзисторов зарядная емкость играет основную роль, так что для них  $C_{\kappa} \approx C_{\kappa \Pi}$ , а в случае низкочастотных (большие  $\tau_{\beta}$ ) и мощных (малые  $r_{\kappa}$ ) транзисторов следует учитывать и вклад диффузионной емкости  $C_{\kappa \Delta}$ .

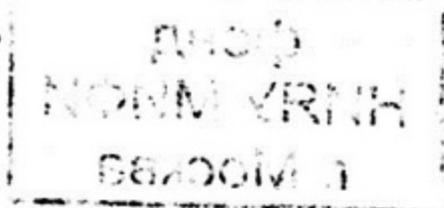
Величину объемного (распределенного) сопротивления базы  $r_{\delta}$  определяют (если эта величина не указана непосредственно) с помощью приводимой в справочнике постоянной времени цепи обратной связи  $C_{\kappa} r_{\delta}$ :

$$r_{\delta} = (C_{\kappa} r_{\delta}) / C_{\kappa}. \quad (1.26)$$

Влиянием емкости эмиттерного перехода  $C_{\varepsilon}$  в большинстве случаев можно пренебречь. При необходимости ее учета величина  $C_{\varepsilon}$  определяется по формуле

$$C_{\varepsilon} = C_{\varepsilon \Pi} + C_{\varepsilon \Delta}, \quad (1.27)$$

причем зарядная емкость эмиттерного перехода  $C_{\varepsilon \Pi}$  указывается в справочнике, а диффузионная емкость определяется из соотношения  $C_{\varepsilon \Delta} \approx \tau_{\alpha} / r_{\varepsilon}$ .



При увеличении тока эмиттера  $I_3$  емкость  $C_{3п}$  уменьшается, а  $C_{эд}$  возрастает, так что при токах  $I_3 = (1 \div 2)$  мА влиянием  $C_{3п}$  можно пренебрегать, полагая  $C_3 \approx C_{эд}$ . Отметим еще, что  $C_{3п}$  имеет величину, большую, чем  $C_{кп}$ , несмотря на обычно меньшую площадь эмиттерного  $p-n$  перехода. Это объясняется тем, что обедненный слой прямосмещенного эмиттерного перехода существенно тоньше, чем обедненный слой обратосмещенного коллекторного перехода.

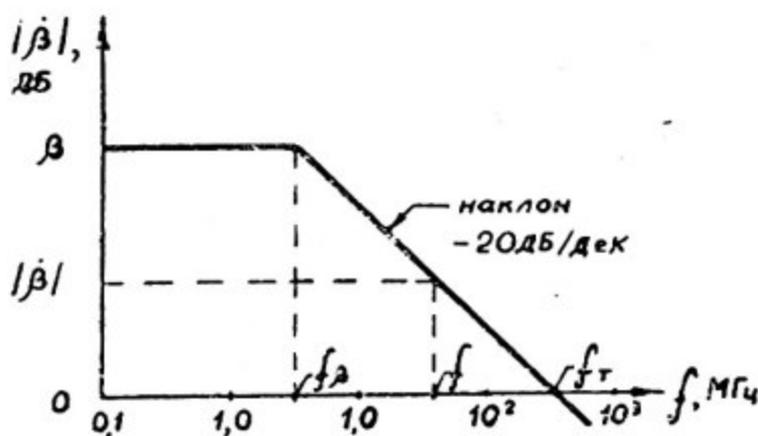


Рис. 1.6

Величину постоянной времени  $\tau_\beta$  определяют с помощью даваемого в справочнике значения  $|\beta|$ , измеренного на определенной частоте  $f$ . Согласно рис. 1.6 предельная частота транзистора, на которой  $|\beta| = 1$ , т.е. 0 дБ, равна

$$f_T = |\beta| f. \quad (1.28)$$

Среднее время пролета неосновных носителей через область базы

$$\tau_T = 1 / (2\pi f_T), \quad (1.29)$$

а постоянная времени коэффициента передачи тока базы

$$\tau_\beta = \tau_T (1 + \beta). \quad (1.30)$$

Если приводится величина граничной частоты (частоты среза)  $f_\beta$  коэффициента передачи тока базы, на которой  $|\beta| = \beta / \sqrt{2}$ , то

$$\tau_\beta = 1 / (2\pi f_\beta). \quad (1.31)$$

При использовании схемы замещения на рис. 1.4,а необходимо определять постоянную времени  $\tau_\alpha$ , связанную с  $\tau_\beta$  соотношением

$$\tau_\beta \approx \tau_\alpha (1 + \alpha) / (1 - \alpha), \quad (1.32)$$

где  $\alpha$  — коэффициент фазового сдвига ( $\alpha \approx 0,2$  — для бездрейфового (диффузионного) транзистора;  $\alpha \approx 0,6 \div 0,8$  — для дрейфового транзистора).

Учитывая (1.30), получаем

$$\tau_\alpha \approx \tau_T / (1 + \alpha), \quad (1.33)$$

т.е. для дрейфовых транзисторов  $\tau_\alpha \approx 0,5\tau_T$ , а для бездрейфовых —  $\tau_\alpha \approx \tau_T$ .

Если приводится величина граничной частоты  $f_\alpha$  коэффициента передачи тока эмиттера, на которой  $|\alpha| = \alpha / \sqrt{2}$ , то

$$\tau_\alpha = 1 / (2\pi f_\alpha). \quad (1.34)$$

Иногда в справочниках дают значение максимальной частоты генерации транзистора  $f_{\text{ген. макс}}$ , которую также можно использовать для определения  $f_\alpha$ :

$$f_{\text{ген. макс}} = \sqrt{f_\alpha / (8\pi r_\delta C_k)}. \quad (1.35)$$

В ряде случаев необходимо уметь оценивать изменения параметров схемы замещения транзистора при отличии режима по постоянному току и температуры окружающей среды от номинальных значений, при которых измерялись справочные данные.

Следуя [11], кратко поясним зависимости параметров T-образной схемы замещения от величин  $I_\beta$ ,  $U_{\kappa\delta}$  и  $t_c^\circ$ . Величины  $r_\beta$  и  $r_\kappa$  зависят практически обратно пропорционально от  $I_\beta$ , так что при малых токах  $I_\beta$  все большую роль начинают играть в быстродействующих схемах емкости монтажа и конструкции, а при значительных  $I_\beta$  — индуктивности монтажа и выводов транзистора. Величина  $r_\delta$  слабо зависит от тока  $I_\beta$ , но при высоких плотностях тока несколько уменьшается, так как рост концентрации неосновных носителей в области базы приводит одновременно и к увеличению концентрации основных носителей, которой и определяется объемное сопротивление базы. Отметим, что величины  $r_\delta$  снижаются для мощных и высокочастотных транзисторов; уменьшение  $r_\delta$  способствует также улучшению шумовых характеристик транзистора вследствие уменьшения теплового шума объемного сопротивления базы. Коэффи-

коэффициент передачи тока базы  $\beta$  при низких плотностях тока  $I_3$  увеличивается с ростом  $I_3$ , что связано с возрастанием коэффициента инжекции вследствие уменьшения роли токов рекомбинации — генерации в переходном слое и канального тока; при высоких плотностях тока  $I_3$  происходит уменьшение  $\beta$  с ростом  $I_3$ , что объясняется уменьшением коэффициента инжекции вследствие снижения подвижности неосновных носителей в области базы и уменьшением (из-за роста концентрации неосновных носителей) концентрации ионных примесей в базе, создающих ускоряющее поле в дрейфовом транзисторе. Аналитическая зависимость  $\beta = f(I_3)$  громоздка и не употребляется; в справочниках обычно приводятся соответствующие графики. Зависимость  $\alpha$  от  $I_3$  аналогична зависимости  $\beta$  от  $I_3$ , но менее ярко выражена. Коэффициент диффузионной обратной связи  $\mu$  слабо зависит от тока  $I_3$ . С ростом  $I_3$  происходит увеличение  $C_{эд}$  и уменьшение  $C_{эл}$ ; последнее обусловлено повышением концентрации неосновных носителей в области базы, прилегающей к эмиттеру. Увеличение коэффициента инжекции с ростом  $I_3$  приводит наряду с увеличением  $|\beta|$  на высших частотах и к росту  $f_T$ ; при дальнейшем возрастании  $I_3$  снижение  $|\beta|$  приводит и к уменьшению  $f_T$ . Зависимость  $f_T = f(I_3)$  обычно дается в справочнике. Емкость  $C_{кп}$  практически не зависит от  $I_3$ , а  $C_{кд}$  возрастает с ростом  $I_3$ .

Влияние напряжения  $U_{кб}$  связано, главным образом, с модуляцией (расширением) обедненного слоя коллекторного  $p-n$  перехода с ростом  $U_{кб}$  и соответственно с уменьшением толщины базы. Величина  $r_3$  практически не зависит от  $U_{кб}$ , а величина  $r_k$  возрастает пропорционально  $\sqrt{U_{кб}}$ . Однако обычно этот рост оказывается меньшим из-за токов поверхностных утечек, а при значительных  $U_{кб}$  возможен даже спад из-за ударной ионизации (уменьшения носителей заряда) в коллекторном переходе. Величина  $r_б$  слабо зависит от  $U_{кб}$  в большинстве транзисторов; лишь в высокочастотных транзисторах  $r_б$  заметно увеличивается с ростом  $U_{кб}$ . Коэффициент  $\alpha$  возрастает с ростом  $U_{кб}$  из-за сужения базы и умножения носителей заряда; соответственно возрастает и  $\beta$ . Зависимость  $\beta = f(U_{кб})$  часто дается в справочнике. Коэффициент  $\mu$  обратно пропорционален  $\sqrt{U_{кб}}$ . Зарядная составляющая емкости эмиттерного перехода  $C_{эл}$  практически не зависит от  $U_{кб}$ , а диффузионная —  $C_{эд}$  убывает с ростом  $U_{кб}$  из-за уменьшения толщины базы и времени диффузии, что заметно лишь в высокочастотных транзисторах. Зарядная составляющая емкости коллекторного пе-

переход  $C_{кп}$  убывает с ростом  $U_{кδ}$  в связи с расширением обедненного слоя, так что при напряжении  $U_{кδ}$

$$C_{кп} = (C_{кп})_{спр} \sqrt[n]{\frac{(U_{кδ})_{спр}}{U_{кδ}}}, \quad (1.36)$$

где  $n=3$  или  $n=2$  для переходов, полученных путем одинарной или двойной диффузии примесей, т.е. для плавного или ступенчатого перехода соответственно (индексом "спр" отмечены справочные данные). Диффузионная емкость  $C_{кд}$ , играющая значительно меньшую роль, с ростом  $U_{кδ}$  также несколько уменьшается. Среднее время пролета неосновных носителей через область базы  $\tau_T$  убывает, а частота  $f_T$  соответственно увеличивается с ростом  $U_{кδ}$ , причем более быстрые изменения происходят при меньших значениях  $U_{кδ}$ . Величина  $f_T$  увеличивается в 2 - 3 раза при возрастании  $U_{кδ}$  от 0 до  $U_{кδ.макс}$  в бездрейфовых транзисторах и в 5 - 10 раз в дрейфовых транзисторах.

Увеличение температуры окружающей среды  $t_c^\circ$  приводит к линейному росту величины  $r_э$ , которая изменяется примерно на  $0,33\%/^\circ\text{C}$ . Сопротивление  $r_к$  возрастает с повышением температуры в области температур, меньших комнатной; при дальнейшем увеличении температуры, особенно при значительных  $U_{кδ}$ , наблюдается спад  $r_к$ . Объемное сопротивление базы  $r_δ$  в кремниевых транзисторах возрастает из-за снижения удельной проводимости кремния, имеющей примесный характер; в германиевых транзисторах при  $t_c^\circ = (40 \div 60)^\circ\text{C}$  сопротивление  $r_δ$  имеет максимум; уменьшение  $r_δ$  при более высоких температурах объясняется возрастанием собственной составляющей удельной проводимости германия. С ростом  $t_c^\circ$  коэффициент  $\beta$  существенно увеличивается вследствие уменьшения вероятности рекомбинации неосновных носителей, а в дрейфовых транзисторах - и из-за увеличения напряженности встроенного поля в области базы. Зависимости  $\beta = f(t_c^\circ)$  обычно приводятся в справочниках. Зависимость  $\mu$  от температуры почти такова же, как и для  $r_э$ . Зависимости емкостей переходов  $C_э$  и  $C_к$  от температуры являются слабыми и практической роли не играют. Вследствие уменьшения подвижности неосновных носителей в области базы с ростом температуры происходит увеличение  $\tau_T$  и соответственно уменьшение  $f_T$ . Зависимость  $f_T$  от температуры также иногда дается в справочниках. Из-за увеличения  $\tau_T$  и  $\beta$ , согласно (1.30), с ростом  $t_c^\circ$  увеличивается и  $\tau_\beta$ ; величины же  $\alpha$  и  $\tau_\alpha$  возрастают незначительно.

На рис. 1.7,а показана линейная схема замещения полевого транзистора для области высших частот и малых времен [9]. В ней управляемый генератор тока  $SU_{зи}$  отражает факт преобразования входного напряжения  $U_{зи}$  в выходной ток;  $S$  — крутизна транзистора;  $r_i$  — внутреннее сопротивление;  $C_{зи}$ ,  $C_{зс}$  и  $C_{си}$  — емкости соответственно между затвором и истоком, затвором и стоком, стоком и истоком. В области средних и низших частот (средних и больших времен) схема замещения полевого транзистора заметно упрощается (рис. 1.7,б и в). Иногда бывает удобным заменить управляемый генератор тока  $SU_{зи}$  на управляемый генератор напряжения  $\mu U_{зи}$  ( $\mu = Sr_i$ ). Кроме того, в большинстве случаев вполне можно исключить входное сопротивление  $r_{зи}$ .

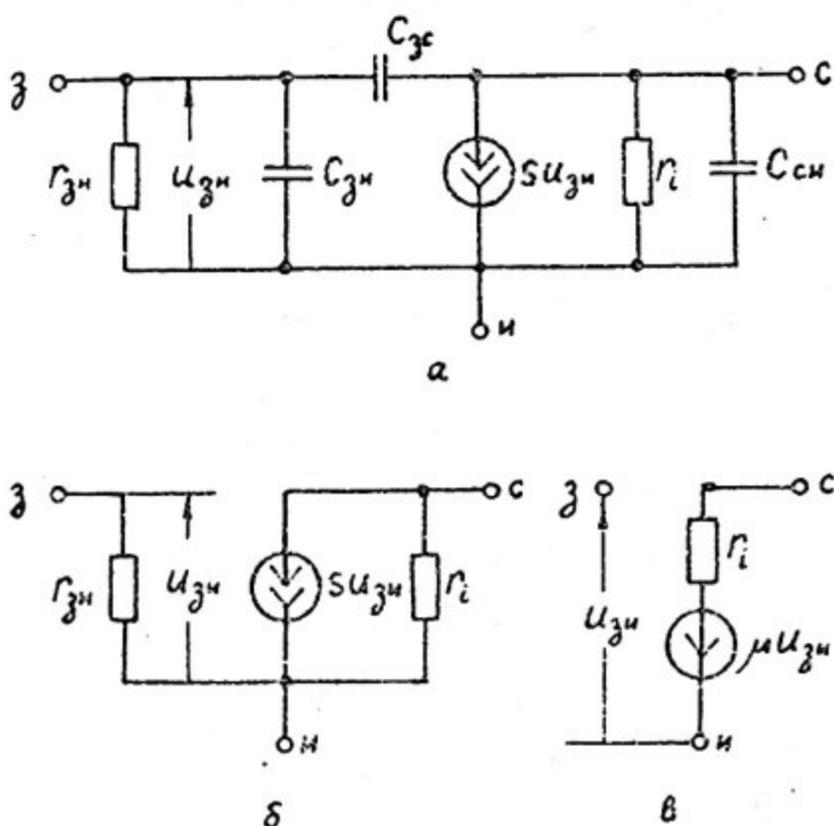


Рис. 1.7

Отметим, что в линейных цепях полевые транзисторы используются обычно в пологой области стоковых (выходных) вольт-амперных характеристик, т.е. при  $U_{си} \geq U_{с.пер}$ , где  $U_{с.пер} = U_{зи.отс} - U_{зи}$  — стоковое напряжение перекрытия канала [11].

При этом с достаточной для практики точностью можно использовать следующую аппроксимацию стоказатворных вольт-амперных характеристик:

$$I_c = I_{c.нас.о} (1 - U_{зи} / U_{зи.отс})^2. \quad (1.37)$$

В этой формуле  $U_{зи.отс}$  — напряжение отсечки (для транзисторов с управляющим  $p-n$  переходом и для МДП-транзисторов со встроенным каналом, иначе называемых транзисторами с изолированным затвором и обедненным каналом) или пороговое напряжение (для МДП-транзисторов с индуцированным каналом, иначе называемых транзисторами с изолированным затвором и обогащенным каналом);  $I_{c.нас.о}$  — ток стока насыщения при  $U_{зи} = 0$  (для первых двух видов транзисторов) или ток стока насыщения при  $U_{зи} = 2U_{зи.отс}$  (для МДП-транзисторов с индуцированным каналом). В справочниках указываются величины, позволяющие определить характеристику (1.37) и, далее, крутизну в рабочей точке:

$$S = S_{макс} / |1 - U_{зи} / U_{зи.отс}|, \quad (1.38)$$

где

$$S_{макс} = 2 I_{c.нас.о} / U_{зи.отс}. \quad (1.39)$$

В частности, для транзисторов с управляющим  $p-n$  переходом, которые в линейных схемах применяются при потенциалах затвора, имеющих знак, противоположный знаку потенциала стока по отношению к истоку, т.е. при обратносмещенном управляющем  $p-n$  переходе, приводятся величины  $I_{c.нас.о}$  и  $S_{макс}$  при  $U_{зи} = 0$  и  $U_{си} > U_{с.пер}$ . При этом напряжение отсечки можно найти, воспользовавшись вытекающей из (1.39) формулой

$$U_{зи.отс} = 2 I_{c.нас.о} / S_{макс}. \quad (1.40)$$

Для МДП-транзисторов со встроенным каналом, которые могут применяться в линейных схемах при потенциале затвора любого знака по отношению к истоку, указываются величины напряжения  $U_{зи}$  и крутизны  $S$ , соответствующие заданным значениям  $I_c$  и  $U_{си} > U_{с.пер}$ , т.е. для определенной точки стоказатворной характеристики. По этим данным исходя из (1.37) можно вычислить величины

$$U_{зи.отс} = U_{зи} - 2 I_c / S \quad \text{и} \quad I_{c.нас.о} = \frac{1}{4} S^2 U_{зи.отс}^2 / I_c. \quad (1.41)$$

Величина  $U_{зи.отс}$ , приводимая иногда непосредственно в справочных данных, является менее точной.

Для МДП-транзисторов с индуцированным каналом, которые в линейных схемах применяются при потенциалах затвора, имеющих тот же знак, что и потенциал стока по отношению к истоку, указываются обычно величины порогового напряжения  $U_{зи.отс}$  (при  $U_{си} > U_{с.пер}$  и весьма малом токе стока) и крутизна  $\bar{S}$ , соответствующей определенному значению  $\bar{I}_c$  при  $U_{си} > U_{с.пер}$ . По этим данным исходя из (1.37) можно получить следующее выражение:

$$I_{с.нас.о} = 0,25 \bar{S}^2 U_{зи.отс}^2 / \bar{I}_c. \quad (1.42)$$

В справочниках приводятся значения входной  $C_{зи}$ , проходной  $C_{зс}$  и выходной  $C_{си}$  емкостей, причем для транзисторов с управляющим  $p-n$  переходом даются  $C_{зи}$  и  $C_{зс}$ , измеренные при указанных значениях  $U_{зи}$  и  $U_{си}$ . Так как  $U_{зи} < U_{зс}$ , то и  $C_{зс} < C_{зи}$ , ибо это — емкости обратносмещенных  $p-n$  переходов; межэлектродная емкость  $C_{си}$  обычно не превышает 1 пФ. Для МДП-транзисторов часто приводятся значения  $C_{зи}$ ,  $C_{зс}$  и  $C_{си}$ , соответствующие определенным значениям  $U_{си}$  и  $I_c$ , причем  $C_{си}$ , обусловленная в данном случае в отличие от МДП-конденсаторов  $C_{зс}$  и  $C_{зи}$  емкостями  $p-n$  переходов "подложка-сток" и "подложка-исток", часто оказывается наибольшей. Иногда в справочниках даются значения емкостей  $C_{ни}$ ,  $C_{12и}$  и  $C_{22и}$ , соответствующих системе  $y$ -параметров полевого транзистора при включении его с общим истоком; при этом  $C_{зи} = C_{ни} - C_{12и}$ ,  $C_{зс} = C_{12и}$ ,  $C_{си} = C_{22и} - C_{12и}$ .

Внутреннее сопротивление  $r_i$  (или выходная проводимость  $g_i = g_{22и} = 1/r_i$ ) не всегда приводится в справочных данных; его типичная величина — десятки-сотни килоом. Иногда  $r_i$  можно найти по наклону стоковых характеристик в пологой области. Величина  $r_{зи}$ , которой сравнительно редко пользуются на практике, составляет  $10^8 - 10^{10}$  Ом для транзисторов с управляющим  $p-n$  переходом и  $10^{10} - 10^{14}$  Ом для МДП-транзисторов.

Рассмотрим кратко влияние, оказываемое на параметры схемы замещения полевого транзистора изменениями режимных значений  $U_{зи}$  и  $U_{си}$ , а также температуры окружающей среды  $t_c^\circ$ . Крутизна в рабочей точке  $S$  для пологой области практически линейно зависит от напряжения  $U_{зи}$ , уменьшаясь

при  $U_{зи} \rightarrow U_{зи.отс}$ . Зависимость крутизны от напряжения  $U_{си}$  в пологой области незначительна. Зависимость же крутизны от температуры обусловлена изменениями  $I_{с.нас.о}$  и  $U_{зи.отс}$  и может быть определена с помощью (1.39), если учесть, что приращения величин  $I_{с.нас.о}$  и  $U_{зи.отс}$  при увеличении температуры окружающей среды на  $\Delta t_c^\circ$  составляют [11]

$$\Delta I_{с.нас.о} \approx 4 \cdot 10^{-3} I_{с.нас.о} (1/U_{зи.отс} - 1,6) \Delta t_c^\circ \quad (1.43)$$

и

$$\Delta U_{зи.отс} \approx 2 (\text{мВ/град}) \cdot \Delta t_c^\circ, \quad (1.44)$$

причем в формуле (1.43) результат получается в миллиамперах, если  $U_{зи.отс}$  выражено в вольтах, а  $I_{с.нас.о}$  — в миллиамперах.

Отметим, что при  $U_{зи}$ , близких к  $U_{зи.отс}$ , т.е. в области малых токов, при увеличении  $t_c^\circ$  крутизна  $S$  возрастает; наоборот, по мере увеличения тока  $I_c$  зависимость  $S = f(t_c^\circ)$  изменяет характер, и с ростом температуры крутизна  $S$  начинает уменьшаться.

Сопротивление  $r_i$  в пологой области возрастает обратно пропорционально току стока  $I_c$  и примерно прямо пропорционально  $\sqrt{U_{си}}$ ; с ростом  $t_c^\circ$  величина  $r_i$  также несколько возрастает.

Емкости  $C_{зи}$  и  $C_{зс}$  в транзисторе с управляющим  $p-n$  переходом определяются зарядными составляющими и убывают с ростом  $U_{зи}$  и  $U_{си}$ , причем в первом приближении можно считать, что  $C_{зи}$  обратно пропорциональна  $\sqrt{U_{зи}}$ , а  $C_{зс}$  обратно пропорциональна  $\sqrt{U_{зс}}$ , где  $U_{зс} = U_{зи} + U_{си}$ . В МДП-транзисторах величины  $C_{зи}$  и  $C_{зс}$  зависят от  $U_{зи}$  и  $U_{зс}$  слабее; емкость же  $C_{си}$  определяется напряжениями на  $p-n$  переходах "сток — подложка" и "затвор — подложка". В частности, если подложка соединена с истоком, то  $C_{си} \approx C_{сп} \sim 1/\sqrt{U_{си}}$ . Зависимости емкостей  $C_{зи}$ ,  $C_{зс}$  и  $C_{си}$  от  $t_c^\circ$  являются сравнительно слабыми.

Что касается линейной схемы замещения интегрального усилителя, например ИОУ, микросхемы которых широко используются в электронных цепях в качестве активных элементов наряду с биполярными и полевыми транзисторами, то вопрос о такой схеме замещения, как и об измерении ее параметров, нельзя считать в настоящее время не только исчерпанным, но даже удовлетворительно решенным. Этим, по-видимому, объяс-

няется тот факт, что приводимые в справочниках данные порой оказываются недостаточными или малопригодными для расчета и теоретического проектирования устройств с применением указанных микросхем. Поэтому и в настоящем пособии ограничимся лишь изложением некоторых соображений по данному вопросу, используя при этом результаты, полученные В.А. Цыганковым.

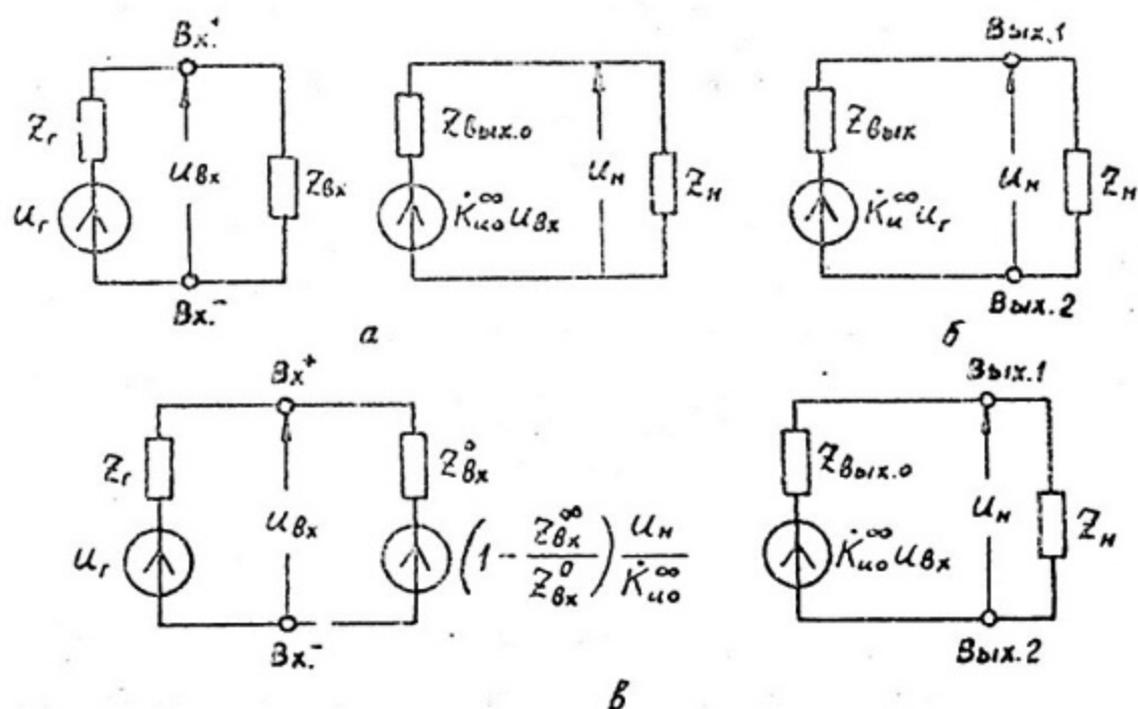


Рис. 1.8

Говоря о схеме замещения ИОУ, обычно имеют в виду его макро модель, аппроксимирующую схемные функции по отношению к доступным внешним зажимам микросхемы. Во многих случаях ИОУ можно рассматривать как четырехполюсник, что впрочем справедливо и в отношении ряда других линейных интегральных микросхем. При этом приведенные выше соотношения (1.4) и (1.7) позволяют представить любой линейный четырехполюсник и, в частности, линейную микросхему в виде, показанном на рис. 1.8. Эквивалентность приведенных схем замещения исходной микросхеме устанавливается по отношению к следующим парам зажимов: входным - а, выходным - б, входным и выходным - в. Очевидно, что последняя схема замещения соответствует базису предельных величин ( $K_{ц0}^{\infty}$ ,  $Z_{bx}^0$ ,  $Z_{bx}^{\infty}$ ,  $Z_{вых.0}$ ). Следовательно, при использовании этой схемы заме-

шения необходимо для линейной микросхемы (например ИОУ) конкретного типа определить (по справочным данным или путем измерений) указанные базисные величины. При этом, разумеется, не обязательно измерять сами эти величины, их можно вычислить по измеренным другим характеристикам (если это удобнее), например, по четырем значениям  $K_u$ , соответствующим четырем различным точкам ( $Z_r$ ,  $Z_H$ ), причем  $Z_r \neq \infty$  и  $Z_H \neq 0$ . Отметим при этом, что речь идет, вообще говоря, о функциях оператора  $p$ .

Если взаимодействие между выходом и входом является слабым, то  $Z_{\beta x}^0 = Z_{\beta x}^\infty$ , и схема замещения несколько упрощается (рис. 1.9), причем  $Z_{\beta_{вых.0}} = Z_{\beta_{вых.\infty}} = Z_{\beta_{вых}}$  и  $Z_{\beta x}^0 = Z_{\beta x}^\infty = Z_{\beta x}$  и не зависят от  $Z_r$  и  $Z_H$ .

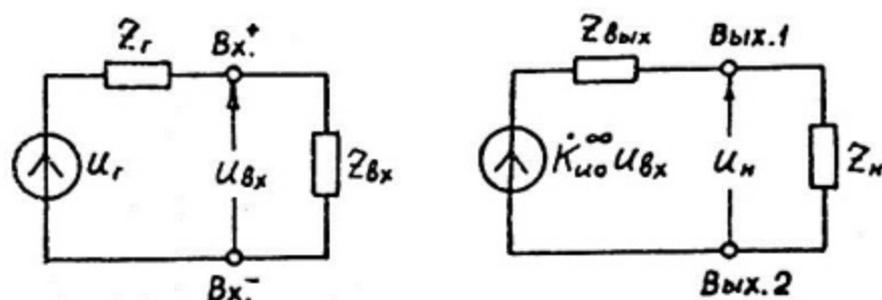


Рис. 1.9

Предположим, что для некоторой линейной ИМС известно, что при  $Z_r = R_r$  и  $Z_H = R_H$

$$K_u(p) = \frac{K_u}{(1+p\tau_1)(1+p\tau_2)}, \quad (1.45)$$

причем  $K_u = \frac{R_1}{R_r + R_1} K_{\infty} \frac{R_H}{R_2 + R_H}$ ,  $\tau_1 = \tau_1' \frac{R_r}{R_r + R_3}$ ,  $\tau_2 = \tau_2' \frac{R_H}{R_4 + R_H}$ ,

$R_1$ ,  $R_2$ ,  $K_{\infty}$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $\tau_1'$  и  $\tau_2'$  не зависят от  $R_r$  и  $R_H$ . Заметим, что на самом деле это описание  $K_u(p)$  является избыточным, достаточно знать лишь численные значения  $K_u$ ,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  при четырех сочетаниях  $R_r$  и  $R_H$  ( $R_r \neq \infty$ ,  $R_H \neq 0$ ). Тогда, в соответствии с (1.8), находим для области средних и низших частот ( $p=0$ ):  $R_{\beta x}^0 = R_1$ ,  $R_{\beta x}^\infty = R_1$ ,  $R_{\beta_{вых.0}} = R_2$  и  $R_{\beta_{вых.\infty}} = R_2$ , т.е. пригодна схема замещения на рис. 1.10, а, сопротивления  $R_{\beta x} = R_1$ ,  $R_{\beta_{вых}} = R_2$  не зависят от  $R_H$  и  $R_r$ . В

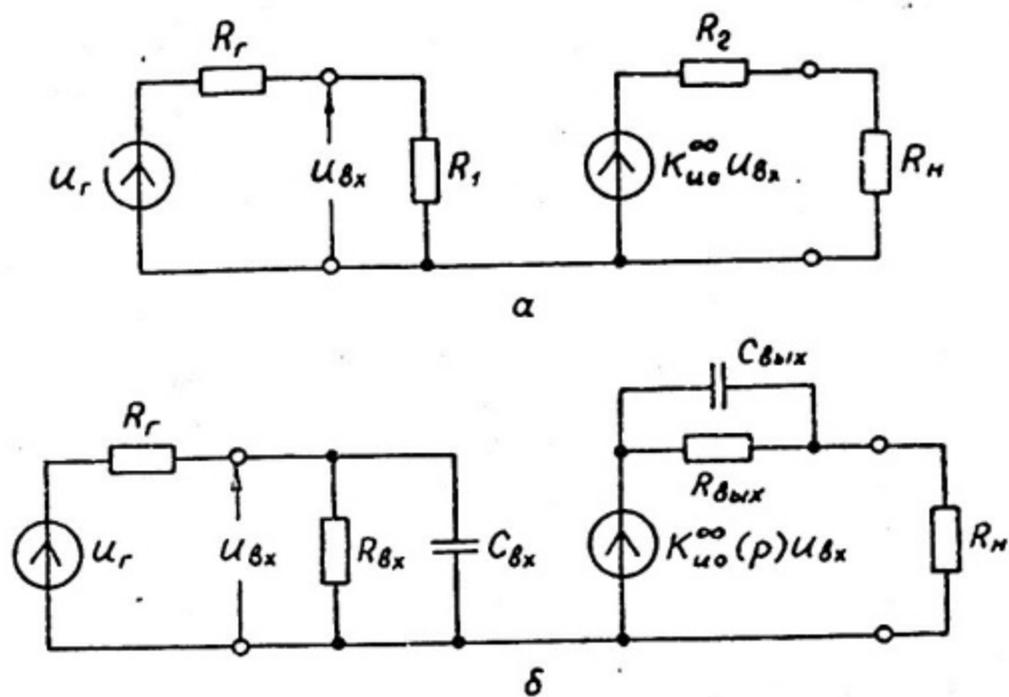


Рис. 1.10

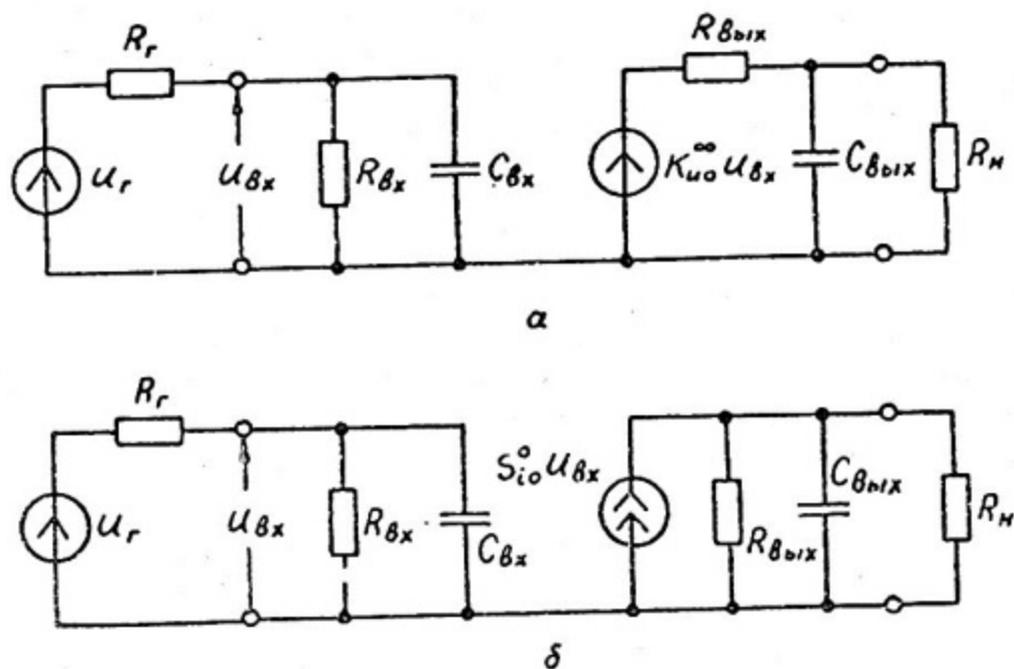


Рис. 1.11

соответствия с теми же соотношениями (1.8) получаем при  $p \neq 0$ :  $K_{\infty}^{\infty}(p) = K_{\infty}^{\infty} / (1 + p\tau_2')$ ,  $Z_{Bx}^0 = Z_{Bx}^{\infty} = Z_{Bx} = R_1 / (1 + p\tau_1')$ ,  $Z_{B_{\text{вых.о}}} = Z_{B_{\text{вых.о}}} = Z_{B_{\text{вых}}} = R_2 / (1 + p\tau_2')$ . Итак, схема замещения в данном случае принимает вид рис. 1.10,б, где  $R_{Bx} = R_1$ ,  $C_{Bx} = \tau_1' / R_1$ ,  $R_{B_{\text{вых}}} = R_2$ ,  $C_{B_{\text{вых}}} = \tau_2' / R_2$ . Нетрудно преобразовать эту схему в эквивалентные ей схемы, показанные на рис. 1.11. Отметим еще, что сравнивая  $K_u(p)$  для схемы на рис. 1.10,б и (1.45), находим  $R_3 = R_1$ ,  $R_4 = R_2$ .

Итак, заменив реальные компоненты их операторными схемами замещения, любое линейное электронное устройство можно представить в виде операторной эквивалентной схемы (модели), где токи и напряжения заменены их операторными выражениями (изображениями по Лапласу-Карсону). Составив уравнения Кирхгофа (или узловые, или контурные уравнения, т.е. описав состояние схемы), можно далее путем их решения найти изображение любого представляющего интерес сигнала. По изображению можно восстановить и оригиналы, т.е. сами сигналы (их зависимости во времени).

В случае гармонических возбуждающих сигналов установившиеся сигналы в цепи оказываются также гармоническими, поэтому начальные условия можно считать при гармоническом анализе нулевыми и пользоваться комплексными сопротивлениями емкости ( $1/j\omega C$ ) и индуктивности ( $j\omega L$ ), а также комплексными выражениями зависимых генераторов, находя комплексы  $\dot{I}$  и  $\dot{U}$  в полученной модели цепи. Очевидно, что схема и комплексы сигналов при гармоническом анализе получаются из операторной схемы и изображений сигналов простой заменой оператора  $p$  на  $j\omega$  (при нулевых начальных условиях). Чтобы подчеркнуть в дальнейшем, что речь идет о комплексах, т.е. функциях от  $j\omega$ , будем пользоваться их обычным сокращенным обозначением с точкой сверху:  $\beta(j\omega) = \dot{\beta}$  и т.д.

Таким образом, операторный метод позволяет получить связь между изображением сигнала возбуждения  $X_r(p)$  и изображением сигнала реакции схемы  $X_H(p)$ , причем при нулевых начальных условиях

$$X_H(p) = f(p) \cdot X_r(p), \quad (1.46)$$

где  $f(p)$  и является обобщением понятия схемной функции (см. раздел 1.1) и может быть либо передаточной функцией (см. (1.1)), либо входной (см. (1.6)).

### 1.3. Полюсы и нули. Нахождение временных и частотных характеристик цепи по схемной функции

В линейных электронных схемах с сосредоточенными и неизменными во времени элементами схемная функция  $f(p)$  является дробно-рациональной функцией оператора  $p$  :

$$f(p) = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_m p^m}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_n p^n}, \quad (1.47)$$

где  $a_i$  ( $i=0, 1, \dots, m$ ) и  $b_i$  ( $i=0, 1, \dots, n$ ) — вещественные коэффициенты полиномов

$$A(p) = \sum_{i=0}^m a_i p^i \quad \text{и} \quad B(p) = \sum_{i=0}^n b_i p^i,$$

выражающиеся через элементы схемы;  $m$  и  $n$  — целые неотрицательные числа.

Если  $f(p)$  является передаточной функцией, то  $m \leq n$  и для устойчивости схемы необходимо и достаточно, чтобы все полюсы  $f(p)$ , т.е. корни характеристического уравнения

$$b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_n p^n = 0, \quad (1.48)$$

лежали в левой полуплоскости комплексной плоскости  $p = \sigma + j\omega$  или на оси частот  $j\omega$ . В последнем случае эти полюсы должны быть простыми (некратными). Что же касается нулей передаточной функции, т.е. корней уравнения  $a_0 + a_1 p + \dots + a_m p^m = 0$ , то они, вообще говоря, могут находиться в любой части комплексной плоскости.

В том случае, когда и все нули лежат в левой ее части, функцию и саму цепь называют минимально-фазовой. Такие цепи обладают замечательным свойством — однозначной связью между амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристиками, так что знание одной из них позволяет определить и другую. При этом из всех цепей, имеющих данную АЧХ, минимально-фазовая цепь создает на любой заданной частоте наименьший сдвиг по фазе.

Электронные усилители в большинстве практических случаев могут рассматриваться как минимально-фазовые цепи, однако лишь в первом приближении и ограниченном диапазоне частот. Строго говоря, вследствие, например, паразитных сквозных передач, они являются неминимально-фазовыми цепями, что

часто необходимо учитывать при проектировании широкополосных усилителей с глубокими обратными связями.

Некоторые типы активных  $RC$ -фильтров также являются неминимально-фазовыми цепями, причем нули в правой полуплоскости создаются намеренно, схемотехническим путем, а не вследствие влияния паразитных параметров [9].

Если  $f(p)$  является входной функцией, то не только ее полюсы, но и нули должны лежать в левой полуплоскости или на оси  $j\omega$  (последние могут быть лишь простыми); степени полиномов числителя и знаменателя  $f(p)$  при этом не могут отличаться более, чем на единицу, т.е.  $|m-n| \leq 1$ .

Если входная функция  $f(p)$  имеет размерность сопротивления (другой возможный вариант — проводимость) и  $m=n$ , то при  $p \rightarrow \infty$   $f(p) \rightarrow a_m/b_n$ , т.е. имеет резистивную реакцию; если  $m=n-1$ , то при  $p \rightarrow \infty$   $f(p) \rightarrow a_m/b_n p$ , т.е. имеет емкостную реакцию; наконец, если  $m=n+1$ , то при  $p \rightarrow \infty$   $f(p) \rightarrow a_m p/b_n$ , т.е. имеет индуктивную реакцию. Аналогично, если  $a_0 \neq 0$  и  $b_0 \neq 0$ , то при  $p \rightarrow 0$   $f(p) \rightarrow a_0/b_0$ , т.е. имеет резистивную реакцию; если  $a_0 \neq 0$  и  $b_0 = 0$ , то при  $p \rightarrow 0$   $f(p) \rightarrow a_0/b_1 p$ , т.е. имеет емкостную реакцию; наконец, если  $a_0 = 0$  и  $b_0 \neq 0$ , то при  $p \rightarrow 0$   $f(p) \rightarrow a_1 p/b_0$ , т.е. имеет индуктивную реакцию.

Функцию  $f(p)$  можно представить и в виде, явно зависящем от ее нулей и полюсов:

$$f(p) = f \frac{(p+z_1)(p+z_2) \dots (p+z_m)}{(p+p_1)(p+p_2) \dots (p+p_n)}, \quad (1.49)$$

где  $-z_i$  — нули  $f(p)$ ,  $-p_i$  — полюсы  $f(p)$ ,  $f = a_m/b_n$  — масштабный множитель, не зависящий от  $p$ . Множители  $(p+z_i)$  и  $(p+p_i)$  называются соответственно множителями нуля и полюса. Возможны вещественные и комплексные нули и полюсы, причем комплексные входят в (1.49) лишь в виде комплексно-сопряженных пар. Соответствующие таким парам множители нулей (или полюсов) образуют в числителе (или в знаменателе) (1.49) квадратичные множители вида  $p^2+cp+d$ . Таким образом, схемная функция  $f(p)$  полностью определяется своими полюсами, нулями и масштабным множителем  $f$ . Расположение нулей и полюсов на комплексной плоскости образует так называемую карту нулей и полюсов схемной функции, причем полюсы обозначаются, как правило, крестиками, а нули — кружочками. На рис. 1.12 в качестве примера дана карта нулей и полюсов, соответствующая функции  $f(p)$ , имеющей один вещест-

венный ( $-\rho_1$ ) и два комплексно-сопряженных полюса ( $-\rho_2, -\rho_3 = -\rho_2^*$ ), а также два комплексно-сопряженных нуля ( $-z_1, -z_2 = -z_1^*$ ).

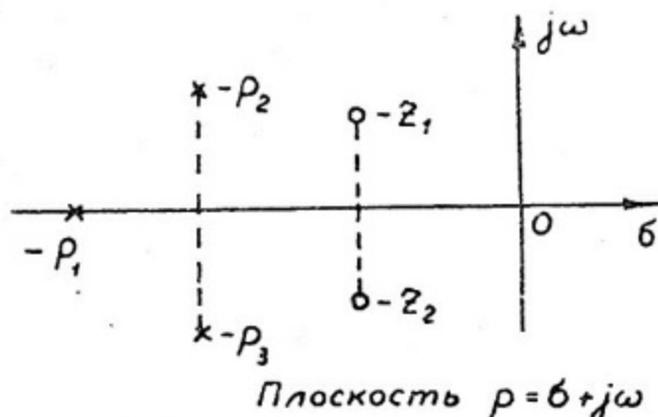


Рис. 1.12

Так как расположение полюсов (или нулей) зависит от значений коэффициентов  $b_0, b_1, \dots, b_n$  (или  $a_0, a_1, \dots, a_m$ ), а значит — от значений элементов схемы, то по мере изменения величины некоторого элемента полюсы (или нули) "прочерчивают" на карте полюсов (или нулей) линии; эти линии называются траекториями полюсов (или нулей) и все вместе образуют так называемый корневой годограф. Очевидно, что этот годограф, построенный для полюсов, может оказаться весьма полезным для исследования областей допустимых значений элементов схемы, при которой она остается устойчивой.

Как уже упоминалось выше, нахождение схемных функций цепи полезно не только потому, что с их помощью можно проанализировать устойчивость, но и потому, что по ним могут быть найдены временные и частотные характеристики рассматриваемой цепи.

Из выражения (1.46) следует, что изображением реакции на сигнал  $x_r(t) = f(t)$ , представляющий собой единичный скачок напряжения или тока, является сама схемная функция  $f(p)$ . Эта реакция носит название переходной характеристики  $h(t)$  и играет особую роль при проектировании и исследовании линейных электронных схем, в частности, импульсных усилителей. Одним из способов ее нахождения по найденной функции является, как известно [12], определение полюсов  $-\rho_i$  с последующим вычислением по формулам оригиналов. При этом целесообразно пред-

варительно понизить степень числителя  $f(p)$  при  $m \geq n$ , выделив в виде слагаемых два члена:

$$f(p) = \frac{a_{n+1}}{b_n} p + \frac{a_n b_n - a_{n+1} b_{n-1}}{b_n^2} + \frac{a'_0 + a'_1 p + \dots + a'_{n-1} p^{n-1}}{b_0 + b_1 p + \dots + b_n p^n}, \quad (1.50)$$

где  $a'_i = a_i - b_i a_n / b_n - b_{i-1} a_{n+1} (1 - b_i b_{n-1} / b_{i-1} b_n) / b_n$   
 $(i = 1, 2, \dots, n-1)$ ;  $a'_0 = a_0 - b_0 a_n / b_n$ .

Тогда оригинал - переходная функция

$$h(t) = \frac{a_{n+1}}{b_n} \delta_0(t) + \frac{a_n}{b_n} - \frac{a_{n+1} b_{n-1}}{b_n^2} + \sum_{i=1}^k \sum_{l=1}^{n_i} \frac{\Phi_{il}(-p_i)}{(n_i - l)! (l-1)!} t^{n_i - l - p_i t} e^{-p_i t}, \quad (1.51)$$

где  $\delta_0(t)$  - дельта-функция нулевого порядка;  $-p_i$  - полюс кратности  $n_i (1, 2, \dots, k)$ ,  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ , т.е.

$$B(p) = b_0 + b_1 p + \dots + b_n p^n = b_n (p + p_1)^{n_1} \dots (p + p_k)^{n_k};$$

$$\Phi_{il}(p) = \frac{d^{l-1}}{dp^{l-1}} \left[ \frac{a'_0 + a'_1 p + \dots + a'_{n-1} p^{n-1}}{p B(p) / (p + p_i)^{n_i}} \right]; p_i \neq p_j \text{ при } i \neq j.$$

В частности, если все полюсы  $f(p)$  - простые, т.е.

$$B(p) = b_n (p + p_1)(p + p_2) \dots (p + p_n), p_i \neq p_j \text{ при } i \neq j,$$

то

$$h(t) = \frac{a_{n+1}}{b_n} \delta_0(t) + \frac{a_n}{b_n} - \frac{a_{n+1} b_{n-1}}{b_n^2} +$$

$$+ \sum_{i=1}^n \frac{a'_0 + a'_1 (-p_i) + \dots + a'_{n-1} (-p_i)^{n-1}}{-p_i [B(p) / (p + p_i)]_{p = -p_i}} e^{-p_i t} \quad (1.52)$$

Отметим, что для нахождения оригинала по формуле (1.51) или (1.52) вычисление нулей, в отличие от полюсов, не требуется. Характер процесса и его устойчивость определяются расположением полюсов. Различают три основных типа переходных процессов: критический, если все полюсы равны (т.е. имеется один полюс  $n$ -й кратности); аperiodический, если все полюсы вещественные и хотя бы два из них неравные; колебательный,

если среди полюсов имеется хотя бы одна пара комплексно-сопряженных.

Для нахождения по схемной функции частотных характеристик следует в выражении (1.47) положить  $p = j\omega$ ; при этом схемная функция  $f(p)$  становится комплексной частотной характеристикой  $f(j\omega) = \dot{f}$ , отражающей передачу рассматриваемой линейной электронной цепи гармонического сигнала в установившемся режиме.

Годограф  $\dot{f}$ , описываемый на комплексной плоскости в координатах  $(\operatorname{Re} \dot{f}, \operatorname{Im} \dot{f})$  радиусом-вектором, изображающим комплексное число  $\dot{f}$ , при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$  называется амплитудно-фазовой характеристикой, или частотным годографом.

Представляя комплексную величину  $\dot{f}$  в показательной форме, т.е.

$$\dot{f} = |\dot{f}| e^{j \operatorname{arg} \dot{f}}, \quad (1.53)$$

находим модуль комплексной частотной характеристики

$$|\dot{f}| = \sqrt{\sum_{r=0}^N A_r \omega^{2r} / \sum_{r=0}^N B_r \omega^{2r}} \quad (1.54)$$

и ее аргумент  $\operatorname{arg} \dot{f}$ , удовлетворяющий условию

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arg} \dot{f}) = \omega \sum_{r=0}^{N-1} D_r \omega^{2r} / \sum_{r=0}^N C_r \omega^{2r}, \quad (1.55)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где} \\ A_r = (-1)^r \sum_{i=0}^{2r} a_i a_{2r-i} (-1)^i, \quad B_r = (-1)^r \sum_{i=0}^{2r} b_i b_{2r-i} (-1)^i, \\ C_r = (-1)^r \sum_{i=0}^{2r} a_i b_{2r-i} (-1)^i, \quad D_r = (-1)^r \sum_{i=0}^{2r+1} a_i b_{2r-i+1} (-1)^i \end{aligned} \right\} (1.56)$$

$N = \max(m, n)$ ;  $a_i$  (и  $b_j$ ) следует полагать равными нулю для  $i > m$  (и  $j > n$ ).

Зависимость модуля  $|\dot{f}|$  от частоты дает АЧХ, а зависимость аргумента от частоты - ФЧХ.

Представляя величину  $\dot{f}$  в алгебраической форме, т.е.  $\dot{f} = \text{Re} \dot{f} + j \text{Im} \dot{f}$ , находим ее вещественную и мнимую части:

$$\text{Re} \dot{f} = \sum_{r=0}^N C_r \omega^{2r} / \sum_{r=0}^N B_r \omega^{2r}, \quad \text{Im} \dot{f} = \omega \sum_{r=0}^{N-1} D_r \omega^{2r} / \sum_{r=0}^N B_r \omega^{2r}. \quad (1.57)$$

Отметим, что из вещественных частотных характеристик  $|\dot{f}|$  и  $\text{Re} \dot{f}$  — четные функции  $\omega$ , а  $\text{arg} \dot{f}$  и  $\text{Im} \dot{f}$  — нечетные.

В радиотехнической и измерительной аппаратуре весьма часто используются устройства, значения АЧХ которых изменяются в широких пределах. При проектировании и анализе таких устройств удобно оперировать с логарифмическими частотными характеристиками:

$$\ln \dot{f} = \ln |\dot{f}| + j \text{arg} \dot{f}. \quad (1.58)$$

Согласно (1.49), получаем логарифмическую АЧХ (ЛАЧХ):

$$\ln |\dot{f}| = \ln \dot{f} + \sum_{i=1}^m \ln |j\omega + z_i| - \sum_{i=1}^n \ln |j\omega + p_i| \quad (1.59)$$

и фазочастотную характеристику:

$$\text{arg} \dot{f} = \text{arg} \dot{f} + \sum_{i=1}^m \text{arg} (j\omega + z_i) - \sum_{i=1}^n \text{arg} (j\omega + p_i). \quad (1.60)$$

Заметим, что  $\text{arg} \dot{f} = 0$  при  $\dot{f} > 0$  и  $\text{arg} \dot{f} = \pi$  при  $\dot{f} < 0$ .

Таким образом, при переходе к  $\ln \dot{f}$  умножение заменяется сложением и каждый множитель нуля (полоса) порождает в формулах (1.59) и (1.60) отдельное слагаемое. Умея находить вклад в ЛАЧХ и в ФЧХ, вносимый отдельными нулями (полосами), можно суммированием определить полную ЛАЧХ и ФЧХ. При этом обычно предпочитают вместо  $\ln |\dot{f}|$  использовать величину  $20 \lg |\dot{f}| = |\dot{f}|$  (дБ), измеряя АЧХ в децибелах. Например, значение  $|\dot{f}| = 10$  соответствует  $|\dot{f}|$  (дБ) = 20 дБ, а  $|\dot{f}| = 2$  — 6 дБ и т.д. По оси частот вместо значений  $\omega$  часто откладывают их логарифмы  $\lg \omega$  (сохраняя название оси частот и указывая на ней значения  $\omega$ ). При этом единичный интервал на оси частот между точками, соответствующими  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , означает, что  $\lg \omega_2 - \lg \omega_1 = 1$ , т.е.  $\omega_2 / \omega_1 = 10$ , и представляет собой одну декаду.

Так как вклады множителей полюса и нуля отличаются лишь знаком, то достаточно рассмотреть влияние, например, полюса. Множитель вещественного полюса  $-p_i$  вносит в ЛАЧХ величину

$$|f_i|_{(дБ)} = -20 \lg |j\omega + p_i| = -20 \lg \sqrt{p_i^2 + \omega^2} \quad (1.61)$$

и в ФЧХ - величину

$$\arg f_i = -\arg(j\omega + p_i) = -\arctg(\omega/p_i). \quad (1.62)$$

При  $\omega \ll p_i$

$$|f_i|_{(дБ)} \approx -20 \lg p_i, \quad (1.63)$$

т.е.  $|f_i|_{(дБ)}$  не зависит от частоты, а при  $\omega \gg p_i$

$$|f_i|_{(дБ)} \approx -20 \lg \omega, \quad (1.64)$$

т.е.  $|f_i|_{(дБ)}$  линейно убывает на 20 дБ на декаду.

Уравнения (1.63) и (1.64) дают асимптотический ход функции (1.61), что показано на рис. 1.13,а. Точка пересечения асимптот, называемая точкой излома, получается при  $\omega = p_i$ .

Точный ход ЛАЧХ показан на рис. 1.13,а пунктиром; максимальная погрешность асимптотического представления, называемого диаграммой Бode для АЧХ, равна 3 дБ и получается при частоте излома.

Для ФЧХ имеем при  $\omega \ll p_i$

$$\arg f_i \approx 0, \quad (1.65)$$

а при  $\omega \gg p_i$

$$\arg f_i \approx 90^\circ. \quad (1.66)$$

Уравнения (1.65) и (1.66) дают асимптотический ход функции (1.62), что показано на рис. 1.13,б. Точный ход ФЧХ показан пунктиром; максимальная погрешность асимптотического представления, называемого диаграммой Бode для ФЧХ, равна  $5,7^\circ$  и получается при  $\omega = 0,1 p_i$  и  $\omega = 10 p_i$ .

