

К 339:1
С23



**Сборник
задач
по физике
элементарных
частиц**

Москва 1983

539.1

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО С 23
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ФИЗИКЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Утверждено
редсоветом института
в качестве учебного пособия

130

~~УТВЕРЖДЕНО
6-ИИ ИИФФИ~~

Far

Москва 1983

УДК 539.12

Сборник задач по физике элементарных частиц. - 2-е изд.
перераб. и доп. - М.: Изд. МИФИ, 1983. - 92 с.

Авт.: Ю. Д. Котов, Ю. П. Никитин, В. П. Протасов, Э. П. Топоркова, А. И. Фесенко.

Учебное пособие содержит 113 задач, представляющих основные разделы курсов физики элементарных частиц и кинематики ядерных реакций, включая последние достижения этих областей физики.

Сборник отражает многолетний опыт изложения задач на практических занятиях по вышеуказанным курсам. В нем приводится справочный материал, необходимый для решения задач, а также сами решения.

Сборник рассчитан на студентов факультета ЭТФ, СФФ, преподавателей ФПКП, а также может быть полезен аспирантам, избравшим физику элементарных частиц своей специальностью.

Рецензенты: д.ф.-м.н. Ю. А. Щербаков, проф. И. В. Ракобольская

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| Условные обозначения и сокращения..... | 4 |
| Задачи..... | 5 |
| Кинематика..... | 5 |
| Формирование пучков элементарных частиц..... | 10 |
| Физика высоких энергий. Глубоконеупругие процессы | 12 |
| Принципы инвариантности и законы сохранения..... | 14 |
| Определение квантовых чисел частиц и резонансов..... | 18 |
| Примеры экспериментального исследования взаимодей- | |
| ствий частиц..... | 20 |
| Ответы и решения..... | 25 |
| Список литературы..... | 91 |

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

p - 4-импульс частицы или модуль 3-импульса,

q - 4-мерный переданный импульс,

\vec{p} - 3-мерный вектор импульса частицы,

$p_{||}$ - продольный импульс,

p_{\perp} - поперечный импульс,

v - скорость частицы,

s, t, u - инвариантные переменные Мандельштама,

$E = \sqrt{p^2 + m^2}$ - полная энергия частицы,

$T = E - m$ - кинетическая энергия частицы,

θ - угол вылета частицы,

ψ - угол разлета двух частиц,

γ - Лоренц-фактор,

$(ab) = a_0 b_0 - \vec{a} \vec{b}$ - скалярное произведение 4-векторов,

* - звездочкой обозначаются кинематические переменные в системе центра масс.

л.с., L - система - лабораторная система координат,

с.ц.м., C - система - система центра масс.

Примечание: используется система единиц $\hbar = c = 1$.

КИНЕМАТИКА

1. Чему равно число независимых кинематических инвариантов (P_i, P_k) ($i \neq k$; i, k - номера частиц) для реакции $a + b \rightarrow 1 + 2 \dots$?

2. Для процесса $a + b \rightarrow 1 + 2$ (мишень b покоится) определить квадрат полной энергии в с.ц.м. Выразить значения импульсов и энергий сталкивающихся и образующихся частиц в с.ц.м. реакции через инвариантные переменные. Рассмотреть случай $m_1 = m_2$. Как изменятся полученные выражения применительно к распаду $c \rightarrow 1 + 2$?

3. Для процесса $a + b \rightarrow 1 + 2$ выразить значения энергий E_1 и E_2 и углов вылета частиц $\cos \theta_1, \cos \theta_1^*$ через инвариантные переменные Мандельстама. Какой вид принимают полученные выражения для упругого рассеяния ($m_1 = m_a, m_2 = m_b$) ?

4. В реакции когерентного рождения на ядре $\pi + Я \rightarrow 3\pi + Я$ при импульсе $P_\pi = 10$ ГэВ/с образуется резонансное состояние в системе трех π -мезонов с массой $M_{эф} = 1080$ МэВ ($M_Я = 12$ а.е.м.). Определить минимальное значение квадрата передаваемого 4-импульса, соответствующее образованию данного состояния.

5. Определить максимальное значение энергии и импульса частицы "1" в с.ц.м. (E_1^*, P_1^*), образовавшейся при распаде частицы "a" на n частиц: $a \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n$.

6. Определить максимальную и минимальную энергии любой из вторичных частиц, образующихся в трехчастичном распаде покоящейся частицы "a" по каналу: $a \rightarrow 1 + 2 + 3$. Каким конфигурациям векторов импульсов вторичных частиц отвечают указанные экстремальные значения энергии?

7. Для реакции $a + b \rightarrow 1 + 2$ вывести формулу для порога рождения частицы "1" - $T_{пор}$ для случаев: а) частица-мишень покоится, б) частица-мишень движется.

8. Определить пороговые значения энергии падающей частицы для $\pi p, p\pi$ и pp реакций, в которых образуется пара $p\bar{p}$. Объяснить различие в значениях $T_{пор}^{\pi p}, T_{пор}^{p\pi}, T_{пор}^{pp}$. Полагать мишень покоящейся.

9. Определить пороговые значения энергии пиона для реакций $\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda^0$; $\pi^- p \rightarrow K^0 \bar{K}^0 n$. Мишень полагать покоящейся.

10. Доказать, что переходы $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ и $e \rightarrow e + \gamma$ в вакууме невозможны. Определить минимально возможный передаваемый импульс бесконечно тяжелому ядру в процессе $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ в поле ядра для ультррелятивистского случая.

11. Показать, что при столкновении частиц с одинаковыми массами соотношение между их Лоренц-факторами в л.с. и с.ц.м. дается формулой: $\gamma_{л.с.} = 2\gamma_{с.ц.м.}^2 - 1$. Примечание: формула дает возможность легко определить энергии в с.ц.м. $E/m = 2(E'/m)^2 - 1$.

12. Какой энергии обычного ускорителя соответствует энергия 30 ГэВ встречных протонных пучков?

13. Определить максимальную и минимальную энергии лептона μ^\pm (или e^\pm) и нейтрино ($\nu_\mu, \nu_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_e$), образующихся в распадах $\pi^\pm (K^\pm) \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$, $(e^\pm + \nu_e (\bar{\nu}_e))$ в системе отсчета, где распадающийся пион (каон) движется с импульсом P . Убедиться, что спектр $\nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$ при распаде K^\pm -мезонов с импульсом P жестче, чем при распаде π^\pm с тем же импульсом.

14. Нейтральная частица с массой m и импульсом P распадается на лету на 2 γ -кванта. Определить минимальную и максимальную энергии одного из образующихся γ -квантов в л.с. Указать способ измерения массы нейтральной частицы, распадающейся на два γ -кванта по измерениям максимальной и минимальной энергии.

15. Пусть распад $a \rightarrow 1 + 2$ происходит налету. Показать, что в том случае, когда скорость v_a частицы "а" меньше, чем скорость v_1^* частицы "1" (или "2") в системе покоя частицы "а", частица "1" ("2") может вылетать в лабораторной системе ($v_a \neq 0$) под любыми углами относительно направления v_a . Для каких частиц это заключение справедливо всегда, независимо от величины скорости v_a ?

16. В условиях задачи 15 рассмотреть случай $v_a > v_{1,2}^*$. Показать, что в этом случае существует максимально возможный угол θ_{max} вылета частицы "1" (или "2") в лабораторной системе ($0 \leq \theta_{max} < \frac{\pi}{2}$), и найти, как угол θ_{max} зависит от масс частиц, участвующих в процессе распада.

17. При взаимодействии пионов с водородной мишенью в реакции $\pi^+ p \rightarrow p + X$ образуется частица с массой $m_X > m_\pi$. Показать, что в этом случае протоны имеют предельный угол вылета.

18. Под каким углом в лабораторной системе вылетает частица "2" в процессе двухчастичного распада $\alpha \rightarrow 1 + 2$, если частица "1" вылетает под предельным углом?

19. Найти зависимость угла разлета частиц в л.с., образующихся при двухчастичном распаде движущейся частицы "a", от энергии одной из вторичных частиц.

20. Найти зависимость энергии одной из вторичных частиц, образующихся в распаде $\alpha \rightarrow 1 + 2$, от угла разлета частиц "1" и "2" при условии, что массы частиц "1" и "2" одинаковы: $m_1 = m_2 = 0$.

21. Определить значение минимального угла разлета γ -квантов, образовавшихся при распаде нейтрального пиона на лепту. Предложить идею эксперимента, цель проведения которого — обнаружение нейтральной частицы, распадающейся на два γ -кванта.

22. Найти минимальный угол разлета $\psi_{\text{мин}}$ γ -квантов при двухфотонной аннигиляции позитрона, если аннигиляция происходит на покоящемся свободном электроне: $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$.

23. Остановившиеся K^+ -мезоны распадаются по схеме $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$. Определить значение минимального угла разлета γ -квантов, образующихся при распаде π^0 -мезонов. Рассчитать энергетический спектр γ -квантов и распределение по углу разлета между ними. Распад π^0 -мезона в его системе покоя полагать изотропным.

24. Найти распределение продуктов распада $\alpha \rightarrow 1 + 2$ по поперечным импульсам $\vec{P}_{1\perp}$ или $\vec{P}_{2\perp}$ в системе отсчета, где частица "a" движется. Распределение продуктов распада в системе покоя частиц "a" полагать изотропным. Рассмотреть случаи:

а) $m_1 \neq m_2$; б) $m_1 = m_2$ в) $m_1, m_2 \ll m_a$.

25. Как изменится качественно вид распределения по поперечным импульсам $\vec{P}_{1\perp}$ в условиях задачи 24, если учесть конечную разрешающую способность прибора по поперечному импульсу ($\Delta P_{1\perp} = \delta$)?

26. Как можно использовать результаты решения задач 24, 25 при экспериментальном поиске распадов коротко живущих частиц "a", если наблюдается только один из продуктов распада, а сорт другого известен?

27. Найти угловое распределение вторичных частиц в двухчастичном распаде $\alpha \rightarrow 1 + 2$ налету, если в системе покоя

частицы "а" оно изотропное. Рассмотреть случаи $v_a < v_{1,2}^*$ и $v_a > v_{1,2}^*$. Убедиться, что плотность распределения растет при приближении угла вылета к предельно возможному.

28. Найти распределение вторичных частиц в распаде $a \rightarrow 1 + 2$ по углу их разлета в л.с. в предположении об изотропном характере распада в системе покоя частицы "а". Рассмотреть случай $m_1 = m_2 = 0$.

29. Показать инвариантность величины d^3p/E по отношению к преобразованию Лоренца.

30. Вычислить релятивистски инвариантный фазовый объем пары частиц с массами m_1 и m_2 и эффективной массой, равной \sqrt{s} . Найти значение фазового объема в случае $m_1 = m_2 = 0$.

31. Вычислить отношение фазовых объемов в распадах:

$$a) \quad \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu, \quad \pi^+ \rightarrow e^+ + \nu;$$

$$b) \quad \Lambda \rightarrow p + \pi^-, \quad \Lambda \rightarrow n + \pi^0.$$

32. Используя значения масс частиц, сравнить множители фазового объема для распадов:

$$\begin{cases} K_1^0 \rightarrow 2\pi; \\ K^+ \rightarrow 2\pi; \end{cases} \quad \begin{cases} K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu; \\ K^+ \rightarrow e^+ + \nu_e. \end{cases}$$

33. Используя результаты задачи 32 и зная экспериментальные значения относительных вероятностей распадов $\omega_{K^+ \rightarrow 2\pi} = 21,0\%$, $\omega_{K_1^0 \rightarrow 2\pi} = 68,4\%$, получить относительные величины модулей матричных элементов распадов:

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0; \quad K_1^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-.$$

34. Найти величину полного релятивистски инвариантного фазового объема для распада: $a \rightarrow 1 + 2 + 3$.

35. Для процесса $a \rightarrow 1 + 2 + 3$ рассчитать плотность точек на диаграмме (E_1, E_2) , полагая, что она задается релятивистски инвариантным фазовым объемом.

36. Показать, что плотность точек (экспериментальных случаев) на диаграмме Далица пропорциональна квадрату матричного элемента.

37. Законы сохранения энергии и импульса ограничивают на диаграмме Далица определенную разрешенную область изменения переменных $(E, T$ или квадратов эффективных масс, в зависимости от того, в каких переменных строится диаграмма). Получить уравнение границ диаграммы Далица для трехчастич-

ного распада $a \rightarrow 1 + 2 + 3$: а) в переменных E_1^*, E_2^* ; б) в переменных квадратов эффективных масс пар вторичных частиц.

38. Показать, что при распаде частицы на три частицы с равными массами $a \rightarrow 1 + 2 + 3$ ($m_1 = m_2 = m_3$) границей разрешенной области на диаграмме Далица является окружность.

39. Построить границу диаграммы Далица в координатах T для распадов: $\varrho \rightarrow 3\pi$; $\varrho \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \gamma$ в переменных M_{13}^2 и M_{23}^2 , E_1^* и E_2^* .

40. Рассчитать отношения фазовых объемов распадов:
а) $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0$; б) $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$.

41. Вычислить вероятность распада мюона по схеме $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e (\bar{\nu}_e) + \tilde{\nu}_\mu (\nu_\mu)$, полагая квадрат матричного элемента равным $\frac{8}{3} G^2 m_\mu^4$. Здесь $G = 10^{-5} / m_p^2$ — константа слабого взаимодействия, m_μ — масса μ -мезона; m_p — масса протона.

42. Рассчитать по фазовым объемам распределения по эффективным массам $\pi^+ \pi^-$ и $\pi^+ \pi$ -систем в реакции $\pi^+ + \rho \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$. Проанализировать форму полученных распределений и указать положение характерных точек.

43. Пусть импульсно-угловое распределение продуктов трехчастичного распада $a \rightarrow 1 + 2 + 3$ определяется только релятивистски инвариантным фазовым объемом. Найти формулу для распределения любого из продуктов распада по поперечному импульсу $\vec{p}_{i\perp}$ (относительно направления импульса частицы "а"), $i = 1, 3, 2$. Какие сведения о частице "а" можно получить, наблюдая лишь один из продуктов распада и зная сорта остальных, на основе вида распределения по $\vec{p}_{i\perp}$?

44. Как изменится вид распределения по $p_{i\perp}$ ($i = 1$ или 2) в двухчастичном распаде $a \rightarrow 1 + 2$, если в системе покоя частицы "а" распределение продуктов реакции не изотропно? Рассмотреть случаи: а) $dN/d\Omega^* \sim 1 + \alpha \cos \theta^*$; б) $\frac{dN}{d\Omega^*} \sim 1 + \beta \cos^2 \theta^*$; в) $\frac{dN}{d\Omega^*} \sim \sin^2 \theta^*$, где θ^* — угол вылета одной из частиц (1 или 2) в системе покоя "а" относительно направления, вдоль которого совершается релятивистское преобразование в эту систему отсчета.

45. Вычислить объем продольного фазового пространства для двух частиц L_2^{**} , считая поперечные импульсы известными параметрами задачи.

46. Показать, что если проинтегрировать L_2 по поперечным импульсам r_1 и r_2 , то получится известное выражение для фазового объема системы двух частиц ($\mathcal{D}_2 = \frac{\pi p^*}{\sqrt{\beta}}$).

47. Указать на диаграмме продольного фазового пространства (ПФП-диаграмме) области, соответствующие различным типам мультипериферических диаграмм для процесса: $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + K^+ + \Lambda$.

ФОРМИРОВАНИЕ ПУЧКОВ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

48. Определить энергетическое распределение нейтрино и мюонов от распадов $\pi^\pm(K^\pm) \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ в системе отсчета, где пион (каон) движется с импульсом P . В системе покоя пиона (каона) угловое распределение мюонов (или нейтрино) изотропно. Проанализировать положение характерных точек распределений в ультрарелятивистском и крайнем нерелятивистском случае. Каковы особенности изменения энергетического спектра мюонов и нейтрино при переходе от $E_{\pi,K}^1$ к $E_{\pi,K}^2 > E_{\pi,K}^1$.

49. Прибор регистрирует мюоны с энергией E_μ в лабораторной системе координат. Известно, что эти мюоны образуются в результате распадов пионов и каонов немонахроматического пучка по каналам $\pi^\pm(K^\pm) \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$. Определить интервалы энергий пионов (каонов), распады которых могут привести к образованию мюонов с энергией E_μ . В системе покоя пиона (каона) угловое распределение мюонов (или нейтрино) изотропно.

50. В условиях задачи 48 определить интервалы энергий пионов и каонов, распады которых могут привести к образова-

*) По определению продольным фазовым объемом системы из n частиц называется интеграл:

$$L_n(\mathcal{D}) = L_n(E; q; m_i') = \int \prod_{i=1}^n \frac{dq_i}{2E_i} \delta\left(\sum_{i=1}^n q_i - q\right) \delta\left(\sum_{i=1}^n E_i - E\right),$$

где q - суммарный продольный импульс системы, $m_i'^2 = m_i^2 + r_i^2$, r_i - поперечный импульс одной из частиц; q_i - продольный импульс i -й частицы.

нию мюонного нейтрино ν_μ (мюонного антинейтрино $\bar{\nu}_\mu$) с энергией E_ν .

51. Имеется нитевидный пучок пионов (каонов) с импульсами p . Известны времена жизни этих частиц в их системе покоя ($\tau_{\pi, K}$). Определить, какая доля частиц пучка претерпит распады типа $\pi^\pm(K^\pm) \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ на базе длиной L . Какова относительная интенсивность пучка $\pi(K)$ -мезонов на расстоянии L от источника пионов (каонов)?

52. Считая энергетические спектры узких пучков пионов и каонов заданными ($dN_{\pi, K}/dE = f_{\pi, K}(E)$), вывести формулу для энергетического спектра нейтрино от распадов $\pi^\pm(K^\pm) \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ на расстоянии L от источника пионов (каонов).

53. В условиях задачи 52 вывести формулу для энергетического спектра мюонов.

54. В условиях задачи 51 рассчитать энергетический спектр мюонов, если спектр исходных пионов имеет вид:

$$\frac{dN}{dE_\pi} = N_0 E_\pi e^{-aE_\pi}, \quad a = 0,61 \text{ 1/ГэВ. Спектр рассчитать}$$

на расстоянии L от мишени. Полагать $L \ll L_0$, L_0 - средний пробег пионов до распада.

55. Вывести формулу для энергетических и угловых распределений мюонов, образующихся в результате чисто лептонных распадов пионов (каонов), спектр которых имеет вид^{*}:

$$E \frac{dN_{\pi, K}}{d^3p} = A e^{-b p_\perp}, \quad \text{где } p_\perp \text{ - поперечный импульс } \pi(K), A =$$

$= \text{const}$. Расстояние от источника равно $L \ll L_{расп}$ ($L_{расп}$ - средний пробег мезона до распада). Для простоты считать, что мюоны образуются под пренебрежимо малыми углами к импульсу родительской частицы. За ось Z принимается направление от точечного источника пионов (каонов) к детектору, перпендикулярному торцу детектора.

56. В условиях задачи 55 определить энергетические и угловые распределения мюонных нейтрино (антинейтрино) от чисто лептонных распадов пионов и каонов на расстоянии L от их источника.

^{*} Реальный спектр мезонов (π, K) гораздо сложнее. В частности, имеется зависимость от $p_{||}$.

57. Проанализировать пространственно-энергетическое распределение мюонов и нейтрино в условиях задач 55, 56 на расстоянии L от источника.

ФИЗИКА ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ. ГЛУБОКОНЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ

58. Показать, что при параллельных друг другу преобразованиях Лоренца быстроты складываются.

59. Пользуясь определением быстроты $v'' = thy$, где v'' — продольная скорость частицы, показать справедливость

соотношения $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + P_{||}}{E - P_{||}}$ (E , $P_{||}$ — полная энергия и продольный импульс частицы).

60. В инклюзивной реакции $a + b \rightarrow 1 +$ (адроны) измерено трижды дифференциальное сечение $\frac{d^3\sigma}{dy, d^2p_{\perp}} = f(p_{\perp}, y)$ образования вторичных частиц сорта "1" (y — быстрота частицы "1"). Найти формулу для распределения частиц "1" по продольным импульсам в с.ц.м. реакции. Первичная энергия соударения задана.

61. В инклюзивной реакции $a + b \rightarrow 1 +$ (адроны) задано распределение по импульсам вторичных частиц сорта "1":

$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = f(p_{\perp}, p_z^*)$, где p_z^* — продольный импульс в с.ц.м. реакции. Найти формулу для распределения частиц "1" по быстротам. Первичная энергия соударения задана.

62. В партонной модели адрона, обладающего достаточно большим импульсом P , последний, по предположению, состоит из совокупности точечных частиц — партонов. В таком состоянии адрон существует некоторое время. Оценить время жизни партонной флуктуации адрона с импульсом P и массой m , предполагая, что он виртуально может переходить в два партона с импульсами p_1 и p_2 и массами $m_1 = m_2$. Считать все частицы ультрарелятивистскими, а поперечные импульсы партонов ограниченными.

63. Рассмотреть процессы электророждения $e + N \rightarrow e +$ (адроны) и нейтринорождения $\nu_{\mu} + N \rightarrow \mu^{-} +$ (адроны) адронов на нуклонах, предполагая, что в системе отсчета, где первичный нуклон ультрарелятивистский, эти процессы осуществляют-

ся соответственно за счет упругого электромагнитного и квазиупругого слабого взаимодействия первичного лептона с точечными составляющими адрона — партонами ($e+q \rightarrow e+q$, $\nu_\mu+q \rightarrow \mu+q'$; q, q' — партоны). Пренебрегая поперечными импульсами партонов, показать, что лептоны взаимодействуют лишь с такими партонами, которые переносят долю продольного импульса нуклона, равную $x = r_z/p_N = -q^2/2M \cdot \nu$, где M — масса нуклона; r_z — продольный импульс партона; p_N — импульс нуклона; $q = (p-p')$ — переданный адронам 4-импульс; p, p' — 4-импульсы лептонов до и после взаимодействия; $\nu = E - E'$ — энергия, переданная адронам в л.с.; E, E' — энергия лептонов до и после взаимодействия в л.с.

64. Показать, что время взаимодействия лептона с нуклоном в процессах электро- и нейтринорождения при больших передачах энергии и импульса много меньше времени существования партонной флуктуации ультрарелятивистского нуклона, т.е. взаимодействие преимущественно осуществляется именно с составляющими нуклон партонами, а не с нуклоном как целым.

65. Показать, что партоны-кварки со спином $1/2$ взаимодействуют преимущественно с поперечно-поляризованными виртуальными фотонами (проекция спина фотона на его импульс $S_{j,z} = \pm 1$) в процессе электророждения и с левополяризованными W -бозонами ($S_{Wz} = -1$) в процессе нейтринорождения при высоких энергиях. Указание: процесс обмена γ -квантом не приводит к изменению знака продольной поляризации кварка; в процессах слабого взаимодействия кварки при высоких энергиях являются левополяризованными.

66. При столкновении ультрарелятивистского космического протона с покоящимся протоном происходит множественное рождение мезонов: в ядерных эмульсиях наблюдается "ливень". Половина мезонов летит в узком конусе с полураствором $\rho_1 = 0,003$ рад, остальные мезоны летят в диффузном конусе с углом полураствора $\rho_2 = 0,13$ рад. Оценить энергию первичного протона, а также угол полураствора конуса ρ_0 , в котором вылетают мезоны в с.ц.м. сталкивающихся протонов. Указание: в с.ц.м. ввиду равноценности направлений вперед и назад около половины мезонов вылетает вперед в конусе с углом полураствора ρ_0 , а остальные назад в таком же конусе. Первые дают в л.с. узкий конус, вторые — диффузный.

ПРИНЦИПЫ ИНВАРИАНТНОСТИ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

67. Показать, что если спин ρ -мезона $J_\rho = 1$, то распад $\rho^0 \rightarrow 2\pi^0$ невозможен.

68. Пользуясь обобщенным принципом Паули найти: а) изотопический спин ρ -мезона, распадающегося по каналу $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-$ (полагать спин ρ -мезона $J_\rho = 1$); б) изотопический спин дейтона (полагать, что дейтон есть 3S_1 -состояние $n\rho$ -системы).

69. Могут ли мезонные резонансы $\omega^0(J^P, I) = (1^-, 0)$; $f(J^P, I) = (2^+, 0)$ распадаться на два пиона?

70. Разобрать, какие из приведенных ниже распадов и реакций разрешены законами сохранения, а какие нет:

- | | |
|--|--|
| 1) $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^-$; | 4) $K^+ n \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$; |
| 2) $\rho \rightarrow n + e^+ + \nu_e$; | 5) $d + d \rightarrow {}^2_2\text{He}^4 + \pi^0$; |
| 3) $\mu^+ \rightarrow e^+ + e^- + e^+$; | |

71. Укажите наиболее вероятные каналы распада парапозитрония (1S_0) и ортопозитрония (3S_1).

72. Найдите, какие из перечисленных ниже электромагнитных распадов возможны:

- | | |
|---|--|
| 1) $\pi^0 \rightarrow 3\gamma$; | 5) $\rho^0 \rightarrow \eta^0 + \pi^0$; |
| 2) $\eta^0 \rightarrow 3\gamma$; | 6) $\varphi^0 \rightarrow K_1^0 + K_2^0$; |
| 3) $\eta^0 \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$; | 7) $\varphi^0 \rightarrow \omega^0 + \gamma$; |
| 4) $\eta^0 \rightarrow \pi^0 \gamma$; | 8) $\omega^0 \rightarrow \rho^0 + \gamma$. |

73. Показать, что в случае пионов с нулевым относительным орбитальным моментом комбинациям $\pi^0 \pi^0$ и $\pi^+ \pi^-$ соответствует собственное значение $CP = +1$, а комбинации $\pi^+ \pi^- \pi^0$ собственное значение $CP = -1$.

74. Показать, что $|K_1^0\rangle$ и $|K_2^0\rangle$ являются собственными функциями оператора CP .

75. Какое взаимодействие ответственно за распад η -мезона по каналу: $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$?

76. Пользуясь формулой Гелл-Мана - Нишиджимы: $\varphi = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2}$, найти, как группируются в изотопические мультиплеты K^+ , K^- , K^0 и \bar{K}^0 -мезоны.

77. Полагая, что в полулептонных распадах странных частиц выполняется правило $\Delta Q = \Delta S$, найти, какие из перечисленных ниже распадов возможны, а какие нет:

- | | |
|--|--|
| 1) $K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$; | 6) $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$; |
| 2) $K^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$; | 7) $\Sigma^- \rightarrow n + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$; |
| 3) $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$; | 8) $\Sigma^+ \rightarrow p + e^+ + \nu_e$; |
| 4) $K^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$; | 9) $\Lambda^0 \rightarrow p + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$. |
| 5) $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$; | |

78. Пользуясь таблицей коэффициентов Клебша - Гордана определить свойство симметрии изоспиновой волновой функции системы "частица + античастица" в случаях: а) бозонов с изоспином $I = 1$; б) фермионов с изоспином $I = 1/2$.

79. Определить изменение изоспина и его третьей проекции в слабых распадах: $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$; $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$.

80. Предполагая сохранение изоспина в сильных взаимодействиях, вычислить отношение сечений реакций: $p + d \rightarrow He^3 + \pi^0$; $p + d \rightarrow H^3 + \pi^+$.

81. По каким изоспиновым каналам могут протекать следующие реакции: 1) $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Sigma^0$; 2) $\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-$; 3) $\pi^+ + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$. Найти отношение сечений процессов 1) и 2), предполагая, что доминирует канал с определенным изоспином.

82. Вычислить отношение вероятностей распадов

$$\frac{\Gamma(\psi' \rightarrow \psi \pi^+ \pi^-) + \Gamma(\psi' \rightarrow \psi \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(\psi' \rightarrow \psi \pi^+ \pi^-)}$$

для изотропических спинов $I = 0, 1, 2$ системы двух пионов.

83. Полагая, что полный изоспин $E(1420)$ -резонанса равен 0, найти изотопические соотношения между вероятностями сильного распада E -состояния по каналам: 1) $E^0 \rightarrow K^0 K^\pm \pi^\mp$; 2) $E^0 \rightarrow K^+ K^- \pi^0$; 3) $E^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \pi^0$. Считая, что C -четность $E^0(1420)$ равна +1, укажите основные особенности регистрации третьего распада.

84. Исходя из правила $\Delta I = 1/2$, показать, что отношение вероятностей распадов Λ -гиперона

$$\frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow n \pi^0)}{\Gamma(\Lambda \rightarrow n \pi^0) + \Gamma(\Lambda \rightarrow p \pi^-)} = \frac{1}{3}.$$

Пользуясь решением задачи 31, найти это отношение с учетом поправки на величину фазового объема.

85. Каково теоретическое отношение вероятностей распадов $\Gamma(K_L \rightarrow 2\pi^0) / \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)$ в случаях, когда пионы находятся в состоянии с изоспином: а) $I = 0$ (правило $\Delta I = 1/2$); б) $I = 2$ (правило $\Delta I = 3/2$ или $5/2$). Сравнить полученные отношения с табличными значениями.

86. Пользуясь правилом $\Delta I = 1/2$, вычислить отношение вероятностей распадов K_S -мезонов: $\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-) / \Gamma(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)$. Результат сравнить с экспериментом.

87. Какие предсказания можно сделать относительно соотношения между парциальными спиновыми волнами в распадах: 1) $\Sigma^+ \rightarrow \pi^0 + p$; 2) $\Sigma^+ \rightarrow \pi^+ + n$; 3) $\Sigma^- \rightarrow \pi^- + n$, если полагать, что: а) справедливо правило $\Delta I = 1/2$; б) угловая асимметрия "вверх - вниз" в распадах 2) и 3) отсутствует; в) в распаде 1) угловая асимметрия "вверх - вниз" максимальна.

88. Исходя из правила $\Delta I = 1/2$, показать справедливость следующих соотношений между вероятностями 3-пионных распадов заряженных и нейтральных каонов:

$$\Gamma(K_L \rightarrow 3\pi^0) = 3/2 \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0);$$

$$\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-) = 4\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0);$$

$$\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = 2\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0).$$

Полагать, что пионы находятся в относительном S -состоянии.

89. Доказать, что частицы со спином $1/2$ и нулевой массой покоя полностью поляризованы.

90. Заряженные пионы и каоны имеют канал распада $K^\pm(\pi^\pm) \rightarrow \ell^\pm + \nu_\ell(\bar{\nu}_\ell)$, где ℓ^\pm - мюон или электрон; $\nu_\ell(\bar{\nu}_\ell)$ - мюонные или электронные нейтрино (антинейтрино) соответственно. Экспериментально установлено, что нейтрино (антинейтрино) являются левоспиральными (правоспиральными)*. Какое значение принимает спиральность лептона ℓ^\pm в системе отсчета, где пион (каон) покоится?

* Спиральностью называется среднее значение проекции вектора спина частицы на направление вектора ее импульса.

91. В условиях задачи 90 найти среднее значение спиральности лептона ℓ^{\pm} (продольную поляризацию) в системе отсчета, где пион (каон) движется со скоростью v (явление кинематической деполяризации).

92. Показать принципиальную возможность обнаружения W^{\pm} -бозона в эксперименте, в котором регистрируются позитроны распада от мюонов, образующихся в результате распада W^{\pm} -бозона, π^{\pm} , K^{\pm} -мезонов по каналу $\mu^{\pm} \rightarrow \nu_{\mu} \ell^{\pm} \bar{\nu}_{\ell}$.

93. Приведите примеры простейших реакций с участием реальных частиц (адронов и лептонов), за которые ответственны нижеперечисленные комбинации заряженных и нейтральных кварковых и лептонных токов:

- | | |
|---------------------------|--|
| 1) $(ud)(e\nu_e)$; | 8) $(cd)(\mu\nu_{\mu})$; |
| 2) $(ud)(\mu\nu_{\mu})$; | 9) $(\mu\nu_{\mu})(e\nu_e)$; |
| 3) $(su)(e\nu_e)$; | 10) $(\tau\nu_{\tau})(e\nu_e)$; |
| 4) $(su)(\mu\nu_{\mu})$; | 11) $(\tau\nu_{\tau})(\mu\nu_{\mu})$; |
| 5) $(cs)(e\nu_e)$; | 12) $(e\nu_e)(e\nu_e)$; |
| 6) $(cd)(e\nu_e)$; | 13) $(\nu\nu)(ee)$. |
| 7) $(cs)(\mu\nu_{\mu})$; | |

94. Приведите примеры процессов слабого взаимодействия, иллюстрирующие подавленность заряженного слабого тока с изменением странности (us) по сравнению с током (ud), сохраняющим странность. Оцените ожидаемые значения отношений вероятностей соответствующих процессов.

95. Пользуясь обозначениями, принятыми в спектроскопии атомных состояний ($n^{2S+1}L_J$), предложите классификацию низших состояний чармония. (Чармонием называют систему, состоящую из "очарованного" кварка "C" и соответствующего ему антикварка " \bar{C} ".) Найдите квантовые характеристики J^{PC} этих состояний и установите их соответствие с экспериментально наблюдаемыми состояниями семейства ψ -частиц. Укажите, какие из состояний могут наблюдаться как резонансы в процессе однофотонной e^+e^- -аннигиляции. Каким образом можно наблюдать p-уровни чармония?

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КВАНТОВЫХ ЧИСЕЛ ЧАСТИЦ И РЕЗОНАНСОВ

96. При бомбардировке протонов π^- -мезонами с импульсом 1,14 ГэВ/с регистрировались события реакции $\pi^- + p \rightarrow n + 2\gamma$. В распределении по углу разлета двух γ -квантов в с.ц.м. реакции наблюдались 2 пика: один вблизи угла 25° и другой в окрестности 100° . Найти для каждого из этих пиков массу соответствующей ему распадающейся частицы.

97. Используя принцип детального равновесия, определить спин пиона, если известно, что для реакции $p + p \rightarrow \pi^+ + d$ при $T_p = 340$ МэВ $\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{0^\circ} = 1,3 \cdot 10^{-28}$ см², а для обратной реакции $\pi^+ + d \rightarrow p + p$ $\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{0^\circ} = 22 \cdot 10^{-28}$ см².

98. Определить четность пиона из реакции поглощения медленных отрицательных пионов в дейтерии: $\pi^- + d \rightarrow n + n$ ($\ell_{\pi-d} = 0$). Возможна или нет реакция перезарядки медленных пионов в дейтерии: $\pi^- + d \rightarrow n + n + \pi^0$? Дать соответствующее объяснение.

99. Определить относительную четность каона, полагая, что в реакции $K^- + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$ отрицательные каоны останавливаются в гелии и захватываются ядром He^4 из атомного f -состояния. Считать спин гиперядра $J({}^4\text{He}) = 0$. Принять четность Λ -гиперона положительной, а четность π^0 -отрицательной.

100. При взаимодействии пионов с протонами при энергии мезонов ~ 190 МэВ образуется $\Delta^{++}(1236)$ -резонанс. Определить значения спина, четности и изотопического спина этого резонанса, если известны следующие экспериментальные результаты: полные сечения $\pi^+ p$ - и $\pi^- p$ -рассеяния равны соответственно ~ 200 и ~ 68 мбарн и сечения $\sigma_+(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p)$, $\sigma_-(\pi^- p \rightarrow \pi^- p)$, $\sigma_0(\pi^- p \rightarrow \pi^0 + n)$ относятся как 9 : 1 : 2.

101. Пользуясь основными схемами распадов частиц, определить G -четность ρ^- , ω^- , ψ^- , f^- -мезонов.

102. Экспериментальные значения сечений реакций:
 1) $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^0 + p$; 2) $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$;
 3) $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + n$ в области эффективных масс системы двух пионов $M_{\text{эф}} = 760$ МэВ относятся, соответственно, как 1 : $(1,7 \pm 0,3)$: $(0,25 \pm 0,25)$. Определить значение изотопического спина 2π -резонанса (ρ -мезона). Указание: пользуясь законом сложения векторов изоспина, аналогичным закону

сложения векторов моментов в квантовой механике, определить теоретические изотопические соотношения между указанными каналами, предполагая поочередно значения изотопического спина ρ -мезона $I_\rho = 0, 1, 2$. Сравнить получающиеся соотношения с экспериментальными значениями.

103. Экспериментальные значения сечений реакций:

1) $\pi^+ + \rho \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \rho$; 2) $\pi^- + \rho \rightarrow \pi^- + \pi^+ + \pi^-$
 в области эффективных масс 2π -системы $M_{\text{эф}} = 760 \text{ МэВ}$ относятся как 3 : 1. Определить изотопический спин ρ -мезона (см. указание к задаче 102).

104. Для фермионов F_2 , образующихся в двухчастичных реакциях: $B_1(0) + F_1(1/2) \rightarrow B_2(0) + F_2(S_F)^*$ под углами 0° и 180° в с.ц.м. и распадающихся по схеме $F_2 \rightarrow B_3(0) + F_3(1/2)$, рассчитать угловые распределения продуктов распада, соответствующие различным значениям спина фермиона $S_{F_2} = 1/2, 3/2, 5/2$. $B_{1,2,3}$ и $F_{1,2,3}$ - символы, обозначающие, соответственно, бозоны и фермионы.

105. Для бозонов B_2 , образующихся в двухчастичных реакциях: $B_1(0) + F_1(1/2) \rightarrow B_2(J) + F_2(1/2)^*$ под углами 0° и 180° в с.ц.м. и распадающихся по схеме $B_2(J) \rightarrow B_3(0) + B_4(0)$ рассчитать угловые распределения продуктов распада, соответствующие различным значениям спина бозона B_2 : $J = 1, 2, 3$. B_i и F_i - символы, обозначающие, соответственно бозоны и фермионы.

106. Обработав приведенные в табл. 1 результаты измерений углового распределения фотонов в распаде $\psi' \rightarrow \chi(3405) + \gamma$, определите наиболее вероятное значение спина $\chi(3405)$ -состояния. В дипольном приближении теория предсказывает угловое распределение вида $1 + \alpha \cdot \cos^2 \theta$ (θ - угол между осью соударения начальных пучков электронов и позитронов, в столкновении которых рождается ψ' , и направлением вылета фотона).

Таблица 1

| $t = \cos \theta $ | $w(\cos \theta)$ | $t = \cos \theta $ | $w(\cos \theta)$ |
|---------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
| 0 - 0,1 | 33 | 0,5 - 0,6 | 33 |
| 0,1 - 0,2 | 22 | 0,6 - 0,7 | 35 |
| 0,2 - 0,3 | 24 | 0,7 - 0,8 | 50 |
| 0,3 - 0,4 | 20 | 0,8 - 0,9 | 45 |
| 0,4 - 0,5 | 38 | 0,9 - 0,10 | 57 |

* В скобках указано значение спина частицы.

Для спина $J_1 = 0$ теория предсказывает коэффициент $a = 1$, для $J = 1$ $a = -\frac{1}{3}$ и для $J = 2$ $a = \frac{1}{13}$.

ПРИМЕРЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЧАСТИЦ

107. Возможные каналы распада чармония J/ψ (3095), образующегося в e^+e^- - аннигиляции на встречных пучках, на три γ -кванта есть:

$$J/\psi (3095) \rightarrow \gamma + \pi^0 \xrightarrow{\quad} 2\gamma \quad (1)$$

$$\gamma + \eta \xrightarrow{\quad} 2\gamma \quad (2)$$

$$\gamma + \eta' \xrightarrow{\quad} 2\gamma \quad (3)$$

$$\gamma + X \xrightarrow{\quad} 2\gamma \quad (4)$$

где η есть η -мезон с массой $M = 548,8$ МэВ; $\eta' - \eta'$ -мезон с массой $M = 957,6$ МэВ; X - предполагаемый псевдоскалярный мезон с массой $M = 2,8$ ГэВ. Указать оптимальные условия наблюдения каждого из указанных каналов распада чармония.

108. При взаимодействии отрицательного пиона с импульсом 4 ГэВ/с с ядром атома водорода в пузырьковой камере наблюдается событие, имеющее в конечном состоянии 4 конверсионные e^+e^- -пары, "смотрящие" в вершину взаимодействия. Характеристики события даны в таблице. Какие из указанных в табл. 2 γ -квантов могут быть образованы распадами π -мезонов? Какие предположения можно сделать относительно вида имевшей место реакции, если полагать, что погрешности обусловлены только ошибками измерения энергии γ -квантов и составляют $\sim 20\%$. Координаты вершины полагать равными $X = Y = Z = 0$.

Таблица 2

| Кванты | Энергия, МэВ | Координаты точки конверсии, см | | |
|------------|-----------------|--------------------------------|---|----|
| | | X | Y | Z |
| γ_1 | 270 | 1 | 8 | -4 |
| γ_2 | 31,5 | 2 | 6 | 3 |
| γ_3 | 66 | +6 | 7 | 6 |
| γ_4 | 67,5 | -1 | 2 | -2 |

109. Какова вероятность конверсии γ -квантов с энергией E_γ ($E_\gamma > 1$ ГэВ) в детекторе γ -квантов? Материал, из которого изготовлен детектор, и соответствующие "потенциальные длины" * даны в табл. 3.

Таблица 3

| Материал детектора | Длина, см | |
|--------------------|--------------------|---------------|
| | радиационная X_0 | потенциальная |
| Пропан C_3H_8 | 111 | 50 |
| Фреон | 11 | 5 |
| Жидкий H_2 | 890 | 100 |
| Алюминий | 8,9 | 5 |
| Железо | 1,76 | 1 |

110. Вычислить вероятность взаимодействия π^+ - и μ^+ -мезонов с ядрами рабочей среды фреоновой пузырьковой камеры на длине $L = 1$ м, если сечения взаимодействия π - и μ -мезонов, приходящиеся на одно ядро рабочей смеси ($C_2F_5CCl_3$),

* "Потенциальной длиной" в трековом детекторе называют расстояние от точки образования частицы до границы чувствительной области детектора в направлении, задаваемом направлением вылета частицы.

составляют 250 мб и 10^{-40} см² соответственно. Плотность рабочей среды $\rho = 1,1$ г/см³. Каким образом результаты решения этой задачи могут быть использованы при идентификации следов частиц?

111. В реакции $p + ve \rightarrow (\pi, K) + X$, где X — недетектируемые частицы, отбираются положительно заряженные частицы (π, K) с импульсом $p = 2$ ГэВ/с. Оцените базу времяпролетной системы, необходимую для надежной идентификации частиц, если длительность сигналов с детекторов составляет 10 нс.

112. Предложите способы экспериментального измерения отношения вероятностей распадов $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$; $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$. Обсудите вопросы введения поправок на эффективность регистрации частиц, а также вопросы достоверности выделения указанных распадов.

113. На фотографии, полученной с фреоновой ПК, помещенной в магнитное поле $H = 20$ кгс, измерен радиус кривизны следа положительно заряженной частицы, оказавшийся равным $R = 75$ см. Найдите значения импульсов частиц, которые могли образовать данный след. Предложите способы идентификации сортов рассматриваемых частиц.

1. $3(n+2) - 10 = 3n - 4$, $3(n+2)$ — число компонент 3-импульсов первичных и вторичных частиц. Законы сохранения энергии-импульса приводят к четырем связям. Произвол в выборе системы отсчета (например, центра инерции) дает еще шесть связей.

$$2. S = (p_a + p_b)^2 = m_a^2 + m_b^2 + 2m_b \cdot E_a = m_a^2 + m_b^2 + 2m_b \sqrt{p_a^2 + m_a^2};$$

$$\left. \begin{aligned} E_1^* &= \frac{S + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{S}}; & E_2^* &= \frac{S + m_2^2 - m_1^2}{2\sqrt{S}}; \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} E_a^* &= \frac{S + m_a^2 - m_b^2}{2\sqrt{S}}; & E_b^* &= \frac{S + m_b^2 - m_a^2}{2\sqrt{S}}. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. |p_1^*| = |p_2^*| = \frac{\sqrt{S - (m_1 + m_2)^2} \sqrt{S - (m_1 - m_2)^2}}{2\sqrt{S}}; \right\} (2)$$

$$|p_a^*| = |p_b^*| = \frac{\sqrt{S - (m_a + m_b)^2} \sqrt{S - (m_a - m_b)^2}}{2\sqrt{S}}.$$

В случае распада в формулах надо сделать замену $S \rightarrow m_c^2$.
 При $m_1 = m_2 = m$: $E_1^* = E_2^* = \frac{\sqrt{S}}{2}$, $|p_1^*| = |p_2^*| = \frac{\sqrt{S - 4m^2}}{2}$. Для распада $c \rightarrow 1 + 2$ при $m_1 = m_2 = m$: $E_1^* = E_2^* = \frac{m_c}{2}$, $p_1^* = p_2^* = \frac{\sqrt{m_c^2 - 4m^2}}{2}$.

$$3. E_2 = \frac{m_2^2 + m_b^2 - t}{2 \cdot m_b}, \quad E_1 = E_a + m_b - E_2 = \frac{s + t - m_a^2 - m_2^2}{2m_b},$$

$$\cos \theta_1 = \frac{(s - m_a^2 - m_b^2)(s + t - m_a^2 - m_2^2) + 2m_b^2(t - m_a^2 - m_1^2)}{\sqrt{(s - m_a^2 - m_b^2)^2 - 4m_a^2 m_b^2} \sqrt{(s + t - m_a^2 - m_b^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2}};$$

$$\cos \theta_1^* = \frac{s^2 + s[2t - (m_a^2 + m_b^2 + m_1^2 + m_2^2)] + (m_a^2 - m_b^2)(m_1^2 - m_2^2)}{\sqrt{(s - m_a^2 - m_b^2)^2 - 4m_a^2 m_b^2} \sqrt{(s - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2}}.$$

Для упругого рассеяния ($m_a = m_1, m_b = m_2$):

$$\cos \theta_1^* = 1 + \frac{2s-t}{[s-(m_1+m_2)^2][s-(m_1-m_2)^2]}$$

$$\cos \theta_1 = \frac{[s-(m_1+m_2)^2][s-(m_1-m_2)^2] + t(s-m_1^2+m_2^2)}{\sqrt{[s-(m_1+m_2)^2][s-(m_1-m_2)^2]} \sqrt{[s+t-(m_1+m_2)^2][s+t-(m_1-m_2)^2]}}$$

4. Для двухчастичной реакции минимальное значение квадрата передаваемого 4-импульса ($\Delta^2 = -t$) получается в том случае, если частица "1" вылетает под углом $\theta^* = 0^\circ$ по отношению к направлению падающей частицы, т.е.

$$\Delta_{min}^2 = 2(E_1^* E_a^* - p_1^* p_a^*) - m_1^2 - m_a^2.$$

$E_1^*, E_a^*, p_1^*, p_a^*$ даются выражениями (1) и (2) (см. решение задачи 2). Подставляем их в формулу для Δ_{min}^2 и разложим квадратные корни в ряд по степеням m_i^2/s (i - номер частицы). Оставляя в разложении члены 4-го порядка малости включительно, получим:

$$\Delta_{min}^2 = \frac{(m_a^2 - m_1^2)(m_b^2 - m_2^2)}{s} + \frac{(m_a^2 m_b^2 - m_1^2 m_2^2)[(m_a^2 + m_b^2) - (m_1^2 + m_2^2)]}{s^2} +$$

$$+ 1/s^3 \left\{ (m_a^2 - m_1^2)(m_b^2 - m_2^2)(m_a^2 - m_2^2)(m_b^2 - m_1^2) + (m_1^2 m_b^2 - m_2^2 m_1^2)[(m_a^2 + m_b^2)^2 - (m_1^2 + m_2^2)^2] \right\}. \quad (3)$$

Заданную реакцию можно считать двухчастичной. При этом в силу когерентности процесса, масса мишени в начальном и конечном состоянии одинакова, т.е. $m_b = m_2 = m_A$.

Оставляя в формуле (3) первое, отличное от нуля слагаемое, получаем

$$\Delta_{min}^2 \approx \frac{(M_{эф}^2 - m_\pi^2)^2}{s^2} \cdot m_A^2 \approx \frac{(M_{эф}^2 - m_\pi^2)^2 \cdot m_A^2}{(m_A^2 + 2E_\pi \cdot m_A)^2}.$$

Подстановка $p_\pi = 10$ ГэВ/с, $m_A = (12 \times 931)$ МэВ/с²; $m_\pi = 140$ МэВ/с² дает $\Delta_{min}^2 \approx 10^{-3}$ (ГэВ/с)².

5. Кинематику распада $a \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n$ можно свести к кинематике двухчастичного распада $a \rightarrow 1 + (2 \dots n)$, где $(2 \dots n)$ — компаунд-частица с эффективной массой M_{n-1} . Минимальное значение M_{n-1} равно сумме масс составляющих частиц, т.е. $M_{n-1}^{min} = \sum_{i=2}^n m_i$. Отсюда максимальные значения

энергии и импульса есть:

$$E_1^* = \frac{s + m_1^2 - \left(\sum_{i=2}^n m_i\right)^2}{2\sqrt{s}};$$

$$p_1^* = \frac{\sqrt{\left[s - \left(\sum_{i=2}^n m_i + m_1\right)^2\right] \left[s - \left(\sum_{i=2}^n m_i - m_1\right)^2\right]}}{2\sqrt{s}}.$$

6. Представляя трехчастичный распад $a \rightarrow 1 + 2 + 3$ как двухчастичный $a \rightarrow 1 + (2 + 3)$, где $(2 + 3)$ — компаунд-частица с переменной эффективной массой

$$m_{23}^2 = (p_2 + p_3)^2 = m_2^2 + m_3^2 + 2E_2^* \cdot E_3^* - 2p_2^* \cdot p_3^* \cos \theta_{23}^*,$$

находим энергию частицы "1" в системе покоя частицы "a":

$$E_1^* = \frac{m_a^2 + m_1^2 - m_{23}^2}{2m_a}$$

(см. (1) в решении задачи 2). Максимальное (минимальное) значение E_1 получается, когда m_{23} — минимально (максимально):

$$m_{23}^{min} = m_2 + m_3, \text{ следовательно } (E_1^*)_{max} = \frac{m_a^2 + m_1^2 - (m_2 + m_3)^2}{2m_a},$$

m_{23} принимает минимальное значение m_{23}^{min} , когда $\theta_{23}^* = 0$, т.е. в системе покоя "a" частицы "2" и "3" вылетают в одном направлении, противоположном направлению вылета частицы "1". Исследуя m_{23}^2 на экстремум, получаем, что минимальное значение m_{23}^2 осуществляется при одинаковых скоростях частиц "2" и "3", т.е. $v_2^* = v_3^*$. Таким образом, конфигурация импульсов, когда E_1^* максимально, соответствует случаю, показанному на рис. 1,а.

$m_{23}^{\max} = m_a - m_1$, следовательно, $E_1^{\min} = m_1$. Конфигурация импульсов частиц в этом случае показана на рис. 1, б.

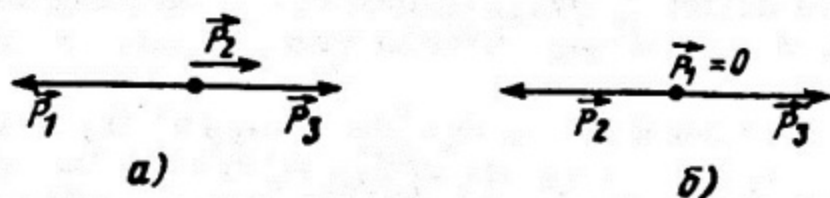


Рис. 1

7. Пороговое значение энергии первичной частицы в л.с. осуществляется при условии, что образовавшаяся система имеет минимально возможную массу (все вторичные частицы покоятся в с.ц.м.): $E_a^* + E_b^* \geq m_1 + m_2$ или $(p_a + p_b)^2 \geq (m_1 + m_2)^2$. Раскрывая последнее неравенство в системе, где $\vec{p}_b = 0$, имеем:

$$T_{\text{пор}} = E_{\text{пор}} - m_a = \frac{(m_1 + m_2)^2 - (m_a + m_b)^2}{2m_b},$$

если $\vec{p}_b \neq 0$, то $m_a^2 + m_b^2 + 2E_a \cdot E_b - 2\vec{p}_a \vec{p}_b \geq m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2$. Разрешая это неравенство относительно E_a , получаем:

$$E_{\text{пор}} = \frac{1}{2(E_b^2 - p_b^2 \cos^2 \theta_{ab})} \left\{ E_b \left[\sum_{i=1}^2 (m_i)^2 - m_a^2 - m_b^2 \right] + p_b \cos \theta_{ab} \sqrt{\left[\sum_{i=1}^2 (m_i)^2 - m_a^2 - m_b^2 \right]^2 - 4m_a^2 (E_b^2 - p_b^2 \cos^2 \theta_{ab})} \right\}.$$

8. $T_{\text{пор}}^{\pi p} \approx 4m_p + 2m_\pi$; $T_{\text{пор}}^{pp} = 6m_p$; $T_{\text{пор}}^{p\pi} \approx 4 \frac{m_p^2}{m_\pi} + 2m_p \approx 30$

Различие в значениях $T_{\text{пор}}$ обусловлено различием в соотношении масс сталкивающихся частиц и, следовательно, в энергии, передаваемой мишени.

9. $T_{\text{пор}}^{\pi}(\text{KL}) = 0,98 \text{ ГэВ}$; $T_{\text{пор}}^{\pi}(\text{K}\tilde{\text{K}}) = 1,37 \text{ ГэВ}$.

10. Минимальный передаваемый импульс получается в том случае, если импульсы всех частиц лежат на одной прямой, т.е. $|\vec{K}| = |\vec{p}_-| + |\vec{p}_+| + |\vec{q}|$, где \vec{K} , \vec{p}_- , \vec{p}_+ , \vec{q} - есть, со-

ответственно, импульсы фотона, электрона, позитрона и импульс, переданный ядру. Так как энергия, передаваемая ядру-мишени, мала $\epsilon = -\frac{q^2}{2M_A}$, то $\omega = E_+ + E_-$, где ω , E_- , E_+ - энергии соответственно фотона, электрона и позитрона. В ультрарелятивистском случае $p_{\pm} = E_{\pm} (1 - \frac{1}{2} \frac{m^2}{E_{\pm}^2})$, откуда

$$q_{min} = \frac{1}{2} m^2 \left(\frac{1}{E_+} + \frac{1}{E_-} \right) = \frac{1}{2} \frac{m^2 \omega}{E_+ E_-}$$

11. Учитывая, что скорость частиц в с.ц.м. по модулю равна скорости самой с.ц.м., и пользуясь законом сложения скоростей, получаем

$$v = \frac{v_c + v_c}{1 + v_c \cdot v_c},$$

где v - скорость частицы в л.с., v_c - скорость с.ц.м. и модуль вектора скорости частиц в с.ц.м. Отсюда

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} = 2\gamma_c^2 - 1.$$

12. $E_p \approx 1300$ ГэВ.

13. $E_{\ell, \nu} = \frac{E_{\ell, \nu}^* \cdot E - p_{\ell, \nu}^* \cdot p \cdot \cos \theta_{\ell, \nu}^*}{m}$,

где ℓ - символ, обозначающий лептон. Так как $-1 \leq \cos \theta_{\ell, \nu}^* \leq 1$, то:

$$E_p^{max} = \frac{E+p}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{m_{\ell}}{m} \right)^2 (E-p);$$

$$E_p^{min} = \frac{E-p}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{m_{\ell}}{m} \right)^2 (E+p);$$

$$E_{\nu}^{max} = \frac{m^2 - m_{\ell}^2}{2m^2} (E+p);$$

$$E_{\nu}^{min} = \frac{m^2 - m_{\ell}^2}{2m^2} (E-p),$$

где E , p , m - соответственно полная энергия, импульс и масса распадающейся частицы. Для ультрарелятивистских мезонов ($E \gg m$) имеем $E \frac{m_{\ell}^2}{m^2} \leq E_p \leq E$; $0 \leq E_{\nu} \leq (1 - \frac{m_{\ell}^2}{m^2}) \cdot E$.

Так как $m_K \approx 3,5 m_\pi$, то спектр $\nu_\mu (\tilde{\nu}_\mu)$ в распадах K^\pm -мезонов жестче по сравнению со спектром $\nu_\mu (\tilde{\nu}_\mu)$ в распадах π^\pm -мезонов с тем же импульсом.

$$14. E_\gamma^{min} = \frac{1}{2}(E-p); E_\gamma^{max} = \frac{1}{2}(E+p); E_\gamma^{min} \cdot E_\gamma^{max} = \frac{m^2}{4}.$$

Пользуясь последним соотношением, можно найти массу распадающейся частицы по измерениям E_γ^{min} и E_γ^{max} .

15. Из преобразований Лоренца вытекает следующая связь между углами вылета частицы в л.с. и с.д.м.:

$$tg \theta_1 = \frac{v_1^* \sin \theta_1^* \sqrt{1-v_a^2}}{v_a + v_1^* \cos \theta_1^*}.$$

Отсюда видно, что при $v_a < v_1^*$ пределы изменения угла θ_1 есть $0 \leq \theta_1 \leq \pi$. Для частиц "1" с нулевой массой покоя

$$tg \theta_1 = \frac{\sin \theta_1^* \sqrt{1-v_a^2}}{v_a + \cos \theta_1^*}$$

и $0 \leq \theta_1 \leq \pi$ при любом значении v_a .

16. Если $v_a > v_1^*$, то из формулы для $tg \theta_1$ (см. решение задачи 15) следует, что значения $tg \theta_1$ могут быть только положительными. Экстремум $tg \theta_1$ как функции θ_1^* имеет место при значении θ_1^* , равном $\cos \theta_1^* = -v_1^*/v_a \leq 1$.

Отсюда

$$(tg \theta_1)_{max} = \frac{v_1^* \sqrt{1-v_a^2}}{\sqrt{v_a^2 - v_1^{*2}}},$$

или

$$(\sin \theta_1)_{max} = \frac{v_1^* \sqrt{1-v_a^2}}{v_a \sqrt{1-v_1^{*2}}} = \frac{p_1^* m_a}{m_1 p_a};$$

p_1^* дается уравнением (2) (см. решение задачи 2).

17. Протоны будут иметь предельный угол в случае, если $v_c > v_p^*$ или $\gamma_c > \gamma_p^*$, где v_c и γ_c - скорость и Лоренц-фактор

с.д.м.; $\gamma_p^* = \frac{E_p^*}{m}$, E_p^* дается уравнением (1) (см. решение за-

дачи 2); $\gamma_c = \frac{E_0}{\sqrt{S}}$, $E_0 = E_\pi + m_p$, $S = m_\pi^2 + m_p^2 + 2E_\pi \cdot m_p$. Вычисляя разность $\gamma_c - \gamma_p^*$, получаем:

$$\gamma_c - \gamma_p^* = \frac{m_x^2 - m_\pi^2}{2\sqrt{3} \cdot m_p}$$

Так как $m_x > m_\pi$, то $\gamma_c > \gamma_p^*$ и, следовательно, существование предельного угла доказано.

$$18. \quad \operatorname{tg} \theta_2(\theta_1 = \theta_1^{\max}) = \frac{v_2^* \sqrt{v_a^2 - v_1^{*2}} \cdot \sqrt{1 - v_a^2}}{v_a^2 + v_2^* \cdot v_1^*} =$$

$$= \frac{m_a \cdot p_1^* \sqrt{p_a^2 \cdot E_1^{*2} - p_1^{*2} \cdot E_a^2}}{p_a^2 \cdot E_1^* \cdot E_2^* + E_a^2 \cdot p_1^{*2}},$$

где E_1^* и p_1^* даются уравнениями (1) и (2) (см. решение задачи 2).

$$19. \quad \cos \psi = \frac{E_1(E_a - E_1) - (m_a^2 - m_1^2 - m_2^2)/2}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2} \sqrt{(E_a - E_1)^2 - m_2^2}}.$$

20. Возводя обе стороны 4-мерного тождества $p_a = p_1 + p_2$ в квадрат ($p_a^2 = m_a^2$, $p_1^2 = p_2^2 = 0$) и используя закон сохранения энергии, получим искомые соотношения:

$$E_1 = \frac{E_a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{E_a}{2}\right)^2 - \frac{m_a^2}{2(1 - \cos \psi)}};$$

$$E_2 = \frac{E_a}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{E_a}{2}\right)^2 - \frac{m_a^2}{2(1 - \cos \psi)}}.$$

21. Из соотношений, связывающих энергию и угол разлета продуктов распада (см. задачу 20) видно, что слишком малые углы разлета γ -квантов ψ недопустимы. Минимальный угол разлета определяется из равенства нулю подкоренного выражения:

$$\sin \psi_{\min}/2 = \frac{m}{E} \quad \text{или} \quad \cos \psi_{\min}/2 = \frac{p}{E}; \quad \operatorname{tg} \frac{\psi_{\min}}{2} = \frac{m}{p},$$

где m , E , p - масса, энергия, модуль импульса распадающейся частицы (пиона или др.).

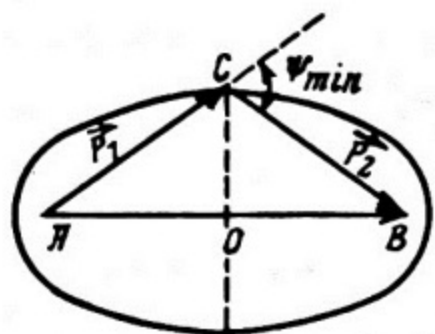


Рис. 2

22. Угол разлета γ -квантов принимает наименьшее значение, когда γ -кванты вылетают симметрично относительно направления импульса первичного электрона (рис. 2). В данном случае: $AO = OB = \frac{p}{2}$, $OC = \frac{1}{2}(2m+T)$,

$$AC = \frac{1}{2} \sqrt{(2m+T)^2 - p^2}$$

Из треугольника ACB находим $\sin \psi_{\min}/2 = \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}}$, где

$\gamma = 1 + \frac{T}{m}$ - полная энергия позитрона в единицах m .

$$23. E_{\pi^0} = \frac{m_K^2 + m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2}{2m_K} \approx \frac{m_K}{2} \approx 250 \text{ МэВ};$$

$$P_{\pi^0} = \frac{\sqrt{m_K^2 - 4m_{\pi^0}^2}}{2} \approx 205 \text{ МэВ}/c; \quad \frac{dN}{dE_\gamma} = \frac{dN}{d\cos\theta^*} \frac{d\cos\theta^*}{dE_\gamma} = \frac{1}{P_0};$$

$$E_\gamma^{\max} = \frac{1}{2}(E_{\pi^0} + P_{\pi^0}); \quad E_\gamma^{\min} = \frac{1}{2}(E_{\pi^0} - P_{\pi^0});$$

$$\psi_{\min} = 2 \arcsin \frac{m_{\pi^0}}{E_{\pi^0}} \approx 68^\circ$$

Вид распределения $\frac{dN}{dE_\gamma}$ показан на рис. 3.

$$\frac{dN}{d\psi} = \frac{dN}{d\cos\theta^*} \frac{d\cos\theta^*}{d\psi} = \frac{1}{2} \frac{m_{\pi^0}^2}{P_{\pi^0} E_{\pi^0}} \frac{\cos\psi/2}{\sin^2 \frac{\psi}{2} \sqrt{\sin^2 \frac{\psi}{2} - \frac{m_{\pi^0}^2}{E_{\pi^0}^2}}$$

Вид распределения $\frac{dN}{d\psi}$ показан на рис. 4.

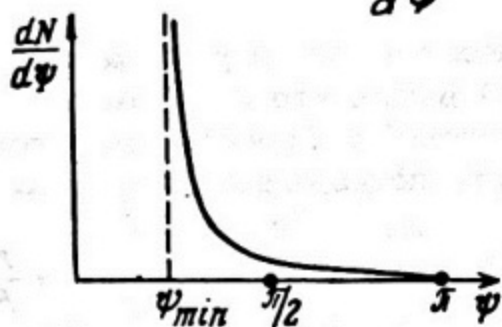


Рис. 3

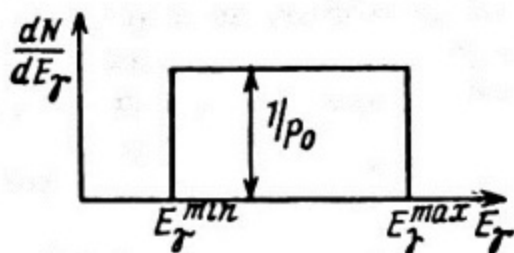


Рис. 4

24. По определению поперечные компоненты импульса одной из вторичных частиц составляют (рис. 5):

$$P_{ix} = P_i^* \sin \theta^* \cos \varphi^*; \quad P_{iy} = P_i^* \sin \theta^* \sin \varphi^*,$$

а абсолютное значение поперечного импульса $P_{i\perp} = P_i^* \sin \theta^*$, где $P_i^* = \sqrt{E_i^{*2} - m_i^{*2}}$; E_i^* ($i = 1$ или 2) даются формулами (1) (см. решение задачи 2). Из выражения для $P_{i\perp}$ следует, что $\cos \theta^* =$

$$= \pm \sqrt{1 - P_{i\perp}^2 / P_i^{*2}}, \text{ откуда}$$

$$d \cos \theta^* = \frac{2 P_{i\perp} d P_{i\perp}}{P_i^{*2} \sqrt{1 - P_{i\perp}^2 / P_i^{*2}}}.$$

Множитель 2 возник из-за двузначности $\cos \theta^*$ при фиксированной величине $P_{i\perp}$. Далее.

$$\frac{dN}{dP_{i\perp}} = \frac{dN}{d \cos \theta^*} \frac{d \cos \theta^*}{d P_{i\perp}} = \frac{P_{i\perp}}{P_i^{*2} \sqrt{1 - P_{i\perp}^2 / P_i^{*2}}}.$$

Отсюда

$$\frac{dN}{d\vec{p}_{i\perp}} = \frac{1}{2\pi P_i^{*2}} \frac{1}{\sqrt{1 - P_{i\perp}^2 / P_i^{*2}}},$$

где $d\vec{p}_{i\perp} = P_{i\perp} dP_{i\perp} d\varphi$. Отметим, что в силу инвариантности вектора относительно Лоренц-преобразований вдоль направления \vec{p}_a , найденное распределение $dN/d\vec{p}_{i\perp}$ справедливо и в системе отсчета, где частица "a" движется. Плотность распределения событий по $P_{i\perp}$ обращается в бесконечность корнем образом, когда $P_{i\perp} = P_i^*$. Однако интеграл по $d\vec{p}_{i\perp}$ в пределах $0 \leq P_{i\perp} \leq P_i^*$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ конечен и равен 1; как и должно быть по условию нормировки.

При $m_1 \neq m_2$ корневая особенность имеет место при значении

$$(P_{1,2})_{\perp} = \frac{1}{2 \cdot m_a} \sqrt{[m_a^2 - (m_1 + m_2)^2][m_a^2 - (m_1 - m_2)^2]}.$$

Если $m_1 = m_2 = m$, особенность находится при $(P_{1,2})_{\perp} = \frac{1}{2} \sqrt{m_a^2 - 4m^2}$.

Если $m_1, m_2 \ll m$, особенность находится при $(P_{1,2})_{\perp} \approx \frac{m_a}{2}$.

25. При конечной разрешающей способности прибора по поперечному импульсу ($\Delta(P_{1,2})_{\perp} = \delta$) результат экспериментальных измерений распределения $dN/dp_{i\perp}$ изображается в виде гистограммы с шагом вдоль оси абсцисс, равным δ . В этом случае очевидно, что корневая особенность будет интегрируема. В самом правом столбце гистограммы число событий будет пропорционально:

$$\int_{P_i^* - \delta}^{P_i^*} \frac{dN}{dp_{i\perp}} dp_{i\perp} = \frac{1}{2} \int_{(P_i^* - \delta)^2}^{P_i^{*2}} \frac{d(P_{i\perp}^2 / P_i^{*2})}{\sqrt{1 - P_{i\perp}^2 / P_i^{*2}}} = \sqrt{\frac{\delta}{P_i^*} \left(2 - \frac{\delta}{P_i^*}\right)}.$$

26. Обычно при прямом (не через распад) образовании вторичных частиц в процессах множественной генерации их распределение по поперечным импульсам резко падает с ростом p_{\perp} (экспоненциально или даже гауссовским образом). Поэтому можно считать, что в случае образования нестабильной частицы "а", быстро распадающейся по каналу $a \rightarrow 1 + 2$, ее распределение по p_{\perp} характеризуется некоторым среднеквадратичным отклонением от нулевого значения $\Delta p_{a\perp}^2$.

В результате, распределение продуктов распада частицы "а" (например, частиц сорта "1") по их поперечным импульсам будет характеризоваться не корневой особенностью при $p_{i\perp} = P_i^*$, а максимумом при этом же значении $p_{i\perp}$. "Размытие" корневой особенности происходит за счет того, что частицы "а" образуются не строго под нулевым углом, и за счет конечной разрешающей способности прибора по поперечному импульсу. Поскольку одна из частиц, например, "2", не наблюдается, то нельзя построить гистограмму эффективных масс по переменной $m_a = \sqrt{(p_1 + p_2)^2}$, которая обычно используется для определения массы распадающейся частицы по положению пика в распределении по m_a . Но так как масса частицы "2" известна, то строя гистограмму по переменной $p_{i\perp}$, можно определить массу m_a по положению максимума (относительного, на фоне событий прямого образования частиц сорта "1") спектра по $p_{i\perp}$. Положение этого максимума зависит от m_a (см. решение задачи 24) и при $m_1, m_2 \ll m_a$ он расположен при $p_{i\perp} \approx \frac{m_a}{2}$.

Таким образом, в частности, можно провести поиск промежуточных W^{\pm} -бозонов (квантов слабого взаимодействия), регистрируя мюоны от распада $W^{\pm} \rightarrow \mu^{\pm} + \nu_{\mu} (\bar{\nu}_{\mu})$ на фоне мюонов

от распадов адронов ($m_M \ll m_W$, так как согласно современным представлениям $m_W \approx 75$ ГэВ).

27. Для решения задачи необходимо в распределении

$\frac{dN}{d\cos\theta_1^*} = \frac{1}{2}$ произвести замену переменной θ_1^* на θ_1 . Проще всего это сделать в два этапа: вначале от θ_1^* перейти к E_1 , а затем от E_1 к θ_1 ; E_1 и $\cos\theta_1^*$ связаны преобразованиями Лоренца:

$$E_1 = \frac{E_1^* + v_a \cdot P_1^* \cdot \cos\theta_1^*}{\sqrt{1 - v_a^2}},$$

где E_1^* и P_1^* даются уравнениями (1) и (2) (см. решение задачи 2)

$$\frac{dN}{dE_1} = \frac{dN}{d\cos\theta_1^*} \cdot \frac{d\cos\theta_1^*}{dE_1} = \frac{\sqrt{1 - v_a^2}}{2 v_a \cdot P_1^*}.$$

Из формулы для Лоренц-преобразования продольного импульса

$$P_1 \cdot \cos\theta_1 = \frac{P_1^* \cdot \cos\theta_1^* + v_a \cdot E_1^*}{\sqrt{1 - v_a^2}}$$

выразим $\cos\theta_1^*$ и подставим в выражение для E_1 , получим

$$E_1 = E_1^* \sqrt{1 - v_a^2} + v_a \cdot P_1 \cdot \cos\theta_1.$$

Решая его относительно P_1 найдем

$$P_1^{(1,2)} = \frac{v_a \sqrt{1 - v_a^2} E_1^* \cos\theta_1 \pm \sqrt{P_1^{*2} (1 - v_a^2) - m_1^2 v_a^2 \sin^2\theta_1}}{1 - v_a^2 \cdot \cos^2\theta_1}.$$

Рассмотрим 2 случая: $v_a < v_1^* = \frac{P_1^*}{E_1^*}$ и $v_a > v_1^*$.

1 случай: $v_a < v_1^*$. Из решения задачи 15 следует, что в этом случае $0 \leq \theta_1 \leq \pi$, а подкоренное выражение в P_1 всегда положительно. Но при $\frac{\pi}{2} \leq \theta_1 < \pi$ решение для P_1 со знаком минус перед корнем физически бессмысленно, т.к. получается, что $P_1 < 0$. Физический смысл имеет решение со знаком плюс перед корнем. Тогда связь между E_1 и $\cos\theta_1$ есть:

$$E_1 = \frac{E_1^* \sqrt{1-v_\alpha^2} + v_\alpha \cos \theta_1 \sqrt{p_1^{*2}(1-v_\alpha^2) - m_1^2 v_\alpha^2 \sin^2 \theta_1}}{1 - v_\alpha^2 \cos^2 \theta_1}$$

Искомое распределение получаем, дифференцируя E_1 по $\cos \theta_1$:

$$\frac{dN}{d\cos \theta_1} = \frac{dN}{dE_1} \cdot \frac{dE_1}{d\cos \theta_1} = \frac{\sqrt{1-v_\alpha^2} [p_1^{(1)}(\cos \theta_1)]^2}{2p_1^* \sqrt{p_1^{*2}(1-v_\alpha^2) - m_1^2 v_\alpha^2 \sin^2 \theta_1}}$$

$p_1^{(1)}$ — здесь решение со знаком плюс для p_1 . Полученное распределение является гладкой функцией $\cos \theta_1$.

II случай: $v_\alpha > v_1^*$. Подкоренное выражение в формуле

для p_1 положительно только при $\sin \theta_1 \leq \frac{p_1^* \sqrt{1-v_\alpha^2}}{m_1 v_\alpha}$, т.е.

существует предельно возможный угол вылета частицы "1" в л.с. (см. решение задачи 16). В таких условиях всегда $\cos \theta_1 > 0$ и оба знака перед корнем в выражении для $p_1^{(1,2)}$ допустимы. Следовательно, в этом случае связь $p_1(\cos \theta_1)$ или $E_1(\cos \theta_1)$ двузначная.

$$E_1^{(1,2)} = \frac{E_1^* \sqrt{1-v_\alpha^2} \pm v_\alpha \cos \theta_1 \sqrt{p_1^{*2}(1-v_\alpha^2) - m_1^2 v_\alpha^2 \sin^2 \theta_1}}{1 - v_\alpha^2 \cos^2 \theta_1}$$

Дифференцирование $E_1^{(1,2)}$ по $\cos \theta_1$ дает:

$$\frac{dE_1^{(1)}}{d\cos \theta_1} = \frac{v_\alpha [p_1^{(1)}(\cos \theta_1)]^2}{\sqrt{p_1^{*2}(1-v_\alpha^2) - m_1^2 v_\alpha^2 \sin^2 \theta_1}};$$

$$\frac{dE_1^{(2)}}{d\cos \theta_1} = \frac{v_\alpha [p_1^{(2)}(\cos \theta_1)]^2}{\sqrt{p_1^{*2}(1-v_\alpha^2) - m_1^2 v_\alpha^2 \sin^2 \theta_1}}$$

Распределение по $\cos \theta_1$ находится с учетом двузначности связи $E_1(\cos \theta_1)$:

$$\frac{dN}{d\cos \theta_1} = \frac{\sqrt{1-v_\alpha^2}}{2p_1^* \sqrt{p_1^{*2}(1-v_\alpha^2) - m_1^2 v_\alpha^2 \sin^2 \theta_1}} \times \left\{ |p_1^{(1)}(\cos \theta_1)|^2 + |p_1^{(2)}(\cos \theta_1)|^2 \right\}$$

При втором слагаемом в фигурных скобках выбран знак плюс, так как якобиан преобразования $E_1 \rightarrow \cos \theta_1$ должен быть взят по модулю.

Окончательно получаем:

$$\frac{dN}{d\cos \theta_1} = \frac{\sqrt{1-v_a^2} [p_1^{*2}(1-v_a^2) - m_1^2 v_a^2 \sin^2 \theta_1 + v_a^2(1-v_a^2) E_1^{*2} \cos^2 \theta_1]}{p_1^*(1-v_a^2 \cos^2 \theta_1)^2 \sqrt{p_1^{*2}(1-v_a^2) - m_1^2 v_a^2 \sin^2 \theta_1}}$$

Заметим, что поскольку распределение имеет корневую особенность при $\theta_1 = (\theta_1)_{max}$, наблюдаемые события будут, в основном, группироваться вблизи значения $\theta_1 = (\theta_1)_{max}$ (слева).

28. В распределении $\frac{dN}{d\cos \theta_1^*} = \frac{1}{2}$ переходим вначале к переменной E_1 , а затем к переменной ψ . Связь между E_1 и $\cos \psi$ дается формулой (см. решение задачи 20):

$$E_1^{(1,2)} = \frac{E_a}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - m_a^2 |E_a^2 \sin^2 \frac{\psi}{2}|} \right].$$

Получаем (см. решение задачи 27):

$$\frac{dN}{dE_1} = \frac{dN}{d\cos \theta_1^*} \cdot \frac{d\cos \theta_1^*}{dE_1} = \frac{\sqrt{1-v_a^2}}{v_a \cdot m_a};$$

$$\frac{dN}{d\psi} = \frac{m_a \sqrt{1-v_a^2} \cdot \cos \psi / 2}{2 \cdot p_a \sin^2 \frac{\psi}{2} \sqrt{\sin^2 \frac{\psi}{2} - \frac{m_a^2}{E_a^2}}}.$$

Плотность вероятности наблюдения данного значения ψ имеет корневую особенность при значении $\psi = 2 \arcsin \frac{m_a}{E_a}$. События группируются вблизи этого значения справа.

30. По определению релятивистский фазовый объем пары частиц есть интеграл

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= \int d\Phi_2 = \int \frac{d^3 p_1}{2E_1} \frac{d^3 p_2}{2E_2} \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - P) = \\ &= \int \frac{d^3 p_1}{2E_1} \frac{d^3 p_2}{2E_2} \delta^{(3)}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{P}) \delta(E_1 + E_2 - E). \end{aligned}$$

Будем вычислять его в с.ц.м. этих частиц, тогда $\vec{P} = 0$; $E = M_2$, M_2 - эффективная масса частиц "1" и "2". Проинтегрируем вначале по \vec{P}_2 . Пользуясь свойством $\delta^{(3)}$ -функции:

$\int g(\vec{r}) \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}') d^3r = g(\vec{r}')$, получаем выражение

$$\Phi_2 = \int \frac{d^3P_1}{2E_1} \frac{1}{2\sqrt{P_1^2 + m_2^2}} \delta(E_1 + \sqrt{P_1^2 + m_2^2} - M_2).$$

Зададим \vec{P}_1 в сферической системе координат компонентами P_1 ; $\vartheta_1 = \cos\theta_1$; φ_1 . Тогда дифференциал d^3P_1 можно записать в виде $d^3P_1 = P_1^2 dP_1 d\vartheta_1 d\varphi_1$. В с.ц.м. все направления вектора \vec{P}_1 равновероятны. Следовательно, пределы интегрирования по ϑ_1 и φ_1 есть соответственно: $-1 \leq \vartheta_1 \leq 1$; $0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi$. Интегрирование по ϑ_1 и φ_1 дает множитель 4π . Для интегрирования по P_1 необходимо найти имеющие физический смысл корни уравнения $E_1 + \sqrt{P_1^2 + m_2^2} = M_2$ или, что то же самое, найти решение системы уравнений, выражающих закон сохранения энергии импульса: $E_1 + E_2 = M_2$; $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = 0$. Решение этого уравнения (см. решение задачи 2) дает:

$$E_1 = \frac{M_2^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M_2},$$

$$P_1 = \frac{\sqrt{[M_2^2 - (m_1 + m_2)^2][M_2^2 - (m_1 - m_2)^2]}}{2M_2}.$$

Беря интеграл по P_1 , получаем;

$$\Phi_2 = \pi \frac{P_1^2}{E_1 \cdot E_2} \cdot \frac{1}{\frac{dE_1}{dP_1} + \frac{dE_2}{dP_1}} = \pi \frac{P_1}{M_2}.$$

Отсюда:

$$\Phi_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\left[1 - \left(\frac{m_1 + m_2}{M_2}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{m_1 - m_2}{M_2}\right)^2\right]}.$$

В случае $m_1 = m_2 = 0$ (например, пара фотонов или нейтрино)

$$\Phi_2 = \pi/2.$$

$$31. \text{ а) } 1 - \left(\frac{m_{\mu}}{m_{\pi}} \right)^2 / 1 - \left(\frac{m_e}{m_{\pi}} \right)^2 \approx 0,427;$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{[M_{\Lambda}^2 - (m_p - m_{\pi})^2][M_{\Lambda}^2 - (m_p + m_{\pi})^2]}{[M_{\Lambda}^2 - (m_n - m_{\pi^0})^2][M_{\Lambda}^2 - (m_n + m_{\pi^0})^2]}} \approx 0,967.$$

32. фазовые объемы для распадов $K^0 \rightarrow 2\pi$, $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$, $K^+ \rightarrow 2\pi$ и $K^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$ равны соответственно 2,6; 3,0; 2,47; 3,14.

$$33. \left| \frac{M_{K^0 \rightarrow 2\pi}}{M_{K^+ \rightarrow 2\pi}} \right| = 420.$$

34. По определению

$$\Phi_3(M_3) = \int \frac{d^3 p_1}{2E_1} \cdot \frac{d^3 p_2}{2E_2} \cdot \frac{d^3 p_3}{2E_3} \delta^{(4)}(p_1 + p_2 + p_3 - P_3).$$

Здесь M_3 - эффективная масса системы из трех частиц; P_3 - 4-импульс системы трех частиц. Зафиксируем 4-импульс P_1 и проинтегрируем по остальным импульсам:

$$\Phi_3(M_3) = \int \frac{d^3 p_1}{2E_1} \int \frac{d^3 p_2}{2E_2} \frac{d^3 p_3}{2E_3} \delta^{(4)}(p_2 + p_3 - (P_3 - p_1)).$$

Внутренний интеграл представляет собой фазовый объем системы из двух частиц "2" и "3" с суммарным 4-импульсом $P_3 - p_1$. Эта система имеет квадрат эффективной массы $M_2^2 = (P_3 - p_1)^2$. Вычислим ее в системе, где $P_3 = 0$, получим:

$$M_2^2 = M_3^2 + m_1^2 - 2M_3 \cdot E_1,$$

здесь E_1 - есть энергия частицы "1" в этой системе координат. Следовательно

$$\Phi_3(M_3) = \int \frac{d^3 p_1}{2E_1} \Phi_2(M_2) = \int \frac{p_1^2 dp_1 d\cos\theta_1 d\varphi_1}{2E_1} \Phi_2(\sqrt{M_3^2 + m_1^2 - 2M_3 E_1}).$$

В системе покоя трех частиц все направления вектора импульса \vec{p}_1 равновероятны, поэтому интеграл по направлениям даст 4π :

$$\Phi_3 = 2\pi \int \frac{p_1^2 dp_1}{E_1} \Phi_2(\sqrt{M_3^2 + m_1^2 - 2M_3 E_1}).$$

Очевидно, что величина импульса p_1 может меняться от 0 (частица "1" покоится в системе координат, где $p_3 = 0$) до некоторого p_{1max} , когда эффективная масса частиц 2 и 3 минимальна (см. решение задачи 5). В итоге

$$\phi_3(M_3) = \int_0^{p_{1max}} 2\pi \frac{p_1^2 dp_1}{E_1} \phi_2 \left(\sqrt{M_3^2 + m_1^2 - 2M_3 \cdot E_1} \right).$$

Сделаем замену переменной в этом интеграле. Перейдем вначале к переменной E_1 . Из тождества $E^2 = p^2 + m^2$ имеем $E dE = p dp$. Следовательно

$$\phi_3(M_3) = \int_{m_1}^{E_{1max}} 2\pi \cdot dE_1 \cdot p_1 \phi_2 \left(\sqrt{M_3^2 + m_1^2 - 2M_3 \cdot E_1} \right).$$

Затем от переменной E_1 перейдем к переменной $M_2 = \sqrt{M_3^2 + m_1^2 - 2M_3 \cdot E_1}$. Отсюда $M_2 dM_2 = -M_3 dE_1$. Делая эту замену, будем иметь

$$\phi_3(M_3) = \frac{2\pi}{M_3} \int_{m_2+m_3}^{M_3-m_1} dM_2 \cdot M_2 \cdot p_1 \phi_2(M_2).$$

Подставляя в эту формулу выражение для фазового объема системы из двух частиц (см. решение задачи 30), получаем

$$\phi_3(M_3) = \frac{2\pi^2}{M_3} \int_{m_2+m_3}^{M_3-m_1} dM_2 \cdot p_1 \cdot p_3^*.$$

Напомним, что значения импульсов берутся: p_1 - в системе покоя (2 + 3) + 1, а p_3^* - в системе покоя пары 2 + 3. Следовательно,

$$\phi_3(M_3) = \int_{m_2+m_3}^{M_3-m_1} \frac{\pi^2}{2M_3^2} \frac{dM_2}{M_2} \sqrt{M_2^2 - (m_2+m_3)^2} \times \\ \times \sqrt{M_2^2 - (m_2-m_3)^2} \cdot \sqrt{M_3^2 - (m_1+M_2)^2} \cdot \sqrt{M_3^2 - (m_1-M_2)^2}.$$

Последние два подкоренных выражения можно преобразовать, выделив переменную интегрирования:

$$\phi_3(M_3) = \frac{\pi^2}{2M_3^2} \int_{m_2+m_3}^{M_3-m_1} \frac{dM_2}{M_2} \sqrt{M_2^2 - (m_2+m_3)^2} \times$$

$$\times \sqrt{M_2^2 - (m_2-m_3)^2} \cdot \sqrt{(M_3-m_1)^2 - M_2^2} \cdot \sqrt{(M_3+m_1)^2 - M_2^2}.$$

Сделаем замену переменной $M_2^2 = x$, тогда

$$\Phi_3(M_3) = \frac{\pi^2}{4M_3^2} \int_{(m_2+m_3)^2}^{(M_3-m_1)^2} \frac{dx}{x} \sqrt{x - (m_2+m_3)^2} \times$$

$$\times \sqrt{x - (m_2-m_3)^2} \cdot \sqrt{(M_3-m_1)^2 - x} \sqrt{(M_3+m_1)^2 - x}.$$

$$35. \frac{dN}{dE_1 \cdot dE_2} = \text{const.}$$

37. а) Уравнения, выражающие законы сохранения энергии импульса в распаде $a \rightarrow 1 + 2 + 3$, запишем в системе покоя частицы "а":

$$\vec{P}_1^* + \vec{P}_2^* + \vec{P}_3^* = 0; \quad E_1^* + E_2^* + E_3^* = m_a.$$

Выражая из первого уравнения \vec{P}_3^* через \vec{P}_1^* и \vec{P}_2^* и подставляя его во второе уравнение, получаем:

$$2P_1^* \cdot P_2^* \cos \theta_{12}^* = m_a^2 + m_1^2 + m_2^2 - m_3^2 + 2E_1^* \cdot E_2^* - 2m_a \cdot (E_1^* + E_2^*).$$

Уравнение границы диаграммы Далица получается для предельных случаев, т.е. когда $\cos \theta_{12}^* = \pm 1$.

б) Найдем уравнение границы диаграммы Далица в переменных m_{12}^2 и m_{23}^2 . По определению $m_{12}^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 \cdot E_2 - 2P_1 \cdot P_2 \cdot \cos \theta_{12}$. Уравнение границы соответствует случаю $\cos \theta_{12}^* = \pm 1$, т.е. $(m_{12}^2)_{\pm} = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 \cdot E_2 \pm 2P_1 P_2$; E_1 и E_2 , а следовательно, и P_1 и P_2 легко выразить через m_{23} , полагая, что распад частицы "а" происходит двухступенчатым образом: вначале частица "а" распадается на частицу "1" с массой m_1 и компаунд-частицу "2+3" с массой m_{23} , а затем компаунд-частица распадается на частицы "2" и "3" с массами m_2 и m_3 соответственно. Получаем:

$$E_1 = \frac{m_a^2 + m_1^2 - m_{23}^2}{2m_a}; \quad E_2 = \frac{m_{23}^2 + m_2^2 - m_3^2}{2m_{23}}.$$

Координаты точек, где сливаются $(m_{12}^2)^+$ и $(m_{12}^2)^-$, можно найти из выражения для m_{12}^2 , если в него подставить экстремальные значения m_{23} , которые равны:

$$m_{23}^{\max} = m_a - m_1; \quad m_{23}^{\min} = m_2 + m_3.$$

38. Граница разрешенной области по диаграмме Далица находится из условия коллинеарности векторов импульсов вторичных частиц, т.е. $p_1^* + p_2^* + p_3^* = 0$. Возводя обе части этого тождества в четвертую степень и учитывая, что $T = \frac{p^{*2}}{2m}$, получим:

$$T_1^{*2} + T_2^{*2} + T_3^{*2} - 2(T_1^* T_2^* + T_1^* T_3^* + T_2^* T_3^*) = 0.$$

После несложных преобразований это уравнение можно привести к уравнению окружности: $x^2 + y^2 = (Q/3)^2$, где $Q = \sqrt{s} - m = T_1^* + T_2^* + T_3^*$ — энергосодержание при распаде.

39. Обычно границу области диаграммы Далица находят не с помощью уравнения границы, а по шести точкам: трем минимальным и трем максимальным значениям переменных. Минимальное (максимальное) значение переменной E_i^* реализуется при $p_i^* = p_i^{*min} = 0$ ($p_i^* = p_i^{*max}$). Отсюда получаем, что

$$E_i^{*min} = m_i;$$

$$E_i^{*max} = \frac{m_a^2 + m_i^2 - (m_j + m_k)^2}{2m_a},$$

где m_a — масса распадающейся частицы; $i, j, k = 1, 2, 3$; ($i \neq j \neq k$). В переменных эффективных масс координаты экстремальных точек даются соотношениями: $M_{jk}^{*max} = (m_a - m_j)^2$; $M_{jk}^{*min} = (m_j + m_k)^2$; $j, k = 1, 2, 3$; $j \neq k$.

40. Обозначим отношение фазовых объемов для распадов

а) и б) через $\xi = \frac{I_0}{I_+}$. Для распада а) выражение для полного фазового объема принимает вид:

$$I_0 = \frac{\pi^2}{4m_k^2} \int_{4m_0^2}^{(m_k - m_+)^2} \frac{dx}{\sqrt{x}} \sqrt{x - 4m_0^2} \sqrt{(m_k - m_+)^2 - x} \sqrt{(m_k + m_+)^2 - x},$$

где m_{\pm} , m_0 — массы π^{\pm} , π^0 — мезонов, соответственно. Этот интеграл можно выразить через эллиптические интегралы. Однако при численных расчетах это не может принести особой пользы. Сделаем следующую замену переменной интегрирования:

$$x = \frac{1}{2} \left[(m_k - m_+)^2 + 4m_0^2 \right] + \left[(m_k - m_+)^2 - 4m_0^2 \right] \cos \varphi.$$

Такая замена позволяет избавиться от иррациональности в двух из четырех сомножителей под знаком интеграла.

$$I_0 = \frac{\pi^2}{16m_K^2} \left[(m_K - m_+)^2 - 4m_0^2 \right]^2 \times \sqrt{\frac{(m_K + m_+)^2 + 4(m_K m_+ - m_0^2)}{(m_K - m_+)^2 + 4m_0^2}} \times$$

$$\times \int_0^\pi d\varphi \sin^2 \varphi \sqrt{\frac{1 - \varepsilon_1 \cos \varphi}{1 + \varepsilon_2 \cos \varphi}},$$

где
$$\varepsilon_1 = \frac{(m_K - m_+)^2 - 4m_0^2}{(m_K + m_+)^2 + 4(m_K m_+ - m_0^2)} = 0,087;$$

$$\varepsilon_2 = \frac{(m_K - m_+)^2 - 4m_0^2}{(m_K - m_+)^2 + 4m_0^2} = 0,265.$$

Малость численных значений ε_1 и ε_2 позволяет при взятии интеграла разложить подынтегральное выражение по степеням этих параметров, т.е.

$$\sqrt{\frac{1 - \varepsilon_1 \cos \varphi}{1 + \varepsilon_2 \cos \varphi}} \approx 1 - \frac{\cos \varphi}{2} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) +$$

$$+ \frac{3}{8} \cos^2 \varphi \varepsilon_2^2 - \frac{\cos^2 \varphi}{8} \varepsilon_1^2 + \frac{\cos^2 \varphi}{4} \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \dots$$

В результате получим

$$\int_0^\pi d\varphi \sin^2 \varphi \sqrt{\frac{1 - \varepsilon_1 \cos \varphi}{1 + \varepsilon_2 \cos \varphi}} = \frac{\pi}{2} \left[1 + \frac{1}{32} (3\varepsilon_2^2 + 2\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_1^2) + \dots \right].$$

Этот интеграл, как видно, практически равен $\frac{\pi}{2}$. Поправки к этому значению порядка одного процента. Более того, они приблизительно одинаковы для интегралов I_+ и I_0 . Следовательно при вычислении отношения ξ можно пренебречь зависимостью интегралов от масс. Итак, с достаточной для наших целей точностью имеем:

$$I_0 = \frac{\pi^3}{32} \frac{[(m_K - m_+)^2 - 4m_0^2]^2}{m_K^2} \sqrt{\frac{(m_K + m_+)^2 + 4(m_K m_+ - m_0^2)}{(m_K - m_+)^2 + 4m_0^2}}.$$

Интеграл I_+ получается из этого выражения заменой m_+ на m_0 :

$$I_+ = \frac{\pi^3}{32} \frac{[(m_K - m_0)^2 - 4m_+^2]^2}{m_K^2} \sqrt{\frac{(m_K + m_0)^2 + 4(m_K \cdot m_0 - m_+^2)}{(m_K - m_0)^2 + 4m_+^2}}$$

Подставляя численные значения масс, получим $\xi = 1,243$.

41. Для решения задачи можно воспользоваться формулой для фазового объема трех частиц (см. решение задачи 34):

$$\Phi_3(M_3) = \frac{2\pi^2}{M_3} \int_{m_1+m_2}^{M_3-m_3} dM_2 \frac{\sqrt{(M_3+m_3)^2 - M_2^2}}{2M_3 \cdot 2M_2} \times \sqrt{(M_3-m_3)^2 - M_2^2} \times \\ \times \sqrt{M_2^2 - (m_1+m_2)^2} \times \sqrt{M_2^2 - (m_1-m_2)^2},$$

где M_3 — эффективная масса тройки частиц; M_2 — эффективная масса пары частиц (1 + 2); m_1, m_2, m_3 — массы продуктов распада.

Для распада $\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$, $M_3 = m_\mu$, возьмем: $m_1 = m_2 = 0$; $m_3 = m_e$, тогда:

$$\Phi_3(m_\mu) = \frac{2\pi^2}{m_\mu} \int_0^{m_\mu - m_e} dM_2 \sqrt{(m_\mu + m_e)^2 - M_2^2} \sqrt{(m_\mu - m_e)^2 - M_2^2} \cdot \frac{M_2}{4m_\mu}$$

Так как $m_e \ll m_\mu$, получаем:

$$\Phi_3(m_\mu) = \frac{\pi^2 m_\mu^2}{8}$$

Вероятность распада мюона можно получить, умножив квадрат модуля матричного элемента на величину фазового объема и поделив полученное выражение на $2m_\mu (2\pi)^5$. Таким образом:

$$W = \frac{G^2 \cdot m_\mu}{192 \pi^3}$$

42. Пользуясь рекуррентной формулой для спектра эффективных масс K частиц из n ([2], с. 225), получаем:

$$\frac{dW}{dM_{\mu\pi}} = 2M_{\mu\pi} \frac{\Phi_2(M_{\mu\pi}, m_\pi, m_\pi) \cdot \Phi_2(\sqrt{5}, M_{\mu\pi}, m_\rho)}{\Phi_3(\sqrt{5}, m_\pi, m_\pi, m_\rho)}; \quad (1)$$

$$\frac{dW}{dM_{\pi\rho}} = 2M_{\pi\rho} \frac{\phi_2(M_{\pi\rho}, m_\pi, m_\rho) \cdot \phi_2(\sqrt{S}, M_{\pi\rho}, m_\pi)}{\phi_3(\sqrt{S}, m_\pi, m_\rho, m_\rho)}. \quad (2)$$

Здесь $\sqrt{S} = m_\pi^2 + m_\rho^2 + 2E_\pi \cdot m_\rho$ — полная энергия в с.ц.м. реакции; $M_{\pi\pi}$, $M_{\pi\rho}$ — эффективные массы $\pi\pi$ - и $\pi\rho$ -систем, соответственно; ϕ_2 и ϕ_3 — фазовые объемы системы из двух и трех частиц соответственно; ϕ_3 от переменных $M_{\pi\rho}$ или $M_{\pi\pi}$ не зависит и играет роль нормировочного множителя. Подставляя в (1) и (2) выражения для ϕ_2 (см. решение задачи 30), после несложных перегруппировок получаем:

$$\frac{dW}{dW_{\pi\pi}} = \text{const} \sqrt{M_{\pi\pi}^2 - 4m_\pi^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{S} - m_\rho)^2 - M_{\pi\pi}^2} \sqrt{(\sqrt{S} + m_\rho)^2 - M_{\pi\pi}^2}.$$

Как видно из этого выражения, спектр масс $\pi\pi$ -системы на оси $M_{3\phi}$ заключен в пределах $2m_\pi \leq M_{\pi\pi} \leq \sqrt{S} - m_\rho$. Форма спектра выпуклая, на левом конце изменение спектра определяется первым корнем, на правом — вторым. В области энергий S до нескольких квадратных гигаэлектронвольт влияние третьего корня на форму спектра сказывается не очень сильно. Аналогично, имеем:

$$\frac{dW}{dM_{\pi\rho}} = \text{const} \cdot \sqrt{M_{\pi\rho}^2 - (m_\pi + m_\rho)^2} \times \\ \times \sqrt{M_{\pi\rho}^2 - (m_\pi - m_\rho)^2} \times \frac{\sqrt{(\sqrt{S} - m_\pi)^2 - M_{\pi\rho}^2} \sqrt{(\sqrt{S} + m_\pi)^2 - M_{\pi\rho}^2}}{M_{\pi\rho}}.$$

Спектр заключен в интервале $m_\pi + m_\rho \leq M_{\pi\rho} \leq \sqrt{S} - m_\pi$. Полагая $m_\pi \ll m_\rho$, $M_{\pi\rho}$, получаем:

$$\frac{dW}{dM_{\pi\rho}} \approx \frac{M_{\pi\rho}^2 - m_\rho^2}{M_{\pi\rho}} (\sqrt{S} - M_{\pi\rho}^2).$$

Качественно особенности рассматриваемых спектров передаются рис. 6.

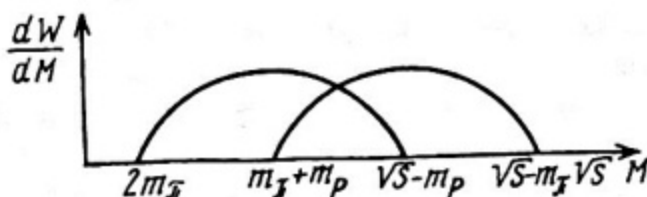


Рис. 6

43. По определению:

$$d\phi_3 \approx \frac{d^3 p_1}{2E_1} \cdot \frac{d^3 p_2}{2E_2} \cdot \frac{d^3 p_3}{2E_3} \delta^{(4)}(p_1 + p_2 + p_3 - \mathcal{P}).$$

Это выражение можно переписать через фазовый объем частиц "2" и "3" в виде:

$$d\phi_3 \approx \frac{d^3 p_1}{E_1} \phi_2,$$

где

$$\phi_2 = \frac{2\pi \sqrt{s_2 - (m_2 + m_3)^2} \sqrt{s_2 - (m_2 - m_3)^2}}{s_2} = \frac{4\pi p_2^*}{\sqrt{s_2}};$$

s_2 - квадрат полной энергии частиц "2" и "3", p_2^* - импульс частицы "2" в системе покоя компаунд-частицы "2 + 3" (см. уравнение (2) решения задачи 2). Выразим s_2 через энергию частицы "1" в системе, где частица "a" покоится: $s_2 = (p_a - p_1)^2 = m_a^2 + m_1^2 - 2 \cdot m_a \cdot E_1$. В релятивистски инвариантном фазовом объеме частицы "1" перейдем к переменным E_1 (система покоя частицы "a") и $p_{1\perp}$, используя формулы $p_{1\perp} =$

$= p_1 \sin \theta_1$ и $\cos \theta_1 = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{p_{1\perp}}{p_1}\right)^2}$. Тогда получаем:

$$\frac{d^3 p_1}{E_1} = p_1 dE_1 d\Omega_1 = \frac{2 \cdot dE_1 \cdot p_{1\perp} \cdot dp_{1\perp} d\varphi_1}{\sqrt{p_1^2 - p_{1\perp}^2}}.$$

Для элемента трехчастичного фазового объема после интегрирования по φ_1 пределах $0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi$ приходим к формуле:

$$d\phi_3 \sim \frac{p_2^*}{\sqrt{s_2}} \frac{dE_1 \cdot dp_{1\perp}^2}{\sqrt{p_1^2 - p_{1\perp}^2}}.$$

Чтобы получить интересующее нас распределение по $p_{1\perp}$, необходимо проинтегрировать это выражение по E_1 в пределах:

$$\sqrt{m_1^2 + p_{1\perp}^2} \leq E_1 \leq \frac{m_a^2 + m_1^2 - (m_2 + m_3)^2}{2m_a}.$$

Нижний предел определен из условия положительности подкоренного выражения в знаменателе формулы для $d\phi_3$, а верхний предел следует из требования $s_2 \geq (m_2 + m_3)^2$ и связи между s_2 и E_1 , найденной выше.

При интегрировании выражения для $d\phi_3$ по dE_1 не удастся получить ответ в аналитическом виде через элементарные

функции. Рассмотрим поэтому важный в конкретных приложениях частный случай, когда массами частиц "2" и "3" можно пренебречь по сравнению с массами частиц "a" и "1" ($m_{2,3} \ll m_{a,1}$). В этом приближении $p_2^* \approx \sqrt{s_2}/2$ и

$$\frac{d\Phi_3}{dp_{1\perp}} \sim p_{1\perp} \int \frac{\frac{m_a^2 + m_1^2}{2m_a}}{\sqrt{m_1^2 + p_{1\perp}^2}} \frac{dE_1}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 - p_{1\perp}^2}} =$$

$$= p_{1\perp} \ln \frac{\frac{m_a^2 + m_1^2}{2m_a} + \sqrt{\left(\frac{m_a^2 + m_1^2}{2m_a}\right)^2 - m_1^2 - p_{1\perp}^2}}{\sqrt{m_1^2 + p_{1\perp}^2}}.$$

Найденное распределение $d\Phi_3/dp_{1\perp}$ обращается в нуль на верхнем и нижнем кинематических пределах, то есть при $p_{1\perp} = 0$ и $p_{1\perp} = m_a^2 - m_1^2 / 2m_a$. Следовательно, оно имеет максимум где-то между указанными значениями $p_{1\perp}$. Исследуя выражение $d\Phi_3/dp_{1\perp}$ на экстремум, подбирая решение получающегося уравнения, можно показать, что максимум распределения расположен примерно посередине допустимого интервала изменения $p_{1\perp}$ при $p_{1\perp} \approx m_a^2 - m_1^2 / 4m_a$. Отсюда вытекает возможность измерения массы частицы "a" по положению максимума в распределении вторичных частиц сорта "1" по переменной $p_{1\perp}$.

$$44. \text{ а) } \frac{dN}{dp_{i\perp}} = 2\pi \frac{p_{i\perp}}{p_i^{*2} \sqrt{1 - \frac{p_{i\perp}^2}{p_i^{*2}}}};$$

$$\text{ б) } \frac{dN}{dp_{i\perp}} = 4\pi \left[1 + \beta \left(1 - \frac{p_{i\perp}^2}{p_i^{*2}} \right) \right] \frac{p_{i\perp}}{p_i^{*2} \sqrt{1 - \frac{p_{i\perp}^2}{p_i^{*2}}}};$$

$$\text{ в) } \frac{dN}{dp_{i\perp}} = 4\pi \frac{p_{i\perp}^3}{p_i^{*4}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{p_{i\perp}^2}{p_i^{*2}}}}.$$

45. В силу Лоренц-инвариантности L_2 является функцией только одного аргумента, остающегося инвариантным при продольных преобразованиях ("продольного инварианта"): $S' =$

$= E^2 - q^2 = s + r^2$, где r^2 - квадрат поперечной компоненты импульса системы. Рассчитаем L_2 в с.д.м. реакции

$$\begin{aligned} L_2 &= \int \frac{dq_1}{2E_1} \cdot \frac{dq_2}{2E_2} \delta(q_1 + q_2 - q) \cdot \delta(E_1 + E_2 - E) = \\ &= \int \frac{dq_1}{2E_1} \cdot \frac{dq_2}{2E_2} \delta(q_1 + q_2) \cdot \delta(E_1 + E_2 - \sqrt{s'}) = \\ &= \int \frac{dq_1}{2E_1} \frac{1}{2E_2(-q_1)} \delta(E_1 + E_2(-q_1) - \sqrt{s'}). \end{aligned}$$

Взятие интеграла по q_1 потребует решения уравнения $E_1 + E_2(-q_1) - \sqrt{s'} = 0$ или, что то же самое, системы

$$\begin{cases} E_1 + E_2 = \sqrt{s'}; \\ q_1 + q_2 = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему, находим

$$q_1 = \pm \frac{\sqrt{\lambda(s'; m_1'^2; m_2'^2)}}{2\sqrt{s'}},$$

где $\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$. Пользуясь правилом интегрирования δ -функций $\int f(x) \delta(\varphi(x)) dx = \sum \frac{f(x_s)}{|\varphi'(x_s)|}$, где сумма берется по физическим корням уравнения $\varphi(x) = 0$, получаем:

$$L_2 = \lambda^{-1/2}(s'; m_1'^2; m_2'^2).$$

47. В заданной реакции в конечном состоянии имеется три частицы, поэтому продольное фазовое пространство (ПФП) для этой реакции одномерно. Геометрический образ его - некая кривая, расположенная на плоскости $q_1 + q_2 + q_3 = 0$, q_i - продольные импульсы частиц (рис. 7).

Значения q_i на плоскости симметрично изображаются в треугольной системе координат. Шестиугольник на рис. 7 - это предел, к которому стремится граница ПФП для диаграмм рис. 8 при $s \rightarrow \infty$.

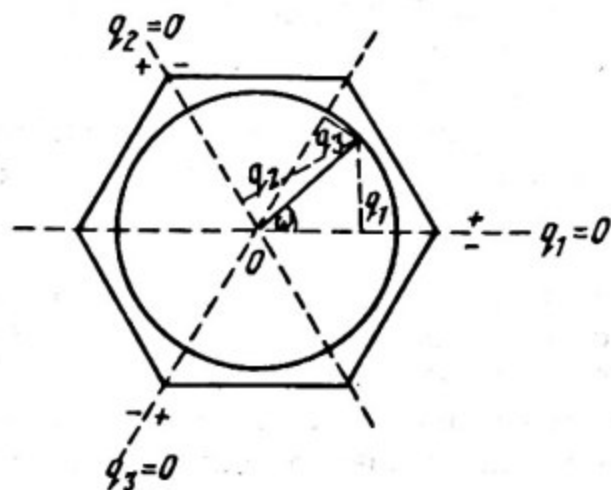


Рис. 7

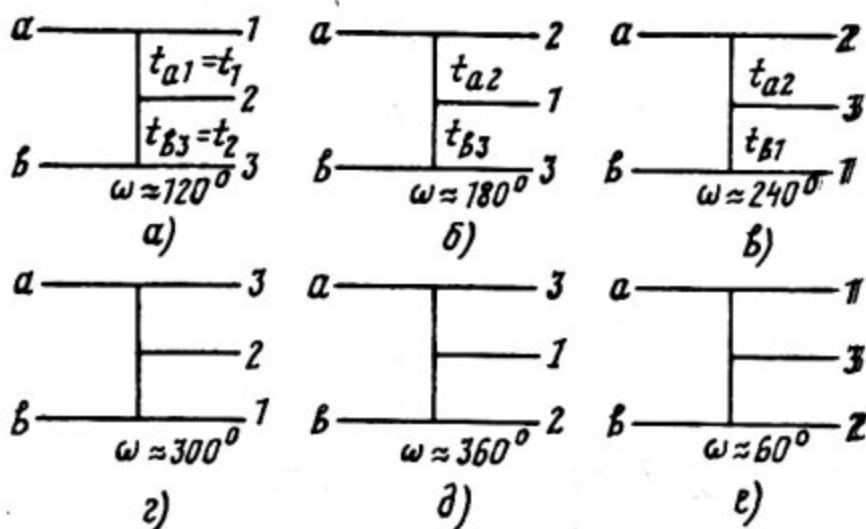


Рис. 8

Если совершить все перестановки конечных частиц, то видно, что всего существуют 6 типов периферических диаграмм.

Для диаграммы рис. 8,а выражение для t_1 и t_2 при высоких энергиях $\sqrt{S} \rightarrow \infty$ имеет вид: $t_1 = m_a^2 + m_1^2 - 2E_a - E_1 + 2q_a q_1 \approx -\sqrt{S}(|q_1| - q_1)$; $t_2 = -\sqrt{S}(|q_3| + q_3)$. Если распределение по передачам 4-импульсов $\{t_1, t_2\}$ имеет вид $\exp(at_1 + bt_2)$, то t_1 и t_2 будут одновременно малы, когда $q_3 < 0$, а $q_1 > 0$. На ПФП диаграмме (см. рис. 7) эти условия осуществляются в секторе $60^\circ < \omega < 180^\circ$, т.е. подобное "периферическое обрезание" по передачам 4-импульсов заселяет только ту часть продольного фазового пространства, которая лежит слева и справа от значения $\omega \approx 120^\circ$.

Для диаграммы 8,6 "периферическое обрезание" будет за- селять ту часть фазового пространства, которая лежит слева и справа от значения $\omega = 180^\circ$.

Каждое обрезание по передачам 4-импульсов будет приво- дить к концентрации событий в некоторых частях диаграммы ПФП при центральных значениях ω , указанных на соответ- ствующих диаграммах. Области, соответствующие различным ти- пам мультипериферических диаграмм для процесса $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ + K^+ + \Lambda$, можно найти, сопоставив номерам "1", "2", "3" со- ответственно π , K^+ , Λ .

48. Для определенности полагаем, что имеет место рас- пад $\pi \rightarrow \mu + \nu$. Решение задачи разбивается на ряд последова- тельных шагов: определение кинематических характеристик про- дуктов распада в с.ц.м., вычисление параметров перехода из с.ц.м. в л.с., определение кинематических характеристик частиц в л.с. и нахождение требуемых распределений. Соответствующие формулы:

$$E_\mu^* = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi};$$

$$p_\mu^* = p_\nu^* = E_\nu^* = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi};$$

$$\beta_c = \frac{p_\pi}{E_\pi}; \quad \gamma_c = \frac{E_\pi}{m_\pi}; \quad \gamma_c \beta_c = \frac{p_\pi}{m_\pi};$$

$$E_\mu = \gamma_c \left[\frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi} + \beta_c \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} \cos \theta^* \right];$$

$$E_\nu = \gamma_c \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} (1 - \beta_c \cos \theta^*);$$

$$\left. \frac{dN}{dE_\mu} = \frac{dN}{d\cos\theta^*} \cdot \frac{d\cos\theta^*}{dE_\mu} = \frac{m_\pi^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} \cdot \frac{1}{p_\pi}; \right\} (1)$$

$$\frac{dN}{dE_\nu} = \frac{m_\pi^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} \cdot \frac{1}{p_\pi}.$$

Граничные значения энергий мюонов и нейтрино равны:

$$\left. \begin{aligned} E_{\mu}^{\max} &= \gamma_c \left(\frac{m_{\pi}^2 + m_{\mu}^2}{2m_{\pi}} + \beta_c \frac{m_{\pi}^2 - m_{\mu}^2}{2m_{\pi}} \right); & E_{\nu}^{\max} &= \gamma_c \frac{m_{\pi}^2 - m_{\mu}^2}{2m_{\pi}} (1 + \beta_c); \\ E_{\mu}^{\min} &= \gamma_c \left(\frac{m_{\pi}^2 + m_{\mu}^2}{2m_{\pi}} - \beta_c \frac{m_{\pi}^2 - m_{\mu}^2}{2m_{\pi}} \right); & E_{\nu}^{\min} &= \gamma_c \frac{m_{\pi}^2 - m_{\mu}^2}{2m_{\pi}} (1 - \beta_c). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Искомые распределения для мюонов и нейтрино показаны на рис. 9 (заштрихованные прямоугольники).

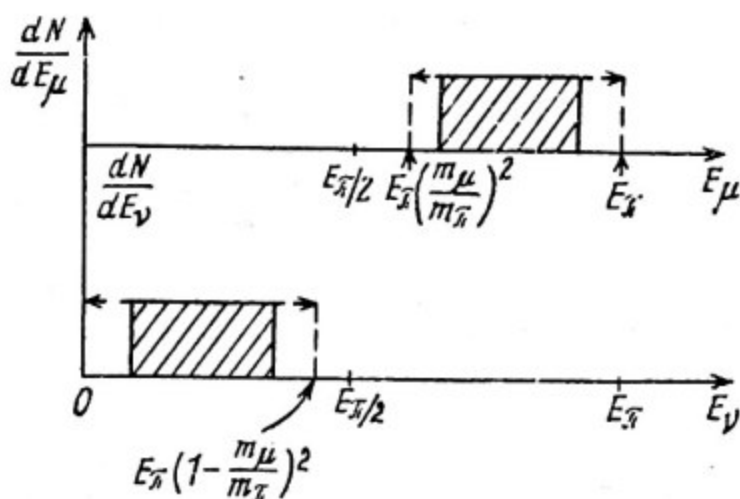


Рис. 9

Из уравнений для граничных значений энергии (2) и из сравнения распределений (1) видно, что в релятивистском случае энергетические распределения мюонов и нейтрино имеют

одинаковую высоту $\frac{1}{P_{\pi}} \frac{m_{\pi}^2}{m_{\pi}^2 - m_{\mu}^2}$ и ширину $P_{\pi} \frac{m_{\pi}^2 - m_{\mu}^2}{m_{\pi}^2}$ (т.е.

условие нормировки соблюдено) и различное положение центра тяжести. Центр тяжести распределения для мюонов расположен правее значения $E_{\pi}/2$ на величину $\frac{E_{\pi}}{2} \left(\frac{m_{\mu}}{m_{\pi}} \right)^2$, а для нейтрино левее на ту же самую величину.

В ультрарелятивистском случае ($\beta_c \rightarrow 1$), как видно из (2), граничные значения спектров стремятся соответственно:

$$E_{\mu}^{\max} \rightarrow E_{\pi}; \quad E_{\mu}^{\min} \rightarrow E_{\pi} \left(\frac{m_{\mu}}{m_{\pi}} \right)^2;$$

$$E_{\nu}^{max} \rightarrow E_{\pi} \left[1 - \left(\frac{m_{\mu}}{m_{\pi}} \right)^2 \right]; \quad E_{\nu}^{min} \rightarrow 0.$$

Предельные положения значений граничных энергий указаны на рис. 9 стрелками.

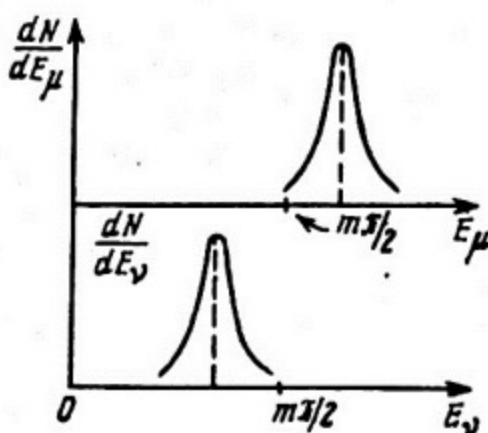


Рис. 10

В предельном нерелятивистском случае, когда (пион) (каон) покоится, т.е. $E_{\pi} = m_{\pi}$, как можно видеть из (1) и (2), полагая в них $\rho_{\pi} \rightarrow 0$, энергетические распределения для мюонов и нейтрино имеют вид δ -функций, расположенных соответственно при значениях энергий, равных

$$E_{\mu}^{4T} = \frac{m_{\pi}}{2} + \frac{m_{\pi}}{2} \left(\frac{m_{\mu}}{m_{\pi}} \right)^2;$$

$$E_{\nu}^{4T} = \frac{m_{\pi}}{2} - \frac{m_{\pi}}{2} \left(\frac{m_{\mu}}{m_{\pi}} \right)^2.$$

Графики соответствующих распределений показаны на рис. 10. При переходе от энергии $E_{\pi}^{(1)}$ к $E_{\pi}^{(2)} > E_{\pi}^{(1)}$:

- высота распределений dN/dE_{μ} и dN/dE_{ν} уменьшается по закону $1/\rho_{\pi}$;
- ширина распределений увеличивается пропорционально ρ_{π} ;
- правая и левая границы спектра мюонов одновременно смещаются в сторону больших энергий (рис. 11,а). Правая граница спектра нейтрино смещается в сторону больших энергий, а левая - в сторону нулевых значений энергии (рис. 11,б).

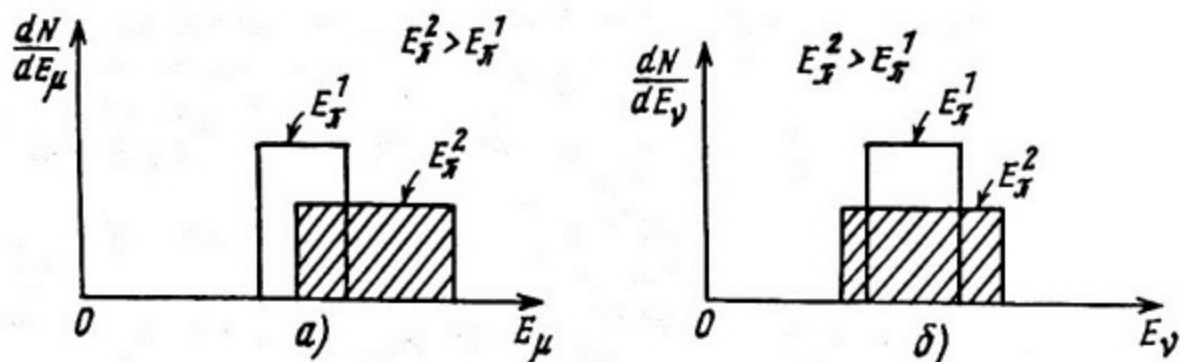


Рис. 11

Для расчета энергетических распределений мюонов, образующихся при распаде $K \rightarrow \mu + \nu$ в вышеприведенных выражениях необходимо сделать замену индекса $\pi \rightarrow K$.

49. Нижняя (верхняя) граница интервала энергий пионов (каонов) определяется из условия, что энергия E_{μ} соответствует верхней (нижней) границе энергетического спектра мюонов, возникающих от распада пионов с данным импульсом. Из уравнений (2) (см. решение задачи 48) находим:

$$E_{K,\pi}^{\min} = E_{\mu} \frac{m_{K,\pi}^2 + m_{\mu}^2}{2m_{\mu}^2} - p_{\mu} \frac{m_{K,\pi}^2 - m_{\mu}^2}{2m_{\mu}^2};$$

$$E_{K,\pi}^{\max} = E_{\mu} \frac{m_{K,\pi}^2 + m_{\mu}^2}{2m_{\mu}^2} + p_{\mu} \frac{m_{K,\pi}^2 - m_{\mu}^2}{2m_{\mu}^2}.$$

Если энергия $E_{K,\pi}^{\max}$ превышает значение E_0 — энергии $\pi(K)$ -мезонов данного пучка, то максимально допустимое значение

$$E_{K,\pi}^{\max} = E_0.$$

50. Особенности изменения формы энергетического спектра нейтрино, возникающих от распада пионов (каонов), при переходе от энергии $E_{\pi,K}^{(1)}$ к энергии $E_{\pi,K}^{(2)} > E_{\pi,K}^{(1)}$ таковы (см. решение задачи 48), что нейтрино с данной энергией E_{ν} могут получиться только от пионов (каонов), у которых $p_{\pi,K} \geq p_{\pi,K}^{\min}$, где $p_{\pi,K}^{\min}$ — минимальное значение импульса пиона (каона), при котором либо верхняя граница спектра распадных нейтрино начинает превосходить заданное значение E_{ν} , либо нижняя граница спектра становится меньше E_{ν} . Оба условия дают:

$$E_{\pi,K}^{\min} = \frac{E_{\nu}^2 + \beta^2 m_{\pi,K}^2}{2E_{\nu} \cdot \beta},$$

где

$$\beta = \frac{m_{\pi,K}^2 - m_{\mu}^2}{2m_{\pi,K}^2}.$$

51. Число пионов (каонов) на расстоянии L от мишени $N = N_0 \exp(-L/L_0)$, где N_0 — число пионов (каонов), вылетающих из мишени в заданном направлении; $L_0 = \tau \beta = \beta \frac{\tau_{\pi,K}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \beta \gamma \tau_{\pi,K} = \frac{p_{\pi,K}}{m_{\pi,K}} \tau_{\pi,K}$;

$\beta = \frac{P_{\pi, K}}{E_{\pi, K}}$ - скорость пионов (каонов) γ - Лоренц-фактор, $m_{\pi, K}$ -

масса пиона (каона), $\tau_{\pi, K}$ - время жизни $\pi(K)$ в его системе покоя. Относительная интенсивность пучка частиц на расстоянии L от источника равна: $\varphi = N/N_0 = \exp(-L/L_0)$. Доля частиц, претерпевших распад, $\rho = \frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - \exp(-L/L_0)$. Для получения доли частиц, распавшихся по данному каналу, необходимо ρ умножить на величину α - относительную долю распадов по интересующему нас каналу: $\alpha_{\pi} \approx 1$ и $\alpha_K \approx 0,635$ соответственно для распадов $\pi \rightarrow \mu + \nu$ и $K \rightarrow \mu + \nu$.

52. Спектр нейтрино от узкого пучка мезонов (все импульсы мезонов в пучке параллельны) получается интегрированием по энергии мезонов выражения

$$d^2N = f_{\pi, K}(E_{\pi, K}) W^P(E_{\pi, K}) \cdot f_{\nu}(E_{\pi, K}; E_{\nu}) dE_{\nu} dE_{\pi, K},$$

где $f_{\pi, K}(E_{\pi, K})$ - исходный энергетический спектр пионов (каонов); $W^P(E_{\pi, K}) = \alpha [1 - \exp(-L \cdot m_{\pi, K} / \tau_0 \cdot P_{\pi, K})]$ - вероятность распада мезона с данным импульсом $P_{\pi, K}$ на расстоянии L от источника, τ_0 - время жизни $\pi(K)$ в его системе покоя (см. решение задачи 51); α - относительная доля распадов по ин-

тересующему нас каналу; $f_{\nu}(E_{\pi, K}; E_{\nu}) = \frac{1}{P_{\pi, K}} \frac{m_{\pi, K}^2}{m_{\pi, K}^2 - m_{\mu}^2}$ - энергетическое распределение нейтрино, образующихся при распаде пионов с данным импульсом. Получаем:

$$\frac{dN}{dE_{\nu}} = \int dE_{\pi, K} f_{\pi, K}(E_{\pi, K}) \cdot \frac{1}{P_{\pi, K}} \cdot \frac{m_{\pi, K}^2}{m_{\pi, K}^2 - m_{\mu}^2} \times \\ \times \alpha [1 - \exp(-L \cdot m_{\pi, K} / \tau_0 \cdot P_{\pi, K})].$$

Пределы интегрирования в этой формуле от $E_{\pi, K}^{\min} = \frac{E_{\nu}}{1 - m_{\mu}^2/m_{\pi, K}^2}$ + $\frac{m_{\pi, K}^2 - m_{\mu}^2}{4E_{\nu}}$ (см. решение задачи 50) до максимальной энер-

гии мезонов в пучке, практически совпадающей с конечной энергией протонов, выведенных из ускорителя.

Отметим, что $c\tau_{\pi^\pm} = 780,4$ см; $c\tau_{K^\pm} = 370,9$ см, а отношения P/m при импульсе ~ 100 ГэВ/с составляют $(P/m)_\pi \approx 714$ и $(P/m)_K \approx 202$. В этом случае $L_{расп}^\pi \approx 5,57$ км, $L_{расп}^K \approx 0,750$ км. Реально распадные промежутки нейтринных каналов ускорителей существенно меньше: $L_{max} \ll L_{расп}$. В таких условиях справедливо приближение $1 - \exp(-L/L_{расп}) \approx L/L_{расп} \approx Lm/\tau \cdot p$.

Окончательное выражение для энергетического спектра нейтрино примет вид:

$$\frac{dN}{dE_\nu} = \alpha \frac{m_{\pi,K}^3 \cdot L}{(m_{\pi,K}^2 - m_\mu^2) \cdot \tau_0} \int_{E_{min}}^{E_{max}} f(E) \cdot \frac{dE}{p^2}.$$

$$53. \quad \frac{dN}{dE_\mu} = \frac{\alpha \cdot m_{\pi,K}^3 \cdot L}{\tau_0 (m_{\pi,K}^2 - m_\mu^2)} \int_{E_{min}}^{E_{max}} f(E) \frac{dE}{p^2}.$$

Здесь $E_{min} = E_\mu \frac{m_{\pi,K}^2 + m_\mu^2}{2m_\mu^2}$, $E_{max} = E_\mu \frac{m_{\pi,K}^2 - m_\mu^2}{2m_\mu^2}$ (см. решение задачи 49).

Если верхняя граница спектра мюонов превышает номинальную энергию ускорителя E_0 , то в качестве E_{max} следует взять E_0 .

54. (см. решение задачи 53):

$$\frac{dN}{dE_\mu} = \frac{N_0 L}{\tau_0} \frac{m_\pi^3}{(m_\pi^2 - m_\mu^2)} \int_{E_{min}}^{E_{max}} \frac{\exp(-\alpha E_\pi) E_\pi}{E_\pi^2 - m_\pi^2} dE_\pi.$$

55. Поскольку по условию задачи мюоны от распада мезонов (π или K) вылетают практически вдоль импульса мезона, то $\theta_\mu = \theta$ (θ - угол, составляемый импульсом мезона с осью симметрии пучка) и, соответственно, $d\Omega_\pi = d\Omega_\mu$. Поэтому, используя решения задач 52 и 53, имеем:

$$\frac{dN}{dE_\mu d\Omega_\mu} = \frac{\alpha}{\tau_0} \frac{m_{\pi,K}^3 \cdot L \cdot A}{(m_{\pi,K}^2 - m_\mu^2) \cdot \cos \theta_\mu} \int_{E_{min}}^{E_{max}} \exp(-\beta \cdot p \cdot \sin \theta_\mu) \frac{dE}{p}.$$

Здесь принято во внимание, что $\frac{d^3P}{E} = p dE d\Omega_{\pi, K} = p dE d\Omega_{\mu}$, E_{min} и E_{max} даны в решении задачи 53. Появление $\cos \theta_{\mu}$ в знаменателе связано с тем, что мезон, летящий под углом $\theta = \theta_{\mu}$ к оси пучка и распадающийся в точке с координатой $z = L$, совершает пробег, равный $L/\cos \theta_{\mu}$ (рис. 12).

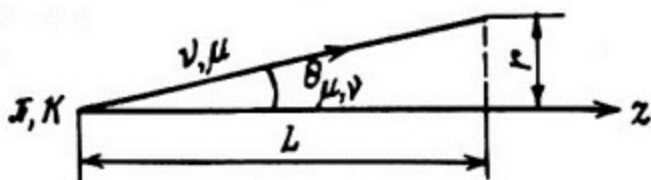


Рис. 12

Если пренебречь массой мезона ($E \approx p$), т.е. рассмотреть случай, когда энергия мюонов велика по сравнению с массой мезона, то интеграл выразится через интегральную показательную функцию.

$$\frac{dN}{dE_{\mu} d\Omega_{\mu}} = \frac{\alpha \cdot m_{\pi, K}^3 \cdot L \cdot A}{\tau_0 (m_{\pi, K}^2 - m_{\mu}^2) \cdot \cos \theta_{\mu}} \left[Ei(-\beta E_{max} \cdot \sin \theta_{\mu}) - Ei(-\beta E_{min} \cdot \sin \theta_{\mu}) \right],$$

где $E_{min} \approx E_{\mu}$; $E_{max} \approx \max\left(\frac{m_{\pi, K}^2}{m_{\mu}^2} E_{\mu}; E_0\right)$;

$$Ei(-x) = -\int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt = C + \ln x + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot x^k}{k \cdot k!},$$

$$C \approx 0,577, \text{ при } x \rightarrow \infty \quad Ei(-x) = -\frac{e^{-x}}{x}.$$

$$56. \frac{dN}{dE_{\nu} d\Omega_{\nu}} = \frac{\alpha \cdot m_{\pi, K}^3 \cdot L \cdot A}{\tau_0 (m_{\pi, K}^2 - m_{\mu}^2) \cdot \cos \theta_{\nu}} \int_{E_{min}}^{E_{max}} \exp(-\beta p \sin \theta_{\nu}) \frac{dE}{p}.$$

Если пренебречь массой мезона ($E_{\pi, K} \approx p_{\pi, K}$), то:

$$\frac{dN}{dE_{\nu} d\Omega_{\nu}} = \alpha \frac{m_{\pi, K}^3 \cdot L \cdot A}{\tau_0 (m_{\pi, K}^2 - m_{\mu}^2) \cdot \cos \theta_{\nu}} \left[Ei(-\beta E_{max} \sin \theta_{\nu}) - Ei(-\beta E_{min} \sin \theta_{\nu}) \right],$$

где $E_{min} \approx 2,34 E_\nu$; $E_{max} \approx E_0$ - энергия ускорителя (см. решение задачи 55).

57. Согласно рис. 12 расстояние между точкой падения нейтрино (мюона) на плоскость, отстоящую на расстоянии L от источника, и осью пучка (ось Z) равно $r = L \operatorname{tg} \theta_{\nu, \mu}$. В малоугловом приближении ($\theta_{\nu, \mu} \ll 1$) $\theta_{\nu, \mu} \approx r/L$. Поэтому при $E_\nu \gg m_{\pi, \mu}$

$$\frac{dN}{dE_{\nu, \mu} dr} = 2\pi \frac{\alpha \cdot m_{\pi, \mu}^3 \cdot r \cdot A}{c_0 L (m_{\pi, \mu}^2 - m_\mu^2)} \cdot \left[\operatorname{Ei} \left(-\beta E_{max} \frac{r}{L} \right) - \operatorname{Ei} \left(-\beta E_{min} \frac{r}{L} \right) \right],$$

где выполнена замена переменной $\theta_{\nu, \mu} = r/L$ и проведено интегрирование по $\varphi_{\mu, \nu}$ в пределах $0 \leq \varphi_{\mu, \nu} \leq 2\pi$.

58. Последовательно применяя два параллельных друг другу преобразования Лоренца к произвольному 4-вектору $a(a^0, \vec{a})$, получим, что оба они могут рассматриваться как одно преобразование со скоростью $v_{||} = \frac{v_{||}^1 + v_{||}^2}{1 + v_{||}^1 \cdot v_{||}^2}$ и Лоренц-фактором

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 (1 + v_{||}^1 v_{||}^2). \text{ Так как } v_{||} = \operatorname{th} y, \text{ то } \operatorname{th} y = \frac{\operatorname{th} y_1 + \operatorname{th} y_2}{1 + \operatorname{th} y_2 \operatorname{th} y_1} = \operatorname{th} (y_1 + y_2). \text{ Отсюда } y = y_1 + y_2.$$

59. Вычисляем гиперболические синус и косинус быстроты y ($v_{||} = \operatorname{th} y$) в функции от $v_{||} = p_{||}/E$ и затем представляем их как $\operatorname{sh} y = \frac{e^y - e^{-y}}{2}$ и $\operatorname{ch} y = \frac{e^y + e^{-y}}{2}$. Отсюда $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_{||}}{E - p_{||}}$.

60. При параллельных друг другу преобразованиях Лоренца быстроты, как известно, складываются: $y = y^* + y_c$, где y - быстрота частицы в л.с.; y^* - быстрота частицы в с.ц.м.; y_c - быстрота с.ц.м. относительно л.с. Отсюда

$$dy = dy^* = \frac{dp_z^*}{E^*}, \text{ так как } y^* = \frac{1}{2} \ln \frac{E^* + p_z^*}{E^* - p_z^*}. \text{ В рас-}$$

пределении $d^2\sigma / dy d\vec{p}_\perp$ сделаем замену переменной $y \rightarrow p_z^*$:

$$\frac{d\sigma}{d\rho_z^*} = \int \frac{d\rho_{\perp}^*}{E^*} f(\rho_{\perp}; y) = \int \frac{\rho_{\perp} d\rho_{\perp} d\varphi}{E^*} f(\rho_{\perp}; y) =$$

$$= 2\pi \int d\rho_{\perp} \frac{\rho_{\perp}}{E^*} f(\rho_{\perp}; y).$$

Найдем пределы изменения ρ_{\perp} при фиксированном ρ_z^* . Энергия частицы "1" в с.ц.м. реакции есть

$$E^* = \frac{S + m_1^2 - W^2}{2\sqrt{S}},$$

где S - квадрат полной энергии в с.ц.м.; W^2 - квадрат эффективной массы адронов, родившихся совместно с частицей "1". Если реакция не двухчастичная, то $E_{min}^* = m_1$, $E_{max}^* =$

$$= \frac{S + m_1^2 - m_h^2}{2\sqrt{S}},$$

где m_h - сумма масс адронов (см. решение

задачи 6), которые должны образоваться, как минимум, совместно с частицей "1", чтобы были соблюдены все законы сохранения дискретных квантовых чисел. Замечая, что $E^* = \sqrt{\rho_z^{*2} + \rho_{\perp}^2 + m_1^2}$, находим $0 \leq \rho_{\perp} \leq \sqrt{(E_{max}^*)^2 - \rho_z^{*2} - m_1^2} = \rho_{\perp}(\rho_z^*)_{max}$. Нижний предел $(\rho_{\perp})_{min} = 0$, поскольку условие $E^* > m_1$ не накладывает более сильного ограничения. Таким образом,

$$\frac{d\sigma}{d\rho_z^*} = 2\pi \int_0^{\rho_{\perp}(\rho_z^*)_{max}} \frac{\rho_{\perp} \cdot d\rho_{\perp}}{\sqrt{\rho_z^{*2} + \rho_{\perp}^2 + m_1^2}} f(\rho_{\perp}, y^* + y_c).$$

61. Из определения быстроты $y^* = \frac{1}{2} \ln \frac{E^* + \rho_z^*}{E^* - \rho_z^*}$ следует,

что $\rho_z^* = m_1 \operatorname{sh} y^*$, где $m_1 = \sqrt{m_1^2 + \rho_{1\perp}^2}$. Преобразуем $\frac{d^3 p}{E}$:

$$\frac{d^3 p}{E} = \frac{d\rho_z^* d\vec{\rho}_{\perp}}{E^*} = dy^* d\vec{\rho}_{\perp} = dy^* \rho_{\perp} \cdot d\rho_{\perp} \cdot d\varphi.$$

После интегрирования по φ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) получаем:

$$\frac{d\sigma}{dy^*} = 2\pi \int_0^{(\rho_{\perp})_{max}} d\rho_{\perp} \rho_{\perp} f(\rho_{\perp}, m_1 \operatorname{sh} y^*).$$

Пределы интегрирования по p_{\perp} определяем из соотношения $E^* = m_{\perp} c h y^*$, которое легко получается из определения быстроты, и пределов изменения E^* :

$$m_1 \leq E^* = m_{\perp} c h y^* \leq \frac{s + m_1^2 - m_k^2}{2\sqrt{s}},$$

найденных в задаче 60. Получаем:

$$0 \leq p_{\perp} \leq \sqrt{\frac{(s + m_1^2 - m_k^2)^2}{4 \cdot s \cdot c h^2 y^*} - m_1^2} = p_{\perp \max}$$

62. Соотношение неопределенности для энергии - времени допускает нарушение закона сохранения энергии на величину ΔE в течение времени $\Delta t \sim 1/|\Delta E|$. Виртуальный переход частицы в два партона сопровождается нарушением закона сохранения энергии на величину

$$\Delta E = E_1 + E_2 - E = \sqrt{p_1^2 + m_1^2} + \sqrt{p_2^2 + m_2^2} - \sqrt{p^2 + m^2},$$

где $E_{1,2}$ - энергии партонов. Так как все частицы ультра-релятивистские, то

$$E_1 \approx p_{1z} + \frac{p_{1\perp}^2 + m_1^2}{2p_{1z}}; \quad E_2 \approx p_{2z} + \frac{p_{2\perp}^2 + m_2^2}{2p_{2z}}; \quad E = p + \frac{m^2}{2p}.$$

В соответствии с законом сохранения 3-импульса:

$$p = p_{1z} + p_{2z}; \quad \vec{p}_{1\perp} = \vec{p}_{2\perp}$$

(полагая, что импульс p - направлен вдоль оси z). В указанных приближениях имеем следующую оценку для ΔE :

$$\Delta E = \frac{(p_{1\perp}^2 + m_1^2)/x_1 + (p_{2\perp}^2 + m_2^2)/x_2 - m^2}{2p},$$

где $x_1 = p_{1z}/p$; $x_2 = p_{2z}/p$. Поскольку оба партона ультра-релятивистские ($p_{1z}, p_{2z} \sim p$), величины x_1 и x_2 составляют конечную долю импульса адрона p ($x_2 = 1 - x_1$). При $p \rightarrow \infty$ $\Delta E \rightarrow 0$, а время жизни такой флуктуации составляет:

$$\Delta t \sim \frac{2p}{(p_{1\perp}^2 + m_1^2)/x_1 + (p_{2\perp}^2 + m_2^2)/x_2 - m^2}.$$

т.е. $\Delta t \rightarrow \infty$ при $p \rightarrow \infty$. Выражение для Δt удобно представить в виде: $\Delta t \sim 2p/M_{\varphi}^2$, где M_{φ} - некоторая характерная масса порядка 1 ГэВ.

63. В кварковой партонной модели процесс электророждения $e + N \rightarrow e +$ (адроны) и нейтринорождения $\nu_{\mu} + N \rightarrow \mu^{-} +$ (адроны) можно описывать, например, с помощью диаграмм рис. 13, а и б соответственно.

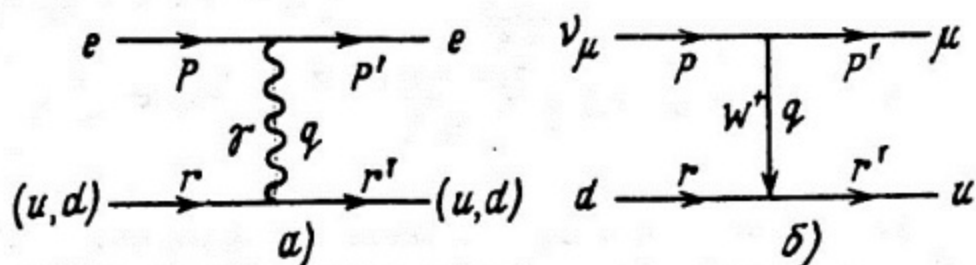


Рис. 13

Символами u, d - обозначены кварки-партоны адрона с проекциями изоспина $(I_u)_3 = \frac{1}{2}, (I_d)_3 = -\frac{1}{2}$. p, p', r, r', q - 4-импульсы частиц. Обозначим $q = r' - r$ 4-вектор передачи импульса. Согласно законам сохранения энергии импульса $(q+r)^2 = (r')^2$. Раскрывая левую часть этого соотношения и принимая во внимание, что $r = x \cdot p_N$ (при высоких энергиях нуклона энергия партона $r_0 \approx r_z + \frac{r_{\perp}^2 + m_{\pi}^2}{2r_z}$, где $r_{\perp} = 0$ по условию задачи, а $m_{\pi}^2/2r_z \ll r_z; m_{\pi}^2$ - масса партона), находим $q^2 + 2x(q \cdot p_N) + m_{\pi}^2 = m_{\pi}^2$. Считая массы начального и конечного партона одинаковыми или пренебрегая ими по сравнению с $(-q^2)$, имеем:

$$x = -\frac{q^2}{2(q \cdot p_N)} = -\frac{q^2}{2M \cdot \nu}$$

где M - масса нуклона; $\nu = q_0$ - энергия, переданная нуклону в л.с. Очевидно, что $0 \leq x \leq 1$.

Таким образом, доля продольного импульса нуклона x , переносимого партонем, который поглощает виртуальный γ -квант (W -бозон), может быть непосредственно измерена на опыте. Измеряя ν и q^2 , можно из экспериментальных данных извлечь сведения о распределении партонов по продольным импульсам внутри нуклонов.

64. Время лептон-нуклонного взаимодействия в с.ц.м. можно оценить на основе соотношения неопределенности

где $E^* = \frac{\gamma - M^2}{2\sqrt{s}}$, $E^{*1} = \frac{\gamma - \omega^2}{2\sqrt{s}}$ - энергии первичного и вторичного лептона в с.ц.м. ($\omega^2 = q^2 + 2\nu M + M^2$ - квадрат эффективной массы адронной струи). Поэтому (при $E \gg M$)

$$E^* - E^{*1} = \frac{\omega^2 - M^2}{2\sqrt{s}} = \frac{2\nu \cdot M + q^2}{2\sqrt{s}} \approx M\nu(1-x) / \sqrt{2M \cdot E}.$$

Массой лептона пренебрегаем, отсюда:

$$\Delta t_{\beta_3} \sim \frac{\sqrt{2M \cdot E}}{M \cdot \nu \cdot (1-x)},$$

где M - масса нуклона, E - энергия лептона в л.с., ν - энергия, переданная нуклону в л.с., x - доля продольного импульса, переносимого партоном. Время существования партонной флуктуации (см. решение задачи 62) $\Delta t \sim 2p^*/M^2 \sim 2E_N^*/M^2$, где E_N^* - энергия нуклона в с.ц.м. реакции; $\frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} M_{\text{эф}} \sim M$. окончательно получаем оценку: $\Delta t_{\beta_3} / \Delta t \sim M / \nu(1-x)$. Следовательно, при $\nu \gg M / (1-x)$ время взаимодействия существенно меньше времени существования партонной флуктуации.

В кварковой модели нуклон состоит из трех кварков. В быстром нуклоне каждый из этих кварков испускает свои партонные флуктуации. На каждую флуктуацию приходится порядка $1/3$ импульса нуклона, поэтому в среднем $x \lesssim 1/3$. В результате партонная картина взаимодействия должна осуществляться при значениях ν , больших или порядка нескольких гигаэлектронвольт. При этом значения $(-q^2)$ должны быть также численно велики, поскольку в области $|q|^2 \lesssim 1(\text{ГэВ}/c)^2$ существенную роль играют процессы упругого рассеяния и образования нуклонных изобар, в которых нуклон выступает как протяженная частица, о чем свидетельствуют опыты по измерению электромагнитных формфакторов нуклона и формфакторов перехода нуклон-изобара.

65. Процесс поглощения виртуального γ -кванта (W -бозона) кварком-партоном удобно рассмотреть в брейтовской системе отсчета ($\vec{P} + \vec{P}' = 0$; \vec{P}, \vec{P}' - импульсы первичного и вторичного кварков). В этой системе $\vec{q} = -2\vec{P}$; $\vec{q} - 3$ - импульс виртуального γ -кванта (W -бозона). Связь между на-

правлениями спинов и импульсами частиц в случае поглощения γ -кванта показана на рис. 14,а, в случае поглощения W -бозона - на рис. 14,б.

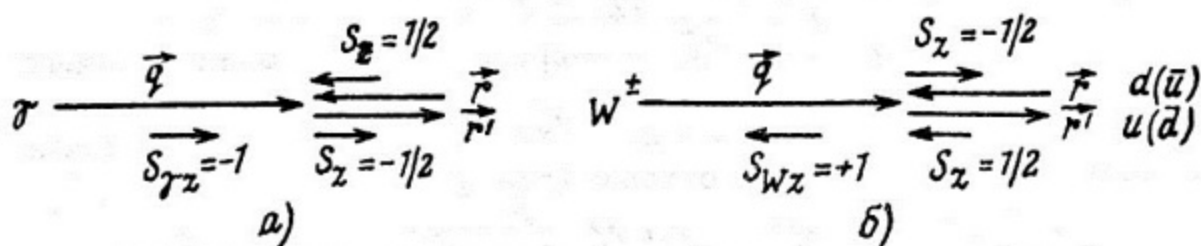


Рис. 14

Поглощение γ -кванта. Если $S_z = \frac{1}{2}$ для начального кварка, то $S_{\gamma z} = -1$. Если $S_z = -1/2$ для начального кварка, то $S_{\gamma z} = +1$. И в том и другом случае поляризация γ -кванта поперечная.

Поглощение W -бозона. В поглощении W^\pm -бозона $d(\bar{u})$ -кварком с образованием $u(\bar{d})$ -кварка участвуют только левополяризованные кварки. Поглощаемый W -бозон при этом также будет левополяризован.

Если бы партоны обладали спином $S=0$, то процесс осуществлялся бы за счет поглощения продольно-поляризованных ($(S_{\gamma, W})_z = 0$) виртуальных γ -квантов и W -бозонов. Опыт свидетельствует в пользу обмена поперечно (лево - право) поляризованными $\gamma(W)$.

66. Соотношения, связывающие углы вылета в л.с. и с.с.м. для частиц "диффузного" и "узкого" конусов, образуют систему уравнений:

$$\gamma \operatorname{tg} \rho_1 = \frac{\sin \rho_0}{1 + \cos \rho_0};$$

$$\gamma \operatorname{tg} \rho_2 = \frac{\sin \rho_0}{1 - \cos \rho_0}.$$

Здесь $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$; $\beta = \frac{v}{c}$; p, E - импульс и энергия космического протона. Решая систему, получаем: $\rho_0 = 17,3^\circ$; $E \approx 5 \cdot 10^{12}$ эВ.

67. В силу закона сохранения момента количества движения орбитальный момент системы из двух π^0 -мезонов должен равняться 1 (если $J_p = 1$). Это значение $\ell = 1$ противоречит требованию симметрии пространственной волновой функции системы тождественных бозонов.

68. а) Волновая функция системы тождественных бозонов в силу обобщенного принципа Паули должна быть симметричной относительно перестановки пары бозонов. В свою очередь, симметрия волновой функции системы из двух тождественных бозонов определяется выражением $(-1)^\ell \cdot (-1)^S \cdot (-1)^I$, где ℓ — орбитальный момент относительного движения, S — полный спин системы бозонов, I — полный изоспин системы. В данном случае $S = 0$ ($S_\pi = 0$), $\ell = 1$ — в силу закона сохранения момента количества движения. Следовательно $I_p = 1$.

б) $I_d = 0$. Рассуждения аналогичны случаю а) с учетом антисимметрии волновой функции фермионов относительно перестановки.

69. Распад $\omega^0 \rightarrow 2\pi^0$ запрещен, так как квантовые характеристики системы из двух пионов, определяемые из законов сохранения момента и изоспина, противоречат требованиям симметрии волновой функции системы ($I_\omega = 0$, $S_\omega = 1$). Распад $f^0 \rightarrow 2\pi$ — разрешен ($I_f = 0$, $S_f = 2$).

70. 1) Разрешена; 2) запрещена законом сохранения энергии; 3) запрещена законом сохранения лептонного мюонного и лептонного электронного зарядов; 4) запрещена законом сохранения странности; 5) запрещена законом сохранения изоспина.

71. Из свойств антисимметрии волновой функции системы "фермион + антифермион" относительно перестановки двух частиц, следует, что С-четность такой системы есть $(-1)^{\ell+S}$. ℓ — орбитальный момент частиц, S — полный спин системы. С-четность системы из $n \gamma$ -квантов равна $(-1)^n$. Из закона сохранения С-четности в электромагнитных взаимодействиях следует, что основной канал распада ортопозитрония — на три γ -кванта, а парапозитрония — на два γ -кванта.

72. 1, 2, 4, 5, 7, 8 — не возможен; 3, 6 — возможен.

73. Из принципа Паули следует, что система $2\pi^0$ может находиться в состояниях с орбитальным моментом $\ell = 0, 2, \dots$. Поэтому действие оператора инверсии P на волновую функцию этой системы сводится к умножению этой функции на единицу. Оператор C (зарядового сопряжения) действует аналогичным образом. Следовательно, $CP(2\pi^0) = +1$. Для доказательства

того, что $CP(\pi^+\pi^-) = +1$, необходимо воспользоваться общим принципом Паули, включающим перестановку зарядовых переменных. Для нахождения CP -четности системы $\pi^+\pi^-\pi^0$ обозначим через ℓ — относительный орбитальный момент системы $\pi^+\pi^-$ и ℓ' — орбитальный момент π^0 -мезона относительно с.ц.м. комбинации $\pi^+\pi^-$.

По условию задачи $\ell = \ell' = 0$. Подействуем оператором CP на волновую функцию системы $\pi^+\pi^-\pi^0$. Тогда, очевидно, $(CP / \pi^+\pi^- \rangle = +1 \cdot (-1)^{\ell'}$, $C/\pi^0 \rangle = +1$, $P/\pi^0 \rangle = -1$: $CP/\pi^+\pi^-\pi^0 \rangle = CP/\pi^+\pi^- \rangle CP/\pi^0 \rangle = (+1)(-1)(-1)^{\ell'+\ell} \cdot (+1)/\pi^+\pi^-\pi^0 \rangle = (-1)/\pi^+\pi^-\pi^0 \rangle$. Таким образом, CP -четность комбинации $\pi^+\pi^-\pi^0$ есть (-1) .

75. Распад η -мезона по каналу $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ за счет сильного взаимодействия запрещен законом сохранения G -четности. Значение полной ширины распада (Γ) свидетельствует в пользу электромагнитной природы этого процесса.

76. $S = +1 \rightarrow (\begin{smallmatrix} K^+ \\ K^0 \end{smallmatrix}); S = -1 \rightarrow (\begin{smallmatrix} \bar{K}^0 \\ K^- \end{smallmatrix}).$

77. 1, 2, 3, 6, 7, 9 — да; 4, 5, 8 — нет.

78. а) Для бозонов с $I = 1$ изоспиновая волновая функция системы "частица + античастица" при $I = 0, 2$ — симметрична, а при $I = 1$ — антисимметрична относительно перестановки частиц.

б) Для фермионов с $I = 1/2$ изоспиновая волновая функция системы "частица — античастица" при $I = 0$ — антисимметрична, а при $I = 1$ — симметрична относительно перестановки частиц.

79. а) $\Delta I = 3/2; 5/2; \Delta I_3 = -1/2;$
 б) $\Delta I = 1/2; 3/2; 5/2; \Delta I_3 = 1/2.$

80. $\sigma_1 : \sigma_2 = 1 : 2.$

81. Для реакции 1) изоспиновые волновые функции начального и конечного состояния выражаются через собственные функции операторов изоспина χ с $I = 3/2, 1/2$:

$$\Psi_i = \sqrt{1/3} \chi(3/2) - \sqrt{2/3} \chi(1/2); \quad \Psi_f = \sqrt{2/3} \chi(3/2) - \sqrt{1/3} \chi(1/2)$$

Сечение реакции пропорционально

$$\sigma_f \approx | \langle \Psi_f | H_1 + H_3 | \Psi_i \rangle |^2 = | \frac{\sqrt{2}}{3} M_3 + \frac{\sqrt{2}}{3} M_1 |^2,$$

где $M_1 = \langle \Psi_f(1/2) | H_1 | \Psi_i(1/2) \rangle; M_3 = \langle \Psi_f(3/2) | H_3 | \Psi_i(3/2) \rangle;$

$H_1 + H_3$ - гамильтониан, описывающий переходы между состояниями с $I = 1/2$ (H_1) и с $I = 3/2$ (H_3). Аналогичным образом вычислим сечения для реакций 2) и 3):

$$\sigma_2 \sim \left| \frac{1}{3} M_3 + \frac{2}{3} M_1 \right|^2; \quad \sigma_3 \sim |M_3|^2.$$

Отношение сечений:

$$\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = \left| \frac{\sqrt{2}}{3} M_3 + \frac{\sqrt{2}}{3} M_1 \right|^2 : \left| \frac{1}{3} M_3 + \frac{2}{3} M_1 \right|^2 : |M_3|^2.$$

В предельных случаях:

когда $M_3 \gg M_1$, то $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 2 : 1 : 9$;

когда $M_1 \gg M_3$, то $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 1 : 2 : 0$.

$$\underline{82.} \quad \Gamma_{I=0} : \Gamma_{I=1} : \Gamma_{I=2} = 1,5 : 1,0 : 3,0.$$

83. Если E резонанс наблюдается во всех трех (заданных в условии задачи) каналах, то естественно полагать, что система из образующихся в конечном состоянии K -мезонов должна находиться в определенном изоспиновом состоянии. Это состояние обладает изоспином $I = 1$, так как третья проекция изоспина I_3 для $(K^+ K^0)$ есть $+1$, а I_3 для $(K^- K^0)$ есть (-1) . Очевидно, что и система с нулевым зарядом должна иметь $I = 1$. Разлагая волновую функцию E-резонанса по волновым функциям состояний с определенным изоспином, получаем

$$|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |1, -1\rangle |1, +1\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |1, 0\rangle |1, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |1, +1\rangle |1, -1\rangle,$$

или (через изоспиновые волновые функции конечных частиц) имеем

$$|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |K^- K^0\rangle |\pi^+\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{K^+ K^- + K^0 \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \right\rangle |\pi^0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |K^+ \bar{K}^0\rangle |\pi^-\rangle.$$

Отсюда находим отношения вероятностей распада по заданным каналам:

$$R(E \rightarrow K^0 K^\pm \pi^\mp) : R(E \rightarrow K^+ K^- \pi^0) : R(E \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \pi^0) = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \right] : \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right]^2 : \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right]^2 = 1 : 1/4 : 1/4.$$

Закон сохранения С-четности требует, чтобы $C(E^0) = C(K\bar{K}) \cdot C(\pi^0)$, так как $C(\pi^0) = +1$, то $C(K\bar{K}) = +1$ (по условию задачи $C(E) = +1$). Отсюда следует, что среди $K\bar{K}$ -событий будут наблюдаться либо (K_1^0, K_1^0) , либо (K_2^0, K_2^0) -распады. Если бы $C(K\bar{K}) = (-1)$, то в конечных состояниях наблюдались бы случаи (K_1^0, K_2^0) -распадов.

84. Для вычисления отношения вероятностей правило $\Delta I = \frac{1}{2}$ легче применять, если предположить, что к левой части символов, изображающих процессы распада, добавляется некая воображаемая частица - шпурион с изоспином $I = 1/2$. В таком случае распады можно рассматривать как реакции, в которых сохраняется изоспин.

Добавим шпурион слева. Тогда начальное состояние имеет $I = 1/2$ и (в силу сохранения I_3) имеет $I_3 = -1/2$, т.е. волновая функция начального состояния: $|\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\rangle$. Разложим ее по собственным функциям отдельных частиц конечного состояния:

$$|\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{1/3} |\pi^0\rangle |\pi^-\rangle - \sqrt{2/3} |\pi^-\rangle |\rho^+\rangle.$$

Отсюда квадрат модуля матричного элемента перехода $\Lambda \rightarrow \pi\pi^0$ пропорционален: $|M|^2 \sim 1/3$, а перехода $\Lambda \rightarrow \rho\pi^-$ пропорционален.

$|M|^2 \sim 2/3$. Так как $\Gamma \sim |M|^2$, то $\frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow \pi\pi^0)}{\Gamma(\Lambda \rightarrow \rho\pi^-)} = \frac{1}{3}$.

Вводя поправку на фазовые объемы (см. решение задачи 30) получаем, что это отношение увеличивается до 0,345.

85. а) $I = 0, \Gamma(K_L \rightarrow 2\pi^0) / \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-) = 1:2;$

б) $I = 2, \Gamma(K_L \rightarrow 2\pi^0) / \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-) = 2:1.$

Эксперимент: $\Gamma(K_L \rightarrow 2\pi^0) / \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-) = 0,52.$

86. $\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-) / \Gamma(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0) = 2:1.$

Эксперимент: $\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-) / \Gamma(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0) = 2,2.$

87. Пусть изотопические амплитуды соответствующих каналов есть: A_0 ; A_+ ; A_- . Воспользуемся введением шпуриона для вывода изотопических соотношений между вероятностями. Рассмотрим распад $\Sigma^+ \rightarrow \pi^0 + \rho$. Сведем его к реакции $\mathcal{S} + \Sigma^+ \rightarrow \pi^0 + \rho$. Квантовые числа шпуриона \mathcal{S} можно найти из соотношения:

$$\mathcal{S} = I_3 + \frac{B+S}{2}, \quad S_S = +1, \quad B_S = 0; \quad q_S = 0, \quad (I_3)_S = -1/2.$$

Изоспиновые волновые функции соответствующего состояния есть $\langle s \Sigma^+ | = -\sqrt{2/3} \chi(1/2) + \sqrt{1/3} \chi(3/2)$.

Аналогично: $\langle s \Sigma^- | = \chi(3/2)$. Для конечных состояний:

$$|\pi^0 \rho\rangle = \sqrt{1/3} \chi(1/2) + \sqrt{2/3} \chi(3/2); \quad |\pi^0 \eta\rangle = -\sqrt{2/3} \chi(1/2) + \sqrt{1/3} \chi(3/2); \quad |\pi^0 \eta'\rangle = \chi(3/2).$$

В силу закона сохранения изоспина не существует оператора, связывающего состояния с различным значением изоспина. Амплитуда перехода для канала 1) есть

$$A_0 = \langle s \Sigma^+ | H_1 + H_3 | \pi^0 \rho \rangle = \langle -\sqrt{2/3} \chi(1/2) + \sqrt{1/3} \chi(3/2) | H_1 + H_3 | \sqrt{1/3} \chi(1/2) + \sqrt{2/3} \chi(3/2) \rangle = \sqrt{2/3} (A_3 - A_1),$$

где $H_{1,3}$ - гамильтониан, описывающий переход между состояниями с изоспином $I = 1/2, 3/2$, соответственно. $A_{1,3}$ - амплитуды этих переходов.

Аналогично: $A^+ = 1/3 (A_3 + 2A_1)$, $A^- = A_3$. Из этих соотношений получаем $A^- = \sqrt{2} A^0 + A^+$. Это так называемое "правило треугольника", связывающее амплитуды рассматриваемых процессов.

Проанализируем данные о распаде с точки зрения возможных спиновых состояний. Из закона сохранения момента следует, что в конечном состоянии каждого из распадов возможны значения относительного орбитального момента $\ell = 0$ и 1 , т.е.

S^- - и P^- -состояния. Полагая $A^0 = S^0 + P^0$; $A^+ = S^+ + P^+$; $A^- = S^- + P^-$, получим для каждой парциальной (спиновой) волны:

$$\begin{cases} S^- = \sqrt{2} S^0 + S^+; \\ P^- = \sqrt{2} P^0 + P^+. \end{cases}$$

Наличие значительной угловой асимметрии, наблюдаемой экспериментально в распаде (1), означает, что интерференция S^- - и P^- -состояний велика и максимальная асимметрия будет иметь место в случае, когда амплитуды S^0 и P^0 равны между собой, т.е. $S^0 \approx P^0$.

Отсутствие асимметрии в распадах 2) и 3) означает, что в этих случаях не происходит интерференции S^- - и P^- -волн, т.е. какая-либо из этих волн, имеет амплитуду, равную нулю. С учетом соотношений между S^\pm и P^\pm и равенства $S^0 \approx P^0$ это приводит к двум возможностям: $S^+ = P^- = 0$ или $S^- = P^+ = 0$. Та-

ким образом, из правила $\Delta I = 1/2$ следует, что если в распаде $\Sigma^+ \rightarrow p \pi^+$ преобладает S -волна, то в $\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$ преобладает P -волна, и наоборот.

88. Предположим, что пионы находятся в S -состоянии. Тогда вследствие требования Бозе-статистики любая пара пионов должна находиться в симметричном изоспиновом состоянии, т.е. $I = 0$ или $I = 2$. Обозначим амплитуды дипионных состояний с $I = 0$ и $I = 2$ через M_0 и M_2 . Третий пион (с $I = 1$) необходимо скомбинировать с этой парой так, чтобы получить изоспиновые волновые функции с квантовыми числами как у K^+ и K^0 -мезонов.

Найдем изоспин начального состояния. Добавим слева "шпур-пион" с $I_3 = 1/2$. Тогда полный изоспин начального состояния может быть либо $I = 0$, либо $I = 1$. Очевидно, что состояние с $I = 0$ является запрещенным, так как его нельзя образовать из дипионного состояния с $I = 0$ или $I = 2$ и третьего пиона с $I = 1$. Итак, необходимо рассматривать трехпионное состояние с $I = 1$, полученное сложением изоспинов $I = 0$ или 2 с $I = 1$.

Пользуясь таблицами коэффициентов Клебша - Гордана найдем изотопические волновые функции системы трех пионов в распадах:

$$\text{заряженного каона: } \psi(1, +1) = M_2 \left[\sqrt{3/5} \varphi(2, 2) \cdot \varphi(1, -1) - \sqrt{3/10} \varphi(2, 1) \varphi(1, 0) + \sqrt{1/10} \varphi(2, 0) \cdot \varphi(1, +1) \right] + M_0 [\varphi(0, 0) \varphi(1, +1)];$$

$$\text{нейтрального каона: } \psi(1, 0) = M_2 \left[\sqrt{3/10} \varphi(2, +1) \varphi(1, -1) - \sqrt{2/5} \varphi(2, 0) \varphi(1, 0) + \sqrt{3/10} \varphi(2, -1) \varphi(1, +1) \right] + M_0 [\varphi(0, 0) \cdot \varphi(1, 0)],$$

$M_{2,0}$ - амплитуды соответствующих состояний.

Далее, можно было бы выразить дипионные изоспиновые волновые функции φ через волновые функции отдельных пионов. Но такой подход не учитывает того, что в конечном состоянии систем $\pi^+ \pi^+ \pi^0$ и $\pi^+ \pi^0 \pi^0$ есть тождественные частицы, т.е. волновая функция должна быть симметричной относительно перестановки любых пар тождественных пионов. Например, для трехпионной комбинации $\pi^+ \pi^0 \pi^0$ полностью симметризованная волновая функция будет:

$$|\pi^+ \pi^0 \pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (\pi_1^+ \pi_2^0 \pi_3^0 + \pi_1^+ \pi_3^0 \pi_2^0 + \pi_2^0 \pi_1^+ \pi_3^0 + \pi_2^0 \pi_3^0 \pi_1^+ + \pi_3^0 \pi_1^+ \pi_2^0 + \pi_3^0 \pi_2^0 \pi_1^+).$$

Множитель $1/\sqrt{6}$ введен для того, чтобы нормировать эту функцию на единицу. Обращаясь к таблицам коэффициентов Клебша — Гордана для случая 1×1 произведем разложение по изоспиновым функциям для систем двух первых пионов:

$$|\pi^+\pi^0\rangle = \sqrt{1/2} \varphi(2,+1) + \sqrt{1/2} \varphi(1,+1);$$

$$|\pi^0\pi^+\rangle = \sqrt{1/2} \varphi(2,+1) - \sqrt{1/2} \varphi(1,+1);$$

$$|\pi^0\pi^0\rangle = \sqrt{2/3} \varphi(2,0) - \sqrt{1/3} \varphi(0,0).$$

Умножив эти функции на волновую функцию третьего пиона и сложив все члены, входящие в формулу для $|\pi^+\pi^0\pi^0\rangle$, найдем требуемое выражение:

$$|\pi^+\pi^0\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{4}{\sqrt{2}} \varphi(2,+1)\varphi(1,0) + 2\sqrt{2/3} \varphi(2,0)\varphi(1,+1) - 2\sqrt{2/3} \varphi(0,0)\varphi(1,+1) \right].$$

Теперь легко вычислить величины $\langle \psi(1,+1) | \pi^+\pi^0\pi^0 \rangle$ и т.п., т.е. матричные элементы распада:

$$\langle \psi(1,+1) | \pi^+\pi^0\pi^0 \rangle = -\frac{2}{\sqrt{6}} \left(\frac{M_0}{\sqrt{3}} + M_2 \sqrt{4/15} \right) = -\sqrt{2/3} c,$$

где $c = \sqrt{4/15} M_2 + \sqrt{1/3} M_0$. Аналогично находятся выражения для других зарядовых комбинаций:

$$\langle \psi(1,+1) | \pi^+\pi^+\pi^- \rangle = 2\sqrt{2/3} c;$$

$$\langle \psi(1,0) | \pi^0\pi^0\pi^0 \rangle = -c;$$

$$\langle \psi(1,0) | \pi^+\pi^-\pi^0 \rangle = \sqrt{2/3} c.$$

Возводя эти амплитуды в квадрат, получаем искомые отношения вероятностей распадов:

$$\Gamma(K_L \rightarrow 3\pi^0) = c^2 = \frac{3}{2} \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0);$$

$$\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-) = \frac{8}{3} G^2 = 4\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0).$$

Чтобы сравнить парциальные вероятности распадов нейтральных ($K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$) и заряженных ($K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0$) каонов нужно учесть, что данный расчет справедлив на самом деле для распада $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. Законы сохранения в слабых взаимодействиях позволяют лишь половине K^0 -мезонов распадаться таким образом. А именно, такой распад может иметь место для состояния с CP-четностью, равной -1 , т.е. для K_2^0 (или K_L^0)*. Другая половина, т.е. K_1^0 (или K_S^0)* имеет CP-четность $+1$ и не может распадаться на три пиона. Таким образом:

$$\langle K^0 | T | \pi^+ \pi^- \pi^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle K_L | T | \pi^+ \pi^- \pi^0 \rangle.$$

Используя этот результат, получаем:

$$\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = 2\Gamma(K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) = 2\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0).$$

89. Доказательство полной поляризованности частиц со спином $1/2$ и нулевой массой проводится методом от противного. Допускается неполная поляризация частиц и показывается, что в этом случае знак поляризации будет зависеть от выбора системы отсчета, в которой рассматривается эта частица.

90. Из законов сохранения импульса и момента количества движения следует, что в распаде $\pi^+(K^+) \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e$ в системе покоя распадающейся частицы лептон e^+ обладает левой спиральностью ($\lambda_{e^+} = -\frac{1}{2}$) (рис. 15,а), а в распаде $\pi^-(K^-) \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$ лептон e^- обладает правой спиральностью ($\lambda_{e^-} = +\frac{1}{2}$) (рис. 15,б). В таких случаях говорят, что лептоны продольно поляризованы на 100%.

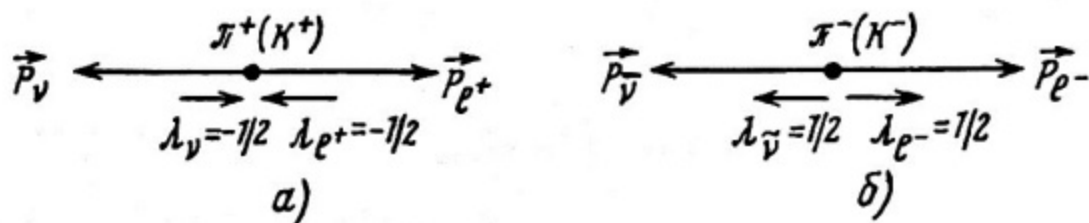


Рис. 15

* С точностью до несущественных в данном случае эффектов несохранения CP-четности.

91. Для решения задачи необходимо найти закон релятивистского преобразования компонент вектора спина лептона из системы отсчета, где распадающийся пион (каон) покоится, в систему отсчета, где этот мезон движется. Введем 4-вектор Σ_{μ} ($\mu = 0, 1, 2, 3$), компоненты которого равны соответственно

$$\Sigma_0 = \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{P}}{m_e}; \quad \vec{\Sigma} = \vec{P} + (\vec{p}_e \cdot \vec{P}_e) \cdot \vec{p}_e / m_e (E_e + m_e),$$

где p_e - 3-импульс лептона; $\vec{P} = 2 \langle \vec{s}_e \rangle$ - удвоенное среднее значение вектора спина лептона (вектор \vec{P} называется вектором поляризации лептона); m_e - масса лептона, E_e - его полная энергия. 4-вектор Σ_{μ} , как легко убедиться, удовлетворяет соотношениям

$$(\Sigma \cdot p_e) = \Sigma_0 p_0 - \vec{\Sigma} \cdot \vec{p}_e = 0; \quad \Sigma^2 = \Sigma_0^2 - \vec{\Sigma}^2 = -\vec{P}^2.$$

Σ_{μ} называется 4-вектором поляризации. В системе покоя лептона ($\vec{p}_e = 0$), $\vec{\Sigma} = \vec{P}$. Временная компонента 4-вектора Σ_{μ} пропорциональна продольной поляризации лептона:

$$\Sigma_0 = \frac{p_e}{m_e} P_z.$$

Компонента 4-поляризации лептона Σ_0 в л.с. связана с компонентами $(\Sigma_0)^*$, $(\vec{\Sigma})^*$ в системе покоя пиона (каона) соотношением:

$$\Sigma_0 = \frac{\Sigma_0^* + \vec{\Sigma}^* \cdot \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2}},$$

которое является обычной формулой Лоренц-преобразования временной компоненты 4-вектора (v - скорость пиона (каона)). В системе покоя пиона (каона) поляризация лептона чисто продольная: $\vec{P}_{e\pm}^* = \mp \vec{P}_{e\pm} / |\vec{P}_{e\pm}|$ (см. решение задачи 90). Отсюда

$$\Sigma_0^* = \mp \frac{P_{e\pm}^*}{m_{e\pm}};$$

$$\vec{\Sigma}^* = \pm \frac{P_{e\pm}^*}{|\vec{P}_{e\pm}^*|} \mp \frac{|\vec{P}_{e\pm}^*| P_{e\pm}^*}{m_e (m_e + E_e^*)} = \mp \frac{E_e^*}{m_e} \frac{\vec{P}_{e\pm}^*}{|\vec{P}_{e\pm}^*|},$$

(верхний знак для ρ^+ нижний для ρ^-). Так как $v = p/E$, $1 - v^2 = \frac{m^2}{E^2}$, m , p , E - масса, 3-импульс и энергия мезона, то

$$\Sigma_0 = \mp \frac{p_{\rho^\pm}^* \cdot E + E_{\rho^\pm}^* \cdot p \cdot \cos \theta^*}{m \cdot m_\rho}$$

Здесь θ^* - угол между направлением скорости мезона \vec{v} и импульсом лептона $\vec{p}_{\rho^\pm}^*$. Значение $\cos \theta^*$ находим из формулы релятивистского преобразования энергии

$$E_\rho = \frac{E_\rho^* \cdot E + p_\rho^* \cdot p \cdot \cos \theta^*}{m}$$

Поскольку $\Sigma_0 = \frac{p_\rho}{m_\rho} (\mathcal{P})_z$, то продольная поляризация лептона составляет:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_z &= \frac{m_\rho}{p_\rho} \Sigma_0 = \mp \frac{p_{\rho^\pm}^* \cdot E + E_{\rho^\pm}^* \cdot p \cdot \cos \theta^*}{m \cdot p_\rho} = \mp \frac{p_{\rho^\pm}^* \cdot E + E_{\rho^\pm}^* \cdot p \left(\frac{E_\rho \cdot m - E_\rho^* \cdot E}{p_\rho^* \cdot p} \right)}{m \cdot p_\rho} = \\ &= \mp \frac{p_{\rho^\pm}^* \cdot E + \frac{E_\rho^*}{p_\rho^*} (E_\rho \cdot m - E_\rho^* \cdot E)}{m \cdot p_\rho} = \mp \frac{\frac{E_\rho E_\rho \cdot m}{p_\rho^*} - \frac{m_\rho^2 \cdot E}{p_\rho^*}}{m \cdot p_\rho} = \\ &= \mp \frac{1}{v_{\rho^\pm} \cdot v_{\rho^\pm}^*} \left[1 - \frac{m_\rho^2 \cdot E}{m E_\rho^* E_\rho} \right], \end{aligned}$$

Здесь v_{ρ^\pm} , $v_{\rho^\pm}^*$ - скорости лептона в системах отсчета, где мезон движется и где покоится, соответственно. E_ρ^* , p_ρ^* , $v_{\rho^\pm}^*$ легко выражаются через массы частиц (см. решение задачи 2):

$$E_\rho^* = \frac{m^2 + m_\rho^2}{2m}; \quad p_\rho^* = \frac{m^2 - m_\rho^2}{2 \cdot m}; \quad v_{\rho^\pm}^* = \frac{m^2 - m_\rho^2}{m^2 + m_\rho^2}$$

Поэтому в формуле для \mathcal{P}_z содержится лишь зависимость от энергий мезона и лептона в л.с. Область энергий мезонов, которые могут распадаться с испусканием лептона с

энергией E_p заключена в пределах (см. решение задачи 49)

$$\frac{m}{m_e^2} (E_p^* E_p - p_e^* p_e) \leq E \leq \frac{m}{m_e^2} (E_p^* E_p + p_e^* p_e).$$

Если энергия E минимально возможная, то $P_z = \mp 1$ и продольная поляризация в движущейся системе такая же, как в системе, где мезон покоится (при этом $\theta^* = 0$). Если же энергия мезона максимально возможная, то ($\theta^* = 180^\circ$): $P_z = \pm 1$, и продольная поляризация противоположна по знаку поляризации в системе покоя мезона.

Следует отметить, что энергетический спектр мезонов, образовавшихся при соударении какого-либо адрона с мишенью, обычно быстро падает с энергией. Поэтому основной вклад в выход вторичных лептонов с энергией E_p дают мезоны с энергией, не слишком превышающей минимально возможное значение. В результате продольная поляризация лептонов оказывается близкой к 100% в направлении против (для e^+) или по (для e^-) собственному импульсу.

92. Необходимо воспользоваться различным характером асимметрии углового распределения позитронов, образованных при распаде мюонов, полученных в реакциях $W^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Спиральность положительных мюонов в случае распада W^+ -бозона ($J_W = 1$) (см. рис. 16,а), пиона и каона ($J_{\pi,K} = 0$) различна (рис. 16,б).

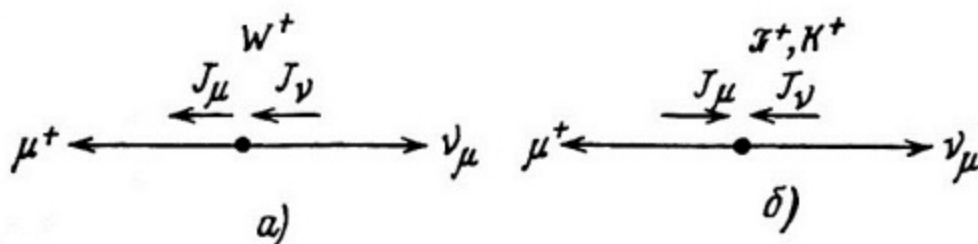


Рис. 16

Угловое распределение позитронов имеет вид:

$$I(\theta) = 1 + \alpha \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} = 1 + \alpha \cdot \frac{v}{c} \cos \theta,$$

где $\vec{\sigma}$ - единичный вектор спина в направлении \vec{p} ; p и E - импульс и полная энергия позитрона; θ - угол вылета позитрона относительно J_μ , $\alpha = 1/3$, если нет деполаризации мюонов. Поэтому

$I(\theta) = 1 + \alpha \cdot \frac{v}{c} \cos \theta$ для W^+ -бозона;

$I(\theta) = 1 - \alpha \cdot \frac{v}{c} \cos \theta$ для π^\pm, K^\pm -мезонов.

- 93.
- | | |
|---|---|
| 1. $\pi \rightarrow \rho + e^- + \bar{\nu}_e$, | 7. $D^+ \rightarrow \mu^+ + \nu + \bar{K}$, |
| 2. а) $\Delta^0 \rightarrow \rho + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$, | 8. $D^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, |
| б) $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, | 9. $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$, |
| 3. $\Lambda \rightarrow \rho + e^- + \bar{\nu}_e$, | 10. $\tau^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\tau$, |
| 4. $\Lambda \rightarrow \rho + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$, | 11. $\bar{\nu}^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \bar{\nu}_c$, |
| 5. $D^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{K}$, | 12. $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$, |
| 6. $D^+ \rightarrow e^+ + \nu$, | 13. $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-$. |

94. Распад $\pi \rightarrow \mu + \nu$ обусловлен заряженным током (ud) ($\mu\nu$) (рис. 17,б), а распад $K \rightarrow \mu + \nu$ током (us) ($\mu\nu$) (рис. 17,а). Заключение о подавленности заряженного тока (u, s)

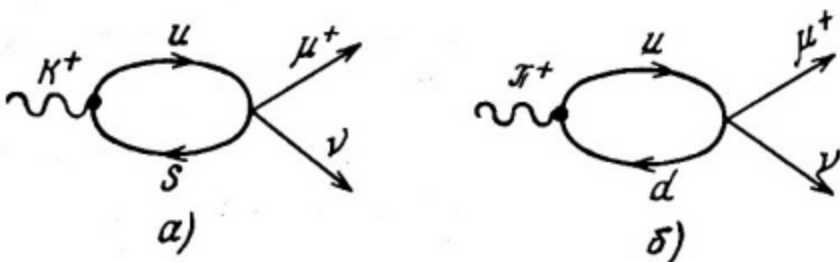


Рис. 17

с изменением странности по сравнению с током (ud), сохраняющим странность, можно сделать при сравнении экспериментального значения отношения вероятностей этих распадов и отношения соответствующих фазовых объемов. В то время, как фазовый объем распада $K \rightarrow \mu + \nu$ превосходит фазовый объем $\pi \rightarrow \mu + \nu$ распада в

$$R = \frac{(m_K^2 - m_\mu^2) m_\pi^2}{m_K^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)} = 2,3 \text{ раза,}$$

экспериментальное отношение вероятностей этих распадов составляет всего лишь $R_{\text{эксп}} = 1,2$. (Так как $W_{\pi \rightarrow \mu \nu} = \frac{1}{\tau_\pi} \approx 4 \times 10^7$ 1/с, $W_{K \rightarrow \mu \nu} = B_\mu \cdot \frac{1}{\tau_K} = 5 \cdot 10^7$ 1/с, B_μ - относительная доля распадов по данному каналу.)

95. Состояния чармония классифицируются аналогично уровням позитрония по орбитальному угловому моменту относительного движения кварков L , суммарному спину кварка и антикварка S , а также по квантовому числу полного углового момента $J = L + S$. Эти состояния обозначаются символом $n(2S+1 L_J)$, здесь n — главное квантовое число, характеризующее также, как и в атоме водорода, радиальное возбуждение системы.

Кварк и антикварк имеют спин $S = 1/2$. Поэтому суммарный спин $q\bar{q}$ -системы может принимать значения $S = 0$ или $S = 1$. Следовательно, если $S = 0$, то $J = L$, а если $S = 1$, то $|L-1| \leq J \leq L+1$. Соответствующий перечень простейших состояний чармония приведен в табл. 4.

Таблица 4

| | $S = 0$ | $S = 1$ |
|---------|---------|-----------------------|
| $L = 0$ | 1S_0 | 3S_1 |
| $L = 1$ | 1P_1 | $^3P_0, ^3P_1, ^3P_2$ |
| $L = 2$ | 1D_2 | $^3D_1, ^3D_2, ^3D_3$ |

В таблице, как и в атомной физике, значения L отмечаются не цифрами 0, 1, 2 ..., а буквами S, P, D, \dots .

Пространственная и зарядовая четности чармония определяются соотношениями: $P = (-1)^{L+1}$, $C = (-1)^{L+S}$. Поэтому

1S_0 -состояние имеет квантовые числа 0^{-+} , 3S_1 -состояние — 1^{-+} , $^1P_1 \rightarrow 1^{+-}$, $^3P_J \rightarrow J^{++}$ и т.д. Наблюдавшиеся в эксперименте $J/\psi, \psi', \psi''$ -мезоны и другие ψ -состояния ($\psi(4,03), \psi(4,16), \psi(4,4)$) имеют квантовые характеристики 1^{-+} . Очевидно, их следует рассматривать как 3S_1 -состояния чармония. При этом J/ψ -частицу как имеющую наименьшую массу следует считать основным состоянием ($n = 1$),

ψ' — первым радиальным возбуждением ($n = 2$), ψ'' и остальные ψ -состояния соответствующими более высокими радиальными возбуждениями ($n = 3, 4$ и т.д.). $J/\psi, \psi'$ и другие ψ -состояния обладают квантовыми числами фотона (т.е. 1^{-+}), поэтому эти частицы наблюдаются как сильные резонансы в процессах однофотонной e^+e^- -аннигиляции (рис. 18,а).

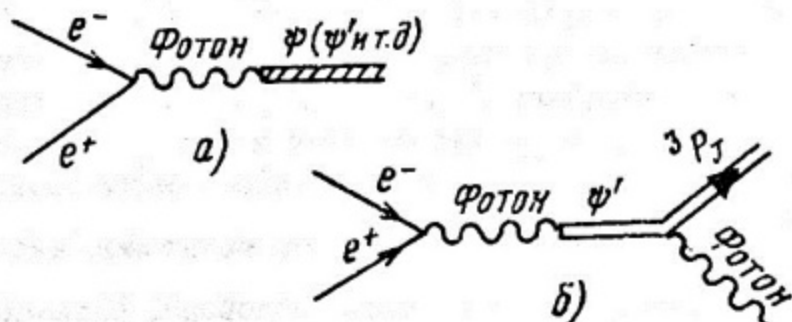


Рис. 18

Первые орбитальные возбуждения (P -состояния) не могут родиться в процессе однофотонной e^+e^- -аннигиляции, так как для этих уровней $L = 1$ и их пространственная четность положительна (а у фотона она отрицательна). В то же время некоторые из P -уровней, а именно, 3P_J -состояния могут наблюдаться в радиационных распадах ψ' -мезона (например, в распаде $\psi' \rightarrow {}^3P_J + \gamma$ (рис. 18, б)). Этот распад разрешен законом сохранения зарядовой четности, так как C -четность γ -кванта и ψ' -мезона отрицательны, а C -четность 3P_J -состояний — положительна ($J = 1, J = 0, 1, 2$). Такие переходы являются электрическими дипольными и потому их вероятность довольно велика.

96. Пользуясь соотношениями

$$\sin \frac{\psi_{\text{min}}}{2} = \frac{m_{2\gamma}}{E_{2\gamma}} \quad (\text{см. решение задачи 21})$$

и

$$E_{2\gamma}^* = \frac{\delta + m_{2\gamma}^2 - m_{\pi}^2}{2\sqrt{\delta}} \quad (\text{см. решение задачи 2}),$$

где $m_{2\gamma}$ — эффективная масса двух γ -квантов; m_{π} — масса нейтрона; $E_{2\gamma}^*$ — энергия частицы, распадающейся на два γ -кванта в с.ц.м. реакции; $\delta = m_{\pi}^2 + m_{\rho}^2 + 2m_{\rho}E_{\pi}$ — квадрат полной энергии частиц в с.ц.м., получаем

$$m_{2\gamma} = \frac{\sqrt{\delta}}{\sin \psi/2} - \sqrt{\frac{\delta}{\sin^2 \psi/2} - (\delta - m_{\pi}^2)}.$$

Подставляя $\psi_1 = 25^\circ$ и $\psi_2 = 100^\circ$, находим: $m_{2\gamma}^1 = 133$ МэВ (π^0 -мезон); $m_{2\gamma}^2 = 535$ МэВ (η^0 -мезон).

97. В с.ц.м. принцип детального равновесия записывается в виде:

$$(2S_p + 1) P_p^{*2} \frac{d\sigma_{pp}}{d\Omega} = (2S_d + 1)(2S_\pi + 1) P_\pi^{*2} \frac{d\sigma_{\pi d}}{d\Omega}.$$

Здесь S_p, S_d, S_π - спины, соответственно, протона, дейтона и пиона, P_p^*, P_π^* - импульсы протона и π^- -мезона в с.ц.м. Энергию протонов, а следовательно, и их импульс в с.ц.м. можно найти из соотношения $E/m = 2(E^*/m)^2 - 1$, где E - энергия падающего протона в л.с. (см. решение задачи 11).

Импульс пиона в с.ц.м. можно найти из законов сохранения энергии-импульса: $E_p^* + E_p^* = E_d^* + E_\pi^*, \vec{P}_\pi^* = \vec{P}_d^*$. Подстановка численных значений масс частиц, сечений и энергии падающего протона в соотношение принципа детального равновесия дает $S_\pi \approx 0,2$. Отсюда очевидно, что $S_\pi = 0$.

98. Применяя закон сохранения полного момента $\vec{S}_\pi^- + \vec{S}_d^- = \vec{L}_n^- + \vec{S}_n^- + \vec{S}_n^-$ (обозначения очевидны), находим $L_n = 1$ (образовавшиеся нейтроны подчиняются принципу Паули и могут находиться только в 3P -состоянии). Из закона сохранения четности $P_\pi^- P_d^- (-1)^{L_n} = P_n^2 (-1)^{L_n}$, P_i ($i = \pi, d, n$) - внутренние четности частиц, находим, что четность π^- -мезона отрицательна.

Аналогичные рассуждения, основанные на применении законов сохранения момента количества движения и четности, а также принципа Паули к системе из двух нейтронов, показывают, что реакция перезарядки при низких энергиях $\pi^- + d \rightarrow n + n + \pi^0$ невозможна, если π^0 находится в S -состоянии относительно системы $2n$.

99. $P_K = P_\pi = -1$.

100. а) Применяя правила сложения моментов количества движения, запишем волновую функцию пион-нуклонного состояния

$$|\pi^+ p\rangle = |3/2, 3/2\rangle,$$

$$|\pi^- p\rangle = \sqrt{1/3} |3/2, -1/2\rangle - \sqrt{2/3} |1/2, -1/2\rangle,$$

$$|\pi^0 p\rangle = \sqrt{2/3} |3/2, +1/2\rangle + \sqrt{1/3} |1/2, 1/2\rangle.$$

Тогда отношение сечений реакций $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$ и $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ равно:

$$\frac{\sigma_-}{\sigma_0} = \frac{\left| \frac{1}{3} a(I=3/2) + \frac{2}{3} a(I=1/2) \right|^2}{\left| \frac{\sqrt{2}}{3} a(I=3/2) - \frac{\sqrt{2}}{3} a(I=1/2) \right|^2}$$

Если рассеяние при энергии ~ 200 МэВ в области резонанса осуществляется в чистом изотопическом состоянии с $I=3/2$, то $a(I=1/2) = 0$ и $\frac{\sigma_-}{\sigma_0} = 1/2$, $\frac{\sigma_+}{\sigma_0} = 3$.

Эксперимент дает отношения сечений: $\sigma_+ : \sigma_0 : \sigma_- = 9:2:1$, что хорошо согласуется со значением $I = 3/2$ для πN -резонанса при энергии пиона ~ 190 МэВ.

$$\text{б) } \sigma_{\text{упр}} = \frac{\pi \lambda^2}{2} \frac{(2J+1)\Gamma^2}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4} \text{ в резонансной области;}$$

при $E=E_0$ и $J=3/2$ $\sigma_{\pi^+ p} = 8\pi \lambda^2$. Согласие расчетного значения сечения $\sigma_{\pi^+ p}$ для $J=3/2$ с экспериментальным дает значение спина πN -резонанса $J=3/2$.

в) Четность системы πN определяется как

$$P_{\pi p} = P_{\pi} \cdot P_p (-1)^{\ell} = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1)^{\ell} = (-1) \cdot (-1)^{\ell}$$

Если спин πN -резонанса $J=3/2$, то этот резонанс образован в p -состоянии, т.е. $\ell=1$, тогда $P_{\pi^+ p} = +1$, т.е. состояние есть $J^P = 3/2^+$.

$$\underline{101.} \quad G(\rho) = G(\xi) = +1; \quad G(\omega) = G(\psi) = -1.$$

102. Соотношения между парциальными вероятностями каналов реакций вычислим в следующих предположениях: а) в системе двух пионов с вероятностью 1 образуется ρ -мезон; б) справедлив закон сохранения изотопического спина. Расчет проведем в различных предположениях относительно изоспина ρ -мезона ($I_{\rho} = 0, 1, 2$).

Подробно рассмотрим случай $I_{\rho} = 1$. Пользуясь таблицами коэффициентов Клебша - Гордана (табл. "1 x x 1/2"), находим изоспиновую волновую функцию начального состояния

$$|\pi^- p\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle - \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle. \quad (1)$$

Если резонансное состояние имеет $I = 1$, оно может вместе с вылетающим нуклоном образовывать конечное состояние с изоспинами $I = 3/2$ и $I = 1/2$. При этом могут осуществляться следующие комбинации:

$$\begin{aligned} |3/2, -1/2\rangle &= \sqrt{2/3} |1, 0\rangle |n\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |1, -1\rangle |p\rangle, \\ |1/2, -1/2\rangle &= \sqrt{1/3} |1, 0\rangle |n\rangle - \sqrt{2/3} |1, -1\rangle |p\rangle. \end{aligned}$$

Изоспиновая волновая функция конечного состояния, которое в действительности возникает в указанных в условии задачи реакциях, имеет вид:

$$\begin{aligned} |\Psi_{\text{конеч}}\rangle &= A(3/2) \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\sqrt{\frac{2}{3}} |1, 0\rangle |n\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |1, -1\rangle |p\rangle \right] - \\ &- A(1/2) \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} |1, 0\rangle |n\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |1, -1\rangle |p\rangle \right] = \\ &= \text{const} \left[\frac{1+2x}{3} |1, -1\rangle |p\rangle - \frac{\sqrt{2}}{3} (1-x) |1, 0\rangle |n\rangle \right], \quad (2) \end{aligned}$$

где $x = A(1/2)/A(3/2)$; $A(I)$ - амплитуды вероятности состояний с $I = 3/2, 1/2$. Изотопические волновые функции состояний с двумя π -мезонами можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} |1, -1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\pi^0, \pi^- \rangle - |\pi^-, \pi^0 \rangle \right]; \\ |1, 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\pi^+, \pi^- \rangle - |\pi^-, \pi^+ \rangle \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2) можно предсказать, что отношение вероятностей появления мезонов разного заряда в конечном состоянии будет:

$$(p + \pi^0 + \pi^-) : (n + \pi^+ + \pi^-) : (n + \pi^0 + \pi^+) = (1+2x) : 2(1-x)^2 : 0.$$

Аналогичным образом находим отношения вероятностей появления мезонов в конечном состоянии в предположении, что изоспин P -мезона $I_P = 0$ и 2. Расчетные значения вероятностей и результаты эксперимента приведены в табл. 5.

Таблица 5

| $\pi^- \rho$ | $\rightarrow \pi^- \pi^0 \rho$ | $\pi^- \pi^+ n$ | $\pi^0 \pi^0 n$ |
|--------------|--------------------------------|-----------------|-----------------|
| $I_\rho = 0$ | 0 | 2 | 1 |
| $I_\rho = 1$ | $(1+2x)^2$ | $2(-1-x)^2$ | 0 |
| $I_\rho = 2$ | 9 | 2 | 4 |
| Эксперимент | 1 | $1,7 \pm 0,3$ | $0,25 \pm 0,25$ |

Сравнение с экспериментом показывает, что данные не согласуются ни с предположением о том, что $I_\rho = 0$, ни с предположением о том, что $I_\rho = 2$. Они совместимы с предположением о том, что $I_\rho = 1$, причем значение параметра $x \approx 0$. Поэтому можно считать, что образование резонансного состояния в реакции в системе двух π -мезонов происходит главным образом в канале, где полный изотопический спин системы, состоящей из падающего π^- -мезона и протона мишени, равен $3/2$.

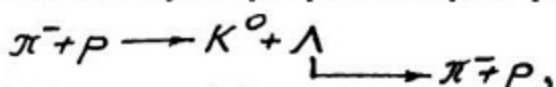
103. Изотопические соотношения между парциальными вероятностями каналов реакций необходимо вычислить в тех же предположениях, что и в задаче 102. Соотношение между вероятностями, полученные экспериментально и с помощью расчета для различных значений изоспина ρ -мезона, ($I_\rho = 0, 1, 2$) приведены в табл. 6.

Таблица 6

| $\pi^+ \rho$ | $\rightarrow \pi^+ \pi^0 \rho$ | $\pi^+ \pi^+ n$ |
|--------------|--------------------------------|-----------------|
| $I_\rho = 0$ | 0 | 0 |
| $I_\rho = 1$ | 1 | 0 |
| $I_\rho = 2$ | 1 | 2 |
| Эксперимент | ≈ 3 | ≈ 1 |

Сравнение экспериментальных и расчетных значений свидетельствует в пользу $I_p = 1$.

104. В качестве примера рассмотрим реакцию



в которой требуется определить спин Λ -гиперона. Выберем ось Z в направлении импульса падающей частицы. Рассмотрим возможные конфигурации моментов в начальном и конечном состояниях в с.ц.м. Разложение падающей плоской волны по собственным функциям углового момента содержит только сферические функции $|\ell, 0\rangle = Y_\ell^0$, которые соответствуют нулевому угловому моменту в направлении оси Z . Протоны не поляризованы и поэтому описываются смесью двух состояний с противоположной поляризацией (по направлению оси Z и против) с равным статическим весом. Поэтому начальное состояние с равной вероятностью описывается двумя волновыми функциями:

$$\Psi_{1in} = \sum_p a_p Y_p^0 |1/2, 1/2\rangle; \quad \Psi_{2in} = \sum_p a_p Y_p^0 |1/2, -1/2\rangle,$$

где $|\delta_1, \delta_2\rangle$ - спиновая волновая функция протона; Y_ℓ^m - сферические функции.

Конечное состояние имеет более сложную структуру. Рассмотрим конкретный пример: начальный орбитальный момент $l_{in} = 1$ и предположим, что $J_\Lambda = 3/2$; Тогда начальные состояния есть:

$$\Psi_{1in} = a_1 Y_1^0 |1/2, 1/2\rangle; \quad \Psi_{2in} = a_1 Y_1^0 |1/2, -1/2\rangle.$$

Согласно правилам сложения моментов полный момент системы может принимать значение $J_{tot} = 1/2$ и $J_{tot} = 3/2$. Возможные значения величины орбитального момента конечного состояния меняются от $|J_{tot} - J_\Lambda|$ до $|J_{tot} + J_\Lambda|$, т.е. в рассматриваемом примере от 0 до 3.

Наиболее общий вид конечного состояния есть:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{fin} = & \alpha_{0,1/2} \cdot Y_0^0 |3/2, 1/2\rangle \\ & + \alpha_{1,3/2} Y_1^{-1} |3/2, 3/2\rangle \\ & + \alpha_{1,1/2} Y_1^0 |3/2, 1/2\rangle \\ & + \alpha_{1,-1/2} Y_1^1 |3/2, -1/2\rangle \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & l_{fin} = 0, \\ & l_{fin} = 1, \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} & + \alpha_{2,3/2} Y_2^{-1} |3/2, 3/2\rangle \\ & + \alpha_{2,1/2} Y_2^0 |3/2, 1/2\rangle \\ & + \alpha_{2,-1/2} Y_2^1 |3/2, -1/2\rangle \\ & + \alpha_{2,-3/2} Y_2^2 |3/2, -3/2\rangle \end{aligned} \right\} \ell_{fin} = 2$$

+ соответствующие члены для $\ell_{fin} = 3$.

Здесь $\alpha_{i,k}$ — некоторые комплексные коэффициенты, зависящие от механизма взаимодействия. Y_ℓ^m — описывают угловые части волновых функций конечного состояния и потому определяют угловые распределения в реакции:

$$Y_\ell^m = \sqrt{1/4\pi} \sqrt{(2\ell+1) \frac{(\ell-|m|)!}{(\ell+|m|)!}} \cdot P_\ell^m(x) \exp(i \cdot m \varphi),$$

где $x = \cos\theta$; P_ℓ^m — присоединенные полиномы Лежандра:

$$P_\ell^m(x) = \frac{(-1)^{\ell-m}}{2^\ell \cdot \ell!} \frac{1}{(1-x^2)^m} \frac{d^{\ell-m} (1-x^2)^\ell}{dx^{\ell-m}}.$$

Сферические гармоники Y_ℓ^m обладают тем свойством, что при $\cos\theta = \pm 1$ $Y_\ell^m = 0$ для $m \neq 0$ и $Y_\ell^0 = 1$ для $m = 0$.

Это свойство обусловлено тем, что Y_ℓ^m при $m \neq 0$ всегда содержит множитель $\sin^m\theta$. Поэтому для Λ -гиперонов, вылетающих под углами 0° и 180° в с.ц.м., волновые функции конечного состояния будут иметь вид:

$$\psi_{1fin} = \sum_\ell \alpha_{\ell,1/2} Y_\ell^0 |3/2, 1/2\rangle.$$

Это означает, что Λ -частицы, испускаемые под такими углами, находятся в чистом по спину состоянии $|3/2; 1/2\rangle$. Данное рассуждение применимо к различным значениям ℓ_{fin} (а не только к случаю $\ell_{fin} = 1$) и, следовательно, к суперпозиции начальных состояний.

В общем случае, если спин Λ -гиперона равен J_Λ , то спиновые, волновые функции конечных состояний Λ -частиц, испускаемых под 0° и 180° , есть: $\psi_{1fin} \approx |J_\Lambda, 1/2\rangle$, $\psi_{2fin} \approx |J_\Lambda, -1/2\rangle$.

Эти два конечных спиновых состояния Λ -частицы: дают специфическое угловое распределение продуктов распада, зависящее только от J_Λ .

Рассмотрим теперь распад Λ -частиц, находящихся в указанных состояниях, по каналу $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$. Пусть $J_\Lambda = 3/2$. Поскольку в слабых взаимодействиях четность не сохраняется конечное состояние будет суперпозицией P -волны ($\ell = 1$) и D -волны ($\ell = 2$). Согласно правилу сложения моментов

$$|3/2, 1/2\rangle \rightarrow \psi = P_0 \left\{ \sqrt{2/3} Y_1^0 |1/2, 1/2\rangle + \sqrt{1/3} Y_1^1 |1/2, -1/2\rangle \right\} + \\ + D_0 \left\{ -\sqrt{2/5} Y_2^0 |1/2, 1/2\rangle + \sqrt{3/5} Y_2^1 |1/2, -1/2\rangle \right\},$$

где P_0 и D_0 — комплексные числа, представляющие амплитуды P - и D -волн. Эти амплитуды зависят от механизма распада. При вычислении угловых распределений следует полагать, что эти амплитуды нормированы, т.е. $|P_0|^2 + |D_0|^2 = 1$. Перепишем

$$\psi = (\sqrt{2/3} P_0 Y_1^0 - \sqrt{2/5} D_0 Y_2^0) |1/2, 1/2\rangle + \\ + (\sqrt{1/3} P_0 Y_1^1 + \sqrt{3/5} D_0 Y_2^1) |1/2, -1/2\rangle,$$

найдем

$$\psi^* = (\sqrt{2/3} P_0^* Y_1^{0*} - \sqrt{2/5} D_0^* Y_2^{0*}) \langle 1/2, 1/2| + \\ + (\sqrt{1/3} P_0^* Y_1^{1*} + \sqrt{3/5} D_0^* Y_2^{1*}) \langle 1/2, -1/2|.$$

Угловое распределение частиц при распаде имеет вид:

$$\frac{dN}{d\Omega} = \psi^* \psi = 2/3 |P_0|^2 |Y_1^0|^2 + 2/5 |D_0|^2 |Y_2^0|^2 + \\ + 2\sqrt{2/3} \sqrt{2/5} \text{Re}(P_0^* D_0 Y_1^{0*} Y_2^0) + 1/3 |P_0|^2 |Y_1^1|^2 + \\ + 3/5 |D_0|^2 |Y_2^1|^2 + 2\sqrt{1/3} \sqrt{3/5} \text{Re}(P_0^* D_0 Y_1^{1*} Y_2^1).$$

Упростим выражение, проинтегрировав это распределение по азимутальному углу φ . Пусть $x = \cos \theta$. Тогда

$$\psi \psi^* = \frac{dN}{d \cos \theta} \Big|_{(S_\Lambda)_z = +1/2} = 1/4 (1 + 3x^2) [1 + 2 \text{Re}(P_0^* D_0) x].$$

Другое Λ -состояние $|3/2; -1/2\rangle$ дает:

$$\left. \frac{dN}{d \cos \theta} \right|_{(S_{\Lambda})_z = -1/2} = \frac{1}{4}(1+3x^2)[1-2\text{Re}(P_0^* D_0)x].$$

Результирующее распределение будет:

$$\frac{dN}{d \cos \theta} = \frac{1}{4}(1+3x^2).$$

Угловые распределения продуктов распада Λ -гиперона, вылетающих под углами 0° и 180° в с.ц.м. реакции $\pi \bar{p} \rightarrow K \Lambda$ для значений спинов $J_{\Lambda} = 1/2; 3/2; 5/2; 7/2$ приведены в табл. 7.

Таблица 7

| J | $dN/d \cos \theta$ |
|-----|--|
| 1/2 | 1/2 |
| 3/2 | $1/4 + 3/4 x^2$ |
| 5/2 | $3/8 - 3/4 x^2 + 15/8 x^4$ |
| 7/2 | $9/32 + 45/32 x^2 - 165/32 x^4 + 175/32 x^6$ |

105. Решение задачи основано на рассуждениях, аналогичных тем, которые использовались при решении задачи 104.

Рассмотрим реакцию: $\pi^+ + p \rightarrow \rho^+ + p$, где ρ^+ обозначает любой бозон с целым спином. Начальное состояние представляет собой суперпозицию двух состояний с равным весом:

$$\Psi_{in} = \sum_e a_e Y_e^0 |1/2, 1/2\rangle, \quad \Psi_{2in} = \sum_e a_e Y_e^0 |1/2, -1/2\rangle.$$

Конечное состояние имеет более сложную структуру. Найдем волновые функции конечного состояния для $l_{in} = 1$. В этом случае полный момент системы может принимать значения: $J_{tot}^- = 1/2$ и $J_{tot}^+ = 3/2$. Возможные значения величины орбитального момента конечного состояния меняются от $|J_{tot}^- - J_p - 1/2|$ до $J_{tot}^+ + J_p + 1/2$ (здесь J_p - возможное значение спина ρ - мезона) в случае, когда спин протона не переворачивается (проекция спина не меняет знака), и от $|J_{tot}^- - J_p + 1/2|$ до $|J_{tot}^+ + J_p - 1/2|$ в случае, когда проекция спина протона меняет знак.

Приведем конкретный вид волновых функций конечного состояния для $J_p = 1$:

$$\begin{aligned}
\Psi_{1i\pi} &\rightarrow \Psi_{1f\pi} = \\
&= \alpha_{0,0} Y_0^0 |1, 1/2, 0, 1/2\rangle + \beta_{0,0} Y_0^0 |1, 1/2, 1, -1/2\rangle \left. \vphantom{\Psi_{1f\pi}} \right\} \ell_{f\pi} = 0 \\
&+ \alpha_{1,1} Y_1^{-1} |1, 1/2, 1, 1/2\rangle + \beta_{1,1} Y_1^0 |1, 1/2, 1, -1/2\rangle \\
&+ \alpha_{1,0} Y_1^0 |1, 1/2, 0, 1/2\rangle + \beta_{1,0} Y_1^{+1} |1, 1/2, 0, -1/2\rangle \left. \vphantom{\Psi_{1f\pi}} \right\} \ell_{f\pi} = 1 \\
&+ \alpha_{1,-1} Y_1^1 |1, 1/2, -1, 1/2\rangle + \\
&+ \alpha_{2,1} Y_2^{-1} |1, 1/2, 1, 1/2\rangle + \beta_{2,1} Y_2^0 |1, 1/2, 1, -1/2\rangle \\
&+ \alpha_{2,0} Y_2^0 |1, 1/2, 0, 1/2\rangle + \beta_{2,0} Y_2^1 |1, 1/2, 0, -1/2\rangle \left. \vphantom{\Psi_{1f\pi}} \right\} \ell_{f\pi} = 2 \\
&+ \alpha_{2,-1} Y_2^{+1} |1, 1/2, -1, 1/2\rangle + \beta_{2,-1} Y_2^2 |1, 1/2, -1, -1/2\rangle \\
&+ \alpha_{3,1} Y_3^{-1} |1, 1/2, 1, 1/2\rangle + \beta_{3,1} Y_3^0 |1, 1/2, +1, -1/2\rangle \\
&+ \alpha_{3,0} Y_3^0 |1, 1/2, 0, 1/2\rangle + \beta_{3,0} Y_3^1 |1, 1/2, 0, -1/2\rangle \left. \vphantom{\Psi_{1f\pi}} \right\} \ell_{f\pi} = 3 \\
&+ \alpha_{3,-1} Y_3^{+1} |1, 1/2, -1, 1/2\rangle + \beta_{3,-1} Y_3^2 |1, 1/2, -1, -1/2\rangle
\end{aligned}$$

Здесь: $\alpha_{i,k}$ — комплексные константы для части взаимодействия без переверота спина протона; $\beta_{i,k}$ — комплексные константы для части взаимодействия с переверотом спина протона.

Отбирая ρ -мезоны, которые испускаются под углами 0° и 180° в с.с.м. реакции, мы фиксируем величину $\cos \theta = \pm 1$ в выражениях для сферических функций. Пользуясь известным свойством сферических функций (см. задачу 104), мы получаем в этом случае для конечных состояний реакции:

$$\Psi_{1f\pi} = \sum_p \alpha_{p,0} Y_p^0 |1, 1/2, 0, 1/2\rangle + \beta_{p,0} Y_p^0 |1, 1/2, 1, -1/2\rangle,$$

или в общем случае

$$\Psi_{1f\pi} = \gamma_1 |J_p, 1/2, 0, 1/2\rangle + \delta_1 |J_p, 1/2, 1, -1/2\rangle,$$

где γ_1 и δ_1 — амплитуды вероятности, которые относятся соответственно к состояниям без переверота спина протона и с пе-

реверсотом спина протона. В свою очередь состояние протона $|1/2, -1/2\rangle$ переходит в состояние

$$\psi_{2\text{fin}} = \gamma_2 |J_p, 1/2, 0, -1/2\rangle + \delta_2 |J_p, 1/2, -1, 1/2\rangle.$$

Поскольку спин частиц, образующихся при распаде ρ -мезона, равен 0, спиновые состояния ρ -мезона можно описать с помощью шаровых функций, т.е.:

$$\psi_1 = \gamma_1 Y_{J_p}^0 |1/2, 1/2\rangle + \delta_1 Y_{J_p}^1 |1/2, -1/2\rangle,$$

$$\psi_2 = \gamma_2 Y_{J_p}^0 |1/2, -1/2\rangle + \delta_2 Y_{J_p}^{-1} |1/2, 1/2\rangle.$$

При этом очевидно: $|\gamma_1|^2 = |\gamma_2|^2 = |\gamma|^2$ и $|\delta_1|^2 = |\delta_2|^2 = |\delta|^2$.

Угловое распределение продуктов распада пропорционально величине:

$$\psi^* \psi = 1/2 (\psi_1^* \psi_1 + \psi_2^* \psi_2) = |\gamma|^2 |Y_{J_p}^0|^2 + |\delta|^2 |Y_{J_p}^1|^2.$$

Полагая γ и δ нормированными $|\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$ и обозначая $|\delta|^2 = r$, получим:

$$\frac{dN}{d \cos \theta} \sim |Y_{J_p}^0|^2 + r (|Y_{J_p}^1|^2 - |Y_{J_p}^0|^2).$$

Угловые распределения для $J_p = 0, 1; 2$ есть:

$$J_p = 0 \quad \frac{dN}{d \cos \theta} \sim \text{const};$$

$$J_p = 1 \quad \frac{dN}{d \cos \theta} \sim 3x^2 + r \left(\frac{3}{2} - \frac{9}{2} x^2 \right);$$

$$J_p = 2 \quad \frac{dN}{d \cos \theta} \sim \frac{5}{4} - \frac{15}{2} x^2 + \frac{45}{4} x^4 + r \left(-\frac{5}{4} + 15x^2 - \frac{75}{4} x^4 \right).$$

Заметим, что особенности угловых распределений зависят от величины r - доли канала реакции, идущей с изменением знака проекции спина протона.

106. Будем описывать экспериментальные результаты зависимостью вида: $N(\cos \theta) = A + B \cos^2 \theta$. Ищется минимум выражения:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{[N_i - (A + B t_i)]^2}{N_i}.$$

Здесь i – номер интервала гистограммы; $t_i = \cos^2 \theta_i$ – квадрат среднего значения косинуса угла для i -го интервала; N_i – число событий в i -м интервале гистограммы. Вычисляя производные $\frac{\partial \chi^2}{\partial A}$ и $\frac{\partial \chi^2}{\partial B}$ и приравнивая их нулю, получаем систему из двух линейных уравнений с двумя неизвестными:

$$A \sum_i \frac{1}{N_i} + B \sum_i \frac{t_i}{N_i} = \sum_i 1 = K;$$

$$A \sum_i \frac{t_i}{N_i} + B \sum_i \frac{t_i^2}{N_i} = \sum_i t_i.$$

K – число интервалов разбиения. Произведя несложные суммирования и решая систему уравнений, получим: $A = 23 \pm 0,5$; $B = 35 \pm 6,0$. Отсюда $a = B/A = 1,5 \pm 0,3$, $N = A = 23 \pm 0,5$. Таким образом, на обработанной статистике в 357 событий результаты анализа приведенного углового распределения свидетельствуют в пользу значения $J = 0$ для $\chi(3405)$ -состояния.

107. Оптимальные условия наблюдения γ -квантов от указанных J/ψ -распадов соответствуют расположению детекторов на направлениях наиболее вероятного вылета γ -квантов. Эти направления задаются углами вылета γ -кванта, возникающего непосредственно в распаде J/ψ -частицы (т.е. импульсом \vec{p}_{γ_3}) и углами $\theta_1 = \theta_2 = \psi/2$ относительно направления, противоположного импульсу \vec{p}_{γ_3} , под которым вылетают γ -кванты, образовавшиеся при распаде промежуточной частицы (см. рис. 19). Численные значения углов для распада:

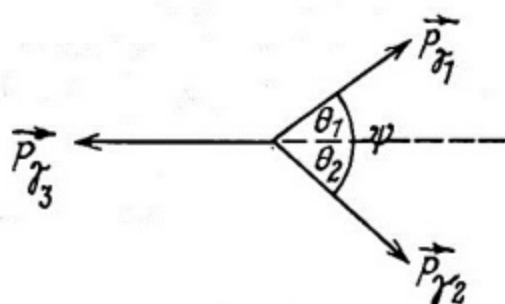


Рис. 19

- 1) $\theta_1 = \theta_2 = 5^\circ 12'$;
- 2) $\theta_1 = \theta_2 = 20^\circ 06'$;
- 3) $\theta_1 = \theta_2 = 34^\circ 30'$;
- 4) $\theta_1 = \theta_2 = 84^\circ 15'$.

108. Заключение о принадлежности какой-либо пары γ -квантов к распаду $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ можно сделать после вычисления эффективной массы двух γ -квантов:

$$M_{эф}(2\gamma) = \sqrt{(E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2})^2 - (\vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2})^2} = \sqrt{2E_{\gamma_1} \cdot E_{\gamma_2} (1 - \cos \psi_{\gamma_1 \gamma_2})}.$$

Здесь ψ - угол разлета γ -квантов; $\cos \psi$ легко посчитать с помощью соотношения: $\cos \psi = \rho_1 \cdot \rho_2 + m_1 \cdot m_2 + n_1 \cdot n_2$, где ρ_i, m_i, n_i ($i=1,2$) - направляющие косинусы соответствующих направлений вылета γ -квантов. При этом

$$\rho = \frac{X_1 - X_0}{R}; \quad m = \frac{Y_1 - Y_0}{R}; \quad n = \frac{Z_1 - Z_0}{R};$$

$$R = \sqrt{(X_1 - X_0)^2 + (Y_1 - Y_0)^2 + (Z_1 - Z_0)^2}.$$

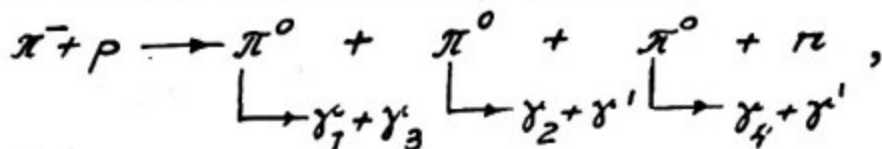
Здесь X_0, Y_0, Z_0 - координаты вершины взаимодействия; X_1, Y_1, Z_1 - координаты точки конверсии γ -кванта. Ошибку в определении эффективной массы находим, пользуясь стандартными правилами вычисления ошибок:

$$\Delta M \approx \frac{M}{2} \left(\frac{\Delta E_1}{E_1} + \frac{\Delta E_2}{E_2} \right).$$

Для заданного события значения эффективных масс и их погрешностей для различных пар γ -квантов есть:

$$\begin{aligned} M_{12} &= (71 \pm 14) \text{ МэВ}/c^2, & M_{23} &= (15 \pm 3) \text{ МэВ}/c^2, \\ M_{13} &= (147 \pm 30) \text{ МэВ}/c^2, & M_{24} &= (58 \pm 12) \text{ МэВ}/c^2, \\ M_{14} &= (73 \pm 14) \text{ МэВ}/c^2, & M_{34} &= (100 \pm 20) \text{ МэВ}/c^2. \end{aligned}$$

Таким образом, лишь для пары (γ_1, γ_3) эффективная масса в пределах ошибок измерения соответствует известному значению ($m_{\pi^0} = 135 \text{ МэВ}$). Два других кванта (γ_2 и γ_4) своим происхождением также, вероятно, обязаны π^0 -мезонам. Однако партнеры этих γ -квантов, по-видимому, не были зарегистрированы. Поэтому можно полагать, что реакция, соответствующая наблюдаемому событию, имеет вид



где γ' - недетектируемый γ -квант. Более строгий расчет возможен лишь в рамках полного кинематического анализа этой реакции.

109. При энергиях $E > 1$ ГэВ основным процессом взаимодействия γ -квантов с веществом является образование электрон-позитронных пар в поле ядер и атомных электронов.

Сечение этого процесса имеет приближенный вид (случай полного экранирования):

$$\sigma_{\text{пар}} = 4Z(Z+1)\alpha \cdot r_e^2 \left(\frac{7}{9} \cdot \ln \frac{183}{Z^{1/3}} \right).$$

Здесь $r_e = \frac{e^2}{mc^2}$ - классический радиус электрона, $\alpha = 1/137$.

Плотность вероятности образования пары на расстоянии x от точки рождения фотона составляет:

$$\rho(x) = \frac{1}{\pi \cdot \sigma} e^{-\pi \sigma x} = \frac{1}{9/7 X_0} e^{-\frac{x}{9/7 X_0}}.$$

В этом выражении явно выделена величина

$$X_0 = \frac{137}{4Z(Z+1) \cdot r_e^2 \cdot \pi \cdot \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right)},$$

которую, как известно, называют радиационной длиной; π - концентрация атомов вещества. Полная вероятность конверсии γ -кванта в детекторе определяется длиной пути, который может пройти частица в чувствительной области детектора, т.е. потенциальной длиной. Отсюда

$$P(L_{\text{пот}}) = \int_0^{L_{\text{пот}}} \rho(x) dx = 1 - \exp \left(-\frac{L_{\text{пот}}}{9/7 X_0} \right).$$

110. Вероятность взаимодