

621.039
ИФ 65
ИФФИ

Московский ордена Трудового Красного Знамени
инженерно-физический институт

6500

С. Б. Шихов



ФАКУЛЬТЕТ
ТЕХНИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ

**МЕТОДЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА
ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО
РАЗВИТИЯ ЯДЕРНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ**

Москва 1992

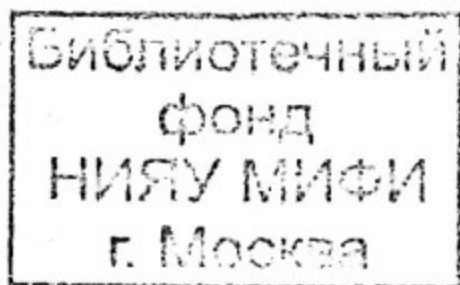
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ, ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ И ТЕХНИЧЕСКОЙ
ПОЛИТИКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

621.039
Ш 65

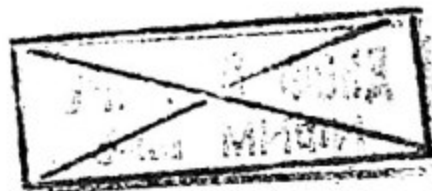
С. Б. Шихов

МЕТОДЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА
ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО
РАЗВИТИЯ ЯДЕРНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

*Утверждено
редсоветом института
в качестве учебного пособия*



Москва 1992



Шихов С. Б. Методы системного анализа для прогнозирования оптимального развития ядерной энергетики. М.: МИФИ, 1992.— 56 с.

В пособии приведены различные методы прогнозирования атомной энергетики, использующие системный анализ. В качестве критерия выбран критерий минимума обобщенных приведенных затрат за интервал прогнозирования. Содержание пособия, в основном, построено на примере большой электро-ядерной энергетики (ЭЯЭ). Указана связь между классическим и обобщенным методами приведенных затрат. Энергетические ядерные реакторы разделены на две основные группы — «потребители» и «наработчики» ядерного горючего. Рассматривается связь ЭЯЭ с урановой промышленностью, включая обогатительное производство. Физические и экономические параметры потребителей и наработчиков рассматриваются как входные данные задачи с учетом других, кроме быстрых бридеров, возможных альтернативных наработчиков (гибридные термоядерные, электроядерные установки). Приведен пример простого «аналитического» решения задачи оптимального прогнозирования.

Пособие предназначено для студентов, специализирующихся в области ядерной энергетики.

© Московский
инженерно-физический
институт, 1992 г.



ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время при рассмотрении проекта энергетического ядерного реактора определенного типа используется метод приведенных затрат, при котором выбираются параметры, определяющие конструкцию и физику реактора таким образом, чтобы приведенные затраты оказались наименьшими. Можно говорить, что оптимизация параметров ядерного реактора производится по критерию [1], если реактор предназначен для производства электроэнергии, себестоимость которой исчисляется в каких-либо условных единицах, например, в рублях:

$$P_3 = C + pK, \quad [P_3] = \frac{\text{руб.}}{\text{ГВт} \cdot \text{год}}. \quad (\text{В.1})$$

Здесь P_3 — приведенные затраты, C — себестоимость производства электроэнергии, руб/ГВт·год; p^* — так называемый коэффициент дисконтирования, 1/год [1]; K — капитальные затраты, отнесенные на 1 ГВт электрической мощности ядерного реактора, руб. Оптимизация по критерию (В.1) сводится к задаче такого выбора различных параметров, определяющих конструкцию и физику реактора, при котором P_3 оказываются наименьшими (при наличии ограничений на ряд функционалов, делающих решение оптимизационной задачи единственным).

Образно выражаясь, программирование на ЭВМ дает возможность исследователю задать ЭВМ вопрос: каким должен быть реактор данного типа и получить исчерпывающий (при характерных для данного типа реактора ограничениях) ответ.

Однако такая постановка задачи обладает существенным недостатком. В действительности мы имеем дело не с единственным реактором, а с системой реакторов данного типа. Кроме того, в системе электроядерной энергетики (ЭЯЭ) может оказаться совокупность реакторов разных типов. Они могут иметь или не иметь связей между собой. Совокупность реакторов может рассматриваться как стационарная или как развивающаяся во времени. В таких случаях оптимизация по критерию (В.1) может оказаться недостаточной и даже утратить свой смысл, и следует применять другой — обобщенный — критерий, используемый в методах системного анализа применительно к ЭЯЭ, развивающейся во времени.

Этот обобщенный критерий $I(T, t)$ может быть записан в непрерывной модели развития ЭЯЭ в виде:

* $\frac{1}{p}$ является нормативным сроком окупаемости капиталовложений [3].

$$I(T, t) = \int_T^t z(t') e^{-\rho(t'-T)} dt', \quad (\text{B.2})$$

где $z(t')$ — удельные затраты в момент времени $t' \geq T$ в совокупности различных типов ядерных энергетических реакторов, руб./ГВт·год [2, 3].

Чтобы понять связь критерия (B.2) с критерием (B.1), предположим, что мы имеем дело только с одним типом реактора, для которого затраты (по себестоимости) на производство электроэнергии равны C и не зависят от времени. Тогда, если $i(t')$ — поток капитальных затрат на сооружение новых реакторов данного типа, руб./год, $W(t')$ — совокупная электрическая мощность в момент $t' \in [T, t]$, ГВт, мы должны писать:

$$z(t') = C W(t') + i(t'), \quad (\text{B.3})$$

где $i(t')$ можно представить в виде:

$$i(t') = K \frac{dW(t')}{dt'}. \quad (\text{B.3a})$$

Недостаточность такого описания потока капитальных затрат будет обсуждена далее.

Предположим теперь, что до момента $t' = T$ ядерная энергетика отсутствовала, т. е.

$$W(t') = 0 \text{ при } t' < 0, \quad W(t') = W(T) \text{ при } t' = T. \quad (\text{B.4})$$

Пусть система реакторов данного типа стационарна, и все реакторы этой системы живут бесконечно долго. Это означает, что капитальные затраты на сооружение реакторов системы будут произведены лишь один раз в «стартовый» момент $t' = T$, так что

$$\int_T^t dt' i(t') e^{-\rho(t'-T)} = K W(T).$$

Тогда

$$\begin{aligned} I(T, t) &= C \int_T^t dt' W(T) e^{-\rho(t'-T)} + K W(T) = \\ &= \frac{C W(T)}{\rho} [1 - e^{-\rho(t-T)}] + K W(T), \end{aligned}$$

а при $\rho(t-T) \gg 1$

$$I(T, t) = \frac{W(T)}{\rho} (C + \rho K).$$

С точностью до множителя мы получили формулу (B.1). Таким образом, формула (B.1) справедлива лишь когда реактор

живет бесконечно долго, а система таких реакторов стационарна. Однако по критерию (В.1) можно сравнивать между собой реакторы разного типа и говорить, что один вариант реактора лучше другого, если его приведенные затраты меньше.

Называя функционал $I(T, t)$ обобщенными приведенными затратами за интервал прогнозирования $[T, t]$, будем говорить, что вариант развития ядерной энергетики лучше, если его обобщенные приведенные затраты меньше.

Полезно высказать некоторые соображения в отношении экспоненциального множителя в интеграле (В.2). Представим себе элементарную арифметическую задачу о вычислении вклада в банк с помощью годового банковского процента p , 1/год. Тогда если было вложено C руб., то спустя r лет вкладчик может получить

$$C_r = C(1+p)^r = C(1+p\Delta t)^{\frac{t-T}{\Delta t}},$$

где $\Delta t = 1$ год, $r = \frac{t-T}{\Delta t}$ — число интервалов Δt во временном интервале $[T, t]$, T — момент времени, когда вклад был сделан, t — когда он был изъят.

Тогда

$$C = C_r(1+p\Delta t)^{\frac{-(t-T)}{\Delta t}}.$$

Это выражение может быть заменено другим (приближенно), если воспользоваться известным пределом

$$\lim_{y \rightarrow 0} (1+y)^{\frac{-(t-T)p}{y}} = e^{-p(t-T)}$$

так, что можно писать $(1+y)^{\frac{-(t-T)}{y}} \cong e^{-p(t-T)}$ при $y \ll 1$, т. е. с точностью до членов высшего порядка малости по сравнению с единицей. Полагая $y = p\Delta t$, получим $C = C_r e^{-p(t-T)}$.

Здесь параметр p , определенный ранее как коэффициент дисконтирования, выступает в ином качестве — как универсальная постоянная, определяющая банковский процент. В Советском Союзе было принято $p \ll 0,1 \ll 1$, т. е. удовлетворяет указанным выше требованиям точности.

В рассмотренном здесь «затратном механизме» экспонента $e^{-p(t-T)}$ как бы позволяет привести разновременные затраты к единой точке отсчета времени $t=T$, показывая, что для получения нужного эффекта в момент $t > T$ требуется в $e^{-p(t-T)}$ раз меньше денег, чем в момент $t=T$.

Условимся в терминологии. Будем говорить, что в многокомпонентной ЭЯЭ рассматривается N типов систем энергетических ядерных реакторов, поведение которых во времени описывается вектором структуры ЭЯЭ

$$S(t') = \text{col}[W_1(t'), W_2(t'), \dots, W_N(t')],$$

где $W_n(t')$ — совокупная тепловая мощность реакторов n -го типа; $n = 1, 2, \dots, N$, $t' \in [T, t]$. Математическая модель ЭЯЭ задана, если указана функциональная связь

$$z(t') = F[S(t')] \quad (\text{B.4a})$$

(безразлично какая, линейная или нелинейная), позволяющая однозначно и непрерывно определять $z(t')$ по заданному вектору структуры $S(t')$. Если не наложено специальных ограничений, то

$$\min_S F[S] = 0. \quad (\text{B.4б})$$

В качестве такого ограничения примем график $W(t')$ электрической мощности ЭЯЭ, который в форме непрерывной функции $t' \in [T, t]$ будет представлен в виде

$$W(t') = \sum_{n=1}^N \varphi_n(t') \eta_n(t') W_n(t') > 0^*, \quad (\text{B.5})$$

где φ_n — коэффициент использования мощности (КИМ) реактора n -го типа (отношение числа суток, фактически используемых в году, для выработки электроэнергии, к числу суток в году); η_n — КПД (нетто) АЭС с реактором n -го типа. Задача ставится на определение такого вектора $S(t')$ в зависимости от t' и от его распределения по компонентам, при котором функционал $I(T, t)$ оказывается наименьшим. Ясно, что ограничение (B.5) не дает возможности минимуму функционала I стать равным нулю.

Итерационный процесс, приводящий к решению такой задачи, должен быть построен так, чтобы ее решение (с ограничением (B.5), а также с возможными другими ограничениями, о которых речь будет ниже) было единственным.

* Здесь для удобства изложения принята непрерывная форма записи, означающая, что правая часть (B.5) есть сокращенная форма записи дискретного представления вида $W(t') = \sum_{n=1}^N \varphi_n(t_i) \eta_n(t_i) W_n(t_i)$, $i = 1, 2, \dots, I$ (см. ниже формулу (6.1)). Такая формула может быть извлечена из государственного плана развития электрических мощностей.

В такой постановке вопроса ЭЯЭ оказывается системой замкнутой в себе в том смысле, что в этой модели она не оказывает влияния на другие отрасли народного хозяйства, без которых, однако, не может существовать. Например, при сооружении новых АЭС требуются материалы, которые производятся другими отраслями. Цена, или себестоимость материалов, входит как часть в величину $z(t')$, но не учитывается обратное воздействие, которое может повлиять на развитие производственных мощностей поставщиков. Например, большую роль в расчете будет играть взаимодействие с горнорудной урановой промышленностью. При любой структуре ядерной энергетики обязательно нужен уран, а впоследствии, возможно, и торий. Запасы природного урана обычно разбиваются на группы по себестоимости их извлечения из руд, что связано со степенью обогащения руды ураном. Одностороннее взаимодействие с урановой промышленностью здесь наблюдается лишь в том смысле, что по мере извлечения дешевых руд уран начинает дорожать. Но это изменение происходит не вследствие того, что потребитель (ЭЯЭ) воздействовал на производителя (урановую промышленность). Не предполагается, что при этом изменилась технология извлечения урана из руд. Такой односторонний тип взаимодействия характерен для механизма приведенных затрат.

Аналогичное замечание можно сделать в отношении коэффициента дисконтирования ρ . В принципе, он характеризует действие воспроизводства народного хозяйства в целом, а его обратная величина определяет постоянную времени развития производства товаров (группы А и группы Б).

Рост производительности труда на основе научно-технического прогресса должен привести к сокращению постоянной времени, т. е. к зависимости коэффициента ρ от времени. Зависимость $\rho = \rho(t')$ может быть введена в формулу (В.2), но эта зависимость должна рассматриваться в числе входных данных расчета. Здесь мы снова видим односторонний характер взаимодействия, который можно выразить в следующем определении.

Оптимизация структуры ЭЯЭ по модели обобщенных приведенных затрат производится при фиксированных входных данных задачи, к которым кроме заданного графика $W(t')$, относятся также коэффициент дисконтирования ρ и коэффициенты функционала F (В.4а).

§ 1. ФОРМУЛИРОВКА ОСНОВНОГО ОПТИМИЗАЦИОННОГО АЛГОРИТМА

Если структура ЭЯЭ дана в форме указанного во введении вектора

$$S(t') = \text{col}[W_1(t'), W_2(t'), \dots, W_N(t')] \quad (1.1)$$

и физические характеристики реакторов АЭС n -го типа известны, то по графику векторной функции $S(t')$ можно (однозначно) построить график числа $U(t')$, потребленного к моменту времени t' природного урана, и записать в виде линейной операции

$$U = \hat{Q} S, \quad U = U(t'). \quad (1.2)$$

В дальнейшем U будем называть интегральным потреблением природного урана.

Обозначим себестоимость природного урана урановой промышленности z , руб./кг природного урана. Геологоразведочные работы дают основание для построения $z = f(U)$ распределения z в зависимости от ресурсов природного урана U , примерный график которого представлен на рис. 1.1. Наименьшее

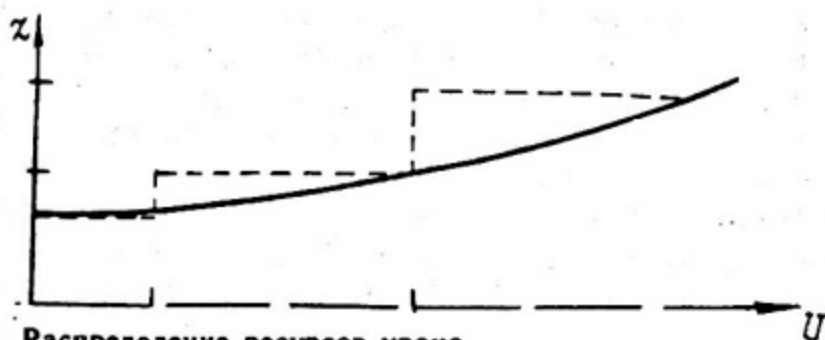


Рис. 1.1. Распределение ресурсов урана

значение z относится к наиболее дешевым рудам, остальные — к более дорогим. Если принять во внимание уран в мировом океане или уран в изверженных породах (граниты, базальты), то их запасы на нашей планете практически неограниченны и могли бы обеспечить ядерным горючим (ЯГ) ядерную энергетику на миллиарды лет. Такой уран назовем рассеянным*. Себестоимость его извлечения по сравнению с себестоимостью извлечения урана из дешевых руд гораздо дороже (возможно в 4—5 раз).

* Представление о ресурсах урана и тория на Земле можно получить из работ [4, 5].

Теперь можно построить следующую номограмму: взяв в качестве U величину, рассчитанную по формуле (1.2), получаем график $U(t')$ (рис. 1.2). Скомпоновав графики, как это показано на рис. 1.3, находим $z=z(t')$ для любого момента $t' \in [T, t]$, которая будет иметь вид монотонно возрастающей функции.

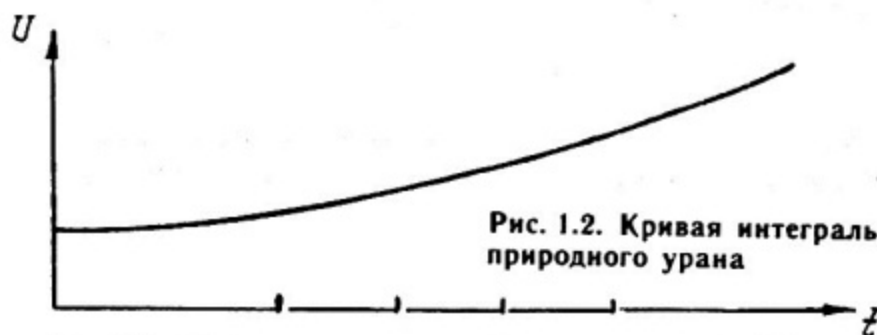


Рис. 1.2. Кривая интегрального потребления природного урана

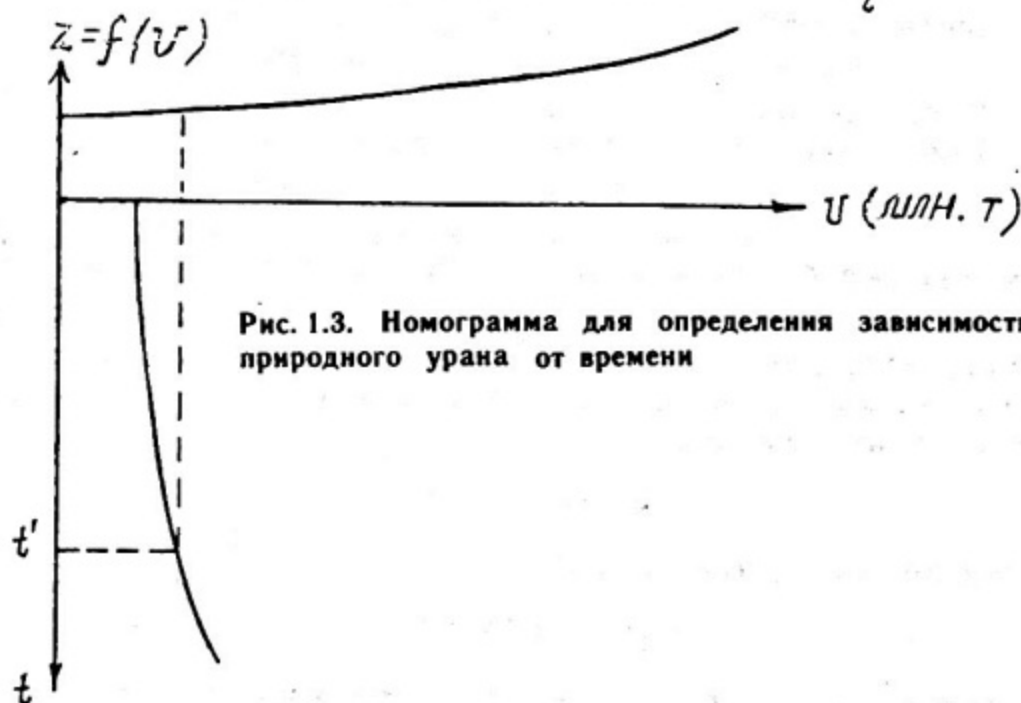


Рис. 1.3. Номограмма для определения зависимости цены природного урана от времени

Таким образом, по заданному графику $S(t')$ получена функция $z=z(t')$ стоимости природного урана, потребляемого из урановой промышленности, т. е. найдена зависимость

$$S(t') \Rightarrow z(t').$$

Обозначим момент времени исчерпания запасов дешевого* урана t_0 . Если $t_0 > t$, то в интервале $[T, t]$ мы не выходим за

* Предполагается, что все ресурсы природного урана можно разбить на некоторое (конечное) число групп. Каждой группе приписывается средняя стоимость ее извлечения из недр и предполагаемая величина запасов в млн. т. Уран из группы с наименьшей стоимостью извлечения называем дешевым.

пределы ресурсов дешевого урана и $z(t') = \text{const}$ при $t' \in [T, t']$. При умеренном темпе развития ЭЯЭ, который и ожидается в ближайшем будущем, такая ситуация вполне возможна. В общем случае может оказаться $t_0 \in [T, t]$.

Рассмотрим следующий оптимизационный алгоритм. В качестве некоторого нулевого приближения выберем следующее значение вектора структуры

$$S_0(t') = \text{col} [W_1(t'), 0, \dots, 0]. \quad (1.3)$$

Имеется в виду однокомпонентный вектор структуры, причем в силу (B.5) этот вектор однозначно определен, так как

$$W_1(t') = \frac{W(t')}{\varphi_1 \eta_1}. \quad (1.3a)$$

Будем считать, что $W_1(t')$ описывает совокупную мощность тепловых реакторов одного типа, скажем ВВЭР-1000, на которых ЭЯЭ, видимо, будет развиваться довольно длительное время. Такой вариант развития назовем базовым. Тогда по формуле (1.2) определяется график $U_0(t')$ интегрального потребления природного урана в базовом варианте и затем график $z_0(t')$ в том же базовом варианте. Будем теперь считать, что не только физические, но и экономические характеристики реакторов, входящих в систему ЭЯЭ нам заданы, а также (как это указано во введении) задана математическая модель ЭЯЭ, т. е. задана функция

$$z(t') = F[S(t')]. \quad (1.4)$$

Тогда мы можем построить функцию

$$z_0(t') = F[S_0(t')]$$

для базового варианта и сосчитать функционал (B.2), т. е.

$$I_0(T, t) = \int_T^t dt' z_0(t') e^{-\rho(t'-T)}.$$

Учет других альтернативных типов реакторов может сделать базовый вариант не оптимальным. Тогда, взяв за основу найденный график $z_0(t')$, можно, используя хорошо известные методы линейного или нелинейного программирования, найти минимум функционала (B.2), который мы теперь перепишем в виде:

$$I(T, t) = \int_T^t dt' z(t') e^{-\rho(t'-T)} = \int_T^t dt' F[S(t')] e^{-\rho(t'-T)}. \quad (1.5)$$

Ему соответствует $S_{\text{опт}}(t')$, которое мы обозначим как $S_1(t')$ с соответствующим значением $I_1(T, t)$, причем

$$I_0(T, t) > I_1(T, t) > 0.$$

Здесь $I_1(T, t) > 0$ в силу ограничения (В.5).

Взяв за основу $S_1(t')$ и повторяя все вычисления, выполненные для базового варианта, получим схему предлагаемого алгоритма в виде

$$\begin{aligned} S_0(t') \Rightarrow S_1(t') \Rightarrow S_2(t') \Rightarrow \dots \\ I_0(T, t) > I_1(T, t) > I_2(T, t) > \dots \end{aligned} \quad (1.6)$$

Отсюда видно, что при использовании на каждом шаге итерационного процесса ограничения (В.5), мы получаем предел

$$\lim_{m \rightarrow \infty} I_m(T, t) = I_{\infty}(T, t) > 0.$$

Кроме того, будет получен предел по векторной норме

$$\lim_{m \rightarrow \infty} S_m(t') = S_{\infty}(t'),$$

а также равномерный предел по норме непрерывных функций

$$z_0(t') \Rightarrow z_1(t') \Rightarrow \dots \Rightarrow z_{\infty}(t') > 0. \quad (1.7)$$

Базовый вариант, использованный для начала итерационного процесса, удобен тем, что сразу позволяет понять, находится ли точка t_0 на рис. 1.4 в пределах интервала $[T, t]$ или вне его.

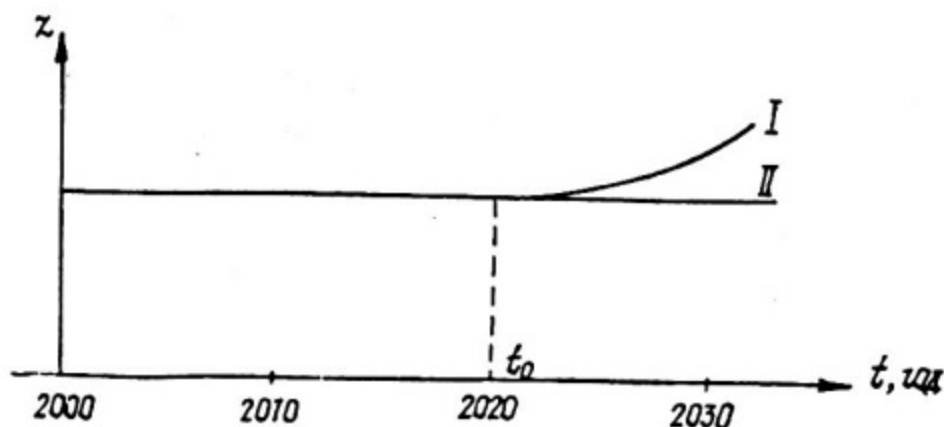


Рис. 1.4. Относительный рост себестоимости урана: I — быстрый рост потребления урана; II — умеренное потребление природного урана

При умеренном темпе развития ЭЯЭ число t_0 может оказаться в пределах эксплуатации дешевых месторождений природного урана. Тогда процесс заканчивается на первом этапе, $z_0(t') = \text{const}$ при любом $t' \in [T, t]$ и

$$I_0(T, t) > I_1(T, t) = I_\infty(T, t).$$

Дальнейшие итерации не дадут новой информации, и процесс будет закончен с минимальной затратой вычислительных средств.

§ 2. ПРОСТЕЙШИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЯЭ

По определению математическая модель должна описывать взаимодействие между собой АЭС с реакторами разных типов. Простейший случай, когда имеется лишь один тип реактора, мы уже видели в § 1 на примере структуры $S_n(t')$. Рассмотрим теперь другой характерный пример, когда $W_1(t')$ — совокупная тепловая мощность быстрых реакторов, работающих в режиме расширенного воспроизводства ЯГ, каковым может быть плутоний либо уран-233. В первом случае мы имеем дело с урановым, во втором — с ториевым циклом.

Будем говорить, что имеет место замкнутый топливный цикл, если ЯГ потребляется внутри ЭЯЭ и ни для каких целей из нее не выводится. Предполагается рефабрикация твэлов и вводится понятие времени переработки T_n , лет. Имея в виду конкретную конструкцию быстрого реактора, можно говорить о времени переработки материала активной зоны $T_{n,a}$, времени переработки боковой зоны воспроизводства $T_{n,бок}$, времени переработки торцевых зон воспроизводства $T_{n,тор}$.

Обозначим число реакторов АЭС развивающихся во времени с самообеспечением по плутонию $N(t)$. Можно говорить, что $N(t)$ измеряется числом активных зон (или числом кассет, твэлов и т. п.).

Если T_a — длина кампании в активной зоне быстрого реактора (БР), а $i(t)$ — скорость строительства активных зон БР в момент времени t , то в непрерывной модели развития процесса мы должны писать:

$$\frac{dN(t)}{dt} = i(t) - i(t - T_a), \quad (2.1)$$

где $i(t - T_a)$ — поток активных зон на перерабатывающий завод в момент времени t , равный их количеству в год, сооруженных в момент $t - T_a$. Это балансное соотношение по числу активных зон. Составим теперь баланс по ЯГ.

Пусть $P_0 = P_f + \delta P_f$ — загрузка ЯГ в БР, кг, которая состоит из критической загрузки P_f и избытка ЯГ над критмассой δP_f , необходимого для компенсации выгорания за время кампании T_a . Тогда

$$P_0 i(t) = \dot{Q}_i(t) + \dot{Q}_s(t), \quad (2.2)$$

где $P_0 i(t)$ — скорость потребления ЯГ для сооружения новых активных зон системы БР, кг/год; $\dot{Q}_i(t)$ — скорость поступления

ЯГ, извлеченного из твэлов активной зоны, в систему реакторов; $\dot{Q}_s(t)$ — скорость поступления с перерабатывающего завода ЯГ, извлеченного из твэлов экрана (т.е. из зон воспроизводства) в систему реакторов.

Среди возвращаемого в реактор ЯГ существует часть наработанного вторичного ЯГ. Поэтому целесообразно представить полный коэффициент воспроизводства (КВ) БР в виде суммы:

$$КВ = КВА + КВЭ, \quad КВЭ = КВЭ_{бок} + КВЭ_{тор},$$

где КВА — коэффициент воспроизводства активной зоны, КВЭ_{бок} и КВЭ_{тор} — коэффициенты воспроизводства боковой и торцевой части экрана соответственно.

Из каждой активной зоны поступает на переработку $P_0 - \delta P_1 (1 - КВА)$ ЯГ, а возвращается обратно с учетом потерь

$$\varepsilon [P_0 - \delta P_1 (1 - КВА)],$$

где ε — доля ЯГ, избежавшего невозвратимых потерь в процессе рефабрикации.

Обозначая относительную глубину выгорания $\Delta = \frac{\delta P_1}{P_0}$, получим

$$\dot{Q}_s(t) = P_0 \varepsilon [1 - \Delta (1 - КВА)] i(t - T_s - T_{п.а}), \quad (2.3)$$

рассматриваемое как часть того, что необходимо для сооружения новых реакторов в момент времени t . Эта часть, как и должно быть, пропорциональна скорости сооружения новых реакторов в предшествующий момент $t - T_s - T_{п.а}$.

Скорость производства вторичного ЯГ в боковой зоне воспроизводства в БР по определению равна:

$$(a) \quad \frac{\delta P_1}{T_s} КВЭ_{бок},$$

а в торцевой

$$(б) \quad \frac{\delta P_1}{T_s} КВЭ_{тор}.$$

Вклад этих слагаемых в общее количество $i(t) P_0$, кг/год ЯГ, потребляемого для строительства новых активных зон, равен тому количеству реакторов системы, которое для слагаемого (а) в момент $t = T_{э,бок} - T_{п,бок}$, а для (б) в момент $t = T_{э,тор} - T_{п,тор}$.

Если при этом ввести еще вероятность избежать потерь при рефабрикации ε , то получим

$$\begin{aligned} \dot{Q}_z(t) = & \varepsilon \frac{\delta P_I}{T_s} \text{КВЭ}_{\text{бок}} N(t - T_{z,\text{бок}} - T_{п,\text{бок}}) + \\ & + \varepsilon \frac{\delta P_I}{T_s} \text{КВЭ}_{\text{тор}} N(t - T_{z,\text{тор}} - T_{п,\text{тор}}). \end{aligned} \quad (2.4)$$

В результате получаем балансное соотношение по ЯГ:

$$\begin{aligned} i(t) = & \varepsilon [1 - \Delta(1 - \text{КВА})] i(t - T - T) + \\ & + \varepsilon \frac{\Delta}{T_s} \text{КВЭ}_{\text{бок}} N(t - T_{z,\text{бок}} - T_{п,\text{бок}}) + \\ & + \varepsilon \frac{\Delta}{T_s} \text{КВЭ}_{\text{тор}} N(t - T_{z,\text{тор}} - T_{п,\text{тор}}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Уравнения (2.1) и (2.5) являются системой двух функциональных линейных уравнений с двумя неизвестными. С помощью приема составления характеристического уравнения системы будем искать ее решение в виде

$$N(t) = N_0 e^{\omega t}, \quad i(t) = C N_0 e^{\omega t}, \quad N_0 = N(0). \quad (2.5a)$$

Подстановка этой формулы в (2.1), а затем в (2.5) дает

$$C = \frac{\omega}{1 - e^{-\omega T_s}}. \quad (2.5b)$$

Характеристическое уравнение получаем в виде

$$F(\omega) = 0, \quad (2.6)$$

где

$$\begin{aligned} F(\omega) = & 1 - \varepsilon [1 - \Delta(1 - \text{КВА})] e^{-\omega(T_s + T_{п,z})} - \\ & - \varepsilon \Delta \frac{1 - e^{-\omega T_s}}{\omega T_s} \left[\text{КВЭ}_{\text{бок}} e^{-\omega(T_{z,\text{бок}} + T_{п,\text{бок}})} + \right. \\ & \left. + \text{КВЭ}_{\text{тор}} e^{-\omega(T_{z,\text{тор}} + T_{п,\text{тор}})} \right]. \end{aligned} \quad (2.6a)$$

Формула (2.6) — трансцендентное уравнение, которое в условиях расширенного воспроизводства ($\text{КВ} > 1$) имеет решение $\omega = \omega_{\text{БР}} > 0$. В этом случае $\omega_{\text{БР}}$ имеет смысл постоянной времени экспоненциального закона развития ЭЯЭ на быстрых реакторах в режиме самообеспечения по ЯГ.

Выражение

$$\tau_2 = \frac{\ln 2}{\omega_{\text{БР}}} \quad (2.7)$$

называется временем удвоения БР данного типа и является тем временем, в течение которого число одновременно работающих БР (или их совокупная мощность) удваивается в условиях замкнутого топливного цикла.

Решение уравнения (2.6) производится методом последовательных приближений, например в таком виде:

$$F(\omega) = F(\omega_0) + (\omega - \omega_0) F'(\omega_0) + O[(\omega - \omega_0)^2].$$

Первые два слагаемых — это члены разложения в ряд Тейлора (т. е. линеаризованная часть функции $F(\omega)$), а остаточный член обозначен как $O[(\omega - \omega_0)^2]$. Отбрасывая его, находим $\omega = \omega_1$ по формуле:

$$(\omega_1 - \omega_0) = \frac{F(\omega_0)}{-F'(\omega_0)}.$$

Последующие итерации дадут

$$\omega_i - \omega_{i-1} = \frac{F(\omega_{i-1})}{-F'(\omega_{i-1})}.$$

В пределе получим

$$\omega_i \xrightarrow{i \rightarrow \infty} \omega_{БР},$$

если в окрестности $\omega_{БР}$ нет точек перегиба на графике функции $F(\omega)$.

Число $\omega_{БР}$ достаточно надежно (не выходя за рамки области сходимости метода последовательных приближений) можно вычислить, используя только два первых члена разложения экспонент вида $e^{-\omega T}$ в ряд Маклорена $e^{-\omega T} \cong 1 - \omega T$, что будет достаточно точно при $(\omega T)^2 \ll 1$. При этом функция $\frac{1 - e^{-\omega T}}{\omega T} \cong 1 - \frac{\omega T}{2} \approx 1$, и мы получим известную формулу Л. Н. Усачева [6, с. 379—382], а также [7]:

$$\tau_2 = \ln 2 \left\{ \frac{[1 - \Delta(1 - KBA)](T_{э,а} + T_{п,а}) + \Delta KВЭ_{бок}(T_{э,бок} + T_{п,бок})}{\Delta(KB - 1) - (1 - \epsilon)/\epsilon} + \frac{\Delta KВЭ_{тор}(T_{э,тор} + T_{п,тор})}{\Delta(KB - 1) - (1 - \epsilon)/\epsilon} \right\}. \quad (2.8)$$

Время удвоения, подсчитанное по формуле такого типа, иногда называют линейным. Учет КИМ ϕ производится делением (2.8) на $\phi < 1$.

Время удвоения ранее использовалось несколько формально: считалось, что чем меньше время удвоения, тем бридер лучше.

Имеются оптимизационные программы по критерию времени удвоения.

Но у времени удвоения есть еще другой смысл. Можно говорить, что $\omega_{БР} = \frac{\ln 2}{\tau_2}$ определяет способность системы БР данного типа к выдаче «товарного» ЯГ (плутония или урана-233) в условиях, когда постоянная времени ω_A системы АЭС с БР указанного типа задана. Тогда сразу должно быть ясно, что если $\omega_{БР} > \omega_A$ (т.е. $\tau_2 < \frac{\ln 2}{\omega_A}$), то у реактора остается избыток

ЯГ сверх того, что нужно для выполнения графика $e^{\omega_A t}$. Этот плутоний может рассматриваться как «товарный»*.

Однако для наработанного таким образом ЯГ можно указать способ его использования внутри самой системы ЭЯЭ, замкнутой в себе, и слово «товарный» в этом случае будет использовано неправомерно.

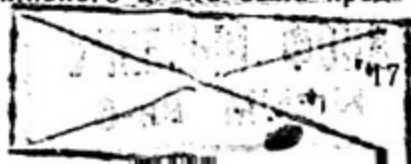
В настоящее время развитие ЭЯЭ идет исключительно на тепловых реакторах (ТР). Развитие системы БР практически возможно лишь путем замены отслуживших свой срок ТР на новые БР, так как суммарный график развития мощностей должен быть сохранен. Срок жизни для современных АЭС ~ 50 лет, и имеет величину примерно равную интервалу прогнозирования $[T, t]$. Желательно, чтобы тепловые реакторы в течение этого времени проработали на дешевом уране, но его может не хватить на весь отрезок времени интервала прогнозирования. В этих условиях целесообразно избыток ЯГ, образующегося в результате работы БР, использовать для загрузки в тепловой реактор. Тогда можно использовать условия, при которых образуется пара «производитель плутония» и «потребитель плутония», т.е. пара БР + ТР. Такая пара как простейший двухкомпонентный вариант развития ЭЯЭ и будет нами рассматриваться далее, с обобщением на многокомпонентный случай.

Заметим, что система БР, работающая в режиме расширенного воспроизводства по плутонию ([6, с. 372]), способна «сжечь» весь ^{238}U , заключенный в природном уране, для целей производства электроэнергии. Такой БР может быть назван устройством для сжигания ^{238}U . В этом случае и пара ТР + БР**

* Термин условный, так же как понятие цены плутония. Гарантии МАГАТЭ по «нераспространению» запрещают рассматривать плутоний как товар. О себестоимости производства плутония в БР данного типа говорить, конечно, можно.

** Такую пару иногда называют симбиозной [8, 9]. По-видимому, впервые симбиозная пара для смешанного, уран-ториевого топливного цикла была предложена в [10] (см. также [11, с. 375]).

НИЯУ МИФИ
г. Москва



двухкомпонентная или многокомпонентная может рассматриваться как устройство для сжигания ^{238}U .

Введем понятие производящей способности какого-либо наработчика ($\text{ПС}_{\text{нар}}$) вторичного ЯГ. Это может быть БР, гибридный термоядерный реактор (ГТЯР), электроядерная установка (ЭЯУ). Реакторы деления, как наработчики ЯГ, обладают специфическими особенностями. Выдается из реактора как «товарное» лишь та часть ЯГ, которая нарабатывается сверх критической массы, и будет называться далее избыточным ЯГ. Для БР с плутониевой загрузкой производящую способность определим выражением:

$$\text{ПС}_{\text{БР}} = \frac{G [\tau \text{ избыточного Pu/год}]}{W_{\text{БР}} [\text{ГВт}(\tau)]}. \quad (2.9)$$

Здесь и в дальнейшем имеется в виду тепловая мощность $W_{\text{БР}}^*$ одного реактора или системы реакторов одного типа, что на величине производящей способности не скажется.

В соответствии с этим вводится определение потребляющей способности потребителя (ПСП), т.е. в данном случае ТР,

$$\text{ПСП}_{\text{ТР}} = \frac{G [\tau \text{ Pu/год}]}{W_{\text{ТР}} [\text{ГВт}(\tau)]}. \quad (2.10)$$

Тогда в стационарном случае имеет место следующее простое балансное соотношение по ЯГ, справедливое в условиях замкнутого топливного цикла:

$$\text{ПС}_{\text{БР}} W_{\text{БР}} = \text{ПСП}_{\text{ТР}} W_{\text{ТР}}.$$

Отсюда вытекает отношение

$$b_{\text{ТР+БР}} = \frac{W_{\text{ТР}}}{W_{\text{БР}}} = \frac{\text{ПС}_{\text{БР}}}{\text{ПСП}_{\text{ТР}}}, \quad (2.10a)$$

которое равно количеству тепловых реакторов, приходящемуся на один быстрый наработчик равной тепловой мощности. Иначе говоря, $b_{\text{ТР+БР}}$ равно числу ТР, которые может «запитать» один БР, если считать, что все они имеют одинаковую тепловую мощность. Очевидно, что это число является наглядной характеристикой возможностей БР как наработчика плутония.

* Тепловую мощность здесь использовать удобнее, т.к. возможны наработчики ЯГ без производства электроэнергии. Впрочем, связь между тем и другим устанавливается с помощью термодинамического КПД_{нетто}, который мы обозначаем символом η .

Простые вычисления, опирающиеся на определение (2.9), дают следующую формулу (см. приложение 1):

$$ПС_{БР} = 0,327 \frac{(КВ_{БР}^{(9)} - 1)(1 + \alpha_{БР}^{(9)}) A_9}{M_{БР} E_I} \Phi_{БР}. \quad (2.11)$$

Коэффициент воспроизводства $КВ_{БР}$ здесь определен как отношение наработанного за кампанию T_a активной зоны БР количества плутония (и в активной зоне и в зонах воспроизводства) к выгоревшему за то же время в активной зоне плутонию.

$\alpha_{БР}^{(9)}$ означает отношение $\frac{\Sigma_c^{(9)}}{\Sigma_f^{(9)}}$, усредненное по спектру БР; $M_{БР}$ —

коэффициент усиления мощности плутониевой загрузки, т.е. отношение всей тепловой мощности БР к мощности, вырабатываемой только на плутониевой загрузке активной зоны ($M_{БР} = W_{БР} / W_{зс}^{(9)} \approx 1,2 \div 1,3$ с превышением над единицей, главным образом, за счет делений в уране-238 при небольшом количестве наработанного плутония), $A_9 \approx 240$ — массовое число плутония; $\Phi_{БР}$ — КИМ.

Аналогично может быть найдена потребляющая способность ТР (см. приложение 1)

$$ПСП_{ТР} = 0,327 \frac{(1 - КВ_{ТР}^{(9)})(1 + \alpha_{ТР}^{(9)}) A_9}{M_{ТР} E_I} \Phi_{ТР}. \quad (2.12)$$

$M_{ТР} = \frac{W_{ТР}}{W_{ТР}^{(9)}}$, как и в формуле (2.11).

Тогда по формуле (2.10а) получим

$$b_{ТР+БР} = \frac{КВ_{БР}^{(9)} - 1}{1 - КВ_{ТР}^{(9)}} \frac{\Phi_{БР}}{\Phi_{ТР}} \frac{M_{ТР}(1 + \alpha_{БР}^{(9)})}{M_{БР}(1 + \alpha_{ТР}^{(9)})}. \quad (2.13)$$

Последний множитель здесь не существенно отличается от единицы, и (если принять $\frac{\Phi_{БР}}{\Phi_{ТР}} \approx 1$), можно писать:

$$b_{ТР+БР} \cong \frac{КВ_{БР}^{(9)} - 1}{1 - КВ_{ТР}^{(9)}}. \quad (2.13а)$$

Например, при $КВ_{БР}^{(9)} = 1,5$; $КВ_{ТР}^{(9)} = 0,5$ мы имеем $b_{ТР+БР} = 1$, т.е. 1 бридер может «запитать» примерно 1 ТР той же тепловой мощности. Учитывая, что сооружение большого энергетического БР примерно в 2 раза дороже сооружения ТР той же мощности, хорошо бы увеличить $КВ_{БР}^{(9)}$ и, соответственно, увеличить $КВ_{ТР}^{(9)}$.

Последнее произойдет естественным путем, если перейти от загрузки ураном-235 ($3 \div 4\%$ обогащения) к загрузке плутонием, проделав необходимые конструктивные мероприятия, связанные с изменением топливной композиции реактора. Расчеты показывают, что при этом КВ повысится на $0,15 \div 0,2$ и можно принять

$$КВ_{ТР}^{(9)} = 0,7. \quad (2.136)$$

В БР с плутониевой загрузкой также можно повысить $КВ_{БР}^{(9)}$ на 0,2 и принять $КВ_{БР}^{(9)} = 1,7$. Тогда получим

$$b_{ТР+БР} = \frac{0,7}{0,3} = 2,33.$$

Теперь БР в состоянии «запитать» ядерным горючим более чем два ТР той же тепловой мощности при одинаковых φ и η . Высокая удельная стоимость сооружения БР по сравнению с ТР является характерным для периода времени перед промышленным внедрением такого способа производства электроэнергии, который находится на этапе физической и технической демонстрации возможностей его применения.

Однако использование БР как наработчика в паре с ТР, более дешевым по удельным капитальным вложениям, сразу же облегчает ситуацию, что легко увидеть путем прямого расчета капитальных затрат по формуле

$$W K_{ТР+БР} = \varphi_{ТР} \eta_{ТР} K_{ТР} W_{ТР} + \varphi_{БР} \eta_{БР} K_{БР} W_{БР}, \quad (2.14)$$

где в соответствии с определением (В.5)

$$W = \varphi_{ТР} \eta_{ТР} W_{ТР} + \varphi_{БР} \eta_{БР} W_{БР}. \quad (2.15)$$

После деления (2.14) на (2.15) получим:

$$K_{ТР+БР} = \frac{\varphi_{ТР} \eta_{ТР} K_{ТР} W_{ТР} + \varphi_{БР} \eta_{БР} K_{БР} W_{БР}}{\varphi_{ТР} \eta_{ТР} W_{ТР} + \varphi_{БР} \eta_{БР} W_{БР}}.$$

После использования (2.10а) придем к выражению:

$$K_{ТР+БР} = \frac{\varphi_{ТР} \eta_{ТР} K_{ТР} + (\varphi_{БР} \eta_{БР} K_{БР} - \varphi_{ТР} \eta_{ТР} K_{ТР}) \frac{1}{1+b_{ТР+БР}}}{\varphi_{ТР} \eta_{ТР} + (\varphi_{БР} \eta_{БР} - \varphi_{ТР} \eta_{ТР}) \frac{1}{1+b_{ТР+БР}}}. \quad (2.16)$$

Если считать $\varphi_{ТР} = \varphi_{БР} \approx 0,8$, то величины $\varphi_{ТР} \eta_{ТР}$ и $\varphi_{БР} \eta_{БР}$ для современных установок будут не очень сильно отличаться друг от друга. Чтобы понять основной эффект, примем

$$\varphi_{\text{ТР}} \eta_{\text{ТР}} \cong \varphi_{\text{БР}} \eta_{\text{БР}},$$

и тогда

$$K_{\text{ТР+БР}} = K_{\text{ТР}} + \frac{K_{\text{БР}} - K_{\text{ТР}}}{1 + b_{\text{ТР+БР}}}. \quad (2.17)$$

Отсюда вытекает следующее свойство пары:

$$K_{\text{ТР}} < K_{\text{ТР+БР}} < K_{\text{БР}} \text{ при } K_{\text{БР}} > K_{\text{ТР}}. \quad (2.17a)$$

Например, при $b_{\text{ТР+БР}} = 1$, $K_{\text{БР}} = 2K_{\text{ТР}}$ мы получили бы

$$K_{\text{ТР+БР}} = \frac{3}{2} K_{\text{ТР}},$$

а при $b_{\text{ТР+БР}} = 2,33 = 2\frac{1}{3}$ оказалось бы

$$K_{\text{ТР+БР}} = 1,3 K_{\text{ТР}}.$$

Иначе говоря, увеличение на 0,2 $K_{\text{БР}}$ и $K_{\text{ТР}}$ привело к экономии на (13 ÷ 14 %) в затратах на строительство. Отсюда видна и роль коэффициента воспроизводства, и роль удельной стоимости строительства пары по сравнению с элементарным арифметическим суммированием входящих в пару мощностей.

БР не единственный способ наработки ЯГ из урана. Ближайшей по времени альтернативой является ГТЯР, основанный на реакции синтеза (D, T) с испусканием термоядерного нейтрона с энергией 14,1 МэВ и α -частицы с энергией 2,5 МэВ. α -частица остается в плазменной камере с магнитным удержанием плазмы*, нейтрон пронизывает первую стенку камеры и высаживает свою кинетическую энергию и энергию связи (в общей сложности ≈ 20 МэВ) в бланкете ГТЯР. Если в бланкет загрузить уран (обогащенный или отвалый) или торий, то в соответствии с урановым или ториевым циклом в бланкете будет нарабатываться плутоний или уран-233 соответственно, что и дает возможность рассматривать ГТЯР как наработчик ЯГ. Это физически совершенно другой способ наработки ЯГ по сравнению с БР: нейтрон производится за счет реакции синтеза и может быть введен коэффициент наработки $K_{\text{ГТЯР}}^{(9)}$ плутония из урана (если речь идет об уран-плутониевом цикле), определяемый как число ядер плутония на одну (D, T)-реакцию или на 1 ТЯР-нейтрон, что одно и то же. Чтобы обеспечить стационарное протекание этой реакции, требуется помимо дейтерия

* Конкурирующим является способ инерционного удержания плазмы, так называемый лазерный термоядерный синтез.

иметь еще источник производства трития. Производится он при облучении нейтронами ${}^6\text{Li}$, который загружается в бланкет ровно в таком количестве, сколько нужно для поддержания стационарной (D, T) -реакции плюс то избыточное его количество, которое требуется для загрузки тритием вновь строящихся ГТЯР. Для должных количественных оценок вводится коэффициент наработки трития из лития бланкета, обозначаемый нами как $\text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(3)}$ — число ядер трития на одну (D, T) -реакцию. В отличие от $\text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(9)}$ эта величина является коэффициентом воспроизводства по тритию, так как на одну (D, T) -реакцию затрачивается одно ядро трития и можно говорить, что $\text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(3)}$ есть число ядер вторичного трития на одно сгоревшее ядро трития. Поэтому можно ввести полный коэффициент наработки

$$\text{KB}_{\text{ГТЯР}} = \text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(9)} + \text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(3)}.$$

Оказывается, исключительно высокая мощность (D, T) -реакции, приходящаяся на единицу трития*, приводит к тому, что даже небольшой избыток $\text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(3)}$ над единицей ($\text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(3)} - 1 \ll 0,1 \ll 1$) приводит к столь высокой производящей способности по тритию, что соответствующее время удвоения может измеряться месяцами**. Поэтому в расчетах можно принять

$$\text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(3)} \cong 1.$$

В то же время, $\text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(9)}$ в различных проектах бланкетов довольно уверенно держится вблизи цифры

$$\text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(9)} \approx 1,5.$$

Сказанное выше позволяет определить производящую способность по формуле (см. приложение 1):

$$\text{ПС}_{\text{ГТЯР}} = 0,327 \frac{\text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(9)} A_9}{E_{DT} M_{\text{ГТЯР}}} \frac{[\text{т Pu}]}{[\text{ГВт (т) год}]} \quad (2.18)$$

для уран-плутониевого цикла. Здесь E_{DT} — кинетическая энергия и энергия связи ТЯР-нейтрона (как было указано $E_{DT} \approx \approx 20 \text{ МэВ}$); $M_{\text{ГТЯР}} = \frac{W_{\text{ГТЯР}}}{W_{\text{пл}}}$ — коэффициент умножения мощности

* Примерно 200 МВт на 1 кг трития вместо $\sim 1 \text{ МВт}$ на 1 кг Pu у БР.

** Простой расчет по формуле вида (3.2) (см. ниже) даст величину времени удвоения ГТЯР по наработке трития $\tau_2^{(3)} \cong 0,7 \text{ лет}$.

в бланкете ГТЯР за счет дополнительного деления на уране, загруженном в бланкет*.

Несмотря на принципиальную разницу физических принципов мы видим, что формула (2.18) позволяет рассматривать ГТЯР в некотором смысле как аналог БР. Так же как и пара ТР+БР может быть сооружена пара ТР+ГТЯР, которая подобно паре ТР+БР будет играть роль устройства для сжигания ^{238}U . Однако есть принципиальная разница. В первом случае сырьем для производства ЯГ является урановая промышленность, во втором — дейтерий и литий.

Запасы дейтерия, рассматриваемого как горючее для термоядерной энергетики, огромны, если принять во внимание, что его содержание в воде составляет 1/6000, а разделение изотопов, таких как водород и дейтерий, является не очень дорогой процедурой (о ресурсах термоядерной энергетики можно прочесть в [4]). Не представляют особых проблем и ресурсы лития для производства трития.

В то же время формула (2.18) демонстрирует более высокую производящую способность ГТЯР по сравнению с БР в силу следующих обстоятельств.

1. Из коэффициента воспроизводства $K_{БР}^{(9)}$ по формуле (2.11) отнимается единица, а по формуле (2.18) из $K_{ГТЯР}^{(9)}$ единица не отнимается, что приблизительно в три раза увеличивает $ПС_{ГТЯР}$ по сравнению с БР.

2. $\frac{E_I}{E_{DT}} \approx \frac{200}{20} = 10$, что еще на порядок увеличивает превосходство $ПС_{ГТЯР}$ над $ПС_{БР}$.

Рассмотрим отношение

$$\frac{ПС_{ГТЯР}}{ПС_{БР}} = \frac{M_{БР}}{M_{ГТЯР}} \frac{E_I}{E_{DT}} \frac{K_{ГТЯР}^{(9)}}{(K_{БР}^{(9)} - 1)(1 + \alpha_{БР}^{(9)})}. \quad (2.19)$$

Здесь наблюдается характерное для ГТЯР противоречие. С точки зрения выигрыша в производящей способности целесообразно стремиться к уменьшению коэффициента умножения мощности $M_{ГТЯР}$ бланкетом ТЯР. Но при сохранении полной (определенной как заданная) мощности ГТЯР, $W_{ГТЯР} = W_{БЛ} + W_{ПЛ}$ ($W_{БЛ}$ — мощность, «высаживаемая» с помощью ТЯР-нейтрона в бланкете), при этом возрастает мощность, вырабатываемая в плазмен-

* Бланкет при загрузке в него природного или отвалного урана играет роль подкритической сборки с $K_{\phi} < 1$. При облучении ТЯР-нейтронами она усиливает мощность в $M_{ГТЯР} \approx \frac{K_{\phi}}{1 - K_{\phi}}$ раз.

ной камере, что влечет за собой возрастание потока ионов и нейтронов, падающих на первую стенку камеры. Стремление облегчить условия ее работы, и тем самым увеличить длину кампании камеры, наоборот влечет за собой тенденцию к увеличению $M_{ГТЯР}$. Это противоречие не могло бы возникнуть, если бы увеличение $M_{ГТЯР}$ компенсировалось бы ростом $KВ_{ГТЯР}^{(9)}$. Действительно, с ростом $M_{ГТЯР}$ $KВ_{ГТЯР}^{(9)}$ возрастает, но не достаточно быстро. Можно указать предельные случаи, между которыми расположены параметры известных проектов.

Вариант 1: $M_{ГТЯР} \approx 1, \quad KВ_{ГТЯР}^{(9)} \approx 0,4;$

Вариант 2: $M_{ГТЯР} \approx 8, \quad KВ_{ГТЯР}^{(9)} \approx 1,2.$

Соответственно получим:

Вариант 1: $\frac{ПС_{ГТЯР}}{ПС_{БР}} \cong 5,5;$

Вариант 2: $\frac{ПС_{ГТЯР}}{ПС_{БР}} \cong 2,5,$

если рассматривать стационарный случай, когда параметры БР умеренные ($b_{ТР+БР} = 1$). Мы видим, что когда $W_{ГТЯР}$ делится поровну между бланкетом и плазменной камерой, один ГТЯР в состоянии «запитать» 5—6 ТР той же тепловой мощности каждый (вариант 1). Отсюда виден экономический выигрыш при сооружении пары ТР + ГТЯР, если использовать формулу (2.17) в виде

$$K_{ТР+ГТЯР} = K_{ТР} + \frac{K_{ГТЯР} - K_{ТР}}{1 + b_{ТР+ГТЯР}}. \quad (2.20)$$

Так как в условиях варианта 1 $b_{ТР+ГТЯР} = 5,5$, то приняв $K_{ГТЯР} = 2K_{ТР}$, получим:

$$K_{ТР+ГТЯР} = K_{ТР} \left(1 + \frac{1}{1+5,5} \right) = K_{ТР} 1,154,$$

т. е. сооружение пары ТР + ГТЯР обошлось увеличением удельной себестоимости лишь на 15%. Несмотря на то, что новый способ производства электроэнергии оказывается таким же дорогим, как и в БР (если не более), высокая производящая способность делает его экономически вполне приемлемым.

Нужна, однако, существенная оговорка.

Формула (2.20) написана в предположении, что $\eta_{ГТЯР} \cong \eta_{БР}$, где $\eta_{БР} \cong 40\%$. В современных конструкциях систем с магнитным

удержанием плазмы ее параметры, хотя и близки к критическим, тем не менее еще не достигли их. Таким образом, мы еще не находимся на уровне демонстрации физической и технической возможности создания ГТЯР. Однако теория создает достаточно надежное основание для того, чтобы можно было оценивать возможности того или иного проекта ГТЯР.

Назовем коэффициентом усиления Q энергии плазмы ТЯР отношение мощности (D, T) -реакции к мощности, затрачиваемой на собственные нужды (поджог плазмы, эксплуатация электротехнических устройств со сверхпроводимостью и т. п.). Пока $Q \leq 1$, говорить о выдаче электроэнергии в сеть невозможно, так что термодинамический КПД в этом случае равен нулю ($\eta_{\text{ГТЯР}} = 0$).

Расчетно-теоретические исследования показывают, что при $Q \gtrsim 5$ можно говорить, что $\eta_{\text{ГТЯР}}$, определенный как отношение электрической энергии к тепловой, может быть сравним с $\eta_{\text{БР}}$ так, что формула (2.20) в этом случае имеет смысл*.

В результате мы получили такую трактовку ядерной и термо-ядерной энергетики, которая позволяет с единой позиции рассматривать ее развитие во времени на основании заданного государственного графика развития ЭЯЭ.

* ЭЯУ трактуются совершенно так же, как ГТЯР. Решающим здесь оказалась возможность создания таких ускорителей протонов с энергией 1 ГэВ и током ≈ 300 МА, у которых КПД 0,4—0,6. В этом случае ЭЯУ оказываются конкурентоспособными с ГТЯР.

§ 3. ВРЕМЯ УДВОЕНИЯ БР КАК МЕРА ЕГО СПОСОБНОСТИ К ПРОИЗВОДСТВУ ИЗБЫТОЧНОГО ЯГ

По определению (2.9)

$$ПС_{БР} = \frac{G \text{ [т, избыточного Pu/год]}}{W_{БР} \text{ [ГВт (т)]}}. \quad (3.1)$$

Можно поставить вопрос, как связано линейное время удвоения τ_2 быстрого реактора бридера (работающего в режиме расширенного воспроизводства ЯГ) с $ПС_{БР}$.

Заметим, что экспоненциальный закон развития системы БР предполагает, что миновал некоторый переходный период, связанный с процессом заполнения ЯГ различных звеньев топливного цикла. Следовательно, удваиваться должно то количество ЯГ, которое находится не только в реакторе, но и во всех звеньях топливного цикла. Если это количество рассматривать как загрузку $P_{ТЦ}$ в одном реакторе мощностью $W_{БР}$, то $P_{ТЦ}/W_{БР}$ будет загрузкой ЯГ в тоннах во всем топливном цикле и в реакторе на 1 ГВт (т) мощности. Тогда:

$$\tau_2 = \frac{P_{ТЦ}}{W_{БР} ПС_{БР}} \ln 2 \quad (\ln 2 = 0,693). \quad (3.2)$$

Эта формула должна в точности совпадать с формулой (2.8). Подставим сюда выражение (2.11), где положим приближенно $\frac{1 + \alpha_{БР}^{(9)}}{M_{БР}} = 1$, $E_f = 200$ МэВ, $A_9 = 240$.

Тогда получим

$$ПС_{БР} = 0,327 (КВ_{БР}^{(9)} - 1) 1,2 \varphi_{БР} \cong 0,4 (КВ_{БР}^{(9)} - 1) \varphi_{БР}. \quad (3.3)$$

Величина $P_{ТЦ}$ подсчитывается следующим образом. Количество плутония, выходящего на переработку из активной зоны реактора, по определению КВА:

$$P'_0 = P_f + \delta P_f КВА = P_f + \delta P_f - \delta P_f + \delta P_f КВА = P_0 - \delta P_f (1 - КВА),$$

где $P_0 = P_f + \delta P_f$ — загрузка в активную зону реактора в начале кампании. Величина $\frac{\delta P_f}{T_s}$ по определению есть скорость выжигания первоначально загруженного плутония. Соответственно P'_0/T_s — скорость поступления плутония активной зоны на переработку, а отношение количества плутония, находящегося на переработке, к $T_{п,а}$ должно быть равно $P'_0 \frac{1}{T_s}$.

откуда следует, что $P'_0 \frac{T_{п.а}}{T_a}$ дает количество плутония активной зоны, находящегося на переработке. Значит плутония, загружаемого в активную зону и находящегося на переработке, будет

$$P'_0 \left(1 + \frac{T_{п.а}}{T_a} \right).$$

Вторичный плутоний образуется в боковом экране со скоростью $\frac{\delta P_f}{T_a} \text{КВЭ}_{\text{бок}}$, а время пребывания его в боковом экране (время жизни) мы обозначаем как $T_{э.бок}$. Тогда количество плутония, постоянно находящегося в боковом экране, дается величиной:

$$\frac{\delta P_f}{T_a} \text{КВЭ}_{\text{бок}} T_{э.бок}.$$

Скорость выхода его на переработку равна $\frac{\delta P_f}{T_a} \text{КВЭ}_{\text{бок}}$, а на переработке, следовательно, постоянно находится

$$\frac{\delta P_f}{T_a} \text{КВЭ}_{\text{бок}} T_{п.бок}.$$

Таким образом, полное количество плутония в топливном цикле за счет бокового экрана равно

$$\frac{\delta P_f}{T_a} \text{КВЭ}_{\text{бок}} T_{э.бок} \left(1 + \frac{T_{п.бок}}{T_{э.бок}} \right),$$

а за счет торцевого экрана аналогично получим:

$$\frac{\delta P_f}{T_a} \text{КВЭ}_{\text{тор}} T_{э.тор} \left(1 + \frac{T_{п.тор}}{T_{э.тор}} \right).$$

Отсюда последует

$$\begin{aligned} P_{\text{тц}} &= P'_0 \left(1 + \frac{T_{п.а}}{T_a} \right) + \frac{\delta P_f}{T_a} \text{КВЭ}_{\text{бок}} T_{э.бок} \left(1 + \frac{T_{п.бок}}{T_{э.бок}} \right) + \\ &+ \frac{\delta P_f}{T_a} \text{КВЭ}_{\text{тор}} T_{э.тор} \left(1 + \frac{T_{п.тор}}{T_{э.тор}} \right) = \\ &= P_0 \left\{ [1 - \Delta(1 - \text{КВА})] \frac{(T_a + T_{п.а})}{T_a} + \Delta \text{КВЭ}_{\text{бок}} \frac{(T_{э.бок} + T_{п.бок})}{T_a} + \right. \\ &\quad \left. + \Delta \text{КВЭ}_{\text{тор}} \frac{(T_{э.тор} + T_{п.тор})}{T_a} \right\}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\Delta = \frac{\delta P_I}{P_0} = \frac{\delta P_I}{P_I + \delta P_I} - \text{относительная глубина выгорания.}$$

Подставляя (3.3) и (3.4) в (3.2), получим:

$$\begin{aligned} \tau_2 &= \ln 2 \frac{P_{\text{тц}}}{W_{\text{БР}} \text{ПС}_{\text{БР}}} = \ln 2 \frac{P_0 H}{W_{\text{БР}} \varphi_{\text{БР}} 0,4 (KB_{\text{БР}}^{(9)} - 1)} = \\ &= 1,75 \frac{P_0 H}{W_{\text{БР}} \varphi_{\text{БР}} (KB_{\text{БР}}^{(9)} - 1)}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где

$$\begin{aligned} H &= \{ [1 - \Delta(1 - KBA)](T_{\text{а}} + T_{\text{п.а}}) + \Delta KB \mathcal{E}_{\text{бок}}(T_{\text{э.бок}} + T_{\text{п.бок}}) + \\ &+ \Delta KB \mathcal{E}_{\text{тор}}(T_{\text{э.тор}} + T_{\text{п.тор}}) \} \frac{1}{T_{\text{а}}} - \end{aligned}$$

отношение времени пребывания ЯГ во всех звеньях топливного цикла (в реакторе и вне реактора) к времени пребывания ЯГ в активной зоне; $\frac{P_0}{W_{\text{БР}}}$ — удельные вложения ЯГ, т.е. вложения ЯГ в активную зону БР (в начале кампании), отнесенные к полной тепловой мощности реактора. Сравнивая (3.5) с (2.8) убеждаемся, что единственная разница между ними состоит в том, что в (3.5) не учтены невозвратимые потери $P_{\text{и}}$ при рефабрикации твэлов, а в (2.8) учтены. Потери $P_{\text{и}}$ при переработке приводят к снижению $KB_{\text{БР}}^{(9)}$ в формуле (3.5), что можно учесть, заменяя величину $KB_{\text{БР}}^{(9)} - 1$ на величину $KB_{\text{БР}}^{(9)} - 1 - \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon \Delta}$, после чего формулы (2.8) и (3.5) будут совпадать, и можно писать:

$$\tau_2 = 1,75 \frac{P_0 H}{W_{\text{БР}} \varphi_{\text{БР}} \left(KB_{\text{БР}}^{(9)} - 1 - \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon \Delta} \right)}. \quad (3.6)$$

Принято считать, что относительная доля невозвратимых потерь при рефабрикации твэлов составляет величину $\approx 2\%$ (т.е. $1 - \varepsilon = 0,2$), так что такая поправка к $KB_{\text{БР}}^{(9)}$ выглядит незначительной. Но при небольшом избытке $KB_{\text{БР}}^{(9)}$ над единицей роль поправки $\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon \Delta}$ может оказаться решающей.

Пара ТР + БР также может иметь свое время удвоения $\tau_2^{(\text{ТР} + \text{БР})}$ и соответствующую постоянную времени $\omega_{\text{ТР} + \text{БР}}$ для режима замкнутого топливного цикла. Число тепловых и быстрых реакторов при этом меняется по одной и той же экспоненте

с сохранением отношения $b_{\text{ТР+БР}} = \frac{W_{\text{ТР}}}{W_{\text{БР}}}$, которое теперь приобретает зависимость от $\omega_{\text{ТР+БР}}$, так что вообще

$$\frac{W_{\text{ТР}}}{W_{\text{БР}}} = \bar{b}_{\text{ТР+БР}}(\omega_{\text{ТР+БР}}).$$

При этом $\bar{b}_{\text{ТР+БР}}(\omega_{\text{ТР+БР}}) < b_{\text{ТР+БР}}$ — отношения тепловых мощностей ТР и БР в стационарном режиме, так как часть избыточного горючего системы БР должна в режиме экспоненциального развития расходоваться не только на подпитку ТР, но и на строительство новых активных зон реакторов, входящих в пару.

Можно доказать следующее неравенство

$$0 < \omega_{\text{ТР+БР}} < \omega_{\text{БР}}.$$

Все сказанное здесь относительно модели двухкомпонентной ЭЯЭ может рассматриваться как частный случай общей модели лишь в том случае, если считать, что $\omega_{\text{ТР+БР}} = \omega_{\text{ЭЯЭ}}$, т. е. что экспонента с постоянной времени $\omega_{\text{ТР+БР}}$ и есть государственный план развития. Конечно, это слишком абстрактная постановка задачи и требуется ее обобщение.

§ 4. МНОГОКОМПОНЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ЭЯЭ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ГРАФИКОМ ЕЕ РАЗВИТИЯ

Рассмотрим некоторый промежуточный этап итерационных процессов (1.6), (1.7), когда можно считать, что график функции $Z(t')$ на всем интервале прогнозирования $t' \in [T, t]$ известен по предыдущей итерации. Ставится задача на определение графика $S_{\text{опт}}(t')$.

Используя представление (В.3) для ежегодных затрат, будем писать:

$$z(t') = C(t') W(t') + i(t'). \quad (4.1)$$

Здесь $C(t') W(t')$ — сокращенное обозначение

$$C(t') W(t') = \sum_{n=1}^N C_n(t') W_n(t'), \quad (4.2)$$

где $C_n(t')$ — себестоимость производства 1 ГВт (т) · год энергии на АЭС типа n , $\frac{\text{руб.}}{\text{ГВт (т)} \cdot \text{год}}$; $i(t')$ — суммарный поток капитальных затрат, потребных для сооружения АЭС всех типов в момент времени t' , $\frac{\text{руб.}}{\text{год}}$, так что

$$i(t') = \sum_{n=1}^N i_n(t'), \quad (4.3)$$

где $i_n(t')$ — то же для АЭС n -го типа. Среди различных потребителей ЯГ в сумму (4.3) входят и различные наработки ЯГ. В величину C_n в (4.2) входят затраты на производство 1 ГВт (т) год энергии на АЭС n -го типа. Сюда, в частности, относятся затраты, связанные с содержанием эксплуатационного персонала, затраты на текущий ремонт элементов технологической схемы, обслуживаемых помещений и т. п. Сюда же мы отнесем затраты, связанные с сжиганием урана, поступающего в реактор из заводов урановой промышленности, заводов обогатительного производства, заводов по изготовлению ТВС реактора. Сюда же следует отнести вклад, связанный с отчислениями на капитальный ремонт. Совокупность всех этих затрат обозначим $C_{\text{себест.}}^{(n)}$.

Особая статья расхода связана с ежегодными отчислениями на «реновацию» производства, что порождено необходимостью замены основных фондов АЭС к концу ее срока службы, который мы назовем сроком службы АЭС n -го типа и обозначим

$T_{cc}^{(n)}$. Отчисления на реновацию, отнесенные к величине (в годах) амортизационного периода, обозначим $C_{ренов}^{(n)}$.

Введение в обобщенные приведенные затраты дополнительного слагаемого, связанного с реновацией, позволяет не прибегать к дополнительному финансированию для продления производства электроэнергии на АЭС n -го типа по истечении срока ее службы.

Что касается потока капитальных затрат, то при бесконечном сроке службы мы имели бы его в виде (В.3а), т. е.

$$i_n(t') = K_n(t') \frac{dW_n(t')}{dt'}. \quad (4.3a)$$

При конечном сроке службы нужно учесть, что часть АЭС, введенных в эксплуатацию в момент $t' - T_{cc}^{(n)} \in [T, t]$, еще продолжает функционировать, и соответственно поток капитальных затрат должен быть уменьшен. Поэтому вместо (4.3а) следует писать:

$$i_n(t') - i_n(t' - T_{cc}^{(n)}) = K_n(t') \frac{dW_n(t')}{dt'}. \quad (4.3б)$$

Ниже будет продемонстрировано, что при заданной правой части это уравнение имеет единственное решение при начальном значении $i_n(t')|_{t'=T+0} = i_n(T)$ и $i_n(t') \equiv 0$ при $t' < T$, что и будет в дальнейшем предполагаться.

Пусть себестоимость производства ГВт (т) · год на АЭС n -го типа равна $C_{себест}^{(n)}(t') W_n(t')$, где в величину $C_{себест}^{(n)}(t')$ входят все перечисленные выше элементы, включая затраты на реновацию. Тогда, чтобы избежать двойного учета эффекта реновации (он уже учтен с помощью величины $K_n(t')$), следует писать:

$$C_n(t') = C_{себест}^{(n)}(t') - C_{ренов}^{(n)}(t'),$$

а ежегодные затраты, необходимые для функционирования системы АЭС n -го типа, должны быть записаны в виде:

$$z_n(t') = C_n(t') W_n(t') + i_n(t').$$

Чтобы реализовать наработанное ЯГ, требуется ввести в рассмотрение систему различных звеньев переработки и изготовления твэлов.

Предположим, что отработанное горючее реактора n -го типа в процессе рефабрикации проходит последовательно $m = 1, 2, \dots, M$ звеньев топливного цикла прежде, чем примет форму твэла, предназначенного для дальнейшего использования в соответствии с математической моделью ЭЯЭ.

Всюду в дальнейшем будет предполагаться, что предприятия топливного цикла сооружаются вместе с АЭС n -го цикла*. Тогда можно писать

$$i_n(t') = \sum_{m=1}^M i_n^{(m)}(t'), \quad (4.4)$$

где $i_n^{(m)}(t')$ — поток капитальных затрат, необходимых для сооружения m -го звена топливного цикла n -й АЭС, руб./год.

Каждому такому звену следует приписать некоторый конечный срок службы, который обозначим $T_{cc}^{(n,m)}$ лет. Чтобы система могла непрерывно функционировать, вышедшее из строя звено должно быть немедленно заменено новым, для чего потребуются дополнительные затраты по категории капитальных затрат.

Пусть $K_n^{(m)}(t')$ — удельные капитальные затраты, требуемые для сооружения m -го звена n -й АЭС. Если бы срок службы $T_{cc}^{(n,m)}$ был неограниченно велик, то мы имели бы

$$i_n^{(m)}(t') = \frac{d}{dt'} [K_n^{(m)}(t') W_n(t')] \quad (4.4a)$$

в предположении, что данное звено топливного цикла n -й АЭС вводится «мгновенно» в момент времени $t' \in [T, t]$. В действительности капитальные затраты будут авансированы и как-то распределены на интервале времени $T_{стр}^{(n,m)}$, который мы будем называть временем строительства m -го звена топливного цикла n -й АЭС. Если требуется иметь $W_n(t' + T_{стр}^{(n,m)})$ тепловых мощностей АЭС к моменту времени $t' + T_{стр}^{(n,m)} \in [T, t]$, соответствующие затраты в количестве $K_n^{(m)}(t' + T_{стр}^{(n,m)}) W_n(t' + T_{стр}^{(n,m)})$ должны быть сделаны уже в момент t' . Если для определенности принять, что эти затраты распределены равномерно по времени строительства, то вместо (4.4a) следует писать:

$$i_n^{(m)}(t') = K_n^{(m)}(t' + T_{стр}^{(n,m)}) \frac{W_n(t' + T_{стр}^{(n,m)}) - W_n(t')}{T_{стр}^{(n,m)}}. \quad (4.4b)$$

Это одно из возможных приближенных представлений потока капитальных затрат. Видно, что при $T_{стр}^{(n,m)} \rightarrow 0$ это выражение переходит в (4.4a).

* Мы исходим здесь из предположения о бессмысленности сооружения какого-либо наработчика ЯГ без одновременного сооружения всех звеньев принадлежащего ему топливного цикла. О топливном цикле можно прочесть в книге [12]. Не предполагается также «складирование» ТВС перед загрузкой в реактор как некоторый промежуточный этап, которого, вообще говоря, можно избежать.

Если срок службы $T_{cc}^{(n,m)} > (t-T)$, т.е. превосходит принятый нами интервал прогнозирования развития ЭЯЭ, то уравнение (4.46) однозначно определяло бы график $i_n^{(m)}(t')$ по заданным графикам $K_n^{(m)}(t')$ и $W_n(t')$.

Если же $T_{cc}^{(n,m)} < t-T$, то следует учитывать, что капитальные затраты следует производить только для вновь строящихся АЭС (сверх тех, которые уже работают). Тогда вместо (4.46) нужно писать:

$$i_n^{(m)}(t') - i_n^{(m)}(t' - T_{cc}^{(n,m)}) = \frac{K_n^{(m)}(t' + T_{стр}^{(n,m)}) W_n(t' + T_{стр}^{(n,m)})}{T_{стр}^{(n,m)}} - \frac{W_n(t') K_n^{(m)}(t' + T_{стр}^{(n,m)})}{T_{стр}^{(n,m)}} \quad (4.5)$$

с дополнительным (начальным) условием*

$$i_n^{(m)}(t') \Big|_{t'=T^{(n,m)}} = i_n^{(m)} > 0; \quad (4.6)$$

$$i_n^{(m)}(t') \equiv 0 \text{ при } t' < T^{(n,m)}, \quad T^{(n,m)} \geq T.$$

Здесь $T^{(n,m)}$ имеет смысл «стартового» времени строительства m -го звена топливного цикла n -й АЭС. При начальном условии (4.6) уравнение (4.5) имеет единственное решение $i_n^{(m)}(t') > 0$, однозначно определяемое правой частью (4.5).

Отсюда следует, что величина $z(t')$ в формуле (4.1) однозначно определяется графиком вектора структуры $S(t')$, если заданы графики функции $C_n(t')$ и $K_n^{(m)}(t')$, и мы можем повторить форму записи (4а):

$$z(t') = F[S(t')], \quad (4.7)$$

где функционал F в этих условиях линейный, а на график структуры $S(t')$ наложено ограничение (В.5):

$$W(t') = \sum_{n=1}^N \varphi_n \eta_n W_n(t') > 0, \quad t' \in [T, t]. \quad (4.8)$$

Минимизируемый функционал имеет вид (1.5):

$$I(T, t) = \int_T^t dt' F[S(t')] e^{-\rho(t'-T)}, \quad (4.9)$$

и, как мы увидим, он может быть расписан в явной форме, а оптимальная структура $S_{опт}(t')$ может быть найдена простым приемом линейного программирования.

* Аналогичное начальное условие было принято в (4.36).

Заметим, что функционал $F[S(t')]$ строится как линейный в условиях, когда график функции $Z(t')$ принимается заданным по предыдущей итерации. Это не единственная возможность. Если учесть, что коэффициенты в явном представлении функционала F сами зависят от себестоимости природного урана $z(t')$, и эту зависимость можно записать явно, то получился бы нелинейный функционал вида $F[z(t'), S(t')]$ с дополнительными сложными связями между $z(t')$ и $S(t')$. Тогда минимизацию функционала (4.9) приходилось бы осуществлять методами нелинейного программирования.

Здесь мы рассматриваем только технику линейного программирования, позволяющую наглядно и просто реализовать итерационные алгоритмы (1.6) — (1.7). Для этого требуется из (4.1) выделить элементы, явно зависящие от $z(t')$, т.е. ввести понятие неурановых затрат, которые будут отмечаться значком «1». Тогда можно писать:

$$C_n(t') = C_n^{(0)}(t') + C_n^{(1)}(t'), \quad K_n^{(m)}(t') = K_{n,0}^{(m)}(t') + K_{n,1}^{(m)}(t'). \quad (4.10)$$

В величину $C_n^{(1)}(t')$ входит скорость потребления природного урана (оцененного величиной $z(t')$) для компенсации выгорания обогащенного U. Сюда же должна быть включена наценка на получение обогащенного урана из природного на обогатительном производстве.

В $K_{n,1}^{(m)}(t')$ входит стоимость природного урана для создания загрузки во вновь строящиеся реакторы n -го типа соответствующего обогащения (с учетом соответствующей доли в m -м звене топливного цикла) или в зоны воспроизводства, если речь идет о ГТЯР. Во всяком случае коэффициенты с индексом «1» определяются конструкцией и физикой АЭС n -го типа.

Значком «0» отмечены затраты, не связанные с потреблением природного урана.

§ 5. НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЯЭ

Если $N(t)$ — как и в § 2 — число активных зон реакторов АЭС данного типа, то существует общее соотношение вида (2.1), связывающее между собой функцию $N(t)$ и поток $i(t)$ активных зон, уходящих в момент t из реактора на переработку:

$$\frac{dN}{dt} = i(t) - i(t - T_a). \quad (5.1)$$

Здесь T_a имеет тот же смысл длины кампании, как и в (2.1).

Если график $N(t)$ предполагается заданным, то (5.1) следует рассматривать как неоднородное уравнение, из которого следует определить $i(t)$. Как было замечено ранее, это уравнение имеет единственное решение, если принять, что до некоторого стартового момента T реакторов не было, т. е.

$$\begin{aligned} i(t) &\equiv 0 & \text{при } t < T, & \text{ а также} \\ N(t) &\equiv 0 & \text{при } t < T. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Отсюда следует цепочка уравнений, определяющих $i(t)$, а именно:

$$\begin{aligned} N'(t) &= i(t) - i(t - T_a), & N'(t - T_a) &= i(t - T_a) - i(t - 2T_a), \dots, \\ N'(t - n_0 T_a) &= i(t - n_0 T_a), \end{aligned} \quad (5.3)$$

где n_0 выбрано таким, чтобы $t - n_0 T_a > T$, $t - (n_0 + 1) T_a < T$, так что по условию

$$i(t - (n_0 + 1) T_a) \equiv 0.$$

Суммируя равенства (5.3) получаем решение (5.1) в виде

$$i(t) = N'(t) + N'(t - T_a) + N'(t - 2T_a) + \dots + N'(t - n_0 T_a). \quad (5.3a)$$

Это точное решение. Оно может быть упрощено, если принять:

$$\frac{N(t) - N(t - T_a)}{N(t)} \ll 1,$$

т. е. что за время T_a $N(t)$ меняется слабо. Практически это хорошо выполняется. Тогда можно писать производную в конечно-разностном представлении по закону «шаг назад»:

$$\begin{aligned} N'(t) &= \frac{N(t) - N(t - T_a)}{T_a}, & N'(t - T_a) &= \frac{N(t - T_a) - N(t - 2T_a)}{T_a}, \dots, \\ N'(t - n_0 T_a) &= \frac{N(t - n_0 T_a) - N(t - (n_0 + 1) T_a)}{T_a} = \frac{N(t - n_0 T_a)}{T_a}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Подставляя совокупность всех этих выражений в (5.3а), получаем в приближении (5.4):

$$i(t) = \frac{N(t)}{T_a} \quad (5.5)$$

Результат физически очевиден. Длина кампании оказывается временем жизни активной зоны ядерного реактора АЭС данного типа, а формула (5.5) показывает, какая доля от общего числа $N(t)$ активных зон в момент t направляется на переработку (или в хранилище ТВС, если переработки нет).

Отсюда возникает возможность создания математической модели ТР + БР, причем не только в двухкомпонентном случае. Рассматривая систему реакторов БР данного типа, возьмем за основу формулу (2.5), которая по смыслу является балансным соотношением по ЯГ. Пусть мы имеем дело с плутонием.

Считая, что часть наработанного ЯГ отбирается от БР и передается в ТР, формулу (2.5) мы должны теперь записать в виде*:

$$\begin{aligned} i(t) = & i(t - T_a^{(БР)} - T_{п,а}^{(БР)}) \varepsilon [1 - \Delta^{(БР)} (1 - КВА)] + \\ & + \varepsilon \frac{\Delta^{(БР)}}{T_a^{(БР)}} КВЭ_{бок} N(t - T_{э,бок}^{(БР)} - T_{п,бок}^{(БР)}) + \\ & + \varepsilon \frac{\Delta^{(БР)}}{T_a^{(БР)}} КВЭ_{тор} N(t - T_{э,тор}^{(БР)} - T_{п,тор}^{(БР)}) + i_0^{(БР)}(t) \end{aligned} \quad (5.6)$$

(см. [6 с. 382—383]). Здесь $i_0^{(БР)}(t)$, взятое с обратным знаком, означает скорость выдачи плутониевых активных зон для теплового реактора, изготовленных из плутония, наработанного в БР.

Формула (5.6) однозначно определяет поток активных зон $i_0^{(БР)}(t)$.

Для теплового реактора мы имели бы формулу

$$\begin{aligned} i_0^{(ТР)}(t) = & i^{(ТР)}(t) - i^{(ТР)}(t - T_a^{(ТР)} - T_{п,а}^{(ТР)}) \times \\ & \times \varepsilon [1 - \Delta^{(ТР)} (1 - КВ^{(ТР)})]. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Из физического расчета известно количество $\rho_0^{(ТР)}$ т природного урана, выгорающего за кампанию. В наших обозначениях $\rho_0^{(ТР)} = \Delta^{(ТР)} \rho_0^{(ТР)}$. Тогда интегральное потребление природного

* Подставляя (5.5) при условии $i_0^{БР}(t) \equiv 0$ и используя (2.5а) как решение уравнения (5.6), мы получили бы отсюда формулу (2.8) для линейного времени удвоения. Это означает, что приближение (5.5) эквивалентно линеаризации функции $F(\omega)$ в левой части (2.6).

урана для компенсации выгорания в базовом варианте (наработчиков нет) определится формулой

$$U_0[T, t] = \int_T^t dt' \rho_0^{(TP)} i_0^{(TP)}(t'),$$

а за счет строительства новых реакторов формулой

$$U_1[T, t] = \int_T^t dt' \frac{V_0^{(TP)}}{T_{стр}^{(TP)}} [N^{(TP)}(t' + T_{стр}^{(TP)}) - N^{(TP)}(t')],$$

где $V_0^{(TP)}$ — нагрузка на 1 реактор в эквиваленте природного урана, а $N^{(TP)}(t')$ для базового варианта рассчитывается по формуле (1.3а), где нужно принять $W_1(t') = W_0^{(TP)} N^{(TP)}(t')$,

$$W_0^{(TP)} N^{(TP)}(t') \varphi_{ТР} \eta_{ТР} = W(t').$$

Полное интегральное потребление природного урана в приближении (5.5) представится формулой:

$$U[T, t] = U_0[T, t] + U_1[T, t] = \int_T^t dt' i_0^{(TP)}(t') \rho_0^{(TP)} + \int_T^t dt' \frac{V_0^{(TP)}}{T_{стр}^{(TP)}} [N^{(TP)}(t' + T_{стр}^{(TP)}) - N^{(TP)}(t')]. \quad (5.8)$$

Обобщение на случай произвольной структуры $S(t')$ ЭЯЭ строится с помощью фиксированной модели обмена ЯГ между отдельными компонентами вектора $S(t')$ в соответствии со схемой, представляемой формулой (1.2), частный случай которой в развернутом виде дан в (5.8).

Явный вид оптимизационного процесса будет представлен ниже.

§ 6. КОНЕЧНО-РАЗНОСТНАЯ ФОРМУЛИРОВКА ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ

Заданный график развития ЭЯЭ всегда выражается в конечно-разностной форме, так что формулу (В.5) можно записать в виде:

$$W(t_i) = \sum_{n=1}^N \varphi_n(t_i) \eta_n(t_i) W_n(t_i) > 0, \quad i=1, 2, \dots, I. \quad (6.1)$$

Совокупность чисел $W_n(t_i)$, определяющих структуру ЭЯЭ на всем интервале прогнозирования $i=1, 2, \dots, I$, будем считать заданной в соответствии с каким-нибудь этапом изложенного в § 1 итерационного процесса.

Поскольку предполагается, что математическая модель развивающейся ЭЯЭ дана, то это означает, что указан способ обмена ЯГ между различными компонентами вектора структуры с учетом различных задержек, что дает возможность представить формулу (1.2) интегрального потребления природного урана в явном виде подобно тому, как это было сделано в (5.8) для базового варианта. Отсюда следует, что по методике § 1 определена и функция $z(t_i)$, которую следует записать в виде дискретной зависимости:

$$z(t_i), \quad i=1, 2, \dots, I.$$

Для того чтобы реализовать итерационный процесс (1.6), требуется минимизировать функционал вида (1.5), где коэффициенты, образующие функционал $F[S(t')]$, следует считать заданными, зависящими от $z(t_i)$, и тогда этот функционал оказывается линейной формой по отношению к вектору структуры $S(t')$, который мы должны теперь записать в виде функции дискретной координаты:

$$S(t_i), \quad i=1, 2, \dots, I.$$

Примем все интервалы $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ одинаковыми и равными Δt^* . Можно взять величину Δt столь малой, чтобы она укладывалась целое число раз в характерные времена $T_{\text{п.э.}}$, $T_{\text{п.}}$, $T_{\text{п.э.}}$, $T_{\text{с.с.}}$, $T_{\text{стр}}$ реакторов АЭС каждого типа в структуре ЭЯЭ.

Рассмотрим упрощенную постановку, когда n -я АЭС рассматривается как целое со своим топливным циклом, удельная стоимость сооружения которого, отнесенная к единице тепловой

* Это вообще не обязательно и в дальнейшем может быть снято в зависимости от формы графика (6.1).

мощности реактора, равна K_n . Совокупность уравнений (4.5) теперь упростится:

$$\begin{aligned} & i_n(t_i) - i_n(t_i - T_{cc}^{(n)}) = \\ & = K_n(t_i + T_{стр}^{(n)}) [\mathbb{W}_n(t_i + T_{стр}^{(n)}) - \mathbb{W}_n(t_i)] / T_{стр}^{(n)}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Такого типа уравнение решалось в § 5, и можно воспользоваться приемом, использованным при выводе (5.3а).

Выберем набор интервалов Δt_i таким, чтобы можно было писать:

$$t_i + T_{стр} = t_{i+k}, \quad t_i - T_{cc} = t_{i-k_1}. \quad (6.2a)$$

Обозначив правую часть (6.2) в виде:

$$G_i^{(n)} = \frac{K_n(t_i + T_{стр}^{(n)})}{T_{стр}^{(n)}} [\mathbb{W}_n(t_i + T_{стр}^{(n)}) - \mathbb{W}_n(t_i)],$$

получим

$$\begin{aligned} i_n(t_i) - i_n(t_{i-k_1}) &= G_i^{(n)}, \\ i_n(t_{i-k_1}) - i_n(t_{i-2k_1}) &= G_{i-k_1}^{(n)}, \\ &\dots \dots \dots \\ i_n(t_{i-n_0k_1}) &= G_{i-n_0k_1}^{(n)}, \\ i_n(t_{i-(n_0+1)k_1}) &= i_n(t_{i-(n_0+2)k_1}) = \dots = 0. \end{aligned}$$

Отсюда после суммирования всех этих соотношений получим решение (6.2) в виде:

$$i_n(t_i) = G_i^{(n)} + G_{i-k_1}^{(n)} + \dots + G_{i-n_0k_1}^{(n)}$$

или (с учетом обозначений (6.2а)):

$$\begin{aligned} i_n(t_i) &= \sum_{g=l_i}^i \frac{K_n(t_{g+k})}{t_{g+k} - t_g} [\mathbb{W}_n(t_{g+k}) - \mathbb{W}_n(t_g)], \\ & \quad l_i = i - n_0 k_1. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Функционал I из (В.2), подлежащий минимизации, в конечно-разностном представлении имеет вид:

$$I = \sum_{i=1}^l z(t_i) e^{-\rho(t_i - \tau)} \Delta t_i,$$

где коэффициент дисконтирования также может рассматриваться как функция целочисленного параметра i , а годовые затраты примут вид:

$$z(t_i) = \sum_{n=1}^N [C_n(t_i) W_n(t_i) + i_n(t_i)].$$

Используя (6.3), получим

$$I = \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^N \left\{ C_n(t_i) W_n(t_i) + \sum_{g=t_i}^i \times \right. \\ \left. \times \frac{K_n(t_{g+k})}{t_{g+k} - t_g} [W_n(t_{g+k}) - W_n(t_g)] \right\} e^{-\rho(t_i - \tau)} \Delta t_i. \quad (6.4)$$

График развития (6.1) перепишем в виде:

$$W(t_i) = \sum_{n=1}^N a_n(t_i) W_n(t_i); \\ a_n(t_i) = \varphi_n(t_i) \eta_n(t_i). \quad (6.5)$$

§ 7. ПРИМЕНЕНИЕ СИМПЛЕКС-МЕТОДА ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИОНАЛА /

Введем обозначения

$$\beta_i = W(t_i) - W(t_{i-1}), \quad x_i^{(n)} = W_n(t_i) - W_n(t_{i-1}). \quad (7.1)$$

Используя неоднократно применяемый нами прием суммирования (в данном случае по значкам $i, i-1, \dots, 1$), получим:

$$W_n(t_i) = \sum_{j=1}^i x_j^{(n)}. \quad (7.2)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \beta_i &= \sum_{n=1}^N \left[a_n(t_i) \sum_{j=1}^i x_j^{(n)} - a_n(t_{i-1}) \sum_{j=1}^{i-1} x_j^{(n)} \right] = \\ &= \sum_{n=1}^N \left\{ [a_n(t_i) - a_n(t_{i-1})] \sum_{j=1}^i x_j^{(n)} - a_n(t_{i-1}) x_i^{(n)} \right\} \\ I &= \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^l \left\{ C_n(t_i) \sum_{j=1}^i x_j^{(n)} + \sum_{g=t_i}^i \frac{K_n(t_{g+k})}{t_{g+k} - t_g} \sum_{j=g}^{g+k} x_j^{(n)} \right\} \Delta t_i e^{-\rho(t_i - \tau)}. \quad (7.3) \end{aligned}$$

Перестановка порядка суммирования в последней двойной сумме в фигурных скобках приводит к выражению:

$$\begin{aligned} I &= \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^l \left\{ C_n(t_i) \sum_{j=1}^i x_j^{(n)} + \frac{K(t_{i+k})}{t_{i+k} - t_i} \sum_{j=i+1}^{i+k} x_j^{(n)} \right\} e^{-\rho(t_i - \tau)} \Delta t_i, \\ &\sum_{i=1}^l C_n(t_i) \left\{ \sum_{j=1}^i x_j^{(n)} \right\} e^{-\rho(t_i - \tau)} \Delta t_i = \sum_{j=1}^l x_j^{(n)} d_j^{(n)}, \\ d_j^{(n)} &= \sum_{i=j}^l C_n(t_i) e^{-\rho(t_i - \tau)} \Delta t_i, \\ d_1^{(n)} &> d_2^{(n)} > \dots > d_l^{(n)}, \\ \sum_{i=1}^l \frac{K(t_{i+k})}{t_{i+k} - t_i} \Delta t_i e^{-\rho(t_i - \tau)} \sum_{j=i+1}^{i+k} x_j^{(n)} &= \sum_{j=2}^{l+k} x_j^{(n)} e_j^{(n)}, \\ e_j^{(n)} &= \sum_{i=j-k}^{j-1} \frac{K(t_{i+k})}{t_{i+k} - t_i} \Delta t_i e^{-\rho(t_i - \tau)}. \end{aligned}$$

Таким, образом,

$$I = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^l d_j^{(n)} x_j^{(n)} + \sum_{n=1}^N \sum_{j=2}^{l+k} e_j^{(n)} x_j^{(n)}, \quad (7.4)$$

где все $d_j^{(n)}, e_j^{(n)} > 0$.

Ищется минимум I в классе значений $x_j^{(n)} > 0$ при дополнительном условии

$$\beta_i = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^l \alpha_{ij}^{(n)} x_j^{(n)}, \quad (7.5)$$

где

$$\alpha_{ij}^{(n)} = a_n(t_i) - a_n(t_{i-1}) - a_n(t_{i-1}) \delta_{ij},$$

δ_{ij} — символ Кронекера,

$$\begin{aligned} j &= 1, 2, \dots, i, \\ \alpha_{ij}^{(n)} &= 0 \text{ при } j > i, \end{aligned}$$

так что числа $\alpha_{ij}^{(n)}$ при каждом n суть компоненты нижнетреугольной матрицы.

Рассмотрим простейший случай двухкомпонентной ЭЯЭ типа ГР+БР. Тогда $N=2$, $n=1$ или $n=2$. Примем, что $a_1(t_i) = a_1$, $a_2(t_i) = a_2$, так что

$$\beta_j = a_1 x_j^{(1)} + a_2 x_j^{(2)} \text{ или } x_j^{(1)} = \frac{\beta_j}{a_1} - \frac{a_2}{a_1} x_j^{(2)}, \quad (7.6)$$

$$I = \sum_{j=1}^l h_j^{(1)} x_j^{(1)} + \sum_{j=1}^l h_j^{(2)} x_j^{(2)}. \quad (7.7)$$

Здесь было принято

$$h_j^{(1)} = d_j^{(1)} + e_j^{(1)}, \quad h_j^{(2)} = d_j^{(2)} + e_j^{(2)},$$

а сумма $\sum_{j=1}^{l+k}$ заменена на $\sum_{j=1}^l$, так как коэффициент дисконтирования $e^{-p(t_i - \tau)}$ становится исчезающе малым при больших интервалах прогнозирования ($t_i - T \approx 50$ лет).

Подставляя (7.6) в (7.7), находим:

$$I = \sum_{j=1}^l \frac{\beta_j}{a_1} h_j^{(1)} - \sum_{j=1}^l \left(h_j^{(1)} \frac{a_2}{a_1} - h_j^{(2)} \right) x_j^{(2)}$$

$$I = \gamma_0 - \sum_{j=1}^I \gamma_j x_j^{(2)}, \quad (7.8)$$

где

$$\gamma_0 = \sum_{j=1}^I \frac{\beta_j}{a_1} h_j^{(1)}, \quad \gamma_j = h_j^{(1)} \frac{a_2}{a_1} - h_j^{(2)}.$$

Оптимальное решение находится немедленно, если

$$\gamma_j < 0, \quad j = 1, 2, \dots, I, \quad (7.9)$$

т. е.

$$h_j^{(1)} \frac{a_2}{a_1} < h_j^{(2)}. \quad (7.9a)$$

Для наработчика, работающего как правило в базовом режиме и с более высоким КПД, чем у ТР, обычно

$$\frac{a_2}{a_1} > 1.$$

Неравенство (7.9a) означает, что наработчик слишком дорог и по стоимости производства кВт·ч., и по удельным капитальным затратам по сравнению с ТР.

Оптимальное решение находится сразу. Достаточно заметить, что при выполнении неравенства (7.9) второе слагаемое в (7.8) положительно, и поэтому

$$\min I = \gamma_0 \text{ при } x_j^{(2)} = 0, \quad x_j^{(1)} = \frac{\beta_j}{a_1}.$$

Иначе говоря, включение в систему столь дорогих наработчиков, которые порождают неравенства (7.9a), приводит к такому росту затрат на обеспечение графика развития ЭЯЭ, что выгоднее работать в условиях «базового» варианта, т. е. на ТР.

Предположим теперь, что неравенства (7.9a) выполняются лишь до значений $j < q < I$, т. е. что $\gamma_j < 0$ при $j \leq q-1$, но начиная со значения времени t_q в наработчике произведены такие улучшения, что стало

$$\gamma_q, \gamma_{q+1}, \dots, \gamma_I > 0.$$

Проверим следующее допустимое решение:

$$x_j^{(1)} = \frac{\beta_j}{a_1} \text{ при } j = 1, \dots, q-1; \quad x_q^{(1)} = x_{q+1}^{(1)} = \dots = x_I^{(1)} = 0, \\ x_j^{(2)} = 0 \text{ при } j = 1, \dots, q-1; \quad x_q^{(2)} = \frac{\beta_q}{a_2}, \quad x_{q+1}^{(2)} = \frac{\beta_{q+1}}{a_2}, \dots, \quad x_I^{(2)} = \frac{\beta_I}{a_2}. \quad (7.10)$$

Условие $x_j^{(n)} \geq 0$ при $n=1, 2$ и при любом $j=1, 2, \dots, I$ выполнено, и поэтому такое решение допустимо. Для функционала I получаем выражение:

$$I = \sum_{j=1}^{q-1} \frac{\beta_j}{a_1} h_j^{(1)} - \sum_{j=q}^I \frac{\beta_j}{a_2} \gamma_j,$$

которое можно представить в виде

$$I = \gamma_0 - \sum_{j=q}^I \frac{\beta_j h_j^{(2)}}{a_2} < \gamma_0. \quad (7.11)$$

Строгое доказательство того, что рассмотренное здесь допустимое решение является оптимальным, можно произвести в точности по учебному пособию [13], приложение 2, которое посвящено симплекс-методу решения задачи линейного программирования.

Мы видим, что график нарастания тепловых мощностей ТР следует вести лишь до момента t_q по формуле

$$W_1(t_i) = \sum_{j=1}^i \frac{\beta_j}{a_1}, \quad i \leq q-1, \quad (7.12)$$

после чего нарастание этих мощностей следует остановить на уровне

$$W_1(t_{q-1}) = \sum_{j=1}^{q-1} \frac{\beta_j}{a_1}, \quad (7.13)$$

а наработчики включать в момент t_q , возмещая с их помощью недостающую мощность по формуле

$$W_2(t_i) = \sum_{j=q}^i \frac{\beta_j}{a_2}, \quad i \geq q. \quad (7.14)$$

Максимальное значение тепловых мощностей достигается в конечный момент интервала прогнозирования и равно

$$W_2(t_i) = \sum_{j=q}^I \frac{\beta_j}{a_2}, \quad (7.15)$$

а „стартовая“ мощность (при $j=q$)

$$W_2(t_q) = \frac{\beta_q}{a_2}. \quad (7.16)$$

Возможности аналитического решения при использовании симплекс-метода не исчерпываются случаем двухкомпонентной ЭЯЭ. Рассмотренный прием может быть распространен на более общий случай.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как уже отмечалось во введении, односторонний характер «затратного механизма» является характерной чертой обобщенного метода приведенных затрат. В остальном метод может быть достаточно корректным и включать в себя набор разных проблем, связанных с развитием ядерной энергетики.

Можно было бы, например, сравнивать между собой различные планы совместного развития ядерной и неядерной энергетики, можно было бы расширить зону ЭЯЭ, включив туда различные варианты АСТ, как потребителей ЯГ и т.п. Совокупность такого рода проблем здесь не рассматривалась. Но, в принципе, метод обобщенных затрат допускает рассмотрение различных вариантов такого рода. Обращает на себя внимание возможность выявления «стартового времени» включения того или иного компонента вектора структуры энергетики и соответствующее количество производственных мощностей, как это было указано на примере в §7 (формула (7.16)).

Полезно указать еще на следующие возможные ограничения. Может оказаться, что в оптимальном режиме при минимальных затратах на интервал прогнозирования график введения в эксплуатацию каких-нибудь АЭС с наработчиком данного типа окажется слишком напряженным, не соответствующим возможностям промышленности. В таком случае целесообразно ввести ограничение вида*:

$$\frac{W_n(t_{i+1}) - W_n(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \leq C_i \text{ при } W_n(t_{i+1}) > W_n(t_i).$$

Другое ограничение связано с тем, что трудно представить себе план развития, при котором полностью выключается производство обогащенного урана для ЭЯЭ. Это возможно лишь при полном выключении ТР из системы с заменой их наработчиками. Но консервация такой мощной отрасли промышленности как обогатительное производство представляется слишком убыточным мероприятием, вследствие чего требуется обязательное выполнение неравенств:

$$W_n(t_i) > W_n(t_{i-1}),$$

откуда следует требование к полному графику развития

$$W(t_i) > W(t_{i-1}), \quad i=2, 3, \dots, I.$$

* Например, можно говорить, что промышленность не справится с таким темпом развития, которое соответствует времени удвоения ≤ 2 лет.

В частности, формулу (7.13) следует понимать так, что после момента $t_i = t_q$ система ТР продолжает потреблять в качестве ЯГ обогащенный уран на замороженном уровне совокупной мощности, указанном формулой (7.13).

Точно также вряд ли допустим такой график развития, когда сокращаются мощности урановой промышленности.

Развитие предприятий топливного цикла должно учитывать современные экологические требования, что должно быть отражено в соответствующих стоимостных категориях обобщенного метода приведенных затрат.

При проектировании какого-нибудь наработчика может возникнуть вопрос, какова верхняя граница допустимых «неурановых» удельных капитальных затрат $K_{НР}^{(0)}$. Например, в современных условиях $K_{БР}^{(0)}$ может в два раза превосходить $K_{ТР}^{(0)}$, что слишком дорого, и неравенство $I_0 > I_1$ оказывается невозможным. Это означает, что мы не можем за интервал прогнозирования выйти за предел базового варианта. Однако, имеется возможность в явном виде найти $K_{БР}^{(0)}$ как функцию t , разрешив неравенство:

$$I_0(T, t) > I_1(T, t)$$

относительно функционала $\frac{K_{БР}^{(0)} - K_{ТР}^{(0)}}{K_{ТР}^{(0)}} = \alpha$, и записать решение в виде

$$\alpha < f(t).$$

Функция $f(t)$ найдена в [14] и имеет вид, представленный на рис. 3.1, для случая, когда $z_1(t)$ растет. Проводя горизонталь, отвечающую значению $\alpha > 0$, как это показано на рис. 3.1,

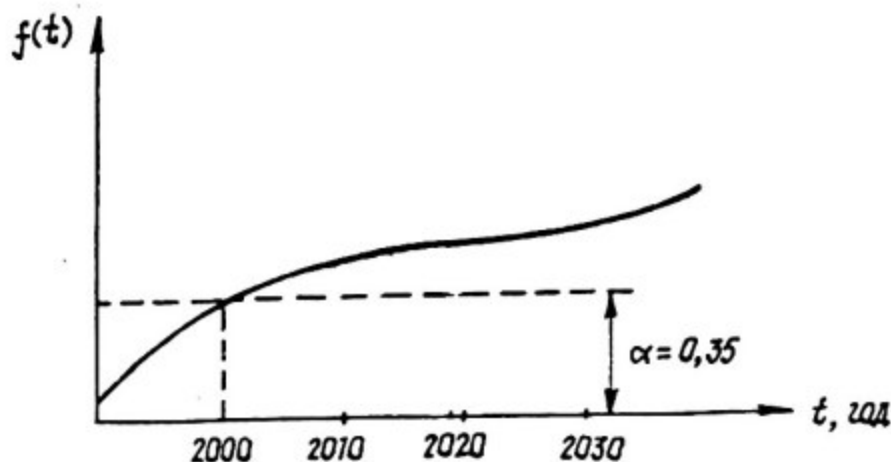


Рис. 3.1. Примерный график функции $f(t)$

мы по оси абсцисс получаем некоторый момент времени $t = t_1$ лет, где $f(t_1) = \alpha$. При $t < t_1$, $\alpha < f(t_1)$, и тогда $I_0(T, t) > I_1(T, t)$, т. е. данный быстрый реактор выгоден.

Расчет показывает, что такая ситуация для реактора типа БН-600 и БН-1000 на уровне 2000 г. может возникнуть лишь при $\alpha \cong 0,35$, т. е. когда

$$\frac{K_{БР}^{(0)}}{K_{ТР}^{(0)}} = 1 + \alpha \cong 1,35,$$

что согласуется с другими расчетами. Нарботчик с более высокой производящей способностью (типа ГТЯР) может повысить эту цифру до 2—2,5, что является полезной информацией для проектировщиков.

В § 7 и в § 1 были, конечно, рассмотрены достаточно частные случаи математических моделей системы ЭЯЭ. Наиболее общие модели даны в известных работах Ю. П. Елагина [15], С. Я. Чернавского [16], В. П. Браилова [17].

О ПРОИЗВОДЯЩЕЙ СПОСОБНОСТИ НАРАБОТЧИКОВ ЯГ

Известно следующее соотношение

$$1 \text{ Вт} = 6,25 \cdot 10^{12} \frac{\text{МэВ}}{\text{с}}$$

Если энергию деления принять $E_f = 200 \frac{\text{МэВ}}{\text{дел.}}$, то можно получить следующую связь между скоростью делений и вырабатываемой за счет делений мощностью:

$$6,25 \cdot 10^{12} \frac{\text{МэВ}}{\text{с} \cdot \text{Вт}} \cdot \frac{1}{E_f \frac{\text{МэВ}}{\text{дел.}}} \cdot 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{кВт}} = 3,125 \cdot 10^{13} \frac{\text{дел./с}}{\text{кВт}}$$

Это известный эквивалент. Таким же способом получим:

$$\begin{aligned} 6,25 \cdot 10^{15} \frac{\text{МэВ}}{\text{с} \cdot \text{кВт} (\tau)} \cdot \frac{1}{E_f} \cdot \frac{\text{ядер ЯГ}}{\text{МэВ}} \cdot 10^6 \frac{\text{кВт} (\tau)}{\text{ГВт} (\tau)} = \\ = \frac{6,25 \cdot 10^{21}}{E_f} \frac{\text{ядер ЯГ/с}}{\text{ГВт} (\tau)} \end{aligned}$$

число сгорающих за 1 с с делением ядер ЯГ, отнесенное на ГВт тепловой мощности, порожденной делением ЯГ.

По определению, $\text{КВ}_{\text{БР}}$ есть отношение числа ядер вторичного ЯГ, отнесенное к одному ядру сгоревшего (с делением и без деления) первичного ЯГ. Число $1 + \alpha_{\text{БР}}^{(\text{ЯГ})}$ (где $\alpha_{\text{БР}}^{(\text{ЯГ})}$ есть $\Sigma_c^{(\text{ЯГ})} / \Sigma_f^{(\text{ЯГ})}$, усредненное по спектру БР) является отношением числа ядер сгоревшего первичного ЯГ к числу ядер сгоревшего только с делением ЯГ. Поэтому $(\text{КВ}_{\text{БР}} - 1)(1 + \alpha_{\text{БР}}^{(\text{ЯГ})})$ равно отношению числа ядер избыточного (вторичного) ЯГ к числу ядер ЯГ, сгоревших с делением.

Если принять 365 суток в году, то число секунд в году $3,15 \times 10^7$. КИМ равен отношению $\varphi_{\text{БР}}$ числа фактически проработанных суток в году к числу суток в году. Поэтому число фактически проработанных секунд в году равно

$$3,15 \cdot 10^7 \varphi_{\text{БР}}$$

Отсюда следует

$$\frac{6,25 \cdot 10^{21}}{E_f} (\text{КВ}_{\text{БР}} - 1)(1 + \alpha_{\text{БР}}^{(\text{ЯГ})}) \frac{\text{ядер избыточного ЯГ}}{\text{с} \cdot \text{ГВт} (\tau)} \times$$

$$\times 3,15 \cdot 10^7 \varphi_{БР} \frac{с}{год} = \frac{1,96 \cdot 10^{29}}{E_f} (КВ_{БР} - 1) \times$$

$$\times (1 + \alpha_{БР}^{(ЯГ)}) \varphi_{БР} \frac{\text{ядер избыточного ЯГ}}{\text{год ГВт (т)}}$$

Вес одного ядра ЯГ определяется через число Авогадро $N = 0,602 \cdot 10^{24}$ выражением

$$\rho_{ЯГ} = \frac{A_{ЯГ}}{0,602 \cdot 10^{24}} \frac{г}{\text{ядро ЯГ}},$$

и тогда получается

$$\frac{1,96 \cdot 10^{29}}{E_f} (КВ_{БР} - 1) (1 + \alpha_{БР}^{(ЯГ)}) \frac{\text{ядер избыточного ЯГ}}{\text{ГВт (т) год}} \times$$

$$\times \varphi_{БР} \frac{A_{ЯГ}}{0,602 \cdot 10^{24}} \frac{г}{\text{ядро ЯГ}} \cdot 10^{-6} \frac{т}{год} =$$

$$= 0,327 \frac{(КВ_{БР} - 1) (1 + \alpha_{БР}^{(ЯГ)}) A_{ЯГ}}{E_f} \frac{т \text{ избыточного ЯГ}}{\text{ГВт (т) год}}. \quad (П.1.1)$$

Здесь имеется в виду ГВт (т), порожденный только делением ЯГ. Но полная мощность $W_{БР}$ ГВт (т) реактора превосходит мощность $W_{БР}^{(ЯГ)}$ ГВт (т), вырабатываемую за счет делений только ЯГ, например, за счет делений сырьевых материалов (^{238}U , ^{232}Th), и можно ввести коэффициент усиления мощности ЯГ:

$$M_{БР} = \frac{W_{БР} \text{ ГВт (т) полных}}{W_{БР}^{(ЯГ)} \text{ ГВт (т) только за счет дел. ЯГ}}. \quad (П.1.2)$$

По определению

$$ПС_{БР} = \frac{G \text{ т избыточного ЯГ/год}}{W_{БР} \text{ ГВт (т)}}$$

Тогда из (П.1.1) и (П.1.2) получим

$$ПС_{БР} = 0,327 \frac{(КВ_{БР} - 1) (1 + \alpha_{БР}^{(ЯГ)}) A_{ЯГ}}{E_f M_{БР}} \varphi_{БР}. \quad (П.1.3)$$

Аналогично находится потребляющая способность ТР:

$$ПСП_{ТР} = 0,327 \frac{(1 - КВ_{ТР}) (1 + \alpha_{ТР}^{(ЯГ)}) A_{ЯГ}}{E_f M_{ТР}} \varphi_{ТР}. \quad (П.1.4)$$

Для ГТЯР имеем

$$ПС_{ГТЯР} = \frac{G \cdot т \text{ ЯГ/год}}{W_{ГТЯР} \text{ ГВт (т)}}$$

Роль числа $M_{БР}$ теперь играет

$$M_{\text{ГТЯР}} = \frac{W_{\text{ГТЯР}} \text{ГВт} (\tau)}{W_{\text{пл}} \text{ГВт} (\tau)},$$

т. е. отношение полной мощности установки (и в бланкете и в плазменной камере) к мощности в плазменной камере.

Коэффициент наработки ЯГ в ГТЯР $KB_{\text{ГТЯР}}^{(\text{ЯГ})}$ определяется как отношение числа ядер ЯГ, нарабатываемого в бланкете из сырьевых материалов, плюс число ядер трития (нарабатываемого из лития в бланкете), отнесенных к одной (D, T) -реакции (или к одному термоядерному нейтрону, что одно и то же). В силу этого полный коэффициент наработки $KB_{\text{ГТЯР}}$ представляется в виде суммы:

$$KB_{\text{ГТЯР}} = KB_{\text{ГТЯР}}^{(\text{ЯГ})} + KB_{\text{ГТЯР}}^{(3)},$$

где $KB_{\text{ГТЯР}}^{(3)}$ — собственный коэффициент воспроизводства ГТЯР, определяемый как отношение ядер вторичного трития к числу ядер сгорающего в (D, T) -реакции трития (с массовым числом A_3). Тритий — высокотоксичный нуклид, и считается, что нарабатывать его нужно ровно столько, сколько его используется с небольшим избытком для сооружения новых ГТЯР. В силу этого

$$KB_{\text{ГТЯР}}^{(3)} - 1 \ll 1, \quad KB_{\text{ГТЯР}}^{(3)} \approx 1.$$

В то же время число $KB_{\text{ГТЯР}}$ в разных проектах довольно устойчиво держится около цифры 2,5, и для оценочных расчетов можно принимать

$$KB_{\text{ГТЯР}}^{(\text{ЯГ})} \ll 1,5,$$

что примерно в три раза превышает $KB_{\text{ТР}} \approx 0,5$.

Используя тот же прием, что и выше, получаем:

$$PC_{\text{ГТЯР}} = 0,327 \frac{KB_{\text{ГТЯР}}^{(\text{ЯГ})} A_{\text{ЯГ}}}{E_{DT} M_{\text{ГТЯР}}} \Phi_{\text{ГТЯР}} \frac{\tau_{\text{ЯГ}}}{\text{ГВт} (\tau) \text{ год}}. \quad (\text{П.1.5})$$

Здесь E_{DT} энергия (МэВ), вырабатываемая в плазменной камере. С учетом кинетической энергии термоядерного нейтрона и той энергии связи, которую он «высаживает» в бланкете в форме захватного γ -кванта, а также с учетом энергии α -частицы в плазменной камере, можно принять:

$$E_{DT} \approx 20 \text{ МэВ}.$$

КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ МОЩНОСТИ В БЛАНКЕТЕ

Обозначим $\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ — распределение потока нейтронов по координатам (\vec{r}), по энергии (E) и по угловым направлениям ($\vec{\Omega} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$, $|\vec{\Omega}| = 1$). Символом $\langle \cdot \rangle$ будем обозначать шестикратный интеграл по всему фазовому пространству переменных ($\vec{r}, E, \vec{\Omega}$). Пусть q — распределение по фазовым переменным прямопротрельных термоядерных нейтронов, излучаемых из плазменной камеры в бланкет и порождающих соответствующее поле замедляющихся нейтронов и вторичных нейтронов деления в бланкете.

Тогда, с помощью стандартных программ для ЭВМ по распределению q находится распределение φ , и $M_{\text{ГТЯР}}$ может быть записано в форме:

$$M_{\text{ГТЯР}} = \frac{W_{\text{ГТЯР}}}{W_{\text{пл}}} = \frac{E_{\text{DT}} \langle q \rangle + E_f \langle \Sigma_f \varphi \rangle}{E_{\text{DT}} \langle q \rangle} = 1 + \frac{E_f}{E_{\text{DT}}} \frac{\langle \Sigma_f \varphi \rangle}{\langle q \rangle}. \quad (\text{П.2.1})$$

Здесь $\langle q \rangle$ — скорость (D, T)-реакций, $\langle \Sigma_f \varphi \rangle$ — скорость реакций деления.

Полный баланс нейтронов в бланкетной системе теперь может быть записан в виде:

$$\langle q \rangle + \langle \nu_f \Sigma_f \varphi \rangle = \langle \Sigma_a \varphi \rangle + I, \quad (\text{П.2.2})$$

где

$$\Sigma_a = \Sigma_f + \Sigma_c^{(B)} + \Sigma_c^{(L1)} + \Sigma_c'. \quad (\text{П.2.3})$$

Здесь мы специально выделили сечение поглощения нейтронов на литии, т. к. по определению

$$\frac{\langle \Sigma_c^{(L1)} \varphi \rangle}{\langle q \rangle} = \text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(3)}. \quad (\text{П.2.4})$$

Для уран-плутониевого цикла полный $\text{KB}_{\text{ГТЯР}}$

$$\text{KB}_{\text{ГТЯР}} = \text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(9)} + \text{KB}_{\text{ГТЯР}}^{(3)} = \frac{\langle \Sigma_c^{(B)} \varphi \rangle + \langle \Sigma_c^{(L1)} \varphi \rangle}{\langle q \rangle}. \quad (\text{П.2.5})$$

Величина I в (П.2.2) является утечкой нейтронов из бланкетной системы. В целях защиты от тепловыделения в конструкциях сверхпроводящей системы, которое порождается излучением из бланкета, он конструируется так, чтобы $\frac{I}{\langle q \rangle}$ было мало.

Поэтому в (П.2.2) величиной l можно пренебречь. Штрихом в (П.2.3) отмечено сечение поглощения нейтронов в конструкционных материалах blankets, которым в оценочных расчетах также можно пренебречь. В результате, учитывая обозначения (П.2.4), (П.2.5), получим:

$$1 + \frac{\langle \nu_l \Sigma_l \varphi \rangle}{\langle q \rangle} = \frac{\langle \Sigma_l \varphi \rangle}{\langle q \rangle} + \text{KB}_{\text{ГТЯР}}$$

или

$$\left(\frac{\langle \nu_l \Sigma_l \varphi \rangle}{\langle \Sigma_l \varphi \rangle} - 1 \right) \frac{\langle \Sigma_l \varphi \rangle}{\langle q \rangle} = \text{KB}_{\text{ГТЯР}} - 1.$$

Из (П.2.1) следует

$$\frac{\langle \Sigma_l \varphi \rangle}{\langle q \rangle} = (M_{\text{ГТЯР}} - 1) \frac{E_{\text{DT}}}{E_l}.$$

Отношение $\frac{\langle \nu_l \Sigma_l \varphi \rangle}{\langle \Sigma_l \varphi \rangle} = \bar{\nu}_{\text{эф}}$ есть эффективное число нейтронов деления на 1 акт деления, усредненное по действующему в blankets спектру нейтронов. В результате мы получим связь между $\text{KB}_{\text{ГТЯР}} - 1$ и $M_{\text{ГТЯР}}$ в виде:

$$\text{KB}_{\text{ГТЯР}} - 1 = (\bar{\nu}_l - 1) \frac{E_{\text{DT}}}{E_l} (M_{\text{ГТЯР}} - 1).$$

При использовании в blankets природного или отвалного урана величина $\bar{\nu}_l \cong 4$. Если принять $\text{KB}_{\text{ГТЯР}} \cong 2,5$, то мы получим $M_{\text{ГТЯР}} - 1 = 1,5/0,3 = 5$, $M_{\text{ГТЯР}} \cong 6$, что и было использовано в основном тексте § 2.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батов В. В., Корякин Ю. И. Экономика ядерной энергетики. М.: Атомиздат, 1969.
2. Крамеров А. Я., Шевелев Я. В. Инженерные расчеты в ядерной энергетике. Гл. 21. М.: Энергоатомиздат, 1984.
3. Шевелев Я. В. О формах хозрасчетных взаимоотношений в электроэнергетике при наличии ядерных электростанций. М., 1981. ИАЭ—3455/3 (Препринт ИАЭ И. В. Курчатова).
4. Субботин В. И. Потенциальные энергетические ресурсы земли и направление их использования // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. № 5. 1980.
5. Петросьянц А. М. Современные проблемы атомной науки и техники СССР. М.: Атомиздат, 1976.
6. Фейнберг С. М., Шихов С. Б., Троянский В. Б. Теория ядерных реакторов. Т. 1, М.: Атомиздат, 1978.
7. Шихов С. Б., Хромов В. В., Слесарев И. С., Шмелев А. Н. Реакторы на быстрых нейтронах, работающие в бриддерном режиме. М.: МИФИ, 1971.
8. Блинкин В. Л., Новиков В. М. Оптимальная симбиозная система реакторов синтеза и деления на расплавах металлов // Тр. II Совместного советско-американского семинара Синтез-деление. 14 марта—1 апреля 1977 г. М.: Атомиздат, 1978.
9. Lidzky Z. M. Fission-fusion systems: hybrid, symbiotic and augean. Nucl. Fusion. 1975. V. 15. N 1. P. 151—174.
10. Лейпунский А. И., Казачковский О. Д., Шихов С. Б., Муругов В. М. Изучение возможности использования тория в быстрых энергетических реакторах // Атомная энергия. 18. Вып. 4. 1965 (Перевод в Journ. of nucl. energy, 20, N 9, 1966).
11. Фейнберг С. М. Атомные электростанции (генеральный доклад секции «Атомные электростанции» МИРЭК—УП) // Атомная энергия. 25. Вып. 5, 1968.
12. Синев Н. М., Батуров Б. Б. Экономика атомной энергетики. Основы технологии и экономики ядерного топлива. М.: Атомиздат, 1980.
13. Кузьмин А. М. Методы оптимизации ядерно-энергетических установок. М.: МИФИ, 1985.
14. Шихов С. Б. Связь между физическими и экономическими характеристиками гибридного термоядерного реактора (ГТЯР) в условиях замкнутого топливного цикла // Расчетно-теоретические исследования в теплофизике ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1983. С. 87—102.

15. Елагин Ю. П. Модель, предназначенная для определения оптимальной структуры ядерной энергетики // ВАНТ. Вып. 5 (27). 1982.
16. Чернавский С. Я. Системное прогнозирование ядерной энергетики. М.: Наука, 1980.
17. Браилов В. П. Динамическая модель для оптимизации развивающейся системы атомных электростанций // Атомная энергия. Т. 32. Вып. 5. 1972.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
§1. Формулировка основного оптимизационного алгоритма	8
§2. Простейшие математические модели ЭЯЭ	13
§3. Время удвоения БР как мера его способности к производству избыточного ЯГ	26
§4. Многокомпонентная модель ЭЯЭ с произвольным графиком ее развития	30
§5. Некоторые свойства математической модели ЭЯЭ	35
§6. Конечно-разностная формулировка оптимизационной задачи	38
§7. Применение симплекс-метода задач линейного программирования для минимизации функционала /	41
Заключение	46
Приложение 1. О производящей способности наработчиков ЯГ	49
Приложение 2. Коэффициент усиления мощности в бланкете	52
Список использованной литературы	54

Редактор И. Н. Маркина
Техн. редактор С. С. Попова
Корректор Е. Т. Щудло

Тем. план 1992 г., поз. 10

Подписано в печать 1.02.93 Формат 60×84 1/16
Печ.л.3,5 Уч.-изд.л. 4,0 Тираж 250 экз.
Заказ 1743 С—029—1

Московский инженерно-физический институт. Типография МИФИ.
115409, Москва Каширское шоссе, 31