Ввиду того, что комплексные полюсы встречаются сопряженными парами, целесообразно рассматривать их влияние совместно. Множитель пары комплексно-сопряженных полюсов  $-p_i$  и  $-p_i^*$ , имеющий вид  $1/(p_i^2 c_i p + d_i)$ , где  $\alpha_i = c_i/\sqrt{d_i} < 2$ , вносит в ЛАЧХ величину

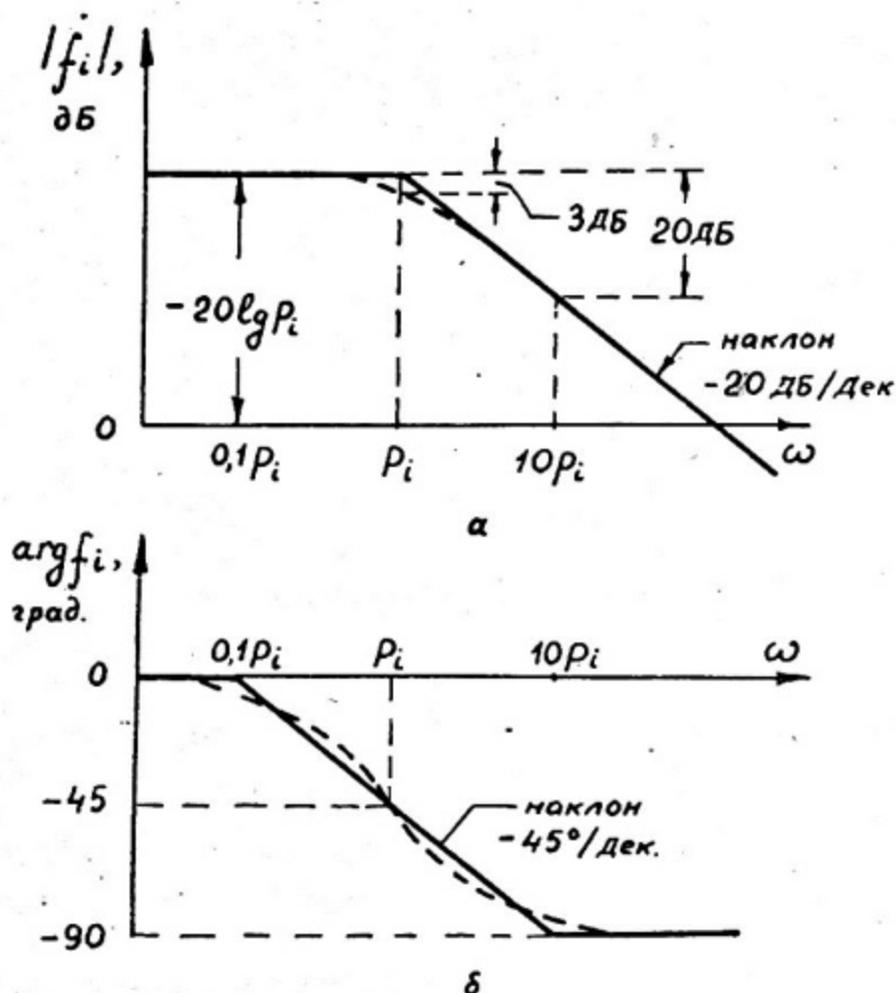


Рис. 1.13

$$|f_i|(\text{дБ}) = -20 \lg d_i - 20 \lg \sqrt{(1 - \omega^2/d_i)^2 + d_i^2 \omega^2/d_i}, \quad (1.67)$$

а в ФЧХ - величину

$$\arg f_i = -\arg(d_i - \omega^2 + j\omega c_i) = \begin{cases} -\arctg[\omega c_i / (d_i - \omega^2)], & \text{если } \omega^2 \leq d_i; \\ -\pi - \arctg[\omega c_i / (d_i - \omega^2)], & \text{если } \omega^2 > d_i. \end{cases} \quad (1.68)$$

Низкочастотная асимптота ЛАЧХ  $|f_i|(\text{дБ}) \approx -20 \lg d_i$ , а высокочастотная  $-|f_i|(\text{дБ}) \approx -40 \lg \omega$ ; точка их пересечения (точка излома) получается при  $\omega = \sqrt{d_i}$  (рис. 1.14, а). Однако лишь при  $\sqrt{2} \leq d_i < 2$  подобное представление обеспечивает приемлемую точ-

ность (при таких значениях  $\alpha_i$  ЛАЧХ является монотонно-убывающей); при  $\alpha_i < \sqrt{2}$  ЛАЧХ имеет на частоте  $\omega_s = \sqrt{d_i(1-0,5\alpha_i^2)}$  подъем (см. пунктирную кривую на рис. 1.14,а), причем  $|f_i(\omega_s)| = -20 \lg d_i - 20 \lg \sqrt{d_i^2(1-0,25\alpha_i^2)}$ . На рис. 1.14,б показана ФЧХ  $\arg f_i$  для ряда значений  $\alpha_i$ .

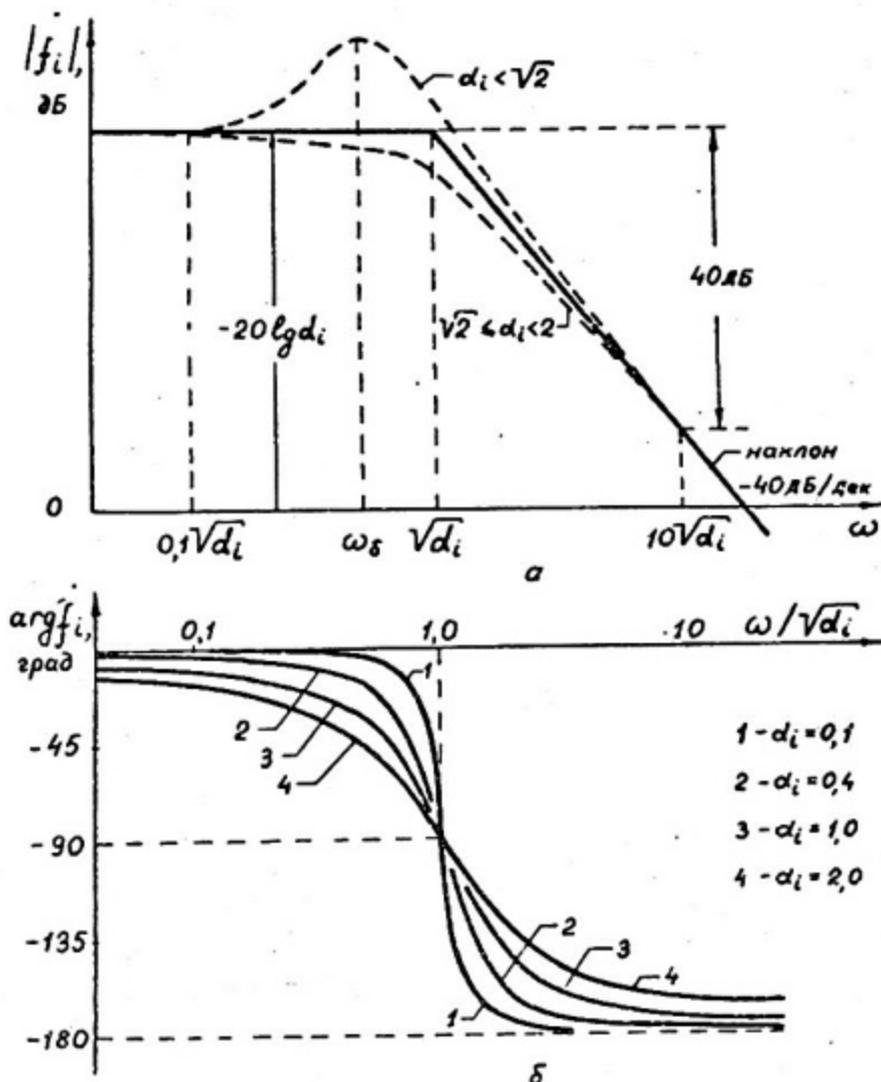


Рис. 1.14

#### 1.4. Критерии устойчивости

В разделе 1.3 было сформулировано необходимое и достаточное условие устойчивости, для проверки которого требуется знать расположение полюсов передаточной функции (а в случае входной функции — и расположение нулей) на карте нулей и полюсов. Физической причиной нарушения устойчивости (само-

возбуждение, генерация) цепи является наличие внешних или внутренних обратных связей (ОС), которые в некоторой полосе частот становятся положительными и принимают регенеративный характер. Это происходит тогда, когда поступающая из выходной цепи во входную — по цепи ОС — энергия оказывается достаточно большой. Особенно важной является проблема обеспечения устойчивости для многокаскадных усилителей с общей ОС.

Однако нахождение полюсов при  $n > 2$  весьма трудоемко. Поэтому были разработаны критерии устойчивости в форме, позволяющей избежать этих вычислений. Наиболее удобными являются критерий Рауса-Гурвица (алгебраический) и критерий Найквиста (геометрический, частотный). Последний иногда употребляется в формулировке, называемой логарифмическим частотным критерием Боде.

Согласно критерию Рауса-Гурвица, для того чтобы все корни характеристического уравнения (1.48) имели отрицательные вещественные части, необходимо и достаточно, чтобы определитель Гурвица

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \dots & 0 \\ b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & b_{n-1} & b_{n-3} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & b_0 \end{vmatrix}$$

и все его диагональные миноры:

$$\Delta_1 = b_{n-1}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} b_{n-1} & b_{n-3} \\ b_n & b_{n-2} \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} \\ b_n & b_{n-2} & b_{n-4} \\ 0 & b_{n-1} & b_{n-3} \end{vmatrix}, \dots$$

были одного знака с  $b_n$ .

Критерий Рауса-Гурвица удобен при немашинных расчетах до  $n = 5$ .

Критерий Найквиста позволяет выяснить условия устойчивости схемы по виду годографа возвратного отношения  $L(j\omega)$

или возвратной разности  $F(j\omega) = 1 + L(j\omega)$ . Его достоинство — это возможность экспериментального определения  $L(j\omega)$ , нахождения требуемых запасов устойчивости по амплитуде и по фазе, а также выяснения способов обеспечения устойчивости усилителя. Напомним, что в теории усилителей возвратное отношение чаще называют петлевым усилением, а возвратную разность — глубиной или фактором ОС.

Критерий Найквиста утверждает, что в том случае, когда годограф  $F(j\omega)$  охватывает при  $0 < \omega < \infty$  начало координат в плоскости  $F$ , схема устойчивая в разомкнутом состоянии, оказывается неустойчивой в замкнутом состоянии.

Удобнее, однако, иметь дело с годографом возвратного отношения  $L(j\omega) = F(j\omega) - 1$ , для которого критической точкой вместо  $F = 0$  служит точка  $(-1; 0)$ . Переходя к плоскости  $L$ , получаем следующую формулировку критерия Найквиста: схема, устойчивая в разомкнутом состоянии, остается устойчивой и в замкнутом состоянии тогда и только тогда, когда годограф  $L(j\omega)$  при  $0 < \omega < \infty$  не охватывает критическую точку  $(-1; 0)$  в плоскости  $L = Re L + j Im L$ .

На рис. 1.15 показаны примеры годографов  $L(j\omega)$ , называемых также диаграммами Найквиста. Все три годографа соответствуют трехполосной функции  $L(p)$ , т.е. в первом приближении — это трехкаскадный усилитель (см. касание годографом оси  $Im L$  при  $\omega \rightarrow \infty$ ). На рис. 1.15,а усилитель является абсолютно устойчивым. В этом случае вводят понятия запасов устойчивости по амплитуде и фазе. Запас по амплитуде ( $x$ , дБ) — величина, которую следует добавить к  $|L|$  при  $arg L = 180^\circ$ , для того чтобы схема потеряла устойчивость, запас по фазе — угол ( $y \cdot 180^\circ$ ), который следует добавить к  $arg L$  при  $|L| = 1$ , для того чтобы схема потеряла устойчивость (см. рис. 1.15,а). Обычно в транзисторных схемах, учитывая значительные разбросы параметров, рекомендуют  $x = 10$  дБ ;  $y = 0,25$ . На рис. 1.15,б — усилитель неустойчив. На рис. 1.15,в усилитель является условно-устойчивым, или устойчивым по Найквисту. Он может самовозбуждаться как при увеличении  $|L|$ , так и при уменьшении  $|L|$ , что особенно опасно, так как, например, модуль коэффициента передачи тока базы транзисторов  $|\beta|$  возрастает при включении не мгновенно, а постепенно; кроме того,  $|\beta|$  уменьшается при возрастании нелинейных искажений и при уменьшении напряжений источников питания.

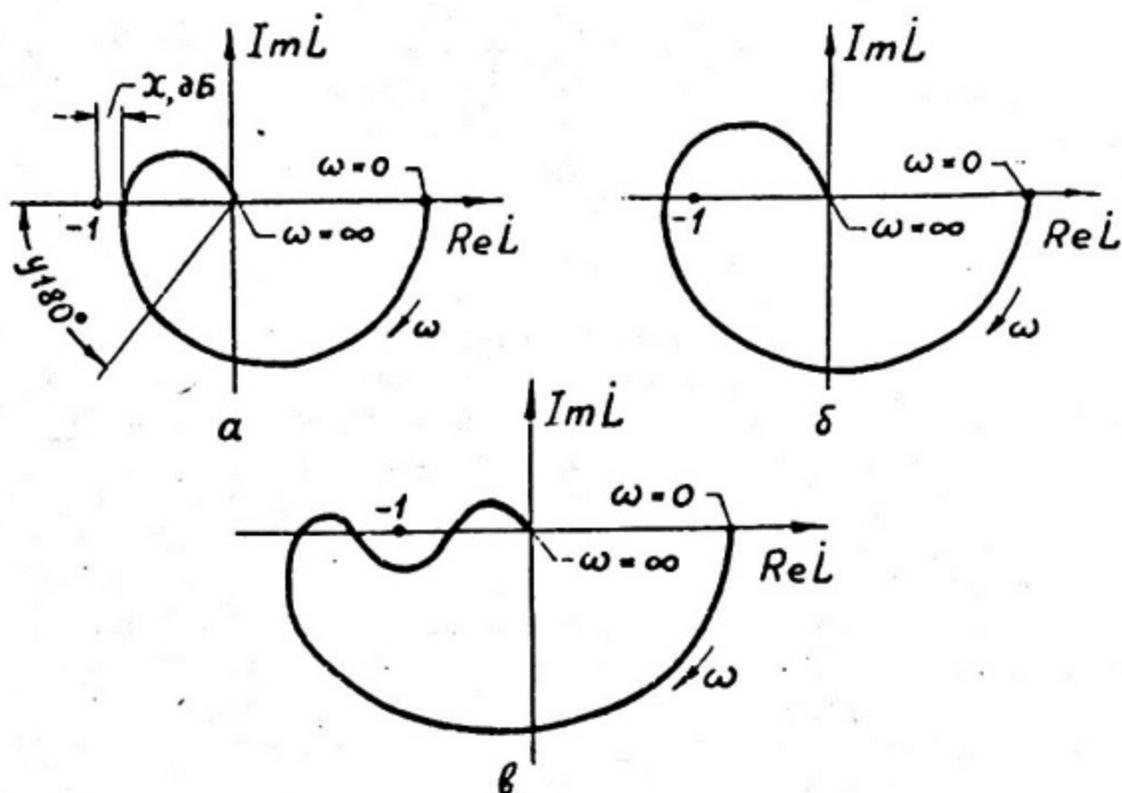


Рис. 1.15

Для обеспечения устойчивости (с целью изменения хода диаграммы Найквиста) часто используются специально включаемые цепи частотной коррекции. Это особенно характерно для таких многокаскадных усилителей, применяемых обычно лишь с глубокими обратными связями, как ИОУ.

В большинстве случаев удобнее иная формулировка частотного критерия устойчивости, называемая логарифмическим частотным критерием Боде, который рассматривает вместо годографа  $L(j\omega)$  порознь модуль  $|L(j\omega)|$  и фазу  $\arg L(j\omega)$ , причем обычно в логарифмическом масштабе.

Согласно логарифмическому частотному критерию Боде, схема, устойчивая в разомкнутом состоянии, окажется абсолютно устойчивой в замкнутом состоянии, лишь если  $\arg L(j\omega) > -180^\circ$  на всех частотах  $\omega$ , при которых  $|L(j\omega)|, (\text{дБ}) > 0$  (рис. 1.16). Если допустить также и устойчивость, то данный критерий обобщается: схема, устойчивая в разомкнутом состоянии, остается устойчивой и в замкнутом состоянии, лишь если четно число переходов ФЧХ через прямую  $\arg L(j\omega) = -180^\circ$  на всех частотах

$\omega$ , где  $|L(j\omega)|(дБ) > 0$  (рис. 1.17). Обе эти формулировки непосредственно следуют из критерия Найквиста. Пунктиром на рис. 1.17 показаны изменения  $|L(j\omega)|$ , при которых условно-устойчивая схема теряет устойчивость (кривая а — при увеличении петлевого усиления, кривая б — при его уменьшении).

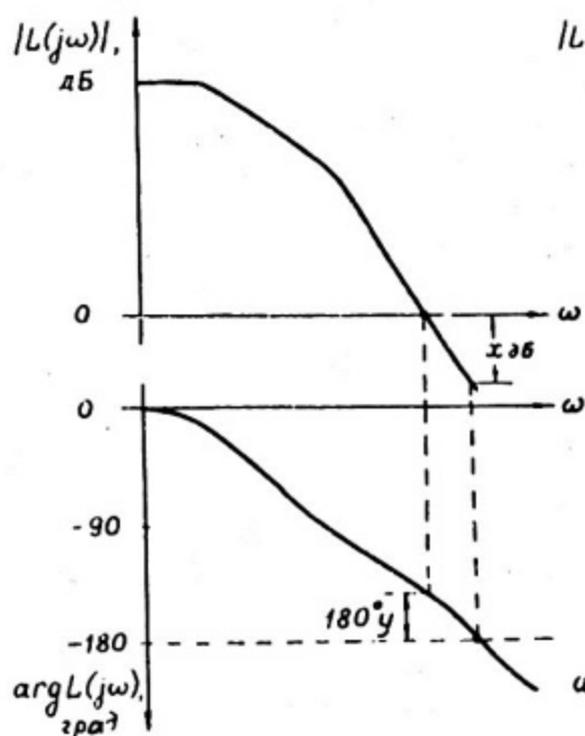


Рис. 1.16

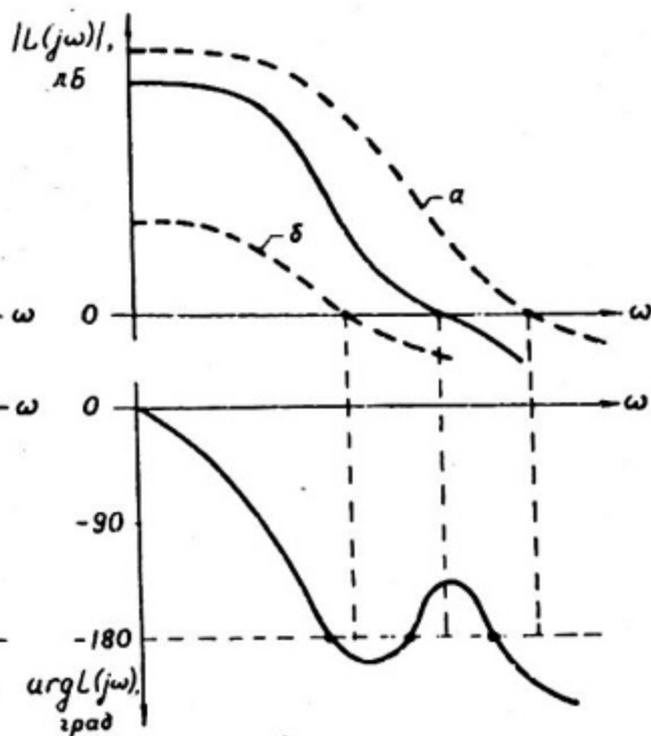


Рис. 1.17

Если известно, что цепь является минимально-фазовой, то при исследовании устойчивости можно либо обойтись вовсе без ФЧХ, либо найти ее по данной АЧХ. В самом деле, аппроксимируя ЛАЧХ отрезками прямых линий с наклонами, кратными 20 дБ/дек, получаем диаграмму Бode для АЧХ. Точки излома последней соответствуют полюсам и нулям передаточной функции. Соответствующую диаграмму Бode для ФЧХ нетрудно построить, используя результаты раздела 1.3 и учитывая, что сумме ЛАЧХ отвечает и сумма их ФЧХ. Поэтому, представив сложную ЛАЧХ в виде суммы простых ЛАЧХ с наклонами  $\pm 20$  дБ/дек., для которых ФЧХ известны (см. рис. 1.13), и суммируя эти ФЧХ, определим общую ФЧХ. Отметим, что на-

клон высокочастотной асимптоты диаграммы Боде для АЧХ, равный  $-20n$  дБ/дек., приводит к отставанию по фазе на  $90^\circ n$ , где  $n$  — целое число. Таким образом, по наклону ЛАЧХ петлевого усиления  $|L(j\omega)|$  в окрестности частоты  $\omega_0$ , на которой  $|L(j\omega_0)|=1$  (или 0 дБ)\*, можно в первом приближении судить и о фазе  $\arg L(j\omega_0)$ . Если этот наклон составляет  $-40$  дБ/декада или более, то фазовый сдвиг может превысить  $-180^\circ$ , т.е. возможно самовозбуждение схемы с таким петлевым усилением; напротив, если указанный наклон не превышает  $-20$  дБ/дек, то фазовый сдвиг на частоте  $\omega_0$  не более  $-90^\circ$ , и самовозбуждение схемы при замыкании петли ОС невозможно. В соответствии с данным выводом об устойчивости или неустойчивости схемы при введении ОС можно судить, не прибегая к нахождению ФЧХ, с помощью следующего построения [12 - 14].

На диаграмму Боде для АЧХ  $K_{u,dc}(f) = |K_{u,dc}(j\omega/2\pi)|$  исходной схемы без ОС наносится уровень требуемого усиления  $K_u$  при включении ОС (рис. 1.18, пунктирная прямая). Точка А пересечения этого уровня с ЛАЧХ  $K_{u,dc}(f)$  соответствует в первом приближении частоте единичного петлевого усиления  $f_0 = \omega_0/(2\pi)$ , которая примерно равна верхней граничной частоте схемы с ОС  $f_{в.ос}$ . В самом деле,  $K_u \approx K_{u,dc}/(1+L)$ , если пренебречь сквозной передачей; при глубокой ОС  $|L| \gg 1$ , т.е.  $|L|(дБ) \approx |K_{u,dc}|(дБ) - |K_u|(дБ)$ . Поэтому условие  $|L|(дБ) = 0$  соответствует условию  $|K_{u,dc}|(дБ) = |K_u|(дБ)$ , и если можно считать, что на этих частотах  $|K_{u,dc}| \approx K_u$ , то точка А, действительно, соответствует частоте  $\omega_0$ .

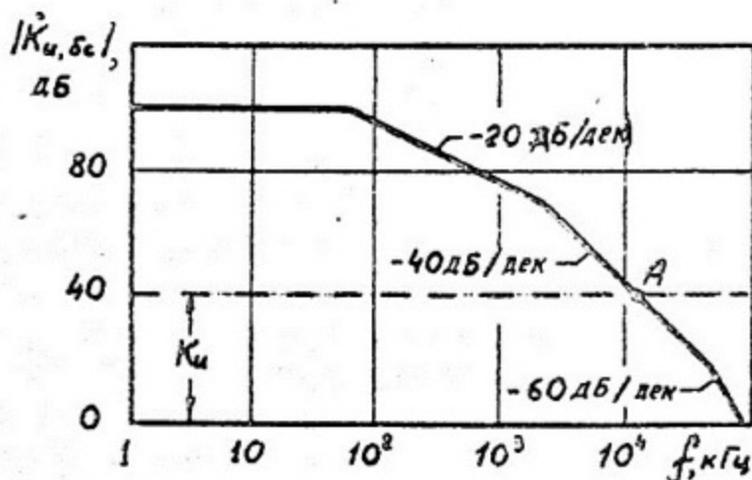


Рис. 1.18

\* Частота  $\omega_0$  называется частотой единичного петлевого усиления.

Итак, для того чтобы сохранилась устойчивость схемы при введении ОС, наклон разности ЛАЧХ без ОС и с ОС вблизи частоты, где эта разность составляет 0 дБ, не должен существенно превышать -20 дБ/дек; если же канал ОС в рассматриваемом диапазоне частот может считаться частотно-независимым, то этому условию должен удовлетворять наклон ЛАЧХ схемы без ОС на уровне  $K_u$  (дБ).

Если же указанные условия не выполняются, то при введении ОС схема может возбудиться. Для предотвращения самовозбуждения следует с помощью цепей коррекции так изменить ход ЛАЧХ, чтобы она имела на уровне  $K_u$  (дБ) наклон, не превышающий -20 дБ/дек. Конкретные примеры расчета цепей коррекции, управляющих ходом ЛАЧХ, приведены в разделе 1.5. Разумеется, цепи коррекции могут быть рассчитаны не только из соображений обеспечения устойчивости (с требуемыми запасами), но и из иных, иногда более жестких, требований; например, исходя из обеспечения наибольшей верхней граничной частоты  $f_{в.ос}$  при заданной неравномерности АЧХ или из обеспечения минимальной длительности фронта  $t_{ф.ос}$  при заданной величине выбросов в переходной характеристике схемы с ОС [15].

### 1.5. Примеры схемных функций

Пример 1.1. Многие усилительные каскады, например с общим эмиттером и общим истоком, в области малых времен и высших частот имеют передаточную функцию вида

$$K_u(p) = K_u / (1 + p\tau_{\theta}), \quad (1.69)$$

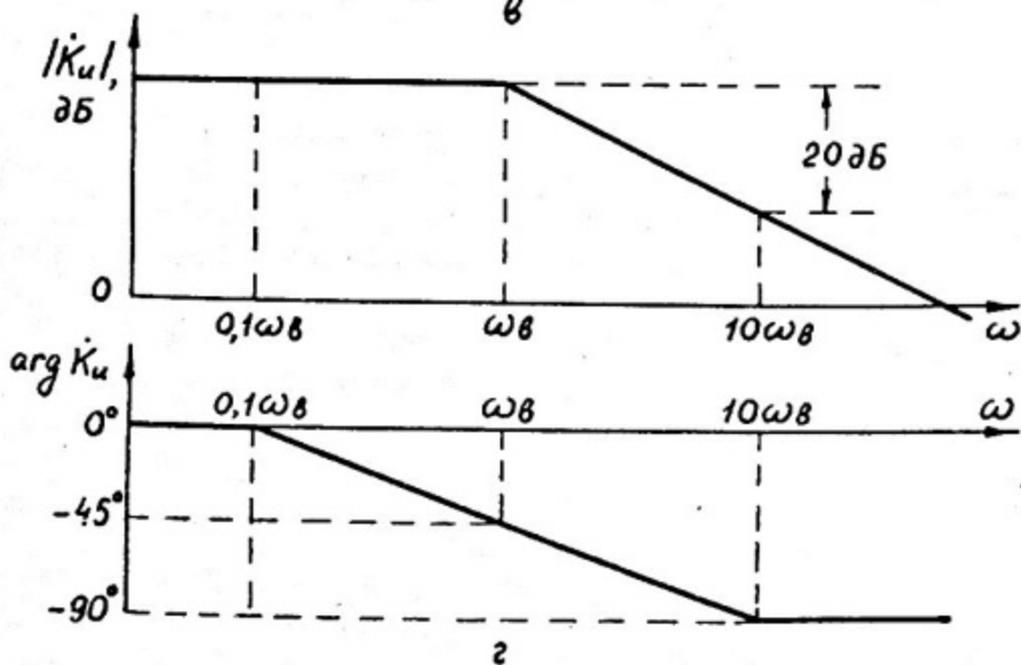
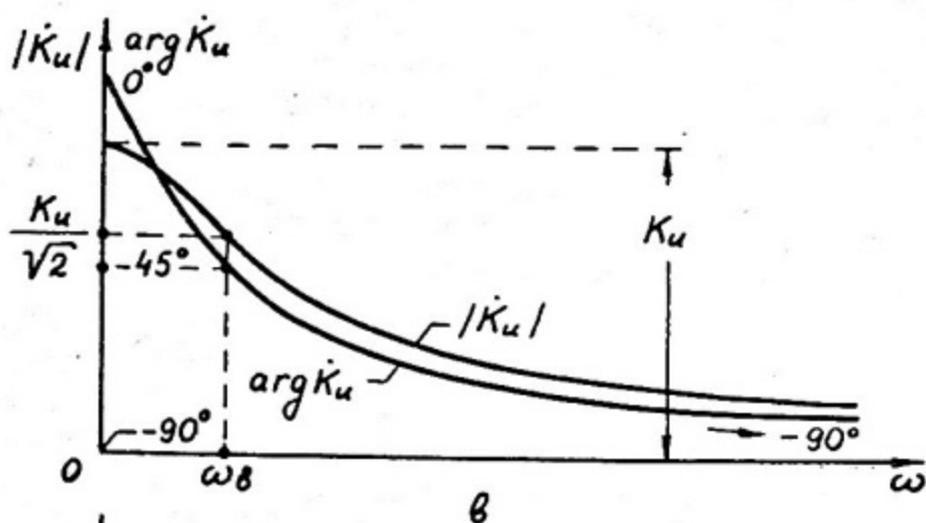
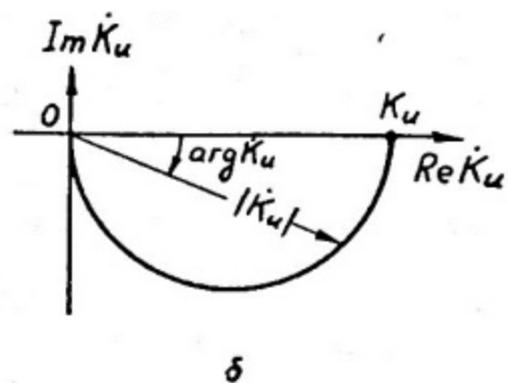
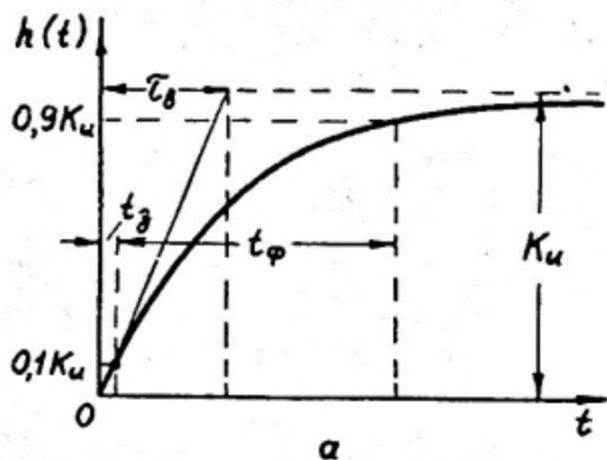
где  $K_u$  - коэффициент усиления по напряжению для области средних времен (частот),  $\tau_{\theta}$  - постоянная времени для области малых времен (высших частот).

Очевидно, имеется лишь один вещественный и отрицательный полюс  $p_1 = -1/\tau_{\theta}$ .

Учитывая, что  $n=1$ ,  $\alpha_0 = K_u$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ,  $b_0 = 1$ ,  $b_1 = \tau_{\theta}$ , согласно (1.52), получаем выражение для переходной характеристики в области малых времен:

$$h(t) = K_u (1 - e^{-t/\tau_{\theta}}). \quad (1.70)$$

Вид ее представлен на рис. 1.19,а. Определяя моменты времени, в которые  $h(t)$  достигает уровней 0,1  $K_u$  и 0,9  $K_u$ , на-



ходим интервалы времени  $t_3$  и  $t_\varphi$ , называемые соответственно временем задержки и временем нарастания фронта:

$$t_3 \approx 0,1\tau_\theta \text{ и } t_\varphi \approx 2,2\tau_\theta. \quad (1.71)$$

Заменив  $p$  на  $j\omega$ , находим амплитудно-фазовую характеристику (комплексный коэффициент усиления по напряжению):

$$K_u = K_u(j\omega) = K_u / (1 + j\omega\tau_\theta), \quad (1.72)$$

из которой нетрудно определить АЧХ:

$$|K_u| = K_u / \sqrt{1 + (\omega\tau_\theta)^2} \quad (1.73)$$

и ФЧХ:

$$\arg K_u = -\arctg(\omega\tau_\theta); \quad (1.74)$$

вид этих характеристик дан на рис. 1.19,б и в. Из уравнения  $|K_u| = 1/\sqrt{2}$  определяем верхнюю граничную частоту

$$f_8 = \omega_8 / (2\pi) = 1 / (2\pi\tau_\theta), \quad (1.75)$$

так что  $f_8 t_\varphi \approx 0,35$ .

На рис. 1.19,г даны диаграммы Бode для АЧХ и ФЧХ.

Пример 1.2. В области больших времен и низших частот с достаточной для практики точностью можно воспользоваться следующей аппроксимацией:

$$K_u(p) = K_u p\tau_n / (1 + p\tau_n), \quad (1.76)$$

где  $\tau_n$  — постоянная времени для области больших времен (низших частот).

Очевидно, имеется один вещественный полюс  $p_1 = -1/\tau_n$  и один нуль  $z_1 = 0$ .

Учитывая, что  $n=1$ ,  $a_0=0$ ,  $a_1=K_u\tau_n$ ,  $a_2=0$ ,  $b_0=1$ ,  $b_1=\tau_n$ , согласно (1.52), получаем выражение для переходной характеристики в области больших времен:

$$h(t) = K_u e^{-t/\tau_n}. \quad (1.77)$$

Вид ее показан на рис. 1.20,а.

Разложив (1.77) в ряд Тейлора и используя линейное приближение, находим спад плоской вершины

$$\Delta \approx t_n / \tau_n, \quad (1.78)$$

где  $t_n$  — время, по истечении которого определяется  $\Delta$ .

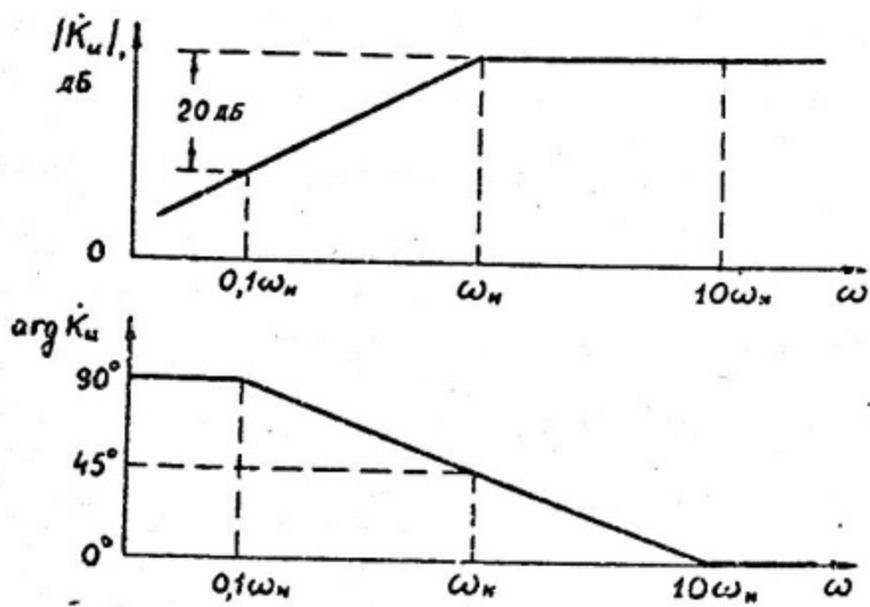
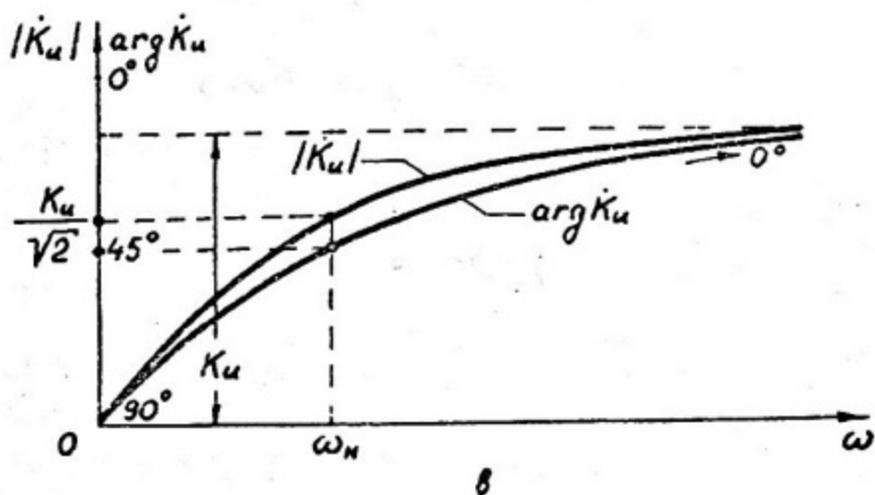
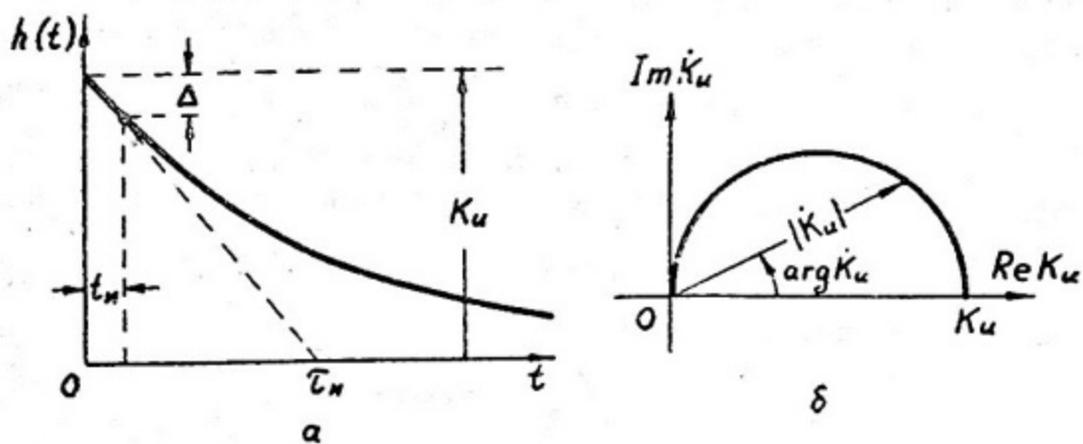


Рис. 1.20

Как и выше, нетрудно найти амплитудно-фазовую характеристику

$$\dot{K}_u = K_u \frac{j\omega\tau_H}{1+j\omega\tau_H}; \quad (1.79)$$

АЧХ:

$$|K_u| = K_u \frac{\omega\tau_H}{\sqrt{1+(\omega\tau_H)^2}}; \quad (1.80)$$

ФЧХ:

$$\arg \dot{K}_u = \pi/2 - \operatorname{arctg}(\omega\tau_H). \quad (1.81)$$

Эти характеристики показаны на рис. 1.20, б и в, а диаграмма Боде для АЧХ и ФЧХ - на рис. 1.20, г.

Из уравнения  $|K_u| = 1/\sqrt{2}$  находим нижнюю граничную частоту

$$f_H = \omega_H / (2\pi) = 1 / (2\pi\tau_H), \quad (1.82)$$

так что  $\Delta/f_H \approx 2\pi t_H$ .

Пример 1.3. Усилитель имеет в области малых времен передаточную функцию вида

$$K_u(p) = K_u \frac{1+a_1 p}{1+b_1 p + b_2 p^2}. \quad (1.83)$$

Нормируя по амплитуде, получаем выражение

$$K_u(p) / K_u = (1+a_1 p) / (1+b_1 p + b_2 p^2), \quad (1.84)$$

которому соответствует нормированная переходная характеристика.

Нормируя далее (1.84) по частоте (и времени), имеем

$$H(s) = (1+\lambda s) / (1+s+s^2 m), \quad (1.85)$$

где коэффициент режима  $m = b_2/b_1^2$ , оператор  $s = pb_1$ , а коэффициент  $\lambda = a_1/b_1$ . При этом вместо  $t$  получаем безразмерное время  $\theta = t/b_1$ , а вместо  $\omega$  - безразмерную частоту  $\Omega = \omega b_1$ .

При  $m = 0,25$  имеем критический режим (двукратный полюс  $S_{1,2} = -2$ ); при  $m < 0,25$  - аperiodический режим (вещественные полюсы  $S_{1,2} = 0,5(-1 \pm \sqrt{1-4m})/m$ ); при  $m > 0,25$  - ко-

лебательный режим (комплексно-сопряженные полюсы  $S_{1,2} = 0,5(-1 \pm j\sqrt{4m-1})/m$ ). На рис. 1.21 в плоскости  $S = \Sigma + j\Omega$  построен корневой годограф при  $0 \leq m < \infty$ .

При  $S = j\Omega$  получаем комплексный коэффициент передачи — амплитудно-фазовую характеристику:

$$H = H(j\Omega) = \frac{1 + j\Omega\lambda}{1 - m\Omega^2 + j\Omega} \quad (1.86)$$

В качестве примера на рис. 1.22 построены частотные годографы: а — для случая  $\lambda = 0$ ,  $m = 0,5$ ; б — для случая  $\lambda = 1,3$ ,  $m = 0,45$ .

Из выражения (1.86) получаем формулу для АЧХ:

$$H(\Omega) = \sqrt{\frac{1 + \lambda^2 \Omega^2}{(1 - \Omega^2 m)^2 + \Omega^2}} \quad (1.87)$$

Ее вид для различных значений коэффициентов  $m$  показан на рис. 1.23. Монотонная АЧХ реализуется при  $m < 0,5(1 - \lambda^2)$  (кривая 1); при  $m > 0,5(1 - \lambda^2)$  в АЧХ имеется один подъем (кривая 3); АЧХ, соответствующая кривой 2, получается при условии  $m = 0,5(1 - \lambda^2)$ , которое совпадает с условием Брауде [14], и является максимально плоской.

Из уравнения  $H(\Omega) = 1/\sqrt{2}$  находим верхнюю граничную частоту

$$\Omega_B = \frac{1}{m} \sqrt{m + \lambda^2 - 0,5 + \sqrt{(m + \lambda^2 - 0,5)^2 + m^2}} \quad (1.88)$$

При  $m = 0,5(1 - \lambda^2)$  частота

$$\Omega_B = \frac{1}{m} \sqrt{0,5 - m + \sqrt{(0,5 - m)^2 + m^2}} \quad (1.89)$$

Если при этом  $\lambda = 0$ , то  $m = 0,5$  и  $\Omega_B = \sqrt{2}$ .

Находя оригинал (1.85), получаем переходную характеристику  $H(\theta)$ . Примеры последней для случая  $\lambda > 0$  показаны на рис. 1.24; кривая 1 соответствует критическому режиму при  $\lambda \leq 0,5$  и аperiodическому режиму при  $\lambda \leq \sqrt{m}$  или при  $\lambda > \sqrt{m}$ , если  $1/\sqrt{m} \geq \lambda/\sqrt{m} + \sqrt{m}/\lambda$ ; кривая 2 — критическому режиму при  $\lambda > 0,5$  и аperiodическому — при  $\lambda > \sqrt{m}$ , если  $1/\sqrt{m} < \lambda/\sqrt{m} + \sqrt{m}/\lambda$ ; кривая 3 — колебательному режиму ( $m > 0,25$ ).

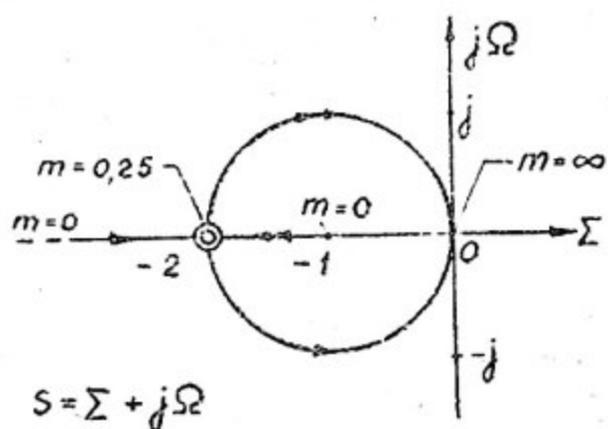


Рис. 1.21

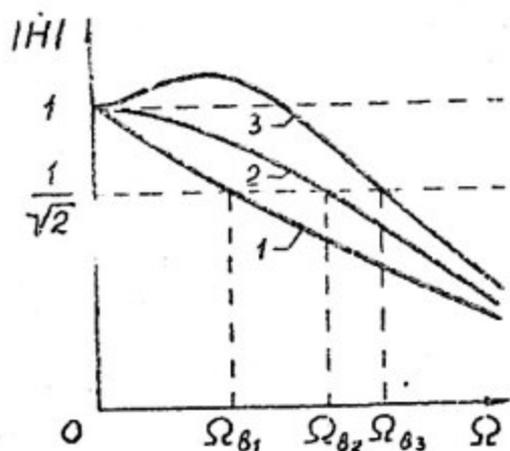


Рис. 1.23

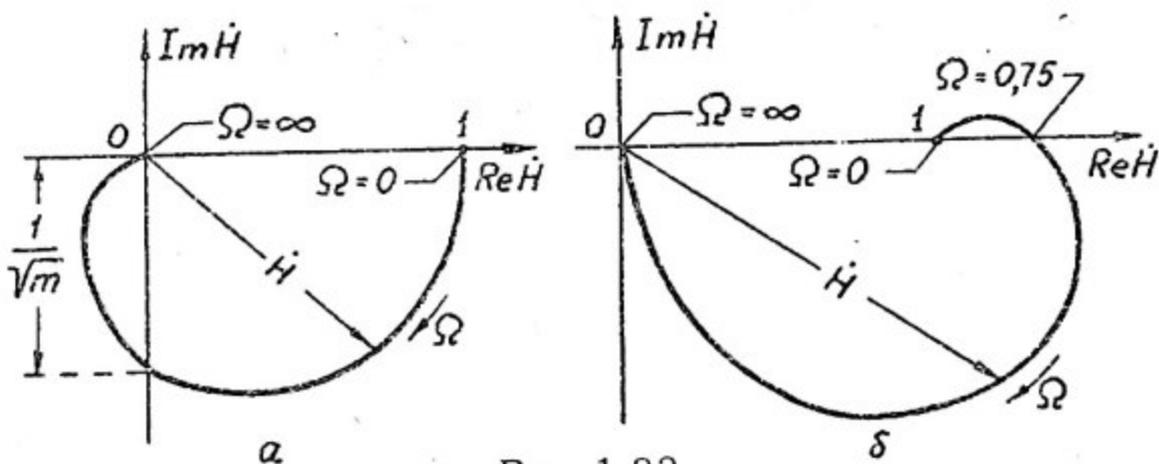


Рис. 1.22

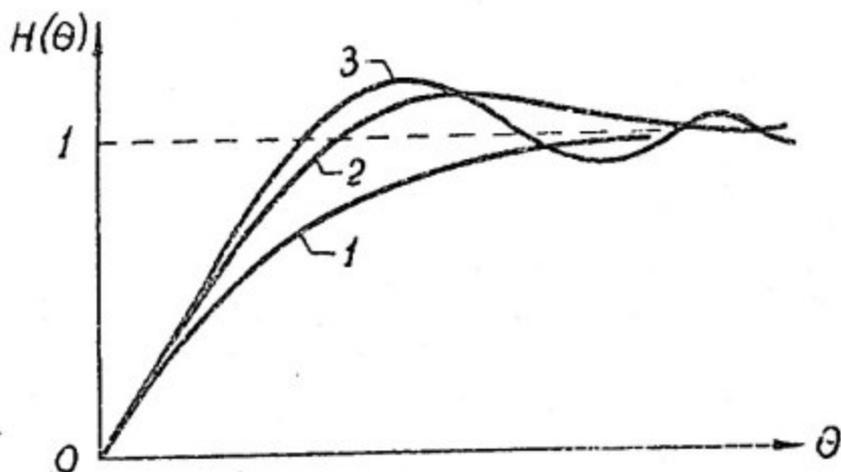


Рис. 1.24

При монотонной переходной характеристике можно воспользоваться формулой Элмора, в соответствии с которой нормированное время нарастания фронта  $\Theta_{\varphi} = 2,2\sqrt{1-\lambda^2} - 2m$ .

Пример 1.4. Пусть усилитель имеет передаточную функцию вида

$$K(p) = \frac{1 + a_1 p}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3} \quad (1.90)$$

Согласно указанным выше признакам, это — передаточная функция, описывающая процессы в схеме в области малых и средних времен (высших и средних частот), причем  $K_u$  — коэффициент усиления по напряжению в области средних времен (частот). В самом деле, полагая  $p=0$ , получаем  $K_u(p=0) = K_u$ , а полагая  $p \rightarrow \infty$ , получаем  $K_u(p \rightarrow \infty) = 0$ .

Нормируя передаточную функцию по амплитуде  $K_u(p)/K_u$  и по времени (частоте), т.е. считая  $S = p\sqrt[3]{b_3}$ , получаем

$$h(s) = \frac{1 + g_1 s}{1 + d_1 s + d_2 s^2 + s^3}, \quad (1.91)$$

где  $g_1 = a_1/\sqrt[3]{b_3}$ ,  $d_1 = b_1/\sqrt[3]{b_3}$ ,  $d_2 = b_2/\sqrt[3]{b_3^2}$ .

Определим, при каких условиях эта схема устойчива, воспользовавшись критерием Рауса-Гурвица.

Определитель Гурвица:

$$\Delta = \begin{vmatrix} d_2 & 1 & 0 \\ 1 & d_1 & 0 \\ 0 & d_2 & 1 \end{vmatrix} = d_1 d_2 - 1 > 0,$$

его диагональные миноры:

$$\Delta_1 = d_2 > 0, \quad \Delta = \begin{vmatrix} d_2 & 1 \\ 1 & d_1 \end{vmatrix} = d_1 d_2 - 1 > 0.$$

Итак, схема устойчива при  $d_1, d_2 > 0$  и  $d_1 d_2 > 1$ .

Режим работы усилителя и характер переходного процесса в зависимости от коэффициентов  $d_1$ ,  $d_2$  и  $g_1$  наглядно иллюстрируется рис. 1.25, на котором гипербола  $d_1 d_2 = 1$  соответствует границе устойчивости; точка  $K(3,3)$  соответствует критическому режиму (трехкратный полюс  $S_{1,2,3} = -1$ ); в области внутри криволинейного угла АКВ реализуются апериодические режимы (полюсы — вещественные, неравные); между границей устойчивости и линией АКВ находится область колебательных ре-

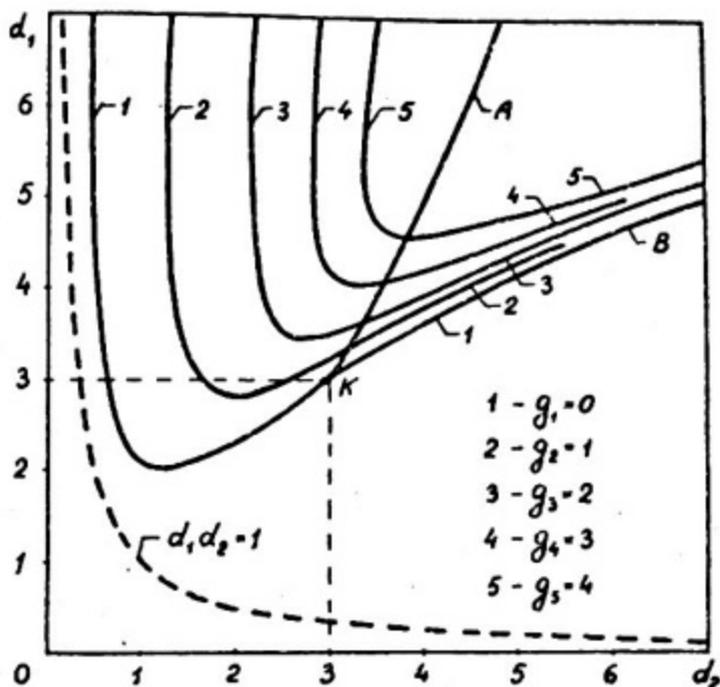


Рис. 1.25

жимов. На данном рисунке области монотонности переходных процессов лежат над кривыми 1 – 5, которые определяют границу монотонности при различных  $g_1$ . Нетрудно видеть, что с увеличением  $g_1$  области монотонности сужаются. Интересно отметить, что при  $g_1 = 0$  переходная характеристика монотонна как в критическом и апериодических режимах, так и в части области колебательных режимов (внутри криволинейного угла 1КА); между границей устойчивости и кривой 1К1 лежат колебательные режимы с немонотонными переходными характеристиками, причем выше уровня  $d_1 = 3$  они реализуются с "осцилляциями" на фронте, а ниже – "нормального" вида, т.е. с колебаниями на вершине. Заметим также, что при  $g_1 > 0$  переходные характеристики с выбросами получаются и при апериодических режимах. При монотонных  $h(\theta)$  нормированное время нарастания фронта оценивается по формуле Элмора:  $\theta_{\varphi} = 2,2 \sqrt{d_1^2 - g_1^2 - 2d_2}$ .

Пример 1.5. Рассмотрим трехкаскадный усилитель с общей отрицательной ОС по напряжению последовательного типа (рис. 1.26).

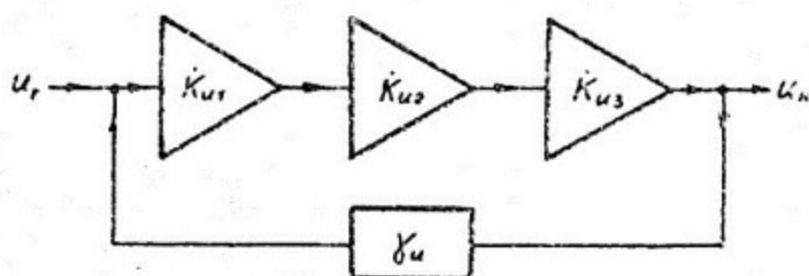


Рис. 1.26

Полагая, что  $K_{u.i} = K_{u.i}(p) = K_{u.i} / (1 + p\tau_{\theta i})$ , где  $i = 1, 2, 3$ ;  $K_{u.i}$  — коэффициент передачи по напряжению  $i$ -го каскада для области малых времен;  $K_{u.i}$  — коэффициент передачи по напряжению  $i$ -го каскада для области средних времен;  $\tau_{\theta i}$  — постоянная времени фронта  $i$ -го каскада, и используя соотношение

$$K_u(p) = K_{u.sc}(p) / F_{гн}(p),$$

выражающее передаточную функцию усилителя с отрицательной ОС  $K_u(p)$  через передаточную функцию усилителя без ОС  $K_{u.sc}(p)$  и фактор ОС  $F_{гн}(p) = 1 + \gamma_u K_{u.sc}(p)$ , где  $\gamma_u$  — коэффициент передачи цепи ОС, находим

$$K_u(p) = K_u \frac{1}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3}, \quad (1.92)$$

где  $K_u = K_{u.sc} / F_{гн}$  — коэффициент усиления схемы с ОС в области средних времен;  $K_{u.sc} = \prod_{i=1}^3 K_{u.i}$  — коэффициент усиления схемы без ОС в области средних времен;  $F_{гн} = 1 + \gamma_u K_{u.sc}$  — фактор ОС в области средних времен;

$$b_1 = \sum_{i=1}^3 \tau_{\theta i} / F_{гн}; \quad b_2 = \sum_{i,j=1(i \neq j)}^3 \tau_{\theta i} \tau_{\theta j} / F_{гн}; \quad b_3 = (\prod_{i=1}^3 \tau_{\theta i}) / F_{гн}. \quad (1.93)$$

Условие устойчивости находим, воспользовавшись результатом примера 1.5:  $d_1 d_2 > 1$ , где  $d_1 = b_1 / \sqrt[3]{b_3}$ ,  $d_2 = b_2 / \sqrt[3]{b_3^2}$ , т.е.  $b_1 b_2 > b_3$ .

Подставив в это неравенство выражения (1.93), получаем

$$\left( \sum_{i=1}^3 \tau_{в.и} \right) \left( \sum_{i=1}^3 \tau_{в.и}^{-1} \right) > F_{гн} \quad (1.94)$$

В частности, если все каскады идентичны, т.е.  $\tau_{в.и} = \tau_{в.и} = \tau_{в.и}$ , то  $F_{гн} < 9$ ; допустимая глубина общей ОС мала, а при ее увеличении происходит самовозбуждение усилителя. Для того чтобы иметь возможность углубить ОС (увеличить  $F_{гн}$ ) без самовозбуждения схемы, необходимо сделать одну из постоянных резко отличающейся от остальных ("разнести" постоянные времени), например  $\tau_{в.и} \ll \tau_{в.и} \approx \tau_{в.и}$ .

**Пример 1.6.** Определим требования к отдельным каскадам трехкаскадного усилителя с общей отрицательной ОС (см. пример 1.5), если известно, что  $K_u = 10$  (20 дБ);  $\Delta K_u / K_u = \pm 2\%$  при  $\Delta \beta / \beta = \pm 50\%$  в полосе рабочих частот  $f_p = 1.0$  МГц;  $R_r = R_n = 75$  Ом.

Относительные изменения коэффициентов передачи можно выразить следующими формулами:

$$\frac{\Delta K_u}{K_u} = \frac{1}{F_{гн}} \cdot \frac{\Delta K_{и.дс}}{K_{и.дс}}, \quad \frac{\Delta K_{и.дс}}{K_{и.дс}} = \sum_{i=1}^3 \frac{\Delta K_{и.и}}{K_{и.и}} = \frac{\Delta \beta}{\beta} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{F_{ми}},$$

где  $F_{гн}$  - глубина общей ОС, а  $F_{ми}$  - глубины местных (внешней и внутренней) ОС в каждом каскаде. Предварительно оценим последние, предполагая, что для переменных составляющих в области средних частот схема имеет вид, показанный на рис. 1.27;  $F_{м1} = 10$ ,  $F_{м2} = 2$ ,  $F_{м3} = 20$ .

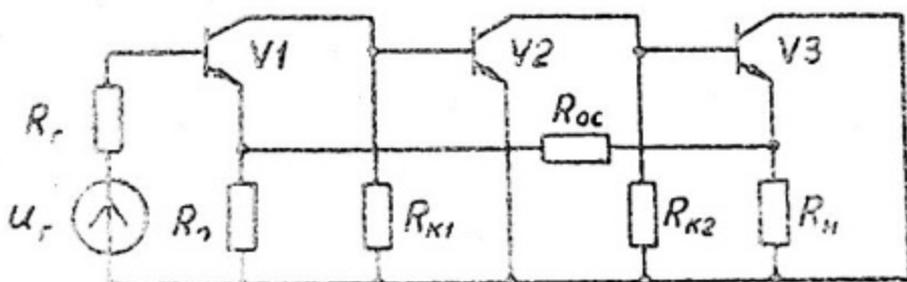


Рис. 1.27

Получаем:  $\Delta K_{u.дс} / K_{u.дс} = \pm 50\% (1/10 + 1/2 + 1/20) \approx \pm 32,5\%$ ; тогда  $F_{гн} \approx (\Delta K_{u.дс} / K_{u.дс}) / (\Delta K_u / K_u) \approx 16$ . Учитывая, что на частоте  $f_p = 10$  МГц из-за уменьшения  $|K_{u.i}|$  возможно снижение  $|F_{гн}|$ , и принимая, что это снижение составит 3 дБ (т.е.  $|F_{гн}|$  на частоте  $f_p$  составит  $F_{гн} / \sqrt{2}$ ), потребуем, чтобы

$$F_{гн} = 16\sqrt{2} \approx 25 \text{ (28 дБ)}$$

при  $f=0$  (тогда при  $f=f_p$  получим  $|F_{гн}| = 25/\sqrt{2} \approx 18$ , т.е. требуемая стабильность  $K_u$  будет обеспечена во всей полосе рабочих частот).

Следовательно, коэффициент усиления схемы без ОС должен быть равен

$$K_{u.дс} = K_u F_{гн} = 10 \cdot 25 = 250 \text{ (48 дБ)}.$$

Тогда коэффициент передачи канала ОС  $\gamma_u = \frac{F_{гн} - 1}{K_{u.дс}} = 0,096$

(приближенно:  $\gamma_u \approx 1/K_u = 0,1$ ).

При схеме выбранной структуры (см. рис. 1.27) естественно принять

$$\tau_{в1} = \tau_{в2} > \tau_{в3}.$$

Из условия устойчивости трехкаскадной схемы получаем

$$(2\tau_{в1} + \tau_{в3})(2/\tau_{в1} + 1/\tau_{в3}) > F_{гн} \cdot 10^{x, \text{дБ}/20 \text{дБ}},$$

где  $x$ , дБ - запас устойчивости по амплитуде. Обычно с учетом разброса параметров в транзисторных схемах принимают  $x = 10$  дБ; поэтому

$$(2\tau_{в1} + \tau_{в3})(2/\tau_{в1} + 1/\tau_{в3}) > 80.$$

Обозначим  $\tau_{в1}/\tau_{в3} = y$ , тогда  $2y + 2/y - 75 > 0$ . Учитывая, что  $y_1 \gg y_2 = 1/y_1$ , находим  $2y_1 - 75 = 0$ , т.е.  $y_1 = 37,5$  и  $y_2 = 0,0266$ . Итак,  $\tau_{в1} = \tau_{в2} = 37,5 \tau_{в3}$ .

Учитывая, что при  $f = f_p = 10$  МГц происходит снижение  $|K_{u.дс}|^2$  вдвое по сравнению с  $K_{u.дс}^2$  получаем

$$\frac{K_{u.дс}^2}{[1 + (\omega_p \tau_{в1})^2]^2 [1 + (\omega_p \tau_{в1}/37,5)^2]} = \frac{K_{u.дс}^2}{2}.$$

Обозначим  $(\omega_p \tau_{\beta 1})^2 = Z$ , тогда  $(1+Z)^2 [1+Z/(37,5)^2] = 2$ . Ясно, что  $Z = \sqrt{2} - 1 \approx 0,41$  т.е. (так как  $\omega_p = 2\pi f_p$ )  $\tau_{\beta 1} = \tau_{\beta 2} = \sqrt{Z} / \omega_p = \sqrt{0,41} / (2\pi \cdot 10 \text{ МГц}) \approx 10 \text{ нс}$ ;  $\tau_{\beta 3} = \tau_{\beta 1} / 37,5 \approx 10 \text{ нс} / 37,5 = 266 \text{ пс}$ .

Итак, получаем требования к отдельным каскадам:  $K_{u1} = 10$ ,  $\tau_{\beta 1} = 10 \text{ нс}$  (т.е.  $t_{н1} = 22 \text{ нс}$ ,  $f_{\beta 1} \approx 14 \text{ МГц}$ , площадь усиления каскада  $\Pi_{u1} = 140 \text{ МГц}$ , его импульсная добротность  $D_{u1} \approx 0,45 \text{ нс}^{-1}$ ; приняв десятикратный запас, получаем добротность собственно транзистора  $D_{u.тр.1} \approx 4,5 \text{ нс}^{-1}$  т.е.  $C_{к1} r_{\beta 1} \approx 1 / (2,2 D_{u.тр.1}) \approx 0,1 \text{ нс} = 100 \text{ пс}$ );

$K_{u2} \approx 25$ ,  $\tau_{\beta 2} = 10 \text{ нс}$  (т.е.  $\Pi_{u2} \approx 350 \text{ МГц}$  и  $D_{u2} \approx 1,15 \text{ нс}^{-1}$ ; тогда  $D_{u.тр.2} \approx 11,5 \text{ нс}^{-1}$ , т.е.  $C_{к2} r_{\beta 2} \approx 35 \text{ пс}$ );

$K_{u3} \approx 1$  (повторитель напряжения),  $\tau_{\beta 3} = 266 \text{ пс}$  ( $t_{н3} = 590 \text{ пс}$ ,  $f_{\beta 3} \approx 600 \text{ МГц}$ ; тогда  $D_{u.тр.3} \approx 17 \text{ нс}^{-1}$ , т.е.  $C_{к3} r_{\beta 3} \approx 26 \text{ пс}$ ).

Нетрудно видеть, что реализовать такие показатели возможно, лишь применив весьма высокочастотные современные транзисторы.

При замкнутой петле ОС  $K_u = 10$ ,  $F_{гн} = 25$ ; учитывая формулы (1.93), оценим значения коэффициентов  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ :  $b_1 = 0,81 \text{ нс}$ ,  $b_2 = 4,2 \text{ нс}^2$ ,  $b_3 = 1,06 \text{ нс}^3$ ; при этом нормированные коэффициенты  $d_1 = 0,8$ , а  $d_2 = 4,05$ . С помощью последних нормированная АЧХ вычисляется по формуле

$$h(\Omega) = 1 / \sqrt{(1 - d_2 \Omega^2)^2 + (d_1 \Omega - \Omega^3)^2}.$$

Пример 1.7. На рис. 1.28 показано часто используемое обозначение интегрального операционного усилителя (ИОУ) с инвертирующим (-) и неинвертирующим (+) входами, причем коэффициент усиления ИОУ без ОС по напряжению есть  $K_{u.дс} = U_n / (U_{г2} - U_{г1})$ ;  $K_{u.дс} > 0$  при  $U_{г2} > U_{г1}$  и  $K_{u.дс} < 0$  при  $U_{г2} < U_{г1}$ ; ранее на рис. 1.18 была приведена типичная ЛАЧХ ИОУ без ОС.

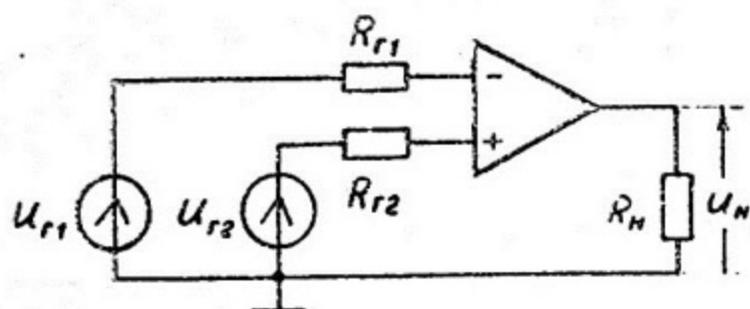


Рис. 1.28

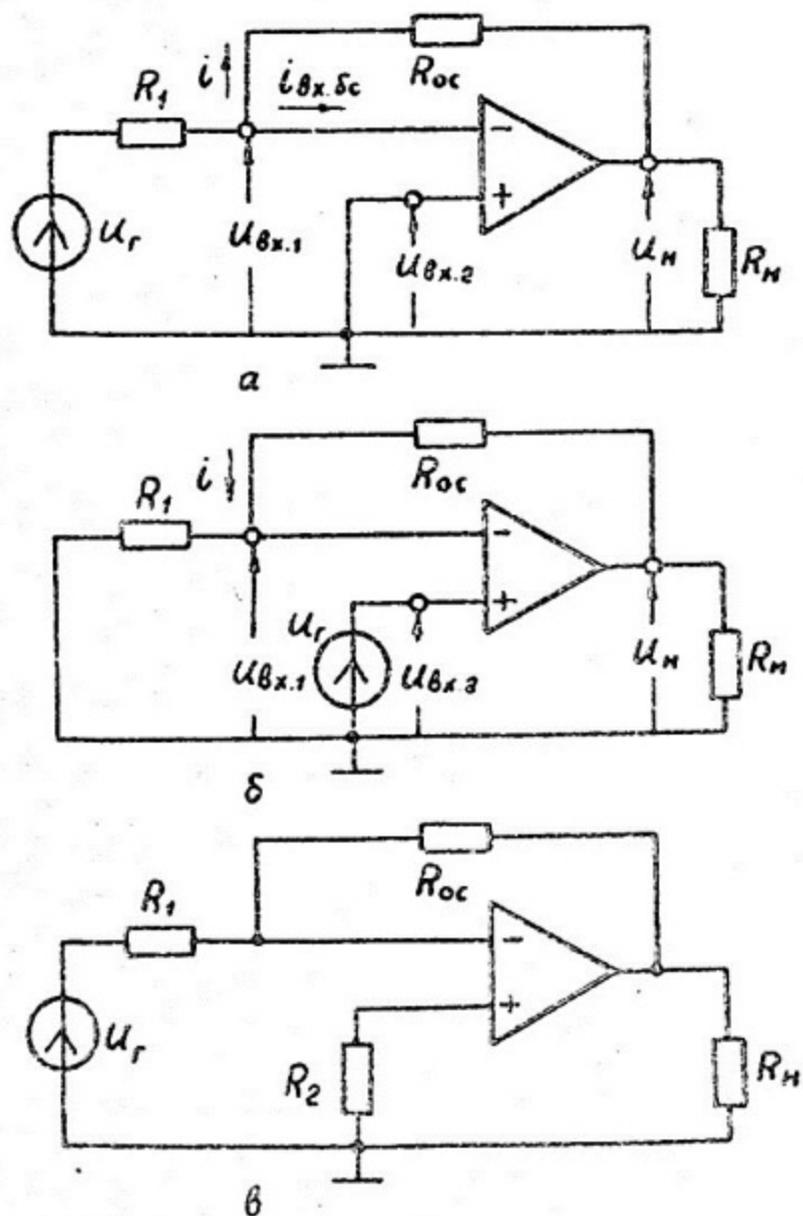


Рис. 1.29

Так как характерными особенностями ИОУ являются большой коэффициент усиления  $K_{u.дс}$ , большое входное  $R_{вх.дс}$  и малое выходное  $R_{вых.дс}$  сопротивления, то входной дифференциальный сигнал  $U_{г2} - U_{г1}$  оказывается весьма малым, т.е.  $U_{г2} - U_{г1} \approx 0$  (при типичных величинах  $U_H \leq 10$  В и  $K_{u.дс} \approx 10^4 \div 10^6$ ), и потенциалы инвертирующего и неинвертирующего входов близки по величине; кроме того, указанные особенности ИОУ приводят к тому, что входной ток оказывается весьма малым, а выходное напряжение  $U_H$  слабо зависит от  $R_H$ .

На рис. 1.29,а показано включение ИОУ с ОС при инвертирующем входе. Нетрудно заметить, что ОС является связью по напряжению, отрицательной и параллельного типа. Учитывая, что  $U_{вх.1} \approx U_{вх.2} = 0$ , а токи, протекающие по  $R_1$  и  $R_{ос}$ , примерно одинаковы, так как  $i_{вх.дс} \approx 0$ , получаем  $U_{г1}/R_1 \approx -U_H/R_{ос}$ , т.е. коэффициент усиления схемы с ОС при инвертирующем входе:

$$K_u^- \approx -R_{ос} / R_1. \quad (1.95)$$

На рис. 1.29,б показано включение ИОУ с ОС при неинвертирующем входе. В данном случае ОС является отрицательной, последовательного типа и по напряжению. Учитывая, что  $U_{вх.1} \approx U_{вх.2} = U_{г1}$ , находим  $U_{г1} \approx i R_1$ ,  $U_H \approx i(R_1 + R_{ос})$ , т.е. коэффициент усиления схемы с ОС при неинвертирующем входе:

$$K_u^+ \approx 1 + R_{ос} / R_1. \quad (1.96)$$

Глубина ОС в обоих случаях равна

$$F_{гн} = K_{u.дс} / K_u.$$

Вернемся к рис. 1.18 (как типовому), из которого следует, что  $K_{u.дс} = 100$  дБ, т.е.  $10^5$ , а при  $K_u < 70$  дБ (т.е.  $K_u < 3160$ ), когда глубина ОС  $F_{гн} > 30$  дБ (т.е.  $F_{гн} > 31,6$ ), наклон ЛАЧХ превышает  $-20$  дБ/дек. В соответствии с заключением, сделанным в разделе 1.4, при этом возможна потеря устойчивости ИОУ с ОС. Приблизительное значение полосы пропускания для  $K_u = 70$  дБ, как видно из рис. 1.18, составляет  $f_{в.ос} \approx 2$  МГц.

При типичной величине  $R_1 = 1$  кОм для получения  $K_u = 70$  дБ придется использовать  $R_{ос} \approx R_1 K_u = 3,16$  МОм. При больших  $R_{ос}$  устойчивость схемы обеспечена, а при меньших — возможно самовозбуждение, и для обеспечения устойчивости требуются специальные меры.

Отметим еще, что в практических схемах к инвертирующему входу обычно подключают резистор  $R_2$  (рис. 1.29, в), способствующий уменьшению отклонения выходного напряжения от нуля из-за наличия входного тока смещения ИОУ; значение  $R_2 \approx R_1 // R_{ос}$ , т.е. в рассмотренном примере  $R_2 \approx 1$  кОм.

Предположим теперь, что  $R_{ос} = 100$  кОм, т.е., согласно (1.95),  $K_u = 100$  (или 40 дБ). Из рис. 1.18 вытекает, что в этом случае схема окажется неустойчивой, ибо наклон ЛАЧХ на уровне 40 дБ составляет  $-40$  дБ/дек. Скорректируем ЛАЧХ ИОУ так, чтобы ее наклон составлял  $-20$  дБ/дек на уровне 40 дБ. Такую коррекцию можно выполнить по-разному, а решение вопроса удобно производить, рассматривая требуемые изменения в передаточной функции и ее ЛАЧХ.

Исходная ЛАЧХ некорректированного ИОУ без ОС была показана на рис. 1.18 и воспроизведена на рис. 1.30 (ломаная 1), откуда следует, что соответствующая передаточная функция  $K_{ис}(p)$  имеет три полюса, создающих три излома в ЛАЧХ на частотах  $f_{\beta 1} = 63$  кГц,  $f_{\beta 2} = 2$  МГц и  $f_{\beta 3} = 36$  МГц; тогда постоянные времени:  $\tau_{\beta 1} = 1/(2\pi f_{\beta 1}) \approx 2,5$  мкс,  $\tau_{\beta 2} = 1/(2\pi f_{\beta 2}) \approx 80$  нс,  $\tau_{\beta 3} = 1/(2\pi f_{\beta 3}) \approx 4,5$  нс, так что

$$K_{u.сc}(p) = \frac{10^5}{(1+p \cdot 2500)(1+p \cdot 80)(1+p \cdot 4,5)}, \quad (1.97)$$

так как в области средних и низших частот  $K_{u.сc} = 100$  дБ, т.е.  $10^5$ .

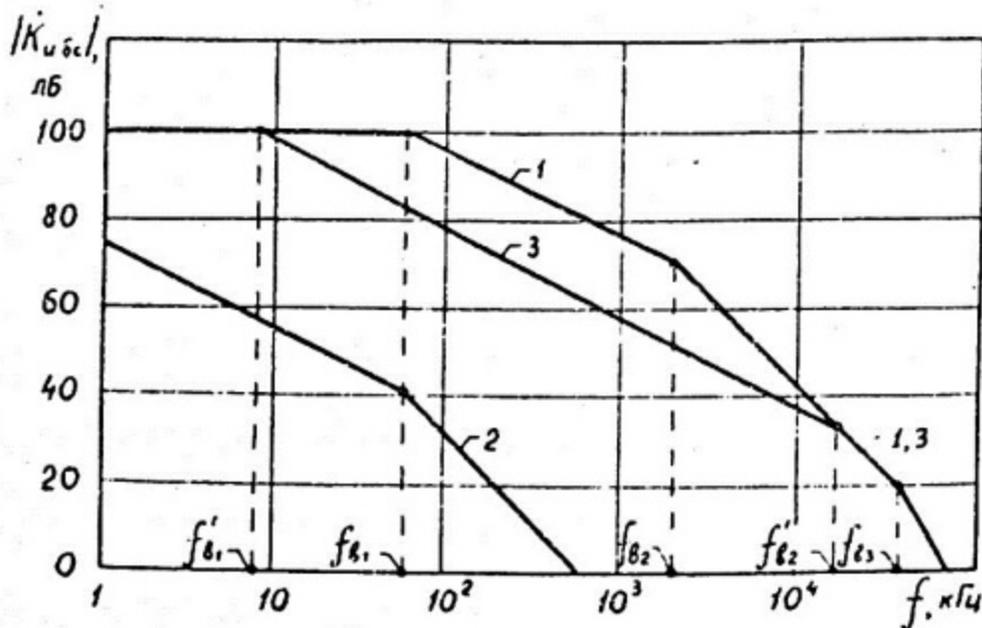


Рис. 1.30

Простейшая коррекция, обеспечивающая на уровне 40 дБ наклон ЛАЧХ, равный - 20 дБ/дек, состоит во введении в передаточную функцию (1.97) дополнительного низкочастотного полюса без изменения трех прежних полюсов. Этот дополнительный полюс вызовет появление излома в ЛАЧХ на частоте  $f_{в.доп} < f_{в1}$  и спад ЛАЧХ с наклоном -20 дБ/дек от  $f_{в.доп}$  до  $f_{в1}$ , причем на частоте  $f_{в1}$  произойдет новый излом ЛАЧХ (за счет первого прежнего полюса) и наклон ЛАЧХ возрастет до -40 дБ/дек (см. ломаную 2 на рис. 1.30); следующие частоты изломов ЛАЧХ, на каждой из которых наклон ЛАЧХ увеличится еще на -20 дБ/дек, суть  $f_{в2}$  и  $f_{в3}$ . Очевидно, что точка излома скорректированной ЛАЧХ при частоте  $f_{в1}$  должна лежать не выше уровня 40 дБ. Если эта точка лежит как раз на этом уровне, что и показано в случае ломаной 2 на рис. 1.30, то фазовый сдвиг петлевого усиления на этой частоте, очевидно, составит  $-135^\circ$  ( $-90^\circ$  вносит полюс с частотой  $f_{в.доп}$  и еще  $-45^\circ$  вносит полюс с частотой  $f_{в1}$ ). Следовательно, при таком расположении точки излома с частотой  $f_{в1}$  в ЛАЧХ скорректированного ИОУ без ОС запас по фазе составит  $45^\circ$ , что вполне достаточно.

Нетрудно теперь определить и частоту излома, соответствующую дополнительному полюсу:  $f_{в.доп} = f_{в1}/10^3 = 63$  Гц.

В самом деле, спад ЛАЧХ от уровня 100 дБ до уровня 40 дБ с наклоном - 20 дБ/дек происходит за три декады.

Заметим, что полоса пропускания при этом уменьшается с 11 МГц (без коррекции при  $K_u = 40$  дБ) до 63 кГц (с коррекцией при  $K_u = 40$  дБ), т.е. данный вид коррекции весьма неэффективен с точки зрения использования площади усиления исходного ИОУ.

После коррекции (добавления полюса с частотой  $f_{в.доп} = 63$  Гц) получаем  $T_{в.доп} = 1/(2\pi f_{в.доп}) \approx 2,5$  мс, так что передаточная функция скорректированного ИОУ без ОС принимает вид

$$\bar{K}_{u.сc}(p) = \frac{10^5}{(1+p \cdot 2,5 \cdot 10^6)(1+p \cdot 2,5 \cdot 10^3)(1+p \cdot 80)(1+p \cdot 4,5)} \quad (1.98)$$

Зная исходную передаточную функцию  $K_{u.сc}(p)$  и требуемую  $\bar{K}_{u.сc}(p)$ , можно синтезировать цепь коррекции, обеспечивающую подобное "превращение". Ввести дополнительный полюс в передаточную функцию ИОУ схемным путем можно, например, с помощью шунтирования коллекторной нагрузки каскада с общим

эмиттером  $R_k$  емкостью  $C_{доп}$ , так что полная нагрузка становится равной  $R_k \parallel (1/\rho C_{доп}) = R_k / (1 + \rho \tau_{в.доп})$ , где  $\tau_{в.доп} = C_{доп} R_k$ .

Таким образом,

$$C_{доп} = \tau_{в.доп} / R_k \quad (1.99)$$

Ясно, что для уменьшения номинала (а значит и габаритов) корректирующего конденсатора  $C_{доп}$  желательно подключать его к высокоомной точке (т.е. к выводу интегральной схемы, связанному с высокоомной коллекторной нагрузкой). Например, при  $R_k = 1$  МОм получаем  $C_{доп} = 2,5$  мс/1 МОм = 2,5 нФ.

Лучшие результаты с точки зрения использования площади усиления исходного ИОУ (большая полоса пропускания) могут быть получены применением более сложных цепей коррекции. Например, скорректируем ЛАЧХ так, как показано на рис. 1.30 ломаной линией 3. При этом фазовый сдвиг на частоте, соответствующей уровню 40 дБ, должен быть, как и выше, равен  $-135^\circ$ . Из этого условия можно определить частоту излома  $f'_{в2}$ . В самом деле, фазовый сдвиг на уровне 40 дБ состоит из  $\varphi_1 = -90^\circ$ , вносимых полюсом с частотой  $f'_{в1}$ , а также из сдвигов  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$ , вносимых двумя другими полюсами с частотами  $f'_{в2}$  и  $f'_{в3}$ , которые удалены от частоты, где усиление равно 40 дБ, менее чем на декаду. Используя диаграмму Бode для ФЧХ (см. рис. 1.13,б), можно с помощью дополнительного построения найти частоту  $f'_{в2} \approx 15$  МГц при усилении 35 дБ; при этом  $\varphi_2 \approx -33^\circ$  и  $\varphi_3 \approx -12^\circ$ . Частота излома  $f_{в1} = 63$  кГц в исходной ЛАЧХ заменяется частотой излома в скорректированной ЛАЧХ, равной

$$f'_{в1} = f'_{в2} / 10^{(100-35)/20} \approx 8,5 \text{ кГц},$$

причем показатель степени  $(100 - 35) \text{ дБ} / (20 \text{ дБ/дек}) = 3,25$  дек дает число декад, на которое частота  $f'_{в1}$  отстоит от частоты  $f'_{в2}$  с учетом наклона  $-20$  дБ/дек.

Полоса пропускания скорректированного таким образом ИОУ с ОС при  $K_u = 40$  дБ составляет, как видно по ломаной 3 на рис. 1.30, около 8,5 МГц, т.е. потери по отношению к исходной ЛАЧХ без коррекции во много раз меньше, чем в предыдущем случае (ломаная 2).

Вычисляя постоянные времени  $\tau_{\theta_1}' = 1/(2\pi f_{\theta_1}') = 18,7 \cdot 10^3$  нс,  $\tau_{\theta_2}' = 1/(2\pi f_{\theta_2}') \approx 10,6$  нс,  $\tau_{\theta_3} \approx 4,5$  нс, находим передаточную функцию скорректированного ИОУ без ОС в следующем виде:

$$\bar{K}_{и.с.}(\rho) = \frac{10^5}{(1 + \rho \cdot 18,7 \cdot 10^3)(1 + \rho \cdot 10,6)(1 + \rho \cdot 4,5)}. \quad (1.100)$$

Для получения такой функции из (1.97) необходима более сложная цепь коррекции, чем выше. С ее помощью производится перемещение полюса  $-1/\tau_{\theta_1}$  в точку  $-1/\tau_{\theta_1}'$ , лежащую ближе к мнимой оси  $j\omega$  (т.е. спад ЛАЧХ (первый излом) начинается в области более низких частот, как это и следует из сравнения ломаных 1 и 3 на рис. 1.30), а также перемещение полюса  $-1/\tau_{\theta_2}$  в точку  $-1/\tau_{\theta_2}'$ , лежащую дальше от мнимой оси  $j\omega$  (т.е. второй излом ЛАЧХ смещается в область больших частот). Перемещение первого полюса схемным путем можно, например, выполнить, шунтируя сопротивление коллекторной нагрузки  $R_K$  каскада RC-цепью, состоящей из последовательно соединенных сопротивления  $R_{доп}$  и емкости  $C_{доп}$ . При этом нагрузка становится равной  $R_K(1 + \rho C_{доп} R_{доп}) / [1 + \rho C_{доп}(R_K + R_{доп})]$  и вносит дополнительный нуль и полюс. Нуль следует выбрать так, чтобы он компенсировал прежний полюс, т.е.

$$C_{доп} R_{доп} = \tau_{\theta_1}, \quad (1.101)$$

а новый полюс поместить в точку  $-1/\tau_{\theta_1}'$ , т.е.

$$C_{доп}(R_K + R_{доп}) = \tau_{\theta_1}'. \quad (1.102)$$

При этом элементы цепи коррекции находятся по формулам:

$$R_{доп} = \tau_{\theta_1} / C_{доп} = R_K \tau_{\theta_1} / (\tau_{\theta_1}' - \tau_{\theta_1}) \text{ и } C_{доп} = (\tau_{\theta_1}' - \tau_{\theta_1}) / R_K. \quad (1.103)$$

Например, при  $R_K = 1$  МОм получаем  $C_{доп} = 16,2$  пФ и  $R_{доп} = 154$  кОм.

Перемещение же второго полюса в область больших частот требует применения так называемых цепей опережения, способствующих повышению петлевого усиления в области высших частот, в отличие от рассмотренных выше цепей коррекции, являющихся цепями запаздывания и снижающих петлевого усиление. Реализация цепи опережения возможна при наличии внешнего

вывода у микросхемы ИОУ от "подходящей" точки. Такой точкой может, например, служить эмиттер в каскаде с общим эмиттером и с сопротивлением ОС  $R_3$  в цепи эмиттера. Шунтируя  $R_3$  такой же RC-цепью, которая использовалась для перемещения первого полюса, вносим в передаточную функцию (1.97) множитель

$$[1 + \rho C_{доп} (R_{доп} + R_3)] / [1 + \rho C_{доп} (R_{доп} + R_3 \parallel R_{вых.э})],$$

где  $R_{вых.э} \approx r_3 + (R_{\delta r} + r_s) / (1 + \beta)$  – выходное сопротивление со стороны эмиттера рассматриваемого каскада,  $R_{\delta r}$  – внешнее сопротивление в цепи базы транзистора данного каскада для переменного сигнала в области средних частот.

Нуль следует выбрать из условия компенсации прежнего полюса  $-1/\tau_{\theta 2}$ , т.е.

$$C_{доп} (R_{доп} + R_3) = \tau_{\theta 2}, \quad (1.104)$$

а новый полюс поместить в точку  $-1/\tau'_{\theta 2}$ , т.е.

$$C_{доп} (R_{доп} + R_3 \parallel R_{вых.э}) = \tau'_{\theta 2}. \quad (1.105)$$

При этом элементы цепи коррекции находятся по формулам:

$$C_{доп} = (\tau_{\theta 2} - \tau'_{\theta 2}) / (R_3 - R_3 \parallel R_{вых.э}) \text{ и } R_{доп} = \tau_{\theta 2} / C_{доп} - R_3. \quad (1.106)$$

Например, при  $R_3 = 10$  кОм и  $R_{вых.э} = 1$  кОм получаем  $C_{доп} = 7,6$  пФ и  $R_{доп} = 0,5$  кОм.

## МЕТОД АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ МАТРИЦЫ ПРОВОДИМОСТЕЙ

2.1. Матрица проводимостей и ее нахождение по эквивалентной схеме цепи

Выше были рассмотрены некоторые свойства схемных функций и их использование для определения параметров и характеристик линейных электронных цепей. Поэтому особый интерес представляет и рассмотрение методов нахождения самих схемных функций. В случае сложных цепей, содержащих большое количество различных активных и пассивных элементов, это часто сопряжено со значительными вычислительными трудностями и громоздкими преобразованиями. Для облегчения и систематизации процесса вывода схемных функций в настоящее время широко применяются матричные методы анализа электронных схем, являющиеся, пожалуй, наиболее формализованными среди методов анализа [1, 2].

В настоящем пособии остановимся, главным образом, на рассмотрении матрицы узловых проводимостей, нашедшей наибольшее распространение.

Рассмотрим произвольную линейную цепь с  $n$  узлами. Потенциалы этих узлов, отсчитанные от некоторой внешней по отношению к цепи точки, называемой базисной (или заземленной), образуют вектор узловых напряжений

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_k \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}.$$

Назовем узловым током  $i_k$   $k$ -го узла суммарный ток ветвей цепи, связанных с данным узлом; при этом ветви независимых генераторов тока и напряжения, а также короткозамкнутые ветви, соединяющие два узла, не включаются в число ветвей цепи. Токи ветвей цепи, направленные от узла, условим-

ся брать со знаком "плюс", а токи ветвей цепи, направленные к узлу, — со знаком "минус". Узловые токи цепи образуют вектор

$$i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_k \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}.$$

Очевидно, что если заданы потенциалы всех узлов цепи, то тем самым уже задано и ее состояние, т.е. можно найти в ней любые токи и напряжения; в частности, однозначно определенным оказывается и вектор  $i$ . Так как цепь линейная, то зависимость между узловыми напряжениями и узловыми токами также является линейной:

$$i_k = \sum_{l=1}^n y_{kl} u_l, \quad (2.1)$$

где  $k=1, 2, \dots, n$ .

В матричном виде уравнения (2.1) записываются так:

$$i = Y u, \quad (2.2)$$

где матрица

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nn} \end{bmatrix}$$

называется матрицей проводимостей.

Из (2.1) следует, что для составления  $Y$ -матрицы, т.е. для нахождения  $y_{kj}$ , надо заземлить все узлы, кроме  $j$ -го; приложить к нему единичное напряжение  $u_j = 1$  и найти узловой ток  $K$ -го узла. Величина этого тока численно равна проводимости  $y_{kj}$ .

На рис. 2.1 показана в качестве примера пассивная цепь с  $n = 3$  узлами. Найдем ее  $Y$ -матрицу. Для определения элементов 1-го столбца, т.е.  $y_{k1}$  ( $k = 1, 2, 3$ ),

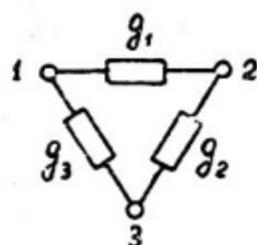


Рис. 2.1

заземляем все узлы, кроме 1-го; на 1-й узел подаем единичное напряжение  $u_1 = 1$  и находим узловые токи всех узлов в соответствии со схемой рис. 2.2,а (пунктиром показаны те элементы схемы, которые "исчезают" вследствие закорачивания). Так как ветви с проводимостями  $g_1$  и  $g_3$  оказываются соединенными параллельно, то ток узла 1 равен  $i_1 = u_1(g_1 + g_3)$ , причем токи взяты со знаком "плюс", ибо они направлены от узла в ветви схемы. Следовательно,  $y_{11} = g_1 + g_3$ . Согласно этому же рис. 2.2,а ток узла 2 равен  $i_2 = -g_1 u_1$ , причем знак "минус" отражает тот факт, что этот ток направлен из ветви схемы к узлу 2. Следовательно,  $y_{21} = -g_1$ . Аналогично получаем  $i_3 = -g_3 u_1$ , т.е.  $y_{31} = -g_3$ .

Для нахождения  $y_{k2}$  ( $k = 1, 2, 3$ ) заземлим узлы 1 и 3, а на узел 2 подадим единичное напряжение  $u_2 = 1$  (рис. 2.2,б). Ветви  $g_1$  и  $g_2$  соединяются в этом случае параллельно, так что  $i_2 = u_2(g_1 + g_2)$ ,  $i_1 = -u_2 g_1$ ,  $i_3 = -u_2 g_2$  и  $y_{22} = g_1 + g_2$ ,  $y_{12} = -g_1$ ,  $y_{32} = -g_2$ .

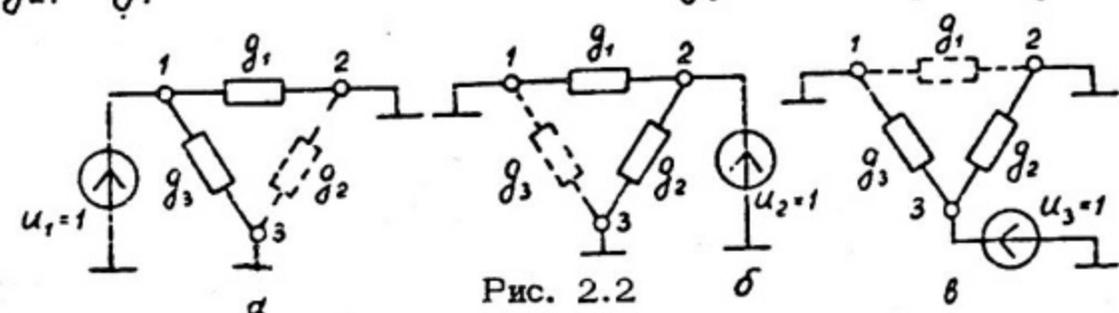


Рис. 2.2

На рис. 2.2,в показана схема нахождения  $y_{k3}$  ( $k = 1, 2, 3$ ). Получаем  $i_1 = -u_3 g_3$ ,  $i_2 = -u_3 g_2$ ,  $i_3 = u_3(g_2 + g_3)$ , т.е.  $y_{13} = -g_3$ ,  $y_{23} = -g_2$ ,  $y_{33} = g_2 + g_3$ .

Итак, окончательно имеем

$$Y = \begin{bmatrix} g_1 + g_3 & -g_1 & -g_3 \\ -g_1 & g_1 + g_2 & -g_2 \\ -g_3 & -g_2 & g_2 + g_3 \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Диагональные элементы  $Y_{kk}$  называются собственными (входными) проводимостями, а прочие элементы — взаимными (передаточными) проводимостями. Если цепь состоит лишь из пассивных элементов, то ее  $Y$ -матрица симметрична, т.е.  $Y_{kj} = Y_{jk}$ . При этом собственная проводимость пассивной цепи  $Y_{kk}$  равна сумме проводимостей ветвей, присоединенных к  $k$ -му узлу, а взаимная проводимость  $Y_{kj}$  равна проводимости ветви между узлами  $k$  и  $j$ , взятой со знаком "минус" (см., в частности, (2.3)).

Система уравнений, соответствующая (2.2), является неопределенной, так как при неизменных токах можно изменять потенциалы всех узлов на одинаковую величину, т.е. получать бесчисленное множество решений. Это возможно лишь если  $Y$ -матрица — вырожденная, т.е. ее определитель  $|Y| = 0$ . Можно показать, что каждый элемент  $Y$ -матрицы получается суммированием всех других элементов соответствующей строки (столбца) и изменением знака суммы на противоположный.

Указанные свойства облегчают составление матрицы проводимостей линейной электронной цепи. В этом случае  $Y$ -матрица может быть записана непосредственно по виду цепи, причем при наличии  $n$  узлов достаточно выписать лишь собственные проводимости  $n-1$  узла, а также соответствующие наддиагональные (или поддиагональные) взаимные проводимости. Остальные элементы матрицы тогда можно найти вычислением.

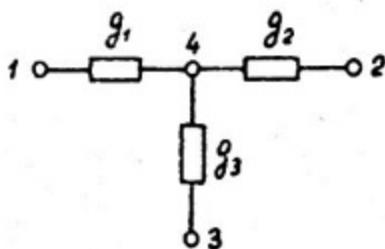


Рис. 2.3

Например, для пассивной цепи, показанной на рис. 2.3, находим собственные проводимости  $Y_{11} = g_1$ ,  $Y_{22} = g_2$ ,  $Y_{33} = g_3$ ; взаимные проводимости  $Y_{12} = 0$ ,  $Y_{13} = 0$ ,  $Y_{23} = 0$ . В соответствии со свойством симметрии получаем:  $Y_{21} = 0$ ,  $Y_{31} = 0$ ,  $Y_{32} = 0$ ; далее вычисляем элементы четвертой строки матрицы:  $Y_{41} =$

$$= -(Y_{11} + Y_{21} + Y_{31}) = -g_1, \quad Y_{42} = -(Y_{12} + Y_{22} + Y_{32}) = -g_2, \quad Y_{43} = -(Y_{13} + Y_{23} + Y_{33}) = -g_3, \quad Y_{44} = -(Y_{41} + Y_{42} + Y_{43}) = g_1 + g_2 + g_3;$$

и вновь из симметрии находим:  $Y_{14} = Y_{41} = -g_1$ ,  $Y_{24} = Y_{42} = -g_2$ ,  $Y_{34} = Y_{43} = -g_3$ .

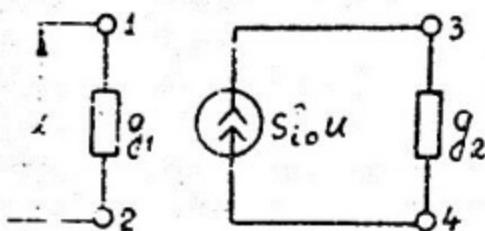
Разумеется, такой способ составления  $Y$ -матрицы проще, чем нахождение каждого элемента  $Y_{kj}$  в соответствии с определением, и даже проще, чем запись всех элементов непосредственно по виду цепи.

Использование  $Y$ -матрицы особенно удобно при получении матрицы проводимостей сложной схемы путем разбиения ее на более простые подсхемы. Если  $Y$ -матрица подсхемы имеет порядок, меньший  $n$ -го, то следует расширить ее до матрицы  $n$ -го порядка, заменяя элементы недостающих строк и столбцов нулями. Складывая далее полученные матрицы  $n$ -го порядка, получаем  $Y$ -матрицу исходной сложной схемы. Выделение подсхем особенно удобно при составлении матрицы проводимостей схемы, содержащей несколько активных элементов или зависимых генераторов, матрицы проводимостей которых найдены заранее.

## 2.2. Матрицы проводимостей зависимых генераторов

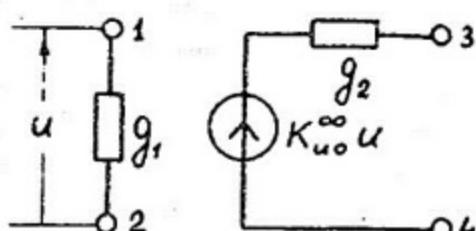
Четыре зависимых генератора, входящих в число основных элементов линейных электронных цепей, были рассмотрены в разделе 1.2 (см. рис. 1.2 и 1.3). Однако для зависимых генераторов напряжения, управляемых соответственно напряжением (см. рис. 1.3,ж) и током (см. рис. 1.3,и), не существует матриц проводимостей. При использовании зависимых генераторов в схемах замещения реальных цепей им практически всегда сопутствуют и некоторые пассивные элементы, наличие которых и позволяет найти требуемые матрицы проводимостей. Такие схемы зависимых генераторов, дополненные пассивными элементами, приведены на рис. 2.4 совместно с их  $Y$ -матрицами. На примере схемы рис. 2.4,а покажем, как определяются элементы  $Y$ -матрицы. Для нахождения элементов 1-го столбца, т.е.  $y_{k1}$  ( $k = 1, \dots, 4$ ), заземляем все узлы, кроме 1-го; на 1-й узел подаем единичное напряжение  $u_1 = 1$  и находим узловые токи всех узлов в соответствии с рис. 2.5,а. Получаем  $i_1 = g_1$ ,  $i_2 = -g_1$ ; так как  $u = u_1 = 1$ , то  $i_3 = -S_{i0}^{\circ}$ , а  $i_4 = S_{i0}^{\circ}$  (знаки отражают направления токов). Поэтому  $y_{11} = g_1$ ,  $y_{21} = -g_1$ ,  $y_{31} = -S_{i0}^{\circ}$ ,  $y_{41} = S_{i0}^{\circ}$ . На рис. 2.5,б,в, и г показаны схемы, получающиеся при нахождении соответственно элементов 2-го, 3-го и 4-го столбцов. Для схемы рис. 2.5,б следует учесть, что  $u = -u_2 = -1$ ; поэтому генератор тока  $S_{i0}^{\circ} u$  создает ток  $-S_{i0}^{\circ}$ . В схемах же рис. 2.5,в и г  $u = 0$ , так что генератор  $S_{i0}^{\circ} u$  не действует. Итак,  $Y$ -матрица имеет в самом деле вид, представленный на рис. 2.4,а.

Используя схемы и матрицы на рис. 2.4, можно находить  $Y$ -матрицы многих конкретных электронных схем, разбивая их



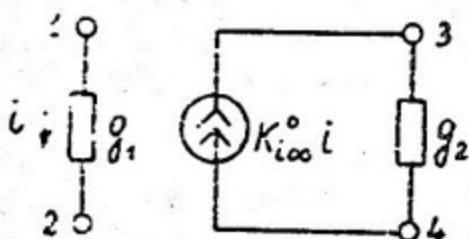
$$\begin{bmatrix} g_1 & -g_1 & 0 & 0 \\ -g_1 & g_1 & 0 & 0 \\ -S_{i0} & S_{i0} & g_2 & -g_2 \\ S_{i0} & S_{i0} & -g_2 & g_2 \end{bmatrix}$$

a



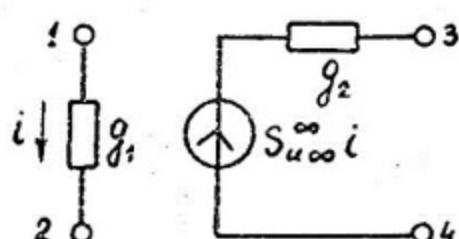
$$\begin{bmatrix} g_1 & -g_1 & 0 & 0 \\ -g_1 & g_1 & 0 & 0 \\ -K_{u0}^\infty g_2 & K_{u0}^\infty g_2 & g_2 & -g_2 \\ K_{u0}^\infty g_2 & -K_{u0}^\infty g_2 & -g_2 & g_2 \end{bmatrix}$$

delta



$$\begin{bmatrix} g_1 & -g_1 & 0 & 0 \\ -g_1 & g_1 & 0 & 0 \\ -K_{i00} g_2 & K_{i00} g_2 & g_2 & -g_2 \\ K_{i00} g_2 & -K_{i00} g_2 & g_2 & g_2 \end{bmatrix}$$

beta



$$\begin{bmatrix} g_1 & -g_1 & 0 & 0 \\ -g_1 & g_1 & 0 & 0 \\ -S_{u00} g_2 & S_{u00} g_2 & g_2 & -g_2 \\ S_{u00} g_2 & -S_{u00} g_2 & -g_2 & g_2 \end{bmatrix}$$

zeta

Рис. 2.4.

на более простые подходы. К их числу относятся, в частности, и схемы замещения активных элементов.

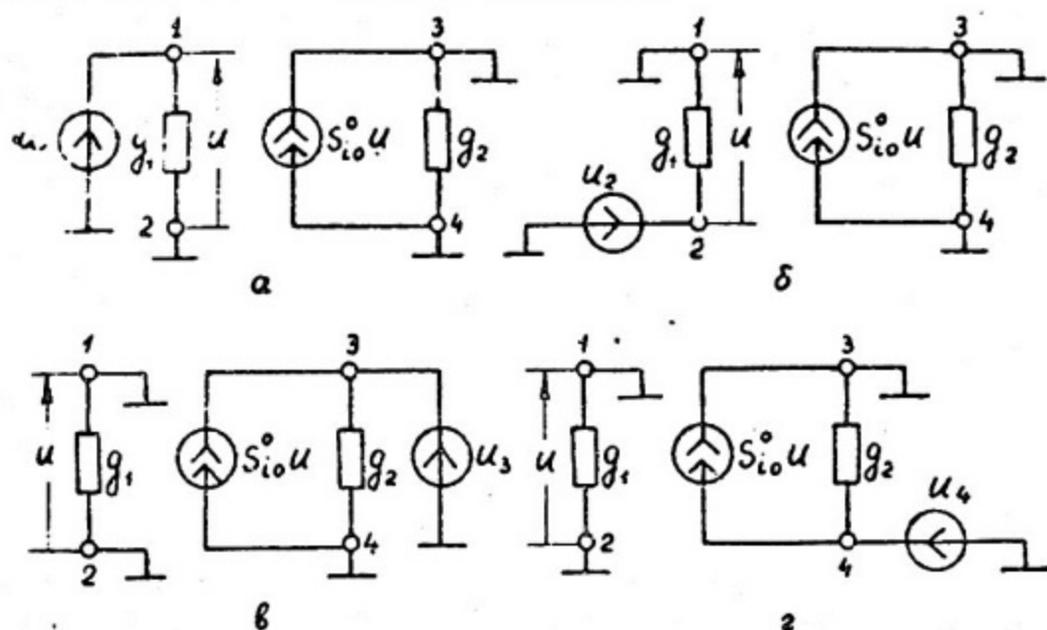


Рис. 2.5

### 2.3. Матрицы проводимостей схем замещения активных элементов линейных электронных цепей

Так как активные элементы (полевые и биполярные транзисторы, интегральные операционные усилители) используются практически во всех более или менее сложных электронных цепях, то целесообразно получить для них  $Y$ -матрицы, которые в дальнейшем можно как бы "вкладывать" в соответствующие места полной  $Y$ -матрицы схемы, не прибегая к выделению независимых генераторов и пассивных элементов схем замещения.

Представим схему замещения биполярного транзистора с управлением по эмиттеру (см. рис. 1.4 и 2.6,а, где приняты обозначения  $g_э = 1/r_э$ ,  $g_с = 1/r_с$ ,  $y_к = 1/r_к + pC_к$ ) в виде двух подходов (рис. 2.6,б и в) и найдем  $Y$ -матрицы последних, дополняя недостающие элементы нулями.

Для подхемы рис. 2.6,б получаем

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 1(\varepsilon) & 2(\kappa) & 3(\delta) & 4(\delta') \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_\delta & -g_\delta \\ 0 & 0 & -g_\delta & g_\delta \end{bmatrix} \begin{matrix} 1(\varepsilon) \\ 2(\kappa) \\ 3(\delta) \\ 4(\delta') \end{matrix} \quad (2.4)$$

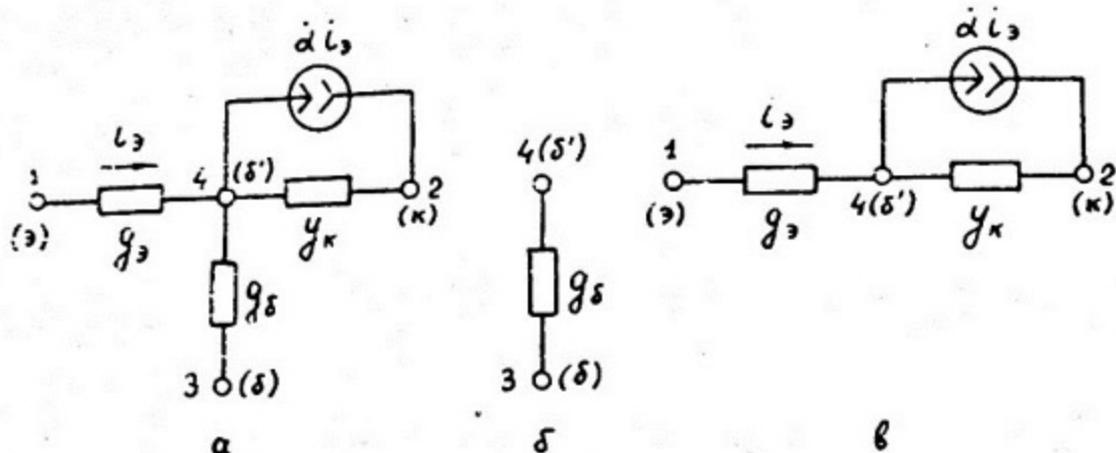


Рис. 2.6

Сравнивая под схему рис. 2.6, в со схемой зависимого генератора тока, управляемого током (см. рис. 2.4, в), замечаем, что отличия состоят в обозначениях элементов, в нумерации узлов, а также в том, что узлы 2 и 4 на рис. 2.4, в объединены в один узел  $\delta'$  на рис. 2.6, в. Чтобы отразить эти отличия в  $Y$ -матрице (см. рис. 2.4, в), необходимо, во-первых, сделать замены  $g_1 \rightarrow g_э$ ,  $K_{i\infty}^0 \rightarrow \alpha$ ,  $g_2 \rightarrow y_к$ ; во-вторых, согласовать номера узлов схем на рис. 2.4, в и 2.6, в, которые соответствуют и номерам строк и столбцов их матриц. Для этого полезно дублировать номера узлов буквенными обозначениями, что и сделано на рис. 2.6, в. Имеет место следующее соответствие между узлами схем на рис. 2.4, в и 2.6, в:  $1 \rightarrow \text{э}$ ,  $2 \rightarrow \delta'$ ,  $3 \rightarrow \kappa$ ,  $4 \rightarrow \delta'$ . При этом из  $Y$ -матрицы для схемы рис. 2.4, в получаем следующую  $Y$ -матрицу схемы на рис. 2.6, в:

$$Y'_2 = \begin{bmatrix} g_э & -g_э & 0 & 0 \\ -g_э & g_э & 0 & 0 \\ -\alpha g_э & \alpha g_э & y_к & -y_к \\ \alpha g_э & -\alpha g_э & -y_к & y_к \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{э} \\ \delta' \\ \kappa \\ \delta' \end{matrix} \quad (2.5)$$

Объединение же узлов 2 и 4 на рис. 2.4, в в один узел  $\delta'$  на рис. 2.6, в, выразившееся в появлении в матрице (2.5) двух столбцов и двух строк с одинаковым номером  $\delta'$ , означает, что эти столбцы (как и строки) надо сложить и разместить получающиеся элементы в столбце  $\delta'$  и в строке  $\delta'$  новой матрицы  $Y''_2$ :

$$Y_2'' = \begin{bmatrix} & \text{э} & & \delta' & & \text{к} \\ & g_э & & -g_э & & 0 \\ g_э(\alpha-1) & & & g_э(1-\alpha)+y_к & & -y_к \\ -\alpha g_э & & & \alpha g_э - y_к & & y_к \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{э} \\ \delta' \\ \text{к} \end{matrix} \quad (2.6)$$

Наконец, учитывая, что в схеме на рис. 2.6 узлы  $\text{э}$ ,  $\delta'$ ,  $\text{к}$  и  $\delta$  имеют номера 1, 4, 2 и 3, необходимо произвести перестановку строк и столбцов матрицы (2.6) и дополнить ее недостающим столбцом и строкой с номером 3 (б) с нулевыми элементами; тогда получаем окончательный вид  $Y$ -матрицы под-схемы рис. 2.6,в:

$$Y_2 = \begin{bmatrix} & 1(\text{э}) & & 2(\text{к}) & & 3(\delta) & & 4(\delta') \\ & g_э & & 0 & & 0 & & -g_э \\ -\alpha g_э & & & y_к & & 0 & & \alpha g_э - y_к \\ 0 & & & 0 & & 0 & & 0 \\ g_э(\alpha-1) & & & -y_к & & 0 & & g_э(1-\alpha)+y_к \end{bmatrix} \begin{matrix} 1(\text{э}) \\ 2(\text{к}) \\ 3(\delta) \\ 4(\delta') \end{matrix} \quad (2.7)$$

Полная  $Y$ -матрица схемы замещения биполярного транзистора с управлением по эмиттеру (рис. 2.6,а) получается суммированием найденных матриц  $Y_1$  и  $Y_2$  подсхем на рис. 2.6,б и в:

$$Y = Y_1 + Y_2 = \begin{bmatrix} & \text{э} & & \text{к} & & \delta & & \delta' \\ & g_э & & 0 & & 0 & & -g_э \\ -\alpha g_э & & & y_к & & 0 & & \alpha g_э - y_к \\ 0 & & & 0 & & g_δ & & -g_δ \\ g_э(\alpha-1) & & & -y_к & & -g_δ & & g_δ + g_э(1-\alpha)+y_к \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{э} \\ \text{к} \\ \delta \\ \delta' \end{matrix} \quad (2.8)$$

Для получения  $Y$ -матрицы схемы замещения биполярного транзистора с управлением по базе (см. рис. 1.4 и 2.7, где обозначено  $y_{к\beta} = (1+\beta)/r_к + \rho C_к(1+\beta)$ ) достаточно заметить, что эту схему можно получить из схемы на рис. 2.6,а с помощью следующих замен элементов:  $g_э \rightarrow g_э'$ ,  $g_δ \rightarrow g_э$ ,  $y_к \rightarrow y_{к\beta}$ .

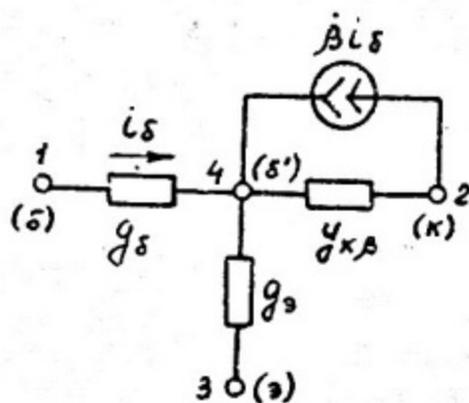


Рис. 2.7

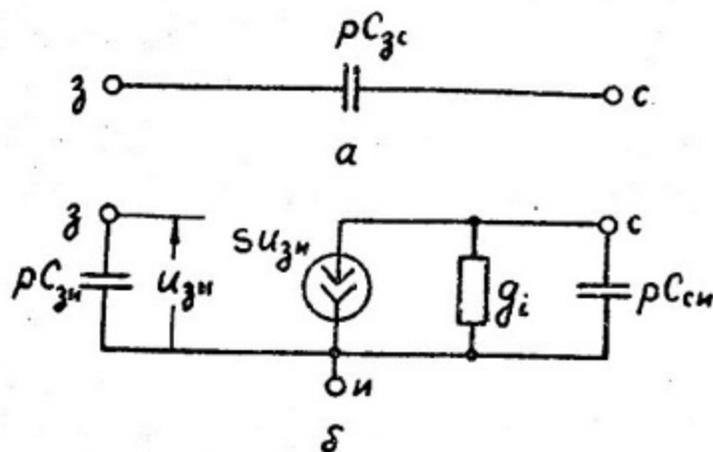


Рис. 2.8

$\alpha \rightarrow -\beta$  (знак "минус" отражает тот факт, что направление генератора тока  $\alpha i_{\varepsilon}$  противоположно направлению генератора тока  $\beta i_{\delta}$ ), а также номеров узлов  $\varepsilon \rightarrow \delta$ ,  $\delta \rightarrow \varepsilon$ . Соответствующие замены следует произвести и в матрице (2.8), чтобы получить  $Y$ -матрицу схемы замещения биполярного транзистора с управлением по базе:

$$Y = \begin{bmatrix} g_{\delta} & 0 & 0 & -g_{\delta} \\ \beta g_{\delta} & y_{к\beta} & 0 & -(\beta g_{\delta} + y_{к\beta}) \\ 0 & 0 & g_{\varepsilon} & -g_{\varepsilon} \\ -(1+\beta)g_{\delta} & -y_{к\beta} & -g_{\varepsilon} & g_{\varepsilon} + (1+\beta)g_{\delta} + y_{к\beta} \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta \\ \kappa \\ \varepsilon \\ \delta' \end{matrix} \quad (2.9)$$

Получим теперь  $Y$ -матрицу схемы замещения полевого транзистора (см. рис. 1.7,а). Для пассивной подсхемы, показанной на рис. 2.8,а, имеем:

$$Y_1 = \begin{bmatrix} pC_{\varepsilon\zeta} & -pC_{\varepsilon\zeta} & 0 \\ -pC_{\varepsilon\zeta} & pC_{\varepsilon\zeta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \varepsilon \\ \zeta \\ \delta \end{matrix} \quad (2.10)$$

Активная подсхема, показанная на рис. 2.8,б, совпадает со схемой зависимого генератора тока, управляемого напряжением (см. рис. 2.4,а), причем  $g_1 = pC_{зи}$ ,  $g_2 = g_i + pC_{си}$ , где  $g_i = 1/r_i$ ,  $S_{i0}^o = -S$ . Поэтому, учитывая соответствие между узлами:  $1 \rightarrow з$ ,  $2 \rightarrow и$ ,  $3 \rightarrow с$ ,  $4 \rightarrow и$ , получаем из  $Y$ -матрицы на рис. 2.4,а:

$$Y_2' = \begin{bmatrix} & з & и & с & и \\ \rho C_{зи} & -\rho C_{зи} & 0 & 0 & \\ -\rho C_{зи} & \rho C_{зи} & 0 & 0 & \\ S & -S & g_i + pC_{си} & -(g_i + pC_{си}) & \\ -S & S & -(g_i + pC_{си}) & g_i + pC_{си} & \end{bmatrix} \begin{matrix} з \\ и \\ с \\ и \end{matrix} \quad (2.11)$$

Объединение узлов 2 и 4 на рис. 2.4,а в один узел И на рис. 2.8,б приводит к тому, что элементы второго и четвертого столбца, а также второй и четвертой строк в матрице (2.11) следует сложить, что и дает окончательный вид  $Y$ -матрицы подсхемы рис. 2.8,б:

$$Y_2 = \begin{bmatrix} & з & с & и \\ \rho C_{зи} & 0 & -\rho C_{зи} & \\ S & g_i + pC_{си} & -(S + g_i + pC_{си}) & \\ -(S + pC_{зи}) & -(g_i + pC_{си}) & S + g_i + p(C_{зи} + C_{си}) & \end{bmatrix} \begin{matrix} з \\ с \\ и \end{matrix} \quad (2.12)$$

Суммируя матрицы (2.10) и (2.12), находим полную  $Y$ -матрицу схемы замещения полевого транзистора (см. рис.1.7,а):

$$Y = \begin{bmatrix} & з & с & и \\ p(C_{зи} + C_{зс}) & -pC_{зс} & -pC_{зи} & \\ S - pC_{зс} & g_i + p(C_{зс} + C_{си}) & -(S + g_i + pC_{си}) & \\ -(S + pC_{зи}) & -(g_i + pC_{си}) & S + g_i + p(C_{зи} + C_{си}) & \end{bmatrix} \begin{matrix} з \\ с \\ и \end{matrix} \quad (2.13)$$

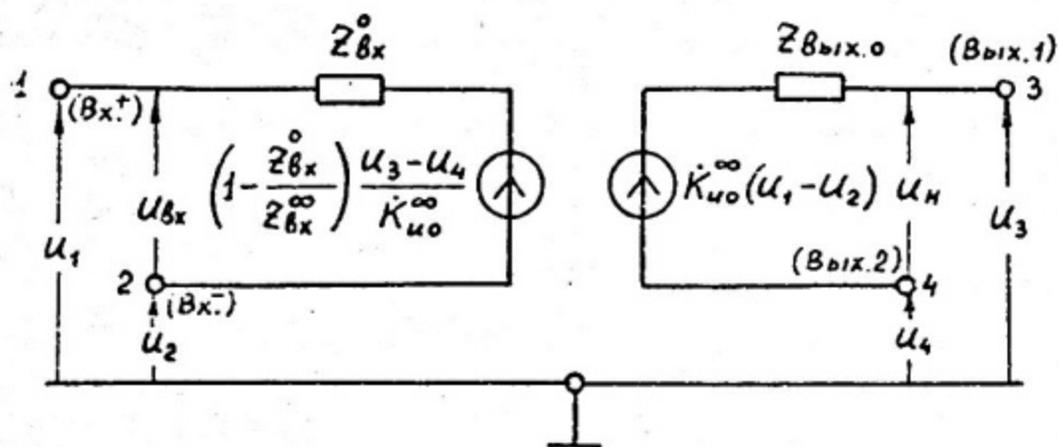


Рис. 2.9

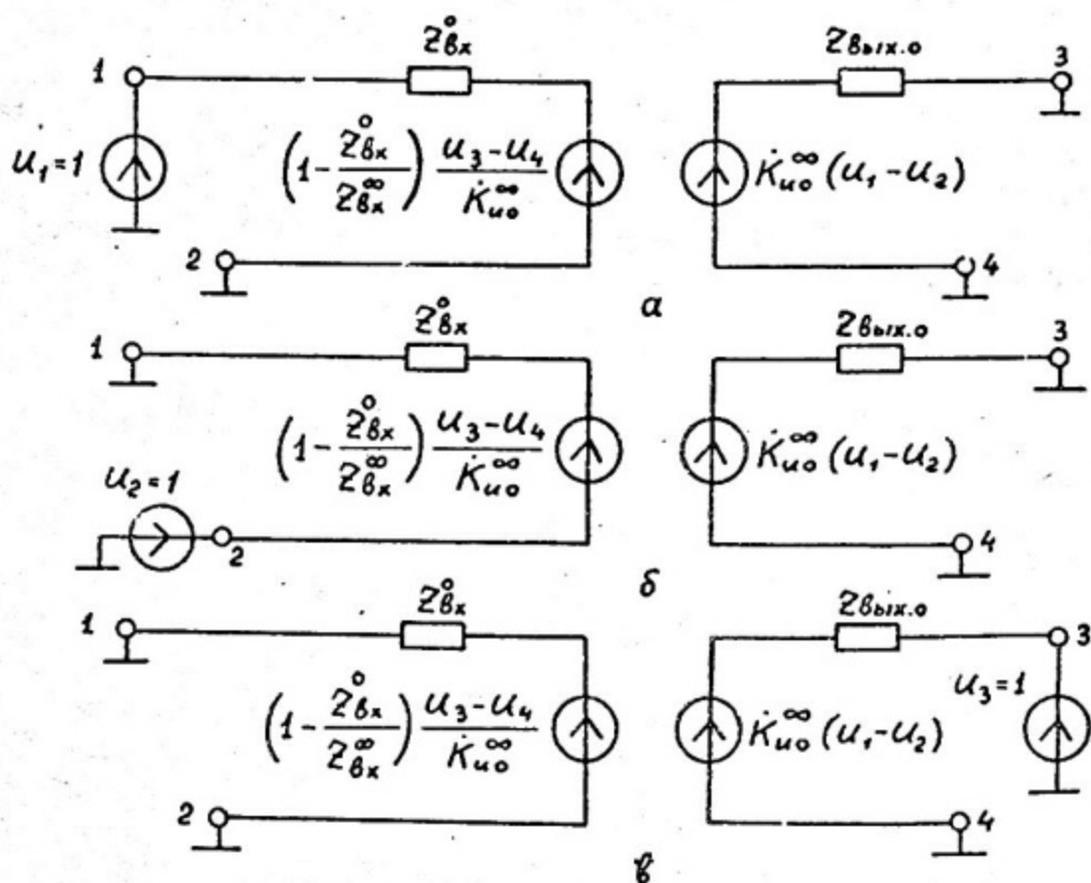


Рис. 2.10

Воспользовавшись макромоделью ИОУ, показанной на рис. 2.9 (см. также рис. 1.8, в), найдем еще и  $Y$ -матрицу для этой макромодели. Для нахождения элементов первого столбца имеем схему рис. 2.10, а, согласно которой получаем

$y_{11} = 1/Z_{\theta x}^{\circ}$ ,  $y_{21} = -1/Z_{\theta x}^{\circ}$ ,  $y_{31} = -K_{uo}^{\infty}/Z_{\text{вых.о}}$ ; для нахождения элементов второго и третьего столбцов соответственно используем схемы на рис. 2.10, б и в, из которых находим

$$y_{12} = -1/Z_{\theta x}^{\circ}, \quad y_{22} = 1/Z_{\theta x}^{\circ}, \quad y_{32} = K_{uo}^{\infty}/Z_{\text{вых.о}}$$

и  $y_{13} = -(1 - Z_{\theta x}^{\circ}/Z_{\theta x}^{\infty})/(K_{uo}^{\infty} Z_{\theta x}^{\circ})$ ,  
 $y_{23} = (1 - Z_{\theta x}^{\circ}/Z_{\theta x}^{\infty})/(K_{uo}^{\infty} Z_{\theta x}^{\circ})$ ,  $y_{33} = 1/Z_{\text{вых.о}}$ .

Элементы же четвертого столбца и четвертой строки найдем, воспользовавшись указанным выше свойством  $Y$ -матрицы, состоящим в равенстве нулю суммы элементов любого ее столбца и любой строки. Итак, полная  $Y$ -матрица ИОУ (см. рис. 2.9):

$$Y = \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cccc} B_x^+(1) & B_x^-(2) & \text{Вых.1(3)} & \text{Вых.2(4)} \\ \frac{1}{Z_{\theta x}^{\circ}} & -\frac{1}{Z_{\theta x}^{\circ}} & -\frac{1 - Z_{\theta x}^{\circ}/Z_{\theta x}^{\infty}}{K_{uo}^{\infty} Z_{\theta x}^{\circ}} & \frac{1 - Z_{\theta x}^{\circ}/Z_{\theta x}^{\infty}}{K_{uo}^{\infty} Z_{\theta x}^{\circ}} & B_x^+(1) \\ -\frac{1}{Z_{\theta x}^{\circ}} & \frac{1}{Z_{\theta x}^{\circ}} & \frac{1 - Z_{\theta x}^{\circ}/Z_{\theta x}^{\infty}}{K_{uo}^{\infty} Z_{\theta x}^{\circ}} & -\frac{1 - Z_{\theta x}^{\circ}/Z_{\theta x}^{\infty}}{K_{uo}^{\infty} Z_{\theta x}^{\circ}} & B_x^-(2) \\ \frac{K_{uo}^{\infty}}{Z_{\text{вых.о}}} & \frac{K_{uo}^{\infty}}{Z_{\text{вых.о}}} & \frac{1}{Z_{\text{вых.о}}} & -\frac{1}{Z_{\text{вых.о}}} & \text{Вых.1(3)} \\ \frac{K_{uo}^{\infty}}{Z_{\text{вых.о}}} & -\frac{K_{uo}^{\infty}}{Z_{\text{вых.о}}} & -\frac{1}{Z_{\text{вых.о}}} & \frac{1}{Z_{\text{вых.о}}} & \text{Вых.2(4)} \end{array} \right] \end{array} \quad (2.14)$$

Отметим, что обычно узел "Вых. 2" бывает заземлен.

В большинстве случаев, учитывая весьма слабую связь между выходом и входом ИОУ, можно использовать упрощенную макромодель рис. 1.9, где принято  $Z_{вх}^{\infty} = Z_{вх}^0 = Z_{вх}$ ,  $Z_{вых.0}^{\infty} = Z_{вых.0} = Z_{вых}$ ; при этом матрица (2.14) принимает вид:

$$Y = \begin{bmatrix} B_x^+ & B_x^- & B_{вых.1} & B_{вых.2} \\ 1/Z_{вх} & -1/Z_{вх} & 0 & 0 \\ -1/Z_{вх} & 1/Z_{вх} & 0 & 0 \\ -K_{ио}^{\infty}/Z_{вых} & K_{ио}^{\infty}/Z_{вых} & 1/Z_{вых} & -1/Z_{вых} \\ K_{ио}^{\infty}/Z_{вых} & -K_{ио}^{\infty}/Z_{вых} & -1/Z_{вых} & 1/Z_{вых} \end{bmatrix} \begin{matrix} B_x^+ \\ B_x^- \\ B_{вых.1} \\ B_{вых.2} \end{matrix} \quad (2.15)$$

Заметим, что одну и ту же цепь можно описать  $Y$ -матрицами разных порядков, ибо вовсе необязательно рассматривать все  $n$  узлов цепи. Если исключить из рассмотрения один из внутренних узлов, например,  $K$ -й, то получим новую  $\hat{Y}$ -матрицу, но не  $n$ -го, а  $(n-1)$ -го порядка, причем ее элементы  $\hat{y}_{ij}$  могут быть получены из элементов  $y_{ij}$  прежней  $Y$ -матрицы по формулам:

$$\hat{y}_{ij} = y_{ij} - y_{ik} \frac{y_{kj}}{y_{kk}}, \quad (2.16)$$

где  $i = 1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, n$ .

Очевидно, что при  $k < n$  элементы новой матрицы с индексами  $i > k-1$  или  $j > k-1$  размещаются в строках и столбцах с номерами  $i-1$  или  $j-1$ ; а при  $k = n$  новые номера совпадают со старыми.

В частности, можно исключить внутренний узел  $\delta'$  при рассмотрении схем замещения биполярного транзистора и получить вместо прежней  $Y$ -матрицы четвертого порядка новую  $\hat{Y}$ -матрицу третьего порядка, в которой для схемы на рис. 2.6, а

$$\hat{y}_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{g_{\varepsilon}(g_{\delta} + y_k)}{\Delta_{\varepsilon}}, \quad \hat{y}_{\varepsilon k} = -\frac{g_{\varepsilon} y_k}{\Delta_{\varepsilon}}, \quad \hat{y}_{\varepsilon\delta} = -\frac{g_{\delta} g_{\varepsilon}}{\Delta_{\varepsilon}},$$

$$\hat{y}_{кэ} = -\frac{g_3(\alpha g_\delta + y_k)}{\Delta_3}, \quad \hat{y}_{кк} = \frac{y_k(g_\delta + g_3)}{\Delta_3}, \quad \hat{y}_{к\delta} = -\frac{g_\delta(y_k - \alpha g_3)}{\Delta_3},$$

$$\hat{y}_{\delta\delta} = -\frac{g_\delta g_3(1-\alpha)}{\Delta_3}, \quad \hat{y}_{\deltaк} = -\frac{g_\delta y_k}{\Delta_3}, \quad \hat{y}_{\delta\delta} = \frac{g_\delta[g_3(1-\alpha) + y_k]}{\Delta_3},$$

где  $\Delta_3 = g_\delta + g_3(1-\alpha) + y_k$ ;

а для схемы на рис. 2.7:

$$\hat{y}_{\delta\delta} = \frac{g_\delta(g_3 + y_{к\beta})}{\Delta_\delta}, \quad \hat{y}_{\deltaк} = -\frac{g_\delta y_{к\beta}}{\Delta_\delta}, \quad \hat{y}_{\delta\delta} = -\frac{g_\delta g_3}{\Delta_\delta},$$

$$\hat{y}_{к\delta} = -\frac{g_\delta(y_{к\beta} - \beta g_3)}{\Delta_\delta}, \quad \hat{y}_{кк} = \frac{y_{к\beta}(g_\delta + g_3)}{\Delta_\delta}, \quad \hat{y}_{к\delta} = -\frac{g_3(y_{к\beta} + \beta g_\delta)}{\Delta_\delta},$$

$$\hat{y}_{\delta\delta} = -\frac{g_\delta g_3(1+\beta)}{\Delta_\delta}, \quad \hat{y}_{\deltaк} = -\frac{g_3 y_{к\beta}}{\Delta_\delta}, \quad \hat{y}_{\delta\delta} = \frac{g_3[g_\delta(1+\beta) + y_{к\beta}]}{\Delta_\delta},$$

где  $\Delta_\delta = g_3 + g_\delta(1+\beta) + y_{к\beta}$ .

#### 2.4. Определение схемных функций с помощью матрицы проводимостей

По найденной  $Y$ -матрице линейной электронной цепи можно определить и схемные функции последней.

Рассматривая электронную цепь как четырехполюсник (см. рис. 1.1 и 2.11), найдем крутизну по напряжению

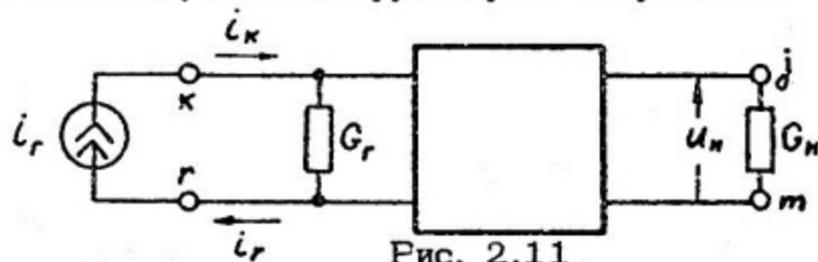


Рис. 2.11.

$$S_u = u_n / i_r = (u_j - u_m) / i_k,$$

где  $i_k = i_r = -i_r$  а остальные узловые токи равны нулю, так как внутри схемы нет независимых генераторов. Полагая  $u_m = 0$  (что означает вычеркивание из  $Y$ -матрицы  $m$ -го столбца) и вычеркивая  $r$ -ю строку из этой матрицы, получаем систему уравнений, имеющую единственное решение:

$$u = Y_{rm}^{-1} i,$$

где  $Y_{rm}$  - это  $Y$ -матрица с вычеркнутыми  $r$ -й строкой и  $m$ -м столбцом,  $u$  - вектор узловых напряжений всех узлов, кроме  $m$ -го,  $i$  - вектор узловых токов, за исключением тока  $r$ -го узла, так что лишь компонент  $i_k \neq 0$ . Поэтому

$$u_j = (|Y_{rm, kj}| / |Y_{rm}|) i_k,$$

и, следовательно,

$$S_u = |Y_{rm, kj}| / |Y_{rm}|, \quad (2.17)$$

где  $|Y_{rm}|$  - определитель матрицы  $Y_{rm}$ , т.е. минор матрицы  $Y$ , получающийся при вычеркивании из нее  $r$ -й строки и  $m$ -го столбца, а  $|Y_{rm, kj}|$  - алгебраическое дополнение, получающееся при вычеркивании строки, имевшей номер  $k$ , и столбца, имевшего номер  $j$  в матрице  $Y$  (при вычислении  $|Y_{rm, kj}|$  следует учитывать новые номера этих строки и столбца).

Остальные коэффициенты передачи находятся с помощью соотношений (1.2) из выражения (2.17). Входное сопротивление получается, если положить в выражении (2.17)  $G_r = 0$  и отождествить зажимы  $m$  и  $r$ , а также  $j$  и  $k$ :

$$Z_{вх} = |Y_{rr, kk}| / |Y_{rr}| \text{ при } G_r = 0, \quad (2.18)$$

а выходное сопротивление можно найти так же, как входное, заменив  $G_r$  на  $G_n$ ,  $r$  на  $m$  и  $k$  на  $j$ , т.е.

$$Z_{вых} = |Y_{mm, jj}| / |Y_{mm}| \text{ при } G_n = 0. \quad (2.19)$$

Помимо  $Y$ -матрицы при анализе линейных электронных схем широко применяется также и  $\bar{Y}$ -матрица, получающаяся в том случае, когда в качестве базисной точки выбран один из узлов рассматриваемой схемы. Если условиться обозначать этот узел номером  $n$ , то  $\bar{Y}$ -матрица (ее порядок равен  $n-1$ )

формируется аналогично  $Y$ -матрице, лишь не рассматривается базисный узел. Из  $Y$ -матрицы  $\bar{Y}$ -матрицу можно получить, вычеркнув  $n$ -й столбец и  $n$ -ю строку; наоборот, зная  $\bar{Y}$ -матрицу, можно найти  $Y$ -матрицу, дополняя  $\bar{Y}$ -матрицу  $n$ -й строкой (и  $n$ -м столбцом), каждый элемент которой (которого) получается суммированием всех прочих элементов соответствующего столбца (строки) и изменением знака суммы на противоположный. Отметим, что, в отличие от  $Y$ -матрицы,  $\bar{Y}$ -матрица большинства практических схем является невырожденной, т.е. ее определитель  $|\bar{Y}| \neq 0$ . Поэтому уравнение  $\bar{i} = \bar{Y}\bar{u}$ , где вектор  $\bar{i}$  совпадает с вектором  $i$  (кроме компонента  $i_n$ ) и вектор  $\bar{u}$  совпадает с вектором  $u$  (кроме компонента  $u_n$ ), имеет единственное решение.

Использование  $\bar{Y}$ -матрицы удобно, в частности, при определении схемных функций усилителя, в котором генератор усиливаемого сигнала и нагрузка имеют общий узел, причем последний и принимается за базисный (рис. 2.12). В этом случае для крутизны по напряжению, входного и выходного сопротивлений можно получить следующие формулы:

$$S_u = \frac{\Delta_{kj}}{G_r G_n \Delta_{kk, jj} + G_r \Delta_{kk} + G_n \Delta_{jj} + \Delta}; \quad (2.20)$$

$$Z_{вх} = \frac{G_n \Delta_{kk, jj} + \Delta_{kk}}{G_n \Delta_{jj} + \Delta}; \quad (2.21)$$

$$Z_{вых} = \frac{G_r \Delta_{jj, kk} + \Delta_{jj}}{G_r \Delta_{kk} + \Delta}, \quad (2.22)$$

где влияние проводимостей генератора  $G_r$  и нагрузки  $G_n$  выделено явно.

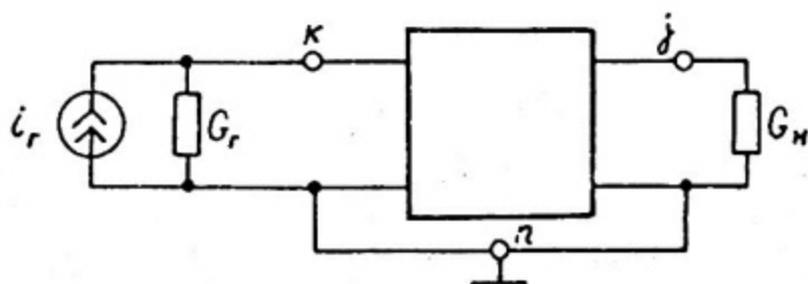


Рис. 2.12

В формулах (2.20)– (2.22)  $\Delta$  – определитель  $\bar{Y}$ -матрицы схемы без учета внешних цепей ( $G_r = 0$  и  $G_n = 0$ );  $\Delta_{kj}$ ,  $\Delta_{kk}$ ,  $\Delta_{jj}$  – алгебраические дополнения соответствующих элементов определителя  $\Delta$ ;  $\Delta_{kk,jj}$  – двойное алгебраическое дополнение, получаемое последовательным вычеркиванием строк и столбцов с номерами  $k$  и  $j$  из определителя  $\Delta$ .

Из выражений (2.20) – (2.22) нетрудно, полагая  $G_r$  и  $G_n$  равными 0 или  $\infty$ , получить соотношения:

$$Z_{вх}^0 = \frac{\Delta_{jj,kk}}{\Delta_{jj}}, \quad Z_{вх}^\infty = \frac{\Delta_{kk}}{\Delta}, \quad Z_{вых,0} = \frac{\Delta_{jj}}{\Delta}, \quad Z_{вых,\infty} = \frac{\Delta_{kk,jj}}{\Delta_{kk}};$$

$$S_{u\infty}^\infty = \frac{\Delta_{kj}}{\Delta}, \quad S_{i0}^0 = \frac{\Delta_{kj}}{\Delta_{kk,jj}}, \quad K_{u0}^\infty = \frac{\Delta_{kj}}{\Delta_{kk}}, \quad K_{i\infty}^0 = \frac{\Delta_{kj}}{\Delta_{jj}}.$$

Используя эти соотношения, можно получить все формулы, приведенные в разделе 1.1.

## 2.5. Примеры вычисления схемных функций

**Пример 2.1.** Определить коэффициент передачи по напряжению  $K_u$ , входное и выходное сопротивления ( $R_{вх}$  и  $R_{вых}$ ) в области средних времен (частот) усилительного каскада с общим эмиттером (рис. 2.13).

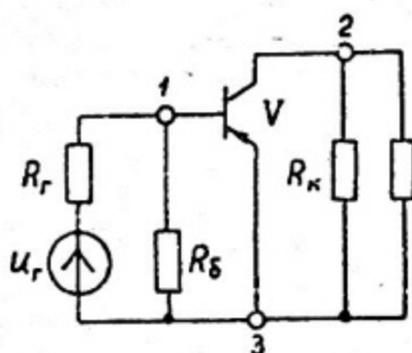


Рис. 2.13

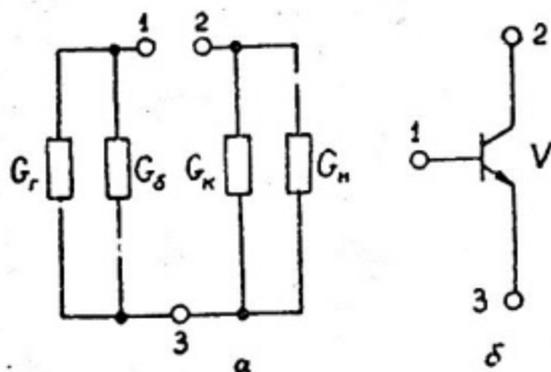


Рис. 2.14

В соответствии с разбиением этой схемы на две подсхемы – пассивную (рис. 2.14,а) и активную (рис. 2.14,б) – получаем их  $\bar{Y}$ -матрицы ( $G_{r\delta} = G_r + G_\delta$ ,  $G_{kn} = G_k + G_n$ ):

$$Y_n = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ G_{r\delta} & 0 & -G_{r\delta} \\ 0 & G_{kn} & -G_{kn} \\ -G_{r\delta} & -G_{kn} & G_{r\delta} + G_{kn} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix};$$

$$Y_\alpha = \begin{bmatrix} \delta(1) & \kappa(2) & \varepsilon(3) & \delta'(4) \\ g_\delta & 0 & 0 & -g_\delta \\ \beta g_\delta & g_{k\beta} & 0 & -(\beta g_\delta + g_{k\beta}) \\ 0 & 0 & g_\varepsilon & -g_\varepsilon \\ -(1+\beta)g_\delta & -g_{k\beta} & -g_\varepsilon & g_\varepsilon + g_\delta(1+\beta) + g_{k\beta} \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta(1) \\ \kappa(2) \\ \varepsilon(3) \\ \delta'(4) \end{matrix}$$

Последняя матрица получена в соответствии с (2.9); в скобках указаны номера узлов транзистора, которые они принимают в рассматриваемой схеме.

Полная  $Y$ -матрица каскада имеет вид (после дополнения четвертой строки и четвертого столбца матрицы  $Y_n$  нулевыми элементами):

$$Y = Y_n + Y_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ G_{r\delta} + g_\delta & 0 & -G_{r\delta} & -g_\delta \\ \beta g_\delta & G_{kn} + g_{k\beta} & -G_{kn} & -(\beta g_\delta + g_{k\beta}) \\ -G_{r\delta} & -G_{kn} & G_{r\delta} + G_{kn} + g_\varepsilon & -g_\varepsilon \\ -(1+\beta)g_\delta & -g_{k\beta} & -g_\varepsilon & g_\varepsilon + g_\delta(1+\beta) + g_{k\beta} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

Учитывая, что, согласно рис. 2.11,  $\kappa = 1$ ,  $j = 2$ ,  $r = m = 3$ , находим матрицу  $Y_{rjm}$ :

$$Y_{33} = \begin{bmatrix} G_{r\delta} + g_{\delta} & 0 & -g_{\delta} \\ \beta g_{\delta} & G_{kn} + g_{kp} & -(\beta g_{\delta} + g_{kp}) \\ -(1+\beta)g_{\delta} & -g_{kp} & g_{\varepsilon} + g_{\delta}(1+\beta) + g_{kp} \end{bmatrix}$$

после вычеркивания третьей строки и третьего столбца из матрицы  $Y$ .

Вычисляем, согласно (2.17) - (2.19), искомые схемные функции. Для этого находим определитель матрицы  $Y_{33}$ :

$$|Y_{rm}| = |Y_{33}| = (G_{r\delta} + g_{\delta}) |Y_{33,11}| - g_{\delta} |Y_{33,14}|,$$

где алгебраические дополнения

$$\begin{aligned} |Y_{33,11}| &= (-1)^{1+1} [(G_{kn} + g_{kp})(g_{\varepsilon} + g_{\delta}(1+\beta) + g_{kp}) - (\beta g_{\delta} + g_{kp})g_{kp}] = \\ &= G_{kn}(g_{\varepsilon} + g_{\delta}(1+\beta) + g_{kp}) + g_{kp}(g_{\varepsilon} + g_{\delta}); \quad |Y_{33,14}| = (-1)^{1+3} [-g_{kp}\beta g_{\delta} + \\ &+ (G_{kn} + g_{kp})(1+\beta)g_{\delta}] = G_{kn}(1+\beta)g_{\delta} + g_{kp} \text{ (учтено изменение номера 4-го столбца на 3-й), т.е. } |Y_{33}| = (G_{r\delta} + g_{\delta})[G_{kn}(g_{\varepsilon} + g_{kp}) + \\ &+ g_{\varepsilon}g_{kp}] + G_{r\delta}[G_{kn}g_{\delta}(1+\beta) + g_{\delta}g_{kp}]. \end{aligned}$$

Находим необходимые алгебраические дополнения:

$$\begin{aligned} |Y_{rm,kj}| &= |Y_{33,12}| = (-1)^{1+2} [\beta g_{\delta}(g_{\varepsilon} + g_{\delta}(1+\beta) + g_{kp}) - (\beta g_{\delta} + \\ &+ g_{kp})(1+\beta)g_{\delta}] = -(\beta g_{\delta}g_{\varepsilon} - g_{\delta}g_{kp}); \quad |Y_{rr,kk}| = |Y_{33,11}|; \\ |Y_{mm,jj}| &= |Y_{33,22}| = (-1)^{2+2} [(G_{r\delta} + g_{\delta})(g_{\varepsilon} + g_{\delta}(1+\beta) + g_{kp}) - \\ &- g_{\delta}(1+\beta)g_{\delta}] = G_{r\delta}(g_{\varepsilon} + g_{\delta}(1+\beta) + g_{kp}) + g_{\delta}(g_{\varepsilon} + g_{kp}), \end{aligned}$$

а также значения определителей  $|Y_{kk}| = |Y_{33}|$  при  $G_r = 0$ :

$$|Y_{33}|_{G_r=0} = (G_{\delta} + g_{\delta})|Y_{33,11}| - g_{\delta}|Y_{33,14}| = (G_{\delta} + g_{\delta})[G_{kn}(g_{\varepsilon} + g_{kp}) + g_{\varepsilon}g_{kp}] + G_{\delta}[G_{kn}g_{\delta}(1+\beta) + g_{\delta}g_{kp}] \text{ и } |Y_{mm}| = |Y_{33}| \text{ при } G_{kn}=0:$$

$$|Y_{33}|_{G_{kn}=0} = (G_{r\delta} + g_{\delta})g_{kp}g_{\varepsilon} + G_{r\delta}g_{\delta}g_{kp}.$$

$$K_u = G_r S_u = G_r |Y_{33,12}| / |Y_{33}| =$$

$$= \frac{-G_r (\beta g_3 - g_{k\beta}) g_\delta}{(G_{r\delta} + r_\delta) [G_{кн} (g_3 + g_{к\beta}) + g_3 g_{к\beta}] + [G_{кн} g_\delta (1 + \beta) + g_\delta g_{к\beta}] G_{r\delta}} =$$

$$= -\frac{R_\delta}{R_r + R_\delta} \cdot \frac{\beta^* \chi_k R_{кн}}{R_{r\delta} + r_\delta + r_3 (1 + \beta^* \chi_k)}, \text{ причем } \beta^* = \beta - r_3 / r_{к\beta},$$

$\chi_k = r_{к\beta} / (r_{к\beta} + r_3 + R_{кн})$ ,  $R_{r\delta} = 1/G_{r\delta} = R_r \parallel R_\delta$ ,  $R_{кн} = 1/G_{кн} = R_k \parallel R_n$ .  
 Что касается входного и выходного сопротивлений, то выражения для них могут быть получены из выражения для  $K_u$  при помощи преобразований, описанных в разделе 1.1. Однако в данном примере более естественно проиллюстрировать применимость матричных методов. Имеем для входного сопротивления:

$$R_{вх} = |Y_{33,11}| / |Y_{33}| \text{ при } G_r = 0 =$$

$$= \frac{G_{кн} [g_3 + g_\delta (1 + \beta) + g_{к\beta}] + g_{к\beta} (g_3 + g_\delta)}{(G_\delta + g_\delta) [G_{кн} (g_3 + g_{к\beta}) + g_3 g_{к\beta}] + G_\delta [G_{кн} g_\delta (1 + \beta) + g_\delta g_{к\beta}]}$$

$$= R_\delta \parallel [r_\delta + r_3 (1 + \beta^* \chi_k)];$$

для выходного сопротивления:  $R_{вых} = |Y_{33,22}| / |Y_{33}| \text{ при } G_{кн} = 0 =$

$$= [G_{r\delta} (g_3 + g_\delta (1 + \beta) + g_{к\beta}) + g_\delta (g_3 + g_{к\beta})] / [(G_{r\delta} + g_\delta) g_{к\beta} g_3 + G_{r\delta} g_\delta g_{к\beta}] =$$

$$= r_{к\beta} (1 + \chi_\delta \beta) + r_3 \parallel (R_{r\delta} + r_\delta), \text{ причем } \chi_\delta = r_3 / (R_{r\delta} + r_\delta + r_3).$$

**Пример 2.2.** Получить выражения для схемных функций  $K_u(p)$ ,  $Z_{вх}(p)$  и  $Z_{вых}(p)$  усилительного каскада с общим истоком в области малых времен (высших частот) (рис. 2.15). Воспользуемся теперь  $\bar{Y}$ -матрицей, принимая за базисный узел узел 3.

Разбиваем схему каскада на две подсхемы - пассивную (рис. 2.16,а) и активную (рис. 2.16,б); при этом опустим цепи генератора и нагрузки ( $G_r = 0$  и  $G_n = 0$ ), полагая воспользоваться соотношениями (2.20) - (2.22). Для пассивной подсхемы получаем

$$Y_n = \begin{bmatrix} G_3 & 0 \\ 0 & G_c \end{bmatrix};$$

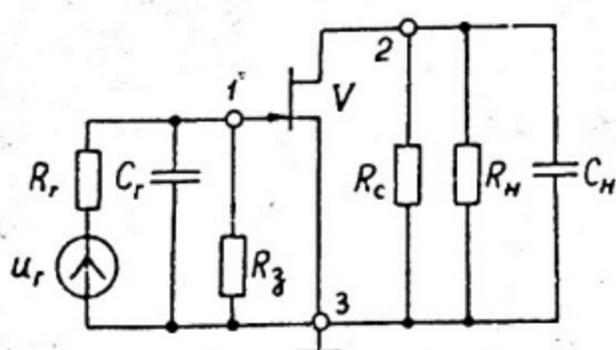


Рис. 2.15

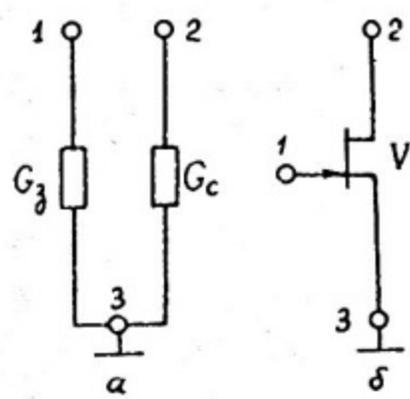


Рис. 2.16

для активной подсхемы, представляющей собой полевой транзистор, воспользуемся его  $\bar{Y}$ -матрицей (2.13), из которой следует вычеркнуть строку и столбец, соответствующие базисному узлу (его номер и (3)):

$$\bar{Y}_\alpha = \begin{bmatrix} z(1) & c(2) \\ \rho(C_{zH} + C_{zc}) & -\rho C_{zc} \\ s - \rho C_{zc} & g_i + \rho(C_{zc} + C_{cH}) \end{bmatrix} \begin{matrix} z(1) \\ c(2) \end{matrix}$$

Находим полную  $\bar{Y}$ -матрицу каскада при  $G_r = 0$  и  $G_H = 0$ :

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \rho(C_{zH} + C_{zc}) + G_z & -\rho C_{zc} \\ s - \rho C_{zc} & g_i + \rho(C_{zc} + C_{cH}) + G_c \end{bmatrix}$$

Необходимые для расчета алгебраические дополнения равны ( $k=1, j=2$ ):  $\Delta_{11} = g_i + \rho(C_{zc} + C_{cH}) + G_c$ ,  $\Delta_{12} = -(s - \rho C_{zc})$ ,  $\Delta_{22} = \rho(C_{zH} + C_{zc}) + G_z$ ,  $\Delta_{11,22} = \Delta_{22,11} = 1$ .

Определитель матрицы  $\Delta = [\rho(C_{zH} + C_{zc}) + G_z][g_i + \rho(C_{zc} + C_{cH}) + G_c] + (s - \rho C_{zc})\rho C_{zc} = \rho^2(C_{zH}C_{zc} + C_{zH}C_{cH} + C_{zc}C_{cH}) + \rho[C_{zH}(g_i + G_c) + C_{zc}(g_i + G_c + s + G_z) + C_{cH}G_z] + G_z(g_i + G_c)$ .

Коэффициент передачи по напряжению  $K_u(p) =$

$$= \frac{G_r \Delta_{12}}{G_r G_H \Delta_{11,22} + G_r \Delta_{11} + G_H \Delta_{22} + \Delta} = K_u \frac{1 - \rho C_{3c} / s}{1 + \rho(\tilde{\tau}_r + \tilde{\tau}_H) + \rho^2 \hat{\tau}_r \tilde{\tau}_H}, \quad (2.23)$$

где  $K_u = \frac{R_3}{R_r + R_3} S(r_i \parallel R_c \parallel R_H)$ ,  $\tilde{\tau}_r = (R_r \parallel R_3) [C_r + C_{3и} + C_{3c} (1 + S(r_i \parallel R_c \parallel R_H))]$ ,

$$\tilde{\tau}_H = (r_i \parallel R_r \parallel R_H) (C_H + C_{3c} + C_{сн}), \hat{\tau}_r = (R_r \parallel R_3) [C_r + C_{3и} + C_{3c} (C_{сн} + C_H) / (C_H + C_{3c} + C_{сн})].$$

При выводе (2.23) было учтено, что  $G_r = 1/R_r + \rho C_r$  и  $G_H = 1/R_H + \rho C_H$ .  
Входной импеданс

$$Z_{вх}(p) = \frac{G_H \Delta_{11,22} + \Delta_{11}}{G_H \Delta_{22} + \Delta} = R_3 \frac{1 + \rho \tilde{\tau}_H}{1 + \rho(\tilde{\tau}_{r\infty} + \tilde{\tau}_H) + \rho^2 \hat{\tau}_{r\infty} \tilde{\tau}_H}, \quad (2.24)$$

где  $\tilde{\tau}_{r\infty} = \tilde{\tau}_r (R_r = \infty, C_r = 0) = R_3 [C_{3и} + C_{3c} (1 + S(r_i \parallel R_c \parallel R_H))]$ ,

$$\hat{\tau}_{r\infty} = \hat{\tau}_r (R_r = \infty, C_r = 0) = R_3 [C_{3и} + C_{3c} (C_{сн} + C_H) / (C_H + C_{3c} + C_{сн})].$$

Выходной импеданс  $Z_{вых}(p) =$

$$= \frac{G_r \Delta_{22,11} + \Delta_{22}}{G_r \Delta_{11} + \Delta} = (r_i \parallel R_c) \frac{1 + \rho \tau_r^{\circ}}{1 + \rho(\tilde{\tau}_r^{\infty} + \tilde{\tau}_H^{\infty}) + \rho^2 \hat{\tau}_r^{\infty} \tilde{\tau}_H^{\infty}}, \quad (2.25)$$

где  $\tilde{\tau}_r^{\infty} = \tilde{\tau}_r (R_H = \infty, C_H = 0) = (R_r \parallel R_3) [C_r + C_{3и} + C_{3c} (1 + S(r_i \parallel R_c))]$ ,

$$\tau_r^{\circ} = \tilde{\tau}_r (R_H = 0) = (R_r \parallel R_3) (C_r + C_{3и} + C_{3c}), \hat{\tau}_r^{\infty} = \hat{\tau}_r (C_H = 0) =$$

$$= (R_r \parallel R_3) [C_r + C_{3и} + C_{3c} C_{сн} / (C_{3c} + C_{сн})], \tilde{\tau}_H^{\infty} = \tilde{\tau}_H (R_H = \infty, C_H = 0) = (r_i \parallel R_c) (C_{3c} + C_{сн}).$$

Пример 2.3. Определить коэффициент передачи по напряжению, входное и выходное сопротивления инвертирующего усилителя, построенного на ИОУ (рис. 2.17). Имея в виду использование  $\bar{Y}$ -матрицы при  $G_r = G_H = 0$ , выделяем пассивную и активную подсхемы (рис. 2.18).

Для пассивной подсхемы (рис. 2.18,а)

$$\bar{Y}_n = \begin{bmatrix} & V_x^-(2) & V_{\text{вых.1}}(3) \\ G_{oc} & -G_{oc} & \\ -G_{oc} & G_{oc} & \end{bmatrix} \begin{matrix} V_x^-(2) \\ \\ V_{\text{вых.1}}(3) \end{matrix},$$

где  $G_{oc} = 1/R_{oc}$ .

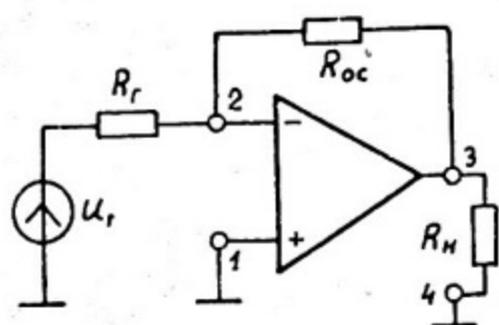


Рис. 2.17

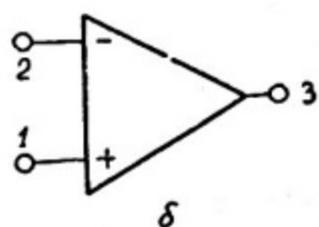
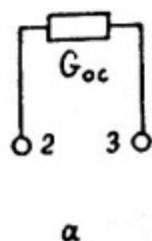


Рис. 2.18

Обратим внимание на то, что узлы  $V_x^+(1)$  и Вых. 2 (4) заземлены, поэтому эти узлы и связанные с ними строки и столбцы отсутствуют в матрице  $\bar{Y}_n$ .

Для активной подсхемы (рис. 2.18,б), представляющей собою ИОУ с заземленными узлами  $V_x^+(1)$  и Вых. 2 (4), воспользуемся упрощенной матрицей (2.15). Строки и столбцы, связанные с заземленными узлами, вычеркиваем и комплексные величины заменяем вещественными:

$$\bar{Y}_a = \begin{bmatrix} & V_x^-(2) & V_{\text{вых.1}}(3) \\ g_{vx} & 0 & \\ K_{uo} g_{v\text{вых}} & g_{v\text{вых}} & \end{bmatrix} \begin{matrix} V_x^-(2) \\ \\ V_{\text{вых.1}}(3) \end{matrix},$$

где  $g_{vx} = 1/R_{vx}$ ,  $g_{v\text{вых}} = 1/R_{v\text{вых}}$ .

Тогда  $\bar{Y}$  -матрица схемы при  $G_r = G_n = 0$  имеет вид

$$\bar{Y} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} \bar{V}_x(2) \\ \text{Вых.1}(3) \end{array} \\ \begin{array}{c} \bar{V}_x(2) \\ \text{Вых.1}(3) \end{array} & \begin{bmatrix} g_{v_x} + G_{oc} & -G_{oc} \\ K_{uo}^\infty g_{v_{вых}} - G_{oc} & g_{v_{вых}} + G_{oc} \end{bmatrix} \end{array}$$

Находим определитель этой матрицы и нужные алгебраические дополнения ( $k = \bar{V}_x, j = \text{Вых.1}$ ):  $\Delta = (g_{v_x} + G_{oc})(g_{v_{вых}} + G_{oc}) + G_{oc}(K_{uo}^\infty g_{v_{вых}} - G_{oc})$ ,

$$\Delta_{kk} = g_{v_{вых}} + G_{oc}, \Delta_{jj} = g_{v_x} + G_{oc}, \Delta_{kk, jj} = 1, \Delta_{kj} = -(K_{uo}^\infty g_{v_{вых}} - G_{oc}).$$

Вычисляем требуемые схемные функции:  
коэффициент передачи по напряжению  $K_u =$

$$= \frac{-G_r (K_{uo}^\infty g_{v_{вых}} - G_{oc})}{G_r G_n + G_r (g_{v_{вых}} + G_{oc}) + G_n (g_{v_x} + G_{oc}) + (g_{v_x} + G_{oc})(g_{v_{вых}} + G_{oc}) + G_{oc} (K_{uo}^\infty g_{v_{вых}} - G_{oc})}$$

$$= -K_{u, \delta c} / F_{гн}, \text{ где } F_{гн} = 1 + K_{u, \delta c} \cdot R_r / R_{oc};$$

$$K_{u, \delta c} = (K_{uo}^\infty / R_{v_{вых}} - 1 / R_{oc}) (R_r \parallel R_{v_x} \parallel R_{oc}) (R_n \parallel R_{v_{вых}} \parallel R_{oc}) / R_r;$$

входное сопротивление  $R_{v_x} =$

$$= \frac{G_n + g_{v_{вых}} + G_{oc}}{G_n (g_{v_x} + G_{oc}) + (g_{v_x} + G_{oc})(g_{v_{вых}} + G_{oc}) + G_{oc} (K_{uo}^\infty g_{v_{вых}} - G_{oc})}$$

$$= (R_{v_x} \parallel R_{oc}) / F_{\infty н}, \text{ где } F_{\infty н} = F_{гн} (R_r = \infty);$$

выходное сопротивление  $R_{v_{вых}} =$

$$= \frac{G_r + g_{v_x} + G_{oc}}{G_r (g_{v_{вых}} + G_{oc}) + (g_{v_x} + G_{oc})(g_{v_{вых}} + G_{oc}) + G_{oc} (K_{uo}^\infty g_{v_{вых}} - G_{oc})}$$

$$= (R_{v_{вых}} \parallel R_{oc}) / F_{г\infty}, \text{ где } F_{г\infty} = F_{гн} (R_n = \infty).$$

Пример 2.4. Найти коэффициент усиления по напряжению, входное и выходное сопротивления для области средних времен (частот) в каскодном усилителе на полевых транзисторах (рис. 2.19).

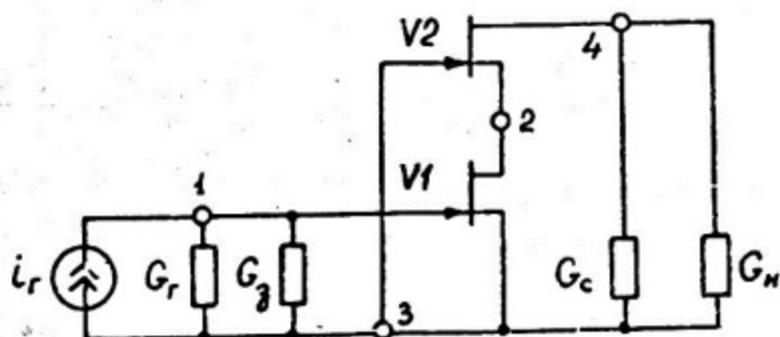


Рис. 2.19

Составим вначале  $Y$ -матрицу пассивной части схемы, удалив из последней транзисторы  $V1$  и  $V2$ :

$$Y_n = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ G_{rз} & 0 & -G_{rз} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G_{rз} & 0 & G_{rз} + G_{сн} & -G_{сн} \\ 0 & 0 & -G_{сн} & G_{сн} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix},$$

где  $G_{rз} = G_r + G_з$ ,  $G_{сн} = G_c + G_n$ .

При составлении  $Y$ -матрицы активной части схемы учтем, что для области средних частот  $Y$ -матрица схемы замещения полевого транзистора (2.13) принимает вид

$$Y_v = \begin{bmatrix} z & c & и \\ 0 & 0 & 0 \\ s & g_i & -s - g_i \\ -s & -g_i & s + g_i \end{bmatrix} \begin{matrix} z \\ c \\ и \end{matrix}.$$

Для транзистора V1 имеем

$$Y_{V1} = \begin{bmatrix} z_1(1) & c_1(2) & u_1(3) & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_1 & g_{i1} & -S_1 - g_{i1} & 0 \\ -S_1 & -g_{i1} & S_1 + g_{i1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} z_1(1) \\ c_1(2) \\ u_1(3) \\ 4 \end{matrix},$$

а для транзистора V2

$$Y_{V2} = \begin{bmatrix} z_2(3) & c_2(4) & u_2(2) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_2 & g_{i2} & -S_2 - g_{i2} & 0 \\ -S_2 & -g_{i2} & S_2 + g_{i2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} z_2(3) \\ c_2(4) \\ u_2(2) \\ 1 \end{matrix}.$$

Упорядочив строки и столбцы последней матрицы, находим

$$Y'_{V2} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 + g_{i2} & -S_2 & -g_{i2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -S_2 - g_{i2} & S_2 & g_{i2} \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \end{matrix}.$$

Итак, получаем  $Y_{\alpha}$  -матрицу активной подсхемы:

$$Y_a = Y_{v1} + Y'_{v2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_1 & S_2 + g_{i1} + g_{i2} & -S_1 - S_2 - g_{i1} & -g_{i2} \\ -S_1 & -g_{i1} & S_1 + g_{i1} & 0 \\ 0 & -S_2 - g_{i2} & S_2 & g_{i2} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

Полная  $Y$ -матрица каскода на полевых транзисторах  $Y = Y_n + Y_a$ , т.е.

$$Y = \begin{bmatrix} G_{r3} & 0 & -G_{r3} & 0 \\ S_1 & S_2 + g_{i1} + g_{i2} & -S_1 - S_2 - g_{i1} & -g_{i2} \\ -G_{r3} - S_1 & -g_{i1} & G_{r3} + G_{cn} + S_1 + g_{i1} & -G_{cn} \\ 0 & -S_2 - g_{i2} & -G_{cn} + S_2 & G_{cn} + g_{i2} \end{bmatrix}$$

Учитывая, что  $r=m=3$ ,  $K=1$ ,  $j=4$ , находим определитель

$$|Y_{33}| = G_{r3} [g_{i1} g_{i2} + G_{cn} (S_2 + g_{i1} + g_{i2})]$$

и нужные алгебраические дополнения

$$|Y_{33,11}| = g_{i1} g_{i2} + G_{cn} (S_2 + g_{i1} + g_{i2}),$$

$$|Y_{33,14}| = -S_1 (S_2 + g_{i2}), \quad |Y_{33,44}| = G_{r3} (S_2 + g_{i1} + g_{i2}).$$

Следовательно,

$$K_u = G_r \frac{|Y_{33,14}|}{|Y_{33}|} = \frac{-S_1 (S_2 + g_{i2}) G_r}{G_{r3} [g_{i1} g_{i2} + G_{cn} (S_2 + g_{i1} + g_{i2})]}$$

Учитывая, что  $R_r = 1/G_r$ ,  $R_3 = 1/G_3$ ,  $R_c = 1/G_c$ ,  $R_n = 1/G_n$ ,

$$R_{r3} = R_r \parallel R_3, \quad R_{cn} = R_c \parallel R_n, \quad M_1 = S_1 r_{i1}, \quad M_2 = S_2 r_{i2},$$

можно записать коэффициент усиления по напряжению и в следующем виде:

$$K_u = -\mu_1 (1 + \mu_2) \frac{R_3}{R_r + R_3} \cdot \frac{R_{сн}}{R_{сн} + r_{i2} + r_{i1} (1 + \mu_2)}$$

Входное сопротивление, согласно (2.18),

$$R_{вх} = |Y_{33,11}| / |Y_{33}|_{\text{при } G_r=0} = 1/G_3 = R_3;$$

выходное сопротивление, согласно (2.19),

$$R_{вых} = |Y_{33,44}| / |Y_{33}|_{\text{при } G_n=0} = (g_{i1} + g_{i2} + S_2) / [g_{i1} g_{i2} + G_c (g_{i1} + g_{i2} + S_2)] = R_c \parallel [r_{i2} + r_{i1} (1 + \mu_2)].$$

#### Список использованной литературы

1. Сешу С., Балабанян Н. Анализ линейных цепей/Пер. с англ. - М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963.
2. Волков Ю.А., Королев В.А. Схемные функции линейных усилителей и их анализ в частотной области. - М.: Изд. МИФИ, 1980.
3. Белецкий А.Ф. Основы теории линейных электрических цепей. - М.: Связь, 1967.
4. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем. - М.: Сов. радио, 1976.
5. Мэзон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. - М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
6. Волков Ю.А., Королев В.А., Серов В.Н. Сигнальные графы и их применение для анализа линейных электронных схем. - М.: Изд. МИФИ, 1976.
7. Трохименко Я.К. Основные алгоритмы метода обобщенных чисел. - Изв. вузов СССР. - Радиоэлектроника, 1969, т.11, № 11.
8. Волков Ю.А., Королев В.А., Серов В.Н. Матричные и топологические методы анализа электронных схем. - М.: Изд. МИФИ, 1975.
9. Агаханян Т.М. Интегральные микросхемы. - М.: Энергоатомиздат, 1983.
10. Справочник по полупроводниковым диодам, транзисторам и интегральным схемам/Под общей ред. Н.Н. Горюнова. - М.: Энергия, 1977.
11. Агаханян Т.М., Васильев А.С., Королев В.А. Сборник задач по курсу "Электронные усилители и источники питания". - М.: Изд. МИФИ, 1979.

12. Горовиц А.М. Синтез систем с обратной связью/ Пер. с англ. - М.: Сов. радио, 1970.
13. Артым А.Д. Усилители с обратной связью. - М.: Энергия, 1970.
14. Агаханян Т.М., Васильев А.С., Королев В.А. Усилительные каскады и секции с обратной связью. - М.: Изд. МИФИ, 1980.
15. Агаханян Т.М. Синтез цепей коррекции в интегральных операционных усилителях. - Микроэлектроника, 1983, т.12, вып. 4, с. 313 - 316.

Юрий Алексеевич Волков,  
Виктор Алексеевич Королев

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА  
ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Редактор Е. Г. Станкевич  
Техн. редактор Н. М. Воронцова  
Корректор Г. А. Станкевич

Тем. план 1986 г., поз. 111

---

Л. - 63228

Подписано в печать 11/8-1986 г.

Формат 60x84 1/16

Объем 6 п.л.

Уч.-изд.л. 5,5

Тираж 500 экз.

Цена 40 коп.

Изд. № 010-1

Заказ 751

---

Типография МИФИ, Каширское шоссе, 31