

621.039
Т76

МОСКОВСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. Б. Троянский

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ВВЭР**

МОСКВА 1979

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ С С С Р

МОСКОВСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В.Б. Троянский

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВВЭР
(нейтронно-физический расчет)

Утверждено
редсоветом института
в качестве учебного пособия

Москва 1979

Троянский В.Б. Проектирование ВВЭР (нейтронно-физический расчет). Учебное пособие. М., Изд. МИФИ, 1979, 40 с.

Учебное пособие содержит описание схемы нейтронно-физического расчета водо-водяных энергетических реакторов (ВВЭР). Рассматривается специфика расчета стационарных ВВЭР под давлением, кипящих реакторов и промежуточно-тепловых реакторов для транспортных и передвижных ядерно-энергетических установок.

Предназначено для студентов факультета технической физики как пособие по нейтронно-физическому расчету курсового проекта "Физико-энергетические установки".

Библиотечный
фонд
НИЯУ МИФИ
г. Москва

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Определение параметров двухгруппового расчета	6
1) Расчет двухгрупповых констант в возрастном приближении ($\eta_n > 100$).....	6
2) Расчет эффективных двухгрупповых констант ($\eta_n < 100$).....	10
Расчет критического размера и распределения потоков быстрых и тепловых нейтронов.....	24
1) Аналитический метод.....	24
2) Метод матричной свертки зон	26
3) Численный метод (итерации источников).....	27
Специальные вопросы проектирования	33
1) Расчет изотопного состава, коэффициента воспроизводства и кампании	33
2) Расчет системы регулирования	35
Приложение	36
Список литературы	38

В В Е Д Е Н И Е

Реакторы с водяным замедлителем-теплоносителем составляют большинство построенных на сегодняшний день реакторов ядерно-энергетических установок (ЯЭУ). Такое преимущественное развитие водо-водяной ядерной энергетики определяется, с одной стороны, высокой энергонапряженностью (по сравнению с уран-графитовыми и уран-тяжеловодными реакторами), с другой стороны, хорошей работоспособностью технологии теплосъема легкой водой (по сравнению с быстрыми реакторами, охлаждаемыми натрием).

Так как легкая вода является самым хорошим замедлителем, то, изменяя обогащение и количество воды, приходящейся на одно ядро горючего, можно получать реакторы со спектром нейтронов в широком диапазоне энергий - от промежуточных до тепловых. Это позволяет удовлетворять различным требованиям, предъявляемым к реакторам по целевому назначению - от больших тепловых стационарных ВВЭР с воспроизводством нового горючего до промежуточных транспортных и транспортабельных установок небольших размеров и мощностей. На физический расчет ВВЭР накладывает решающий отпечаток тот факт, что утечка замедляющихся нейтронов играет основную роль в определении критического размера реактора (так, например, в тепловых водо-водяных реакторах $\tau \gg L^2$). В промежуточно-тепловых аппаратах, наряду с этим обстоятельством, надтепловые нейтроны оказывают существенное влияние на генерацию нейтронов деления, и, следовательно, корректный учет этого эффекта является необходимым требованием к методике нейтронно-физического расчета.

Повышенное обогащение горючего в отдельных зонах водо-водяных реакторов приводит к ужесточению спектра нейтронов и возникновению сильных кривых эффектов для тепловых нейтронов около границ раздела зон. Поэтому при определении критических размеров многозонных реакторов необходимо применять многогрупповые методы расчета, простейшим из которых является двухгрупповой.

Опыт расчетов показывает, что можно широко использовать двухгрупповой аналитический метод в его стандартной диффузион-

но-возрастной форме, если в эффективных двухгрупповых константах правильно учесть закон замедления на водороде и характер формирования спектра в надтепловой области с учетом поглощения и генерации нейтронов. Такой учет производится при получении констант быстрой группы путем усреднения многогрупповых констант по спектрам потока и ценности нейтронов в отдельных зонах.

В задачи физического расчета реакторов в широком смысле обычно входит расчет критического размера (критической массы) реактора с отражателем, пространственного распределения потоков нейтронов, эффективности регуляторов, коэффициента воспроизводства, изменения изовопного состава и кампании аппарата.

Нейтронно-физический расчет в курсовых проектах рекомендуется проводить методом двух групп для корректного учета влияния краевого эффекта в пространственном распределении тепловых нейтронов и плотности энерговыделения.

Двухгрупповые константы определяются по обычной схеме диффузионно-возрастного приближения при доле делений в тепловой области $q_T \geq 80\%$ (чему, примерно, соответствует водородное отношение $\eta_N = \rho_N / \rho_S \geq 100$). При доле делений $q_T < 80\%$ ($\eta_N < 100$) учитывается захват и размножение нейтронов в быстрой группе с помощью эффективных двухгрупповых констант, полученных усреднением многогрупповых по интегральным спектрам потока и ценности нейтронов.

Все ВВЭР по специфике нейтронно-физического расчета разделяются на три группы:

- стационарные ВВЭРД (водо-водяные под давлением);
- передвижные (судовые и транспортабельные) ВВЭРД;
- кипящие ВВЭРК ЯЭУ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВУХГРУППОВОГО РАСЧЕТА

В качестве исходных данных для расчета двухгрупповых констант должна быть задана композиция активной зоны — размер тепловыделяющего элемента d , вид топлива и обогащение x_f , шаг решетки a , толщина покрытия твэла и стенки кассеты и их материал, средняя температура замедлителя-теплоносителя $T_{зам}$, определяющая его плотность.

После определения ядерных концентраций компонентов и водородного отношения η_H , среднего по объему активной зоны, рассчитываются двухгрупповые константы по одной из трех схем, приведенных ниже.

1) РАСЧЕТ ДВУХГРУППОВЫХ КОНСТАНТ В ВОЗРАСТНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ($\eta_H > 100$)

Производится расчет K_{∞} равномерной решетки твэлов без учета кассетных оборок по формуле четырех сомножителей для активной зоны с равномерным обогащением:

$$K_{\infty} = \nu \mu \rho \beta,$$

где

$$\nu = \frac{\nu_f \sum_f u_f}{\sum_a u_a + \sum_a^{разб} \rho_{разб}},$$

здесь $\sum_a^{разб}$ — полное сечение поглощения материалов-разбавителей в блоке (например, материала матрицы в дисперсном топливе, легирующей присадки молибдена и т.п.);

$$\mu = \frac{\mu_{\infty} + \mu_{\delta n} B}{1 + B}; \quad \mu_{\infty} = 1 + 0,34 \epsilon_8; \quad \epsilon_8 = \frac{\rho_8^{\delta n}}{4,73 \cdot 10^{22}};$$

$$\mu_{\delta n} = 1 + 0,016 \epsilon_8 d [\text{см}]; \quad B = 2,3 \frac{\rho_n}{\rho_8};$$

$$\varphi = \exp \left\{ - \frac{1}{\langle \xi \Sigma_s \rangle_{\text{яч}} V_{\text{яч}}} \left[0,357 d^{\frac{3}{2}} \sqrt{\epsilon_8} f(T_{\delta n}) R(\eta) + 0,184 d^2 \epsilon_8 \right] \right\};$$

$$\langle \xi \Sigma_s \rangle_{\text{яч}} V_{\text{яч}} = (\xi \Sigma_s V)_{\text{зам}} + (\xi \Sigma_s V)_{\delta n} + \sum_i (\xi \Sigma_s V)_i,$$

Индекс i обозначает наличие других компонентов в ячейке;
 d — диаметр ураносодержащего блока, см;
 $f(T_{\delta n})$ учитывает влияние средней температуры уранового блока на резонансный захват;

$$f(T_{\delta n}) = \frac{1 + 0,0175 \sqrt{T_{\delta n} \text{ К}}}{1,29}; \quad f(293 \text{ К}) = 1;$$

$R(\eta)$ — функция, учитывающая взаимную экранировку блоков в тесной решетке (табл. I);

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{V_{\text{зам}} \sum_s^{\text{зам}} d}{V_{\delta n}}}$$

$$\theta = \frac{1}{1 + \sum_i q_i}; \quad q_{\text{зам}} = \frac{\sum_s^{\text{зам}} V_{\text{зам}}}{\sum_a V_{\delta n}} Q + \frac{V_{\delta n}}{4\pi L_{\text{зам}}^2} f(\epsilon); \quad Q = \frac{\rho_{\delta n} I_0 \left(\frac{\rho_{\delta n}}{L_{\delta n}} \right)}{2 L_{\delta n} I_1 \left(\frac{\rho_{\delta n}}{L_{\delta n}} \right)};$$

$$f(\epsilon) = \epsilon \left[\left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right)^2 \ln(1 + \epsilon) - \frac{1}{\epsilon} - \frac{3}{2} \right]; \quad \epsilon = \frac{V_{\text{зам}}}{V_{\delta n} + V_n}; \quad q_n = \frac{\sum_a V_n}{\sum_a V_{\delta n}} Q.$$

Приближенный учет поглощения тепловых нейтронов стенками кассеты можно провести, если размешать её материал по объему замедлителя.

Квадрат длины диффузии в тесной решетке можно рассчитать по формуле: $L_{\text{реш}}^2 = L_{\text{зам}}^2 (1 - \theta) + L_{\delta n}^2 \theta.$

Т а б л и ц а 1

Функция, учитывающая взаимную экранировку блоков в тесной решетке

$R(\eta)$	η	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Цилиндр	I		0,951	0,900	0,844	0,783	0,718	0,645	0,561	0,460	0,328	0
Пластина	I		0,943	0,883	0,821	0,755	0,685	0,608	0,523	0,424	0,298	0

Т а б л и ц а 2

Коэффициенты, учитывающие взаимное влияние замедляющих веществ на τ смеси, A_{ij}

$i \backslash j$	H_2O	Fe	Zr	U	$\tau, \text{см}^2$	L, см	D, см	$\xi \sum s, \text{см}^{-1}$
H_2O	323				27	2,72	0,163	1,35
Fe	460	61			160	1,23	0,406	0,033
Zr	340	27	2,8		3600	11,8	1,1	0,00572
U	500	31	5,8	6,4	1560	1,14	0,96	0,0033

При расчете возраста в тесных решетках справедлив принцип гомогенизации, т.е. можно положить $\tau_{реш} = \tau_{смеси}$;

$$\tau_{смеси} = 10^4 \left| \sum_j \sum_{i>j} \Lambda_{ij} c_i c_j \right|,$$

где $c_i = \rho_i / \rho_i^0$ - относительные ядерные концентрации элемента в смеси;
 ρ_i^0 - стандартная ядерная плотность вещества;
 Λ_{ij} - коэффициенты, учитывающие взаимное влияние замедляющих веществ (табл.2) на τ смеси.

При вычислении θ в горячем состоянии следует учитывать влияние на сечения поглощения эффективной температуры нейтронного спектра, а именно:

$$\sigma_a(T_n) = \sigma_a(T_0) \frac{\sqrt{T_0}}{2} \sqrt{\frac{T_0}{T_n}} f(T_n),$$

где $T_n = T_{зам} \left(1 + 1,46 \frac{\sum_a(T_{зам})}{\xi \sum_s} \right)$; $\sigma_a(T_0)$ - табличное значение соответствующего сечения при $T_0 = 293$ К ($v_0 = 2200$ м/с);
 $f(T_n)$ - функция отклонения от закона $1/v$.
 Для $U = 235$ $f(T_n)$ приведена в табл.3

Т а б л и ц а 3

Функция отклонения от закона $1/v$ для $U-235$

Температура нейтронов, T_n К	300	400	500	600	700
$f(T_n)$	0,979	0,960	0,946	0,939	0,932

Реакторы с кипящей водой

Главной особенностью кипящих реакторов является изменение замедляющих и диффузионных свойств по высоте аппарата. Хотя, строго говоря, по высоте будут изменяться и размножающие свойства, однако, учёт этого обстоятельства крайне сложен и не может быть проведен в рамках курсового проекта. Поэтому предлагается проводить расчет K_∞ в среднем по активной зоне, а $L_{реш}^2$ и

$\tau_{реш}$ вычислять как функции z , учитывая изменение плотности воды по высоте при неизменной концентрации горючего и конструкционных материалов.

Следовательно, κ_{∞} для решетки со средней плотностью замедлителя рассчитывается по формулам пункта I).

Квадрат длины диффузии тепловых нейтронов в решетке с переменной плотностью воды по высоте можно выразить как

$$L_{реш}^2(z) = L_{зам}^2(z)(1-\theta) + L_{\delta n}^2 \theta;$$

$$L_{зам}^2(z) = L_{зам}^2(\gamma_0) \frac{\gamma_0^2}{\gamma^2},$$

здесь $\gamma(z)$ - плотность воды в точке z ; γ_0 - средняя плотность воды по активной зоне.

Коэффициент диффузии тепловых нейтронов можно вычислить по формуле:

$$D_T(z) = L_{реш}^2(z) \Sigma_{aT}(z); \Sigma_{aT}(z) = \Sigma_a^{\delta n} \epsilon_{\delta n} + \Sigma_a^{зам} \epsilon_{зам},$$

где $\epsilon_{\delta n}$ и $\epsilon_{зам}$ - объемные доли блока и замедлителя в ячейке. Переменный по высоте возраст нейтронов $\tau(z)$ вычисляется по формулам $\tau_{смеси}$, поскольку зависимость от изменения плотности воды входит в явном виде через $c_{H_2O} = \gamma(z) \epsilon_{зам}$.

Коэффициент диффузии быстрой группы вычисляется через $\tau(z)$:

$$D_f(z) = \tau(z) \langle \xi \Sigma_s(z) \rangle.$$

2) РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНЫХ ДВУХГРУППОВЫХ КОНСТАНТ ($\eta < 100$)

Составление многогрупповых констант

Расчет двухгрупповых констант проводится на основе принципа гомогенизации, т.е. по ядерным концентрациям элементов, гомогенно размешанных по активной зоне.

Для расчета промежуточно-тепловых реакторов можно использовать следующую систему восьмигрупповых констант, достаточно детально описывающую поведение нейтронов в области энергий ниже 10 кэВ (табл.4 - 8).

Таблица 4

Энергетические интервалы в восьмигрупповой системе констант

№ группы	1	2	3	4	5	6	7	8
Интервал энергии	> 1,4, МэВ	1,4-0,05, МэВ	0,05-0,01, МэВ	10-0,42, кэВ	420-120, эВ	120-5, эВ	5-0,18, эВ	< 0,18, эВ

Таблица 5

Групповые константы водорода, б

№ группы	σ_{tr}	σ_{ad}	2	3	4	5	6	7	8
1	0,79	1,57	1,51	0,045	0,011	0,016	0,013		
2	2,89	3,34		2,67	0,639	0,196	0,175	0,04	
3	5,89	8,98			8,604	3,158	1,435	0,070	0,003
4	6,67	4,67					13,74	0,034	0,013
5	6,67	14,09						5,083	0,197
6	6,67	5,28							5,85
7	6,67	5,85							
8	35,0	0,332							

Таблица 6

Групповые константы для урана, δ

j	U-235						U-238					
	γ_f	σ_f	σ_{tr}	σ_a	σ_d	σ_d^{13}	γ_f	σ_f	σ_{tr}	σ_a	σ_d	σ_d^{13}
1	2,80	1,24	4,30	1,29	1,55	0,02	2,90	0,56	4,30	0,61	2,10	0,02
2	2,52	1,54	7,87	1,84	0,03	-	-	-	8,15	0,19	0,063	-
3	2,47	3,16	13,7	4,42	0,01	-	-	-	13,3	0,56	0,037	-
4	2,46	6,80	20,0	9,90	-	-	-	-	Зависит от состава			
5	2,46	16,2	37,8	27,83	-	-	-	-	"	"	"	-
6	2,46	Зависит от состава		Зависит от состава		-	-	-	"	"	"	-
7	2,46	75,0	100,0	90,0	-	-	-	-	13,5	0,49	-	-
8	2,46	582	704	694	-	-	-	-	11,03	2,73	-	-

Т а б л и ц а 7
Групповые константы для железа, хрома, никеля и циркония, δ

№ Группы	Fe			Cr			Ni			Zr	
	σ_{tr}	σ_a	σ_d	σ_{tr}	σ_a	σ_d	σ_{tr}	σ_a	σ_d	σ_{tr}	σ_d
1	2,20	0,003	0,70	3,30	0,06	0,067	2,30	0002	074	3,00	0,005
2	3,30	0,008	0,03	3,30	0,06	0,039	6,30	0027	004	6,99	0,030
3	6,61	0,010	0,15	3,30	0,06	0,081	19,5	0049	030	8,43	0,089
4	6,25	0,031	0,09	11,0	0,06	0,120	16,8	0051	019	7,07	0,000
5	9,92	0,050	0,53	4,30	0,06	0,211	17,0	0090	075	7,94	0,003
6	10,89	0,082	0,11	4,30	0,09	0,042	16,3	0150	015	6,15	0,008
7	11,05	0,432	0,12	4,62	0,50	0,047	17,0	0801	012	6,15	0,040
8	13,53	2,530	-	5,90	2,90	-	22,1	4,60	-	6,15	0,153

Т а б л и ц а 8

Групповые константы для бериллия, графита, кислорода и алюминия, δ

№ группы	Be		C		O		Al		
	σ_{tr}	σ_d	σ_{tr}	σ_d	σ_{tr}	σ_d	σ_{tr}	σ_d	σ_a
1	1,50	0,530 ^x	1,55	0,192	1,30	0,20	1,93	0,17	0,008
2	4,06	0,182	3,50	0,188	3,36	0,17	3,66	0,08	0,004
3	5,60	0,533	4,40	0,460	3,37	0,20	1,38	0,06	0,008
4	5,60	0,389	4,40	0,232	3,65	0,14	1,39	0,03	0,012
5	5,60	1,670	4,40	1,000	3,65	0,62	1,40	0,14	0,015
6	5,60	0,340	4,40	0,201	3,65	0,12	1,41	0,03	0,045
7	5,60	0,357	4,40	0,225	3,65	0,14	1,41	0,03	0,069
8	6,49	0,010	4,40	0,003	3,65	0,00	1,41	-	0,230

^x Сечение поглощения Be в первой группе $\sigma_d = 0,05 \delta$

При составлении констант в области тепловых энергий следует производить как усреднение по спектру Максвелла при соответствующей эффективной температуре, так и учет гетерогенности.

Для учета влияния у жестченного спектра Максвелла микроскопические сечения деления и захвата каждого элемента вычисляются по формуле:

$$\sigma_i(T_n) = \sigma_i(T_0) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{T_0}{T_n}} f_i(T_n),$$

где $\sigma_i(T_0)$ - табличное значение соответствующего сечения, взятое при скорости нейтрона $v_0 = 2200$ м/с ($T_0 = 293$ К); T_n К - эффективная температура нейтронного газа, зависящая от поглощения и замедляющей способности среды по приближенной формуле:

$$T_n = T_{зам} \left(1 + K \frac{\sum_a (T_{зам})}{\xi \sum_s} \right),$$

причем константа К принимает значения 1,46; 1,44; 1,70 для легкой воды, бериллия и графита соответственно; $f(T_n)$ - функция отклонения от закона $1/v$.

Учет блок-эффекта в распределении тепловых нейтронов можно производить в диффузионном приближении по следующей схеме.

1. Рассчитывается коэффициент экранировки тепловых нейтронов в блоке q равный $q = \frac{d}{L} \text{ctanh} \frac{d}{L}$ - для плоского

блока, $q = \frac{\rho I_0 \left(\frac{\rho}{L}\right)}{2L I_1 \left(\frac{\rho}{L}\right)}$ - для цилиндрического блока. Если не-

равномерность распределения тепловых нейтронов по блоку невелика ($q \leq 1,05$), систему можно считать почти гомогенной, и при составлении макроскопических констант гетерогенность не учитывается.

2. Если блок-эффект оказывается значительным, рассчитывается коэффициент использования тепловых нейтронов

$$\theta = \frac{1}{1 + q_{зам} + q_n},$$

и усредняются макроскопические константы по ячейке по формулам:

$$\langle \sum_a \rangle = \frac{\sum_a \delta_n}{q \left(1 + \sum_a \delta_n \sum_i \frac{q_i}{\sum_a} \right)};$$

$$\langle \Sigma_f \rangle = \frac{\sum_f \delta n}{1 + \sum_a \delta n \sum_i \frac{q_i}{\sum_a^i}} ;$$

$$\langle \Sigma_{tr} \rangle = \sum_{tr} \delta n \frac{1 + \sum_a \delta n \sum_i \frac{q_i}{\sum_a^i}}{1 + \frac{1}{L^2} \sum_i L_i^2 \frac{q_i}{\sum_a^i}} .$$

По восьмьгрупповым таблицам микроконстант составляются макроскопические сечения активной зоны $\Sigma_{tr}^j, \Sigma_{ad}^j, \Sigma_d^j, \Sigma_f^j$, которые характеризуют нейтронно-физические свойства её материала.

Расчет интегральных спектров потока и ценности нейтронов (нуль-мерный расчет)

Общая система уравнений для нейтронного поля в диффузионно-многогрупповом приближении имеет вид [1] :

$$\left. \begin{aligned} \nabla \vec{i}_j + \Sigma_{ad}^j \phi_j &= \sum_{\ell=1}^{j-1} \Sigma_d^{\ell j} \phi_\ell + \frac{\chi_j}{\kappa} \sum_{\ell=1}^m \nu_f^\ell \Sigma_f^\ell \phi_\ell ; \\ \frac{1}{3} \nabla \phi_j + (\Sigma_{tr}^j + \Sigma_{s1}^j) \vec{i}_j &= \sum_{\ell=1}^{j-1} \Sigma_{s1}^{\ell j} \vec{i}_\ell ; \quad j=1,2,\dots,m. \end{aligned} \right\} (I)$$

Для упрощения системы воспользуемся транспортным приближением, сущность которого заключается в том, что предполагается взаимная компенсация переходов по току в группу j и из нее, т.е. предполагается, что во втором уравнении можно положить

$$\Sigma_{s1}^j \vec{i}_j \approx \sum_{\ell=1}^{j-1} \Sigma_{s1}^{\ell j} \vec{i}_\ell . \quad (2)$$

Это условие достаточно строго выполняется для элементов со средним и большим атомным весом ($A \geq 10$), поскольку там переходы нейтронов совершаются только между соседними группами. Одна-

ко для водородосодержащих сред это предположение вносит известную неточность, вследствие чего предлагаемая методика может быть использована лишь для оценочных расчетов, заведомо занижающих критичность системы. Для уточнения критичности следует производить расчеты с детальным учетом переходов по току на водороде между всеми группами [1].

Если воспользоваться соотношением (2), то из второго уравнения системы (I) можно выразить ток нейтронов как

$$\vec{i}_j = -\frac{1}{3 \sum_{tr}^j} \nabla \phi_j = -D_j \nabla \phi_j. \quad (3)$$

Подставив (3) в первое уравнение системы (I) и предположив, что коэффициент диффузии D_j не зависит от координат, получим

$$D_j \Delta \phi_j - \sum_{ad}^j \phi_j + \sum_{\ell=1}^{j-1} \sum_d^{\ell j} \phi_\ell + \frac{\chi_j}{\kappa} \sum_{\ell=1}^m \nu_f^\ell \sum_f^\ell \phi_\ell = 0. \quad (4)$$

Для уменьшения неточности, вносимой транспортным приближением, необходимо внести поправки в коэффициенты диффузии первой и последней группы. А именно, следует принять

$$D_1 = \frac{1}{3 \left(\sum_{tr}^1 - \sum_{s1}^1 \right)}; \quad D_m = \frac{1}{3 \left(\sum_{tr}^m - \sum_{s1}^{m-1} \right)}; \quad \sigma_{s1H}^1 = 0,78 \delta; \\ \sigma_{s1H}^{m-1} = 2,68 \delta.$$

Практически при расчете сечений \sum_{s1} учитывают только водород, так как вкладом от более тяжелых компонентов можно пренебречь вследствие его малости.

Уравнение для сопряженной функции, описывающей распределение ценности нейтронов различных групп, в этом приближении имеет вид:

$$D_j \Delta \phi_j^+ - \sum_{ad}^j \phi_j^+ + \sum_{\ell=j+1}^m \sum_d^{\ell j} \phi_\ell^+ + \frac{\nu_f^j \sum_f^j}{\kappa} \sum_{\ell=1}^m \chi_\ell \phi_\ell^+ = 0. \quad (5)$$

Для расчета спектров потока и ценности отдельных зон проведем в уравнениях (4) и (5) разделение переменных, представив решения в виде:

$$\phi_j = I_j \psi(\vec{r}); \quad \phi_j^+ = I_j^+ \psi(\vec{r}), \quad (6)$$

где $\psi(\vec{r})$ - волновая функция, удовлетворяющая уравнению Гельмгольца

$$\Delta \psi + \alpha^2 \psi = 0, \quad (7)$$

причем выполняется условие $\psi(\vec{R}) = 0$; α - геометрический параметр.

Подставив (6) в (4) и (5) и проинтегрировав по всему объему зоны, получим следующие уравнения, описывающие интегральные спектры нейтронных потоков и ценностей:

$$-\alpha^2 D_j I_j - \sum_{ad}^j I_j + \sum_{\ell=1}^{j-1} \sum_d^{\ell j} I_\ell + \frac{\chi_j}{\kappa} \sum_{\ell=1}^m \nu_f^\ell \sum_f^\ell I_\ell = 0; \quad (8)$$

$$-\alpha^2 D_j I_j^+ - \sum_{ad}^j I_j^+ + \sum_{\ell=j+1}^m \sum_d^{j\ell} I_\ell^+ + \frac{\nu_f^j \sum_f^j}{\kappa} \sum_{\ell=1}^m \chi_\ell I_\ell^+ = 0. \quad (9)$$

Далее расчет спектров ведется по следующей схеме.

Для интегральных спектров потоков

Предполагая параметр α заданным и пользуясь соотношением, определяющим эффективный коэффициент размножения

$$\kappa = \sum_{\ell=1}^m \nu_f^\ell \sum_f^\ell I_\ell, \quad (10)$$

разрешим уравнение (8) относительно I_j :

$$I_j = \frac{\chi_j + \sum_{\ell=1}^{j-1} \sum_d^{\ell j} I_\ell}{\alpha^2 D_j + \sum_{ad}^j}, \quad (11)$$

Вычисления производят начиная с $j=1$. Для этого случая имеем уравнение с одним неизвестным

$$I_1 = \frac{\chi_1}{\alpha^2 D_1 + \sum_{ad}^1}.$$

Далее можно определить I_2 , так как в рекуррентную формулу (11) для $j=2$ входит только уже известный поток I_1 .

В соотношениях для $j=3, 4, \dots, m$ будет увеличиваться число членов, характеризующих переходы из вытележащих групп, в то же время начиная с некоторой группы исчезнут слагаемые χ_j , что будет соответствовать отсутствию нейтронов деления.

При подсчете спектра целесообразно сразу вычислять величи-

ну утечки нейтронов из каждой группы $J_j = \alpha^2 D_j I_j$, которая будет использована в качестве источника в соответствующей группе отражателя. Кроме того, полная утечка нейтронов из реактора $J = \sum_{j=1}^m J_j$ позволяет быстро уточнить критический размер.

После вычисления всех I_j составляется сумма (10) и определяется, был ли выбранный размер критическим. Так как первое значение α , взятое предположительно, может оказаться слишком неточным, эффективный коэффициент размножения K может значительно отличаться от единицы в ту или иную сторону. Для ускорения поисков правильного значения $\alpha_{кр}$ рекомендуется пользоваться формулой:

$$\alpha_{кр} = \alpha \sqrt{1 + \frac{\Delta K}{J}}, \quad (12)$$

где $\Delta K = K(\alpha) - 1$, а α - значение геометрического параметра, принятое в первом приближении. Практика расчетов показывает, что уже вторая прикидка по формуле (12) дает критический размер с точностью по K в пределах нескольких сотых.

Для интегральных спектров ценностей

Расчет спектра ценностей производится в обратном порядке, т.е. начиная с $j=m$. Положив $K = \sum_{\ell=1}^m \chi_{\ell} I_{\ell}^+$, из (9) имеем

$$I_j^+ = \frac{v_f^j \sum_f^j + \sum_{\ell=j+1}^m \sum_d^{j\ell} I_{\ell}^+}{\alpha^2 D_j + \sum_{ad}^j}. \quad (13)$$

Отсюда ясно, что при $j=m$ величина I_m^+ определяется однозначно. Далее процесс вычисления продолжается последовательно от $j=m-1$ до $j=1$.

Так как при расчете I_j^+ обычно принимается $\alpha_{кр}$, определенное по потоку, следует провести проверку критичности по соотношению

$$K = \sum_{\ell=1}^m \chi_{\ell} I_{\ell}^+ = 1. \quad (14)$$

Отличие K , определенного по (14), от единицы говорит об ошибке в вычислениях.

В случае, когда собственной генерацией нейтронов деления в подкритической зоне можно пренебречь, расчет спектров можно производить по приведенной ниже системе уравнений, учитывающих в качестве источников утечку нейтронов и ценностей из активной зоны. Последнюю (внешнюю) зону обычно можно считать физически бесконечной и пренебрегать утечкой в пустоту. Тогда имеем следующую систему уравнений для интегральных спектров:

$$\left. \begin{aligned} -\alpha_{отр}^2 D_j I_j - \sum_{ad}^j I_j + \sum_{\ell=1}^{j-1} \sum_d^{\ell j} I_{\ell} + J_j^{a,3} &= 0; \\ -\alpha_{отр}^2 D_j I_j^+ - \sum_{ad}^j I_j^+ + \sum_{\ell=j+1}^m \sum_d^{j\ell} I_{\ell}^+ + J_j^{+,a,3} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (I5)$$

Для реактора с кольцевой зоной повышенного обогащения при определении утечек во внутреннюю и внешнюю зоны воспроизводства можно дать следующие рекомендации:

- полная утечка из зоны запала делится пропорционально площади поверхностей - внутренней и наружной, т.е.

$$J = J_B + J_H; \quad \frac{J_B}{J_H} = \frac{S_{BH}}{S_{нар}}; \quad (I6)$$

- спектр во внутренней зоне воспроизводства рассчитывается без учета утечки из неё в запал;

- во внешней зоне воспроизводства учитывается утечка в отражатель с геометрическим параметром, равным общему геометрическому параметру составной системы, который определяется внешним радиусом этой зоны.

Получение констант быстрой группы

Имея интегральные спектры потоков и ценностей нейтронов в каждой зоне реактора, можно составить двухгрупповые константы этих зон исходя из условия сохранения критичности. Для детального учета краевых эффектов в тепловой группе применим схему выделения тепловой группы и объединения всех надтепловых групп в одну группу, которую назовем быстрой.

При выполнении условия критичности (I4) можно получить двухгрупповые константы для активной зоны, приняв определенные соотношения связи между двухгрупповыми и многогрупповыми интегральными потоками и ценностями. А именно, приняв условие сохранения критичности и

$$I_{\delta} I_{\delta}^{+} = \sum_{j=1}^{m-1} I_j I_j^{+}; \quad I_T = I_m; \quad I_T^{+} = I_m^{+},$$

получим следующую систему формул для двухгрупповых констант:

$$\left\{ \begin{aligned} D_{\delta} &= \frac{\sum_{j=1}^{m-1} D_j I_j I_j^{+}}{\sum_{j=1}^{m-1} I_j I_j^{+}}; & \nu_f^{\delta} \sum_f^{\delta} &= \frac{\sum_{j=1}^{m-1} \nu_f^j \sum_f^j I_j}{\sum_{j=1}^{m-1} I_j I_j^{+}} \sum_{\ell=1}^m \chi_{\ell} I_{\ell}^{+}; \\ \sum_{ad}^{\delta} &= \frac{\sum_{j=1}^{m-1} I_j^{+} \left(\sum_{ad}^j I_j - \sum_{\ell=1}^{j-1} \sum_d^{\ell j} I_{\ell} \right)}{\sum_{j=1}^{m-1} I_j I_j^{+}}; & \sum_d^{\delta T} &= \frac{\sum_{j=1}^{m-1} \sum_d^{jm} I_j}{\sum_{j=1}^{m-1} I_j I_j^{+}} \sum_{\ell=1}^m \chi_{\ell} I_{\ell}^{+}; \\ D_T &= D_m; & \sum_a^T &= \sum_a^m; & \nu_f^T \sum_f^T &= \nu_f^m \sum_f^m. \end{aligned} \right. \quad (I7)$$

При вычислении \sum_{ad}^{δ} возможна упрощенная запись, значительно сокращающая объем вычислений. Используя уравнение (8) в виде

$$\sum_{ad}^j I_j - \sum_{j=1}^{j-1} \sum_d^{\ell j} I_{\ell} = \chi_j - d^2 D_j I_j,$$

можно получить следующее выражение для \sum_{ad}^{δ} :

$$\sum_{ad}^{\delta} = \frac{\sum_{j=1}^{m-1} \chi_j I_j^{+}}{\sum_{j=1}^{m-1} I_j I_j^{+}} - d^2 D_{\delta}. \quad (I8)$$

Для определения двухгрупповых констант в подкритических зонах используется та же система формул (I7), за исключением формулы для величины \sum_{ad}^{δ} . Последняя в этом случае будет

$$\sum_{ad} \delta_{отр} = \frac{\sum_{j=1}^{m-1} J_j^{a, \delta} I_j^+}{\sum_{j=1}^{m-1} I_j I_j^+} \quad (19)$$

Полученную систему двухгрупповых уравнений для каждой зоны

$$\left. \begin{aligned} D_\delta \Delta \Phi_\delta - \left(\sum_{ad} \delta_{ad} - \nu_f^\delta \sum_f \delta_f \right) \Phi_\delta &= -\nu_f^\tau \sum_f \Phi_f; \\ D_\tau \Delta \Phi_\tau - \sum_a \delta_a \Phi_\tau &= -\sum_d \delta_d \Phi_\delta \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

можно привести к стандартному виду системы двухгрупповых уравнений в диффузионно-возрастном приближении, если ввести следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{D_\delta}{\sum_{ad} \delta_{ad} - \nu_f^\delta \sum_f \delta_f}; \quad \kappa_\infty = \frac{\nu_f^\tau \sum_f \delta_f \sum_d \delta_d}{\sum_a \delta_a \left(\sum_{ad} \delta_{ad} - \nu_f^\delta \sum_f \delta_f \right)}; \\ L^2 &= \frac{D_\tau}{\sum_a \delta_a}; \quad \varphi \xi \sum_s \delta_s = \sum_d \delta_d; \quad \psi = \Phi_\delta; \quad \Phi = \Phi_\tau. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

После этого для вычисления критического размера активной зоны многозонного реактора можно воспользоваться известной схемой аналитического метода расчета. Решение полученной системы уравнений для каждой зоны

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta \psi - \frac{\psi}{\tau} &= - \frac{\kappa_\infty \sum_a \delta_a}{\varphi \xi \sum_s \delta_s} \Phi; \\ \Delta \Phi - \frac{\Phi}{L^2} &= - \frac{\varphi \xi \sum_s \delta_s}{D_\tau} \psi \end{aligned} \right. \quad (22)$$

представим в виде линейной суперпозиции волновых функций, являющихся решениями уравнений

$$\Delta \chi + \alpha^2 \chi = 0; \quad (23)$$

$$\Delta \gamma - \nu^2 \gamma = 0, \quad (24)$$

где α^2 и $-\nu^2$ - корни характеристического уравнения системы.

При определении явного вида волновых функций X и Y используются краевые условия для центральной и наружной зон

$$\Delta \Psi(0) = \nabla \Phi(0) = 0; \quad \Psi(\bar{R}) = \Phi(\bar{R}) = 0, \quad (25)$$

где \bar{R} - экстраполированная граница наружной зоны с пустотой. Для вычисления критического размера используются условия сшивки на границах раздела зон i и $i+1$

$$\left. \begin{aligned} \psi_i &= \psi_{i+1}; & D_\delta^i \nabla \psi_i &= D_\delta^{i+1} \nabla \psi_{i+1}; \\ \varphi_i &= \varphi_{i+1}; & D_T^i \nabla \varphi_i &= D_T^{i+1} \nabla \varphi_{i+1}. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

При расчете двумерной задачи (например, цилиндра конечной высоты) в характеристические корни следует внести поправки на высоту, т.е. принять вместо α^2 и ν^2 выражения

$$\alpha_\Gamma^2 = \alpha^2 - \frac{\pi^2}{H^2}; \quad \nu_\Gamma^2 = \nu^2 + \frac{\pi^2}{H^2}, \quad (27)$$

где H - экстраполированная высота цилиндра без отражателя на торцах. В дальнейшем индекс Γ будет для простоты опущен.

РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКОГО РАЗМЕРА И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ПОТОКОВ БЫСТРЫХ И ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ

I) АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД

Расчет критического размера производится для горячего неотравленного реактора в начале кампании. Для тепловых ВВЭРД используется обычно аналитический метод расчета одномерного цилиндрического реактора с поправкой на утечку через торцы.

По заданным $\kappa_{\infty}, L, \tau, D_T, D_S, \xi \Sigma_S$ для каждой зоны вычисляются корни характеристического уравнения

$$\left. \begin{matrix} x^2 \\ -\nu^2 \end{matrix} \right\} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{L^2} \right) \left[1 \mp \sqrt{1 + \frac{4(\kappa_{\infty} - 1)\tau L^2}{(\tau + L^2)^2}} \right] \quad (28)$$

и коэффициенты связки между потоками быстрых и тепловых нейтронов

$$\delta = \frac{\varphi \xi \Sigma_S}{D_T \left(x^2 + \frac{1}{L^2} \right)}; \quad \delta' = \frac{\varphi \xi \Sigma_S}{D_T \left(\frac{1}{L^2} - \nu^2 \right)}; \quad \delta'' = \frac{\xi \Sigma_S^{отр}}{D_T^{отр} \left(\frac{1}{L_{отр}^2} - \frac{1}{\tau_{отр}} \right)} \quad (29)$$

В цилиндрической геометрии волновые функции X_i и Y_i имеют вид:

$$X_1 = A_1 J_0(xr); \quad Y_1 = B_1 I_0(\nu r); \quad X_2 = A_2 K_0\left(\frac{r}{\sqrt{\tau_1}}\right); \quad Y_2 = B_2 K_0\left(\frac{r}{L_1}\right) \quad (30)$$

Далее критический радиус цилиндрической активной зоны с отражателем толщиной $d > 3\sqrt{\tau_1}$ можно найти по уравнению

$$\frac{J_1(xR)}{J_0(xR)} = \frac{1}{x} \frac{a_1 \nu \sqrt{\tau'} + a_2 \nu L' - a_3}{a_4 \nu \sqrt{\tau'} L' - a_5 L' - a_6 \sqrt{\tau'}} = \frac{C}{x}, \quad (31)$$

где $a_1 = D_\delta D'_T (\gamma - \gamma'')$; $a_3 = D'_T D'_\delta (\gamma' - \gamma)$; $a_5 = D_\delta D'_T \gamma'' - D'_T D'_\delta \gamma$;

$$a_2 = D'_T D'_\delta \gamma'' - D'_T D'_\delta \gamma'; \quad a_4 = D'_T D'_\delta (\gamma - \gamma'); \quad a_6 = D_\delta D'_T (\gamma' - \gamma''),$$

а $L', \tau', D'_\delta, D'_T$ - величины, относящиеся к отражателю.

Распределения потоков быстрых и тепловых нейтронов в активной зоне и отражателе вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \Psi &= A_1 J_0(xr) + B_1 I_0(\nu r); \quad \Psi' = A_2 K_0\left(\frac{r}{\sqrt{\tau'}}\right); \\ \Phi &= A_1 \gamma J_0(xr) + B_1 \gamma' I_0(\nu r); \\ \Phi' &= A_2 \gamma'' K_0\left(\frac{r}{\sqrt{\tau'}}\right) + B_2 K_0\left(\frac{r}{L'}\right). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Так как поле нейтронов в критическом реакторе определяется с точностью до константы нормировки, зависящей от мощности, положим $A_1 = 1$. Тогда из условий на границе раздела активной зоны и отражателя получим

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{J_0(xR) \left(\frac{D'_\delta}{\sqrt{\tau'}} - D_\delta C \right)}{I_0(\nu R) \left(\frac{D'_\delta}{\sqrt{\tau'}} + D_\delta \nu \right)}; \quad A_2 = \frac{J_0(xR) (\nu R + C) D_\delta}{K_0\left(\frac{R}{\sqrt{\tau'}}\right) \left(\frac{D'_\delta}{\sqrt{\tau'}} + D_\delta \nu \right)}; \\ B_2 &= \frac{J_0(xR) \left[D_\delta C (\gamma' - \gamma'') - D_\delta \nu (\gamma'' - \gamma) - \frac{D'_\delta}{\sqrt{\tau'}} (\gamma' - \gamma) \right]}{K_0\left(\frac{R}{L'}\right) \left(\frac{D'_\delta}{\sqrt{\tau'}} + D_\delta \nu \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

При рассмотрении систем с числом зон более двух прямой аналитический метод определения критического радиуса становится очень громоздким. Так, для двухгрупповой трехзонной задачи не-

обходимо решить определитель восьмого порядка, для четырехзонной — определитель двенадцатого порядка и т.д. Порядок определителя будет $2m(n-1)$, где m — число групп; n — число зон. Даже с учетом нулей вычисление определителя восьмого порядка эквивалентно вычислению 96 определителей четвертого порядка. Поэтому следует искать пути упрощенного решения задачи.

2) МЕТОД МАТРИЧНОЙ СВЕРТКИ ЗОН

Этот метод представляет собой чисто математическое упрощение задачи с использованием преобразований матричной алгебры.

Введем в рассмотрение четырехмерную вектор-функцию потока нейтронов в i -й зоне реактора

$$\vec{\Phi}_i(r) = \begin{pmatrix} \psi_i \\ D_0^i \nabla \psi_i \\ \phi_i \\ D_T^i \nabla \phi_i \end{pmatrix} = \hat{M}_i \vec{C}_i, \quad (34)$$

где матрица \hat{M}_i характеризует свойства зоны; \vec{C}_i — вектор-функция постоянных коэффициентов. Используя это обозначение, условия сшивки в трехзонной задаче можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} \hat{M}_1(r_1) \vec{C}_1 &= \hat{M}_2(r_1) \vec{C}_2; \\ \hat{M}_2(r_2) \vec{C}_2 &= \hat{M}_3(r_2) \vec{C}_3. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Умножим второе уравнение системы (35) слева на матрицу \hat{M}_2^{-1} получим

$$\vec{C}_2 = \hat{M}_2^{-1}(r_2) \hat{M}_3(r_2) \vec{C}_3 = \hat{N}(r_2) \vec{C}_3. \quad (36)$$

Подставим (36) в первое условие сшивки (35) и обозначим $\hat{P}(r_1, r_2) = \hat{M}_1(r_1) \hat{N}(r_2)$. В результате придем к соотношению:

$$\hat{M}_1(r_1) \vec{C}_1 = \hat{P}(r_1, r_2) \vec{C}_3. \quad (37)$$

Физический смысл этой записи в том, что мы заменили влияние второй и третьей зон на критический радиус r_1 влиянием одной эквивалентной зоны, учитывающей их общее воздействие ("свернули" две зоны в одну). Математически это приводит к понижению поряд-

ка критического определителя с восьмого до четвертого, поскольку ранг матрицы $\hat{P} - [4 \times 2]$.

Отсюда для трехзонной задачи в цилиндрической геометрии критический определитель приобретает вид:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & P_{11} & P_{12} \\ \gamma & \gamma' & P_{21} & P_{22} \\ D_{\delta} x \frac{J_1(xr_1)}{J_0(xr_1)} & D_{\delta} v \frac{I_1(vr_1)}{I_0(vr_1)} & P_{31} & P_{32} \\ D_{\gamma} \gamma x \frac{J_1(xr_1)}{J_0(xr_1)} & D_{\gamma} \gamma' v \frac{I_1(vr_1)}{I_0(vr_1)} & P_{41} & P_{42} \end{vmatrix} = 0.$$

Расписав этот определитель относительно $\frac{J_1(xr_1)}{J_0(xr_1)}$, получим трансцендентное уравнение

$$\frac{J_1(xr_1)}{J_0(xr_1)} = f(r_1), \quad (38)$$

из которого графическим методом находим критический радиус r_1 .

В случае четырехзонной системы вычисления производятся по аналогичной схеме, причем для матрицы \hat{P} получается формула:

$$\hat{P}(r_1, r_2, r_3) = \hat{M}_2(r_1) \hat{M}_2^{-1}(r_2) \hat{M}_3(r_2) \hat{M}_3^{-1}(r_3) \hat{M}_4(r_3). \quad (39)$$

Основная трудность метода матричной свертки зон заключается в вычислении обратных матриц для промежуточных зон, однако эта операция производится один раз, и в дальнейшем для расчетов можно пользоваться готовой системой аналитических выражений для

P_{ik} .
 Функция $\frac{J_1(xr_1)}{J_0(xr_1)}$ может быть заранее протабулирована, в силу чего решение уравнения (38) сводится к вычислению пересечения функций правой и левой части.

3) ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД (ИТЕРАЦИИ ИСТОЧНИКОВ)

Для промежуточно-тепловых ВВЭРД используется численный метод расчета нейтронных полей по радиусу с учетом утечки через торцы реактора по схеме:

$$\sum_{aT}^{\text{зф}} = \sum_a^T + D_T \left(\frac{\pi}{H} \right)^2; \quad \sum_{ad}^{\delta \text{зф}} = \sum_{ad}^{\delta} + D_{\delta} \left(\frac{\pi}{H} \right)^2,$$

т.е. утечка быстрых и тепловых нейтронов через торцы заменяется фиктивным поглощением. Индекс "зф" в дальнейшем для простоты опустим.

Каждое из уравнений двухгрупповой системы (20) можно представить для одномерной цилиндрической геометрии в виде:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r D \frac{d\Phi}{dr} - \Sigma \Phi + Q = 0.$$

Из сравнения ясно, что для быстрой группы

$$D = D_{\delta}; \quad \Sigma = \Sigma_{ad}^{\delta}; \quad Q = \nu_f^{\delta} \Sigma_f^{\delta} \Phi_{\delta} + \nu_f^T \Sigma_f^T \Phi_T,$$

а для тепловой группы

$$D = D_T; \quad \Sigma = \Sigma_a^T; \quad Q = \Sigma_d^{\delta T} \Phi_{\delta}.$$

Краевые условия в центре симметрии и на экстраполированной границе с пустотой имеют вид, одинаковый для каждой энергетической группы нейтронов

$$\nabla \Phi_j(0) = 0; \quad \Phi_j(R+d) = 0.$$

Определение критического размера и нейтронных полей производится численным методом на основе конечно-разностного уравнения диффузии

$$\Psi_{e+1} - A_e \Psi_e + B_e \Psi_{e-1} = -f_e,$$

где

$$\Psi_e = \sqrt{r_e} \Phi(r_e); \quad f_e = \lambda_e \tau_e r_e^{\frac{1}{2}} Q(r_e) \Delta r_e;$$

$$\Delta r_e = r_{e+\frac{1}{2}} - r_{e-\frac{1}{2}},$$

а коэффициенты имеют вид (для $l \geq 2$):

$$A_e = \sqrt{\frac{r_{e+1}}{r_e}} + \sqrt{\frac{r_{e-1}}{r_e}} \mu_e \frac{\tau_e}{\tau_{e-1}} + \lambda_e \tau_e \Sigma(r_e) \Delta r_e;$$

$$B_e = \mu_e \frac{\gamma_e}{\gamma_{e-1}}; \quad \gamma_e = \left(\frac{1}{D_e} \ln \frac{r_{e+\frac{1}{2}}}{r_e} + \frac{1}{D_{e+1}} \ln \frac{r_{e+1}}{r_{e+\frac{1}{2}}} \right) \frac{\Delta r_{e+\frac{1}{2}}}{\ln \frac{r_{e+1}}{r_e}},$$

здесь λ_e и μ_e - коэффициенты, зависящие от способа разбиения реактора на интервалы, каждый расчетный узел r_e расположен посередине интервала Δr_e . В случае, если интервалы разбиения по зоне i одинаковы, μ_e и λ_e для цилиндрической геометрии задаются табл. 9, а γ_e является постоянной внутри каждой зоны i , равной $\gamma_i = \Delta r_i / D_i$, кроме последней точки каждой внутренней зоны, которая считается по общей формуле.

Т а б л и ц а 9

Коэффициенты способа разбиения зоны на интервалы

e	μ_e	λ_e
1	-	0,833
2	0,935	0,990
3	1,000	0,995
4	1,000	1,000
5	1,000	1,000

Из краевого условия симметрии в центре системы имеем для $e=1$ (первая узловая точка относится от геометрического центра системы на половину интервала)

$$\psi_2 - A_1 \psi_1 = -f_1; \quad A_1 = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} + \sum (r_1) \lambda_1 \gamma_1 \Delta r_1.$$

Решение основного конечно-разностного уравнения диффузии производится методом конечно-разностной факторизации с использованием формул:

$$\psi_{e+1} = \alpha_e \psi_e - \beta_e; \quad \psi_{e-1} = \frac{\psi_e + \beta_{e-1}}{\alpha_{e-1}};$$

$$\begin{cases} \alpha_\ell = \beta_\ell - \frac{\beta_\ell}{\alpha_{\ell-1}}; & \alpha_1 = \beta_1; \\ \beta_\ell = f_\ell + \frac{\beta_{\ell-1}}{\alpha_{\ell-1}} \beta_\ell; & \beta_1 = f_1. \end{cases}$$

Из краевого условия обращения потока в нуль на экстраполированной границе последней зоны с пустотой получим:

$$\psi_N = 0; \quad \psi_{N-1} = \frac{\beta_{N-1}}{\alpha_{N-1}}.$$

При проведении расчетов каждая зона реактора разбивается на ряд интервалов (примерно 15 в активной зоне и 10 в отражателе), причем счетные точки должны отстоять от границ раздела на половину интервала разбиения в данной зоне. Последняя счетная точка берется на экстраполированной границе отражателя с пустотой.

Расчет критических размеров и распределения потоков ведется методом последовательных приближений (это так называемый метод итерации источников). Задаваясь размером зон (обычно в процессе итераций изменяют $R_{a.3}$) и произвольным распределением источников быстрых нейтронов $Q_\delta^{(0)}(r)$, определяют $\Phi_\delta^{(1)}$ и $\Phi_T^{(1)}$ в первом приближении. По полученным распределениям потоков нейтронов составляются источники в первом приближении

$$Q_\delta^{(1)}(r) = \nu_\delta \sum_f \Phi_\delta^{(1)}(r) + \nu_T \sum_f \Phi_T^{(1)}(r),$$

с помощью которых можно оценить K во всех точках активной зоны:

$$K(r_\ell) = \frac{Q_\delta^{(1)}(r_\ell)}{Q_\delta^{(0)}(r_\ell)}.$$

Средний по активной зоне $K = f(r)$ для случая одномерного цилиндра можно рассчитать по формуле:

$$K = \frac{2}{R_{a.3}^2} \sum_{\ell=1}^N K(r_\ell) r_\ell \Delta r_\ell.$$

Если эта оценка покажет, что средний K сильно отличается от единицы, во втором цикле итераций следует изменить $R_{a.3}$ в соответствующую сторону, а распределение источников быстрых нейтронов $Q_\delta(r)$ принять уже по $Q_\delta^{(1)}$. Если выбранный размер оказывается критическим, в дальнейших итерациях производится уточне-

ние распределения потоков быстрых и тепловых нейтронов до тех пор, пока распределение $Q_{\delta}^{(n+1)}(r)$ не совпадает с $Q_{\delta}^{(n)}$, что соответствует $K=const$ по всей активной зоне. Число необходимых итераций зависит от заданной точности в K . Для ручного счета эта точность может быть принята $\Delta K = \pm 0,05$, что достигается, как правило, после трех итераций.

Если нам необходимо знать распределение плотности энерговыделения по радиусу реактора (например, для расчета коэффициента неравномерности, максимального выгорания, биологической защиты и т.п.), эта характеристика может быть получена по формуле:

$$q_v(r) = A \left(\sum_f^{\delta} \Phi_{\delta} + \sum_f^T \Phi_T \right),$$

где A — константа нормировки, связанная с тепловой мощностью реактора W_T ,

$$A = \frac{W_T}{H \int_{S_{a.z.}} ds \left[\sum_f^{\delta} \Phi_{\delta}(r) + \sum_f^T \Phi_T(r) \right]}$$

Распределение потоков быстрых и тепловых нейтронов должно быть приведено в виде таблиц численного расчета и графиков на миллиметровой бумаге.

Для реакторов с кипящим замедлителем-теплоносителем (ВВЭРК) двухгрупповой численный расчет ведется по высоте. Рассматриваются три зоны: нижний отражатель — "холодная" вода, активная зона с переменными параметрами диффузии и замедления $D_T(z)$, $D_{\delta}(z)$, $\Sigma_{aT}(z)$, $\xi \Sigma_s(z)$, $L(z)$, $\tau(z)$ и верхний отражатель — пароводяная смесь.

Система формул численного метода (при $\Delta r_e = h = const$) для плоской одномерной геометрии имеет вид:

$$\Phi_{e+1} - A_e \Phi_e + B_e \Phi_{e-1} = -f_e;$$

$$A_e = 1 + B_e + \frac{h^2 \Sigma_e}{D_e}; \quad B_e = \frac{\tau_e}{\tau_{e-1}}; \quad f_e = \frac{Q_e h^2}{D_e};$$

$$\tau_e = \begin{cases} \frac{h}{D_e} & \text{— для внутренних точек зон;} \\ \frac{\Delta r_{e+\frac{1}{2}}}{\Delta r_e + \Delta r_{e+1}} \left[\frac{\Delta r_e}{D_e} + \frac{\Delta r_{e+1}}{D_{e+1}} \right] & \text{— для предграницных точек зон.} \end{cases}$$

Поскольку в распределении нейтронов нет симметрии относительно центральной плоскости, необходимо использовать решение конечно-разностного уравнения диффузии с нулевыми условиями по торцам системы:

$$\Phi(r_1) = 0; \quad \Phi(r_N) = 0.$$

В этом случае для первой точки при $l=2$ основное уравнение будет

$$\Phi_3 - A_2 \Phi_2 = -f_2.$$

Сравнивая с формулой конечно-разностной факторизации

$$\Phi_3 = \alpha_2 \Phi_2 - \beta_2,$$

получаем начальные значения для рекуррентных формул:

$$\alpha_2 = A_2; \quad \beta_2 = f_2.$$

В качестве начального распределения источников быстрых нейтронов здесь можно принять $Q_\delta^{(0)} = 1$.

Двумерность системы, т.е. влияние утечки через боковую поверхность цилиндрического реактора, может оказаться существенной для систем с радиусом меньше 1 м. В этом случае следует принять:

$$\sum_{aT}^{3\varphi}(z) = \sum_{aT}(z) + D_T(z) \left(\frac{2,405}{R} \right)^2;$$

$$\xi \sum_S^{3\varphi}(z) = \xi \sum_S(z) + D_\delta(z) \left(\frac{2,405}{R} \right)^2.$$

Вычисление эффективного коэффициента размножения и определение необходимого числа итераций производится по рекомендациям предыдущего пункта.

Расчет критического размера и пространственного распределения потоков быстрых и тепловых нейтронов может производиться по программе "СПЭДСР", имеющейся в библиотеке программ кафедры.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

1) РАСЧЕТ ИЗОТОПНОГО СОСТАВА, КОЭФФИЦИЕНТА ВОСПРОИЗВОДСТВА И КАМПАНИИ

Для тепловых ВВЭРД и ВВЭРК изменение концентраций $U-235$ и $Pu-239$ рассчитывается по стандартной схеме работы [2], а именно, вводятся относительные концентрации элементов.

$C_i = \rho_i / \rho_g$, безразмерные микросечения $\sigma_i = \sigma_a^i / \sigma_a^g$ и эффективное время $\chi = \int_0^t \sigma_a^g \Phi(t') dt'$ и, пренебрегая выгоранием $U-238$ и временным запаздыванием, связанным с наличием $U-239$ и $Np-239$, вычисляются относительные концентрации $U-235$ и $Pu-239$:

$$C_5(z) = C_5^0 e^{-z};$$

$$C_g(z) = \frac{\sigma_g}{\tilde{\sigma}_g} (1 - e^{-\tilde{\sigma}_g z}) - \frac{\mu \nu_5 (1 - \varphi) C_5^0}{\tilde{\sigma}_g - 1} (e^{-z} - e^{-\tilde{\sigma}_g z}),$$

где

$$\tilde{\sigma}_g = \sigma_g [1 - \nu_g \mu (1 - \varphi)]; \quad \nu_i = \nu_f^i \frac{\sigma_f^i}{\sigma_a^i}.$$

Для системы с обогащением по $Pu-239$ имеем:

$$C_g(z) = \left(C_g^0 - \frac{\sigma_g}{\tilde{\sigma}_g} \right) e^{-\frac{\tilde{\sigma}_g}{\sigma_g} z} + \frac{\sigma_g}{\tilde{\sigma}_g};$$

$$C_f(z) = \frac{\sigma_{fg}}{\tilde{\sigma}_g} \left(C_g^0 - \frac{\sigma_g}{\tilde{\sigma}_g} \right) \left(1 - e^{-\frac{\tilde{\sigma}_g}{\sigma_g} z} \right) + \frac{\sigma_g}{\tilde{\sigma}_g} \frac{\sigma_{fg}}{\sigma_g} z.$$

Начальный коэффициент воспроизводства будет

$$KB = \frac{\sigma_8}{\sigma_5 c_5^0} + \mu \nu_5 (1-\varphi) \cdot$$

Кампания z_0 реакторов с заметным обогащением определяется, как правило, допустимым накоплением осколков $[C_f]$, равным для окисного топлива 0,05 для металла 0,015. Учитывая осколки от деления $U-235$ и $Pu-239$, получим

$$C_f(z_0) = 0,84 c_5^0 (1 - e^{-z_0}) + 1,065 \left\{ c_5^0 (1 - e^{-z_0}) \frac{\sigma_a^5 \nu_5 \mu (1-\varphi)}{\sigma_a^g [1 - \mu \nu_g (1-\varphi)]} + \frac{\sigma_a^8 \left[z_0 - \frac{\sigma_a^5}{\sigma_a^8} c_g(z_0) \right]}{\sigma_a^g [1 - \mu \nu_g (1-\varphi)]} \right\}.$$

Для промежуточных ВВЭРД проводится оценка кампании сверху по накоплению осколков только от $U-235$, поскольку при достаточно высоких обогащениях плутонием можно пренебречь, тогда

$$C_f(z) = 0,84 c_5^0 \left(1 - e^{-\frac{z}{Q_T}} \right),$$

где Q_T - доля делений в тепловой области,

$$Q_T = \frac{\nu_f^T \sum_f^T I_T}{\sum_{j=1}^m \nu_f^j \sum_f^j I_j}.$$

Отсюда кампания реактора может быть не более

$$z_0 = -Q_T \ln \left(1 - \frac{[C_f]}{0,84 c_5^0} \right).$$

Эта оценочная формула дает завышенный результат и работает тем лучше, чем выше обогащение. Отсюда $t_{200} = \frac{z_0}{\sigma_a^5 \bar{\Phi}_T \cdot 3,12 \cdot 10^7}$,

так как 1 год = $3,12 \cdot 10^7$ с.

Поскольку в отдельных случаях кампания может ограничиваться потерей критичности, необходимо проверить K_∞ на конец кампании по формуле:

$$K_{\infty}(z_0) = \mu \varphi \frac{\nu_5 C_5(z_0) + \nu_g \sigma_g C_g(z_0)}{\sigma_8 + C_5 + \sigma_g C_g + \sigma_f C_f},$$

где $\sigma_f = 0,072$.

В случае, если $K_{\infty}(z_0) \leq 1,04$, нужно найти новое $z_k < z_0$, соответствующее концу кампании по критичности, $K_{\infty}(z_0) = 1,04$.

2) РАСЧЕТ СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Эффективность системы эксцентричных регуляторов рассчитывается по формуле (без учета интерференции):

$$\rho = \sum_i \rho_i = \frac{7,5 M^2 \sum_i J_0^2 \left(\frac{\xi b_i}{R} \right)}{R^2 \left(\rho \pi \frac{R}{\xi a} + 0,116 \right)}; \quad M^2 = \tau + L^2,$$

где R - радиус активной зоны голого реактора;

b_i - эксцентриситет i -го стержня;

a - эффективный радиус цилиндрического стержня:

$$a = r_0 \exp \left\{ - \frac{\gamma}{r_0 \Sigma_{tr}} \right\},$$

где γ - газокинетический параметр, характеризующий граничное условие на поверхности "черного" регулятора (табл. I0).

Для регуляторов в виде пластинчатого креста (прямого или треугольного) эквивалентный геометрический радиус цилиндра r_0 рассчитывается по формулам, где W - длина лопасти соответствующего регулятора:

$$r_0 = W \exp \left\{ - \frac{1}{y(1 - 0,114y + 0,048y^2)} \right\} \quad - \text{ для прямого креста;}$$

$$r_0 = \frac{3}{4} W \exp \left\{ - \frac{1}{y(1 - 0,114y + 0,048y^2)} \right\} \quad - \text{ для треугольного креста;}$$

$$y = \frac{2\sqrt{3}W}{\pi \lambda_{tr}}.$$

Т а б л и ц а 10

Газокинетический параметр для эффективного
граничного условия

$\gamma_0 \Sigma_{tr}$	0,0	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	∞
γ	1,333	1,04	0,94	0,845	0,800	0,775	0,765	0,710

ПРИЛОЖЕНИЕ

Параметры резонансов U-235 и U-238 и
схема составления групповых констант в
резонансной области

Сечения радиационного захвата и деления в тех энергетических группах, где имеются резонансы, будут зависеть от состава и размеров урансодержащего блока. Эта зависимость учитывается с помощью эффективного резонансного интеграла, определяемого по формуле:

$$J_{зф}^{l,j} = \frac{J_R^{l,j}}{(1 + \mathcal{I}_l \sigma_{зф}^{(1)j})^{1/2}} + \frac{\mathcal{I}_l (J_R^l \sigma_R^o)^j}{(1 + \mathcal{I}_l \sigma_{зф}^{(2)j})^{3/2}} \cdot \frac{F(\alpha, \beta)}{2\beta}, \quad (A-1)$$

где $J_R^{l,j}$ - истинный резонансный интеграл l -го изотопа в данной энергетической группе j ;

$\mathcal{I}_l = \frac{\rho_l^{\delta n}}{\sum_s \delta n_s}$ - параметр, характеризующий взаимоблокировку ядер;

$\sigma_{зф}^{(1)j}, J_R^l, \sigma_R^o$ - некоторые эффективные константы, определяющие всю совокупность резонансов данного изотопа;

$F(\alpha, \beta)$ - функция, зависящая от геометрии блока и учитывающая возможность пролета нейтрона сквозь блок без столкновений и взаимную экранировку блоков (таблица функции $F(\alpha, \beta)$ приведена в приложении к книге Г.И. Марчука "Методы расчета ядерных реакторов". М., Госатомиздат, 1961).

По вычисленным эффективным резонансным интегралам микроскопическое сечение данной реакции взаимодействия может быть опре-

П а р а м е т р ы р е з о н а н с о в U-235 и U-238

ρ	Интервал энергии, эВ	J_R^0, δ	J_R^c, δ	J_R^f, δ	$J_R^0 \sigma^0, \delta^2$	$J_R^c \sigma^c, \delta^2$	$J_R^f \sigma^f, \delta^2$
U-235	0,99-5,0	47,02	17,39	29,66	$7,21 \cdot 10^3$	$3,12 \cdot 10^3$	$4,09 \cdot 10^3$
	5,0-36,0	147,40	67,60	77,03	$2,38 \cdot 10^5$	$1,08 \cdot 10^5$	$1,24 \cdot 10^5$
U-238	6,6-120	349,0	236,1	-	$9,87 \cdot 10^6$	$6,31 \cdot 10^6$	-
	120-420	35,94	8,87	-	$3,16 \cdot 10^5$	$6,64 \cdot 10^4$	-

Э ф ф е к т и в н ы е к о н с т а н т ы $\sigma_{эф}^{(1)}$ и $\sigma_{эф}^{(2)}$

ρ	Интервал энергии, эВ	$\sigma_{эф}^{(1),0}, \delta$	$\sigma_{эф}^{(2),0}, \delta$	$\sigma_{эф}^{(1),c}, \delta$	$\sigma_{эф}^{(2),c}, \delta$	$\sigma_{эф}^{(1),f}, \delta$	$\sigma_{эф}^{(2),f}, \delta$
U-235	0,99-5,0	134	155	144	175	126	142
	5,0-36,0	1000	1300	970	1360	1050	1400
U-238	6,6-120	$2,25 \cdot 10^4$	$2,68 \cdot 10^4$	$2,12 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^4$	-	-
	120-420	$5,7 \cdot 10^3$	$7,0 \cdot 10^3$	$3,1 \cdot 10^3$	$5,0 \cdot 10^3$	-	-

делено как:

$$\sigma_{\ell, \Gamma}^j = \frac{J_{\text{эф}, \Gamma}^{\ell, j}}{\Delta u_j \left(1 - \sum_{\ell} x_{\ell} J_{\text{эф}}^{\ell, 0} \frac{V_{\text{дп}}}{V_{\text{яч}}} \frac{1}{\Delta u_j} \right)}, \quad (\text{А-2})$$

где K - вид резонансной реакции;

$J_{\text{эф}}^0$ - полный эффективный резонансный интеграл.

Ниже приводятся таблицы констант, необходимых для расчета сечений $U-235$ и $U-238$ в пятой и шестой группах.

Константа σ_c для $U-238$ в 4-й группе, содержащей неразрешенные резонансные уровни, определяется по следующей таблице.

Т а б л и ц а П 3

Константа σ_c для $U-238$ в 4-й группе

$\frac{\sum_{\ell} \delta_{\ell}}{P_{\ell}}$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\sigma_{c, \delta}$	0,700	0,815	0,920	1,00	1,05	1,10	1,14	1,175	1,21	1,24

Список литературы

1. Троянский В.Б., Шихов С.Б. Физический расчет реакторов в диффузионно-многогрупповом приближении. - В сб.: "Некоторые вопросы инженерной физики", М., Атомиздат, 1963. Вып.4, с. 3-13.
2. Галанин А.Д. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М., Атомиздат, 1959.

Валерий Борисович

Троянский

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВВЭР
(нейтронно-физический расчет)

Редактор Н.Ф. Махаринская
Техн. редактор Н.М. Генкина

Л-8464I Подп. в печать 4/У-1979г. Формат 60x84 1/16
Объем 2,5 п.л. Уч.изд. 2,4 Тираж 100 экз. Цена 10 коп.
Изд. № 023-I Заказ 129

Типография МИФИ, Каширское шоссе, 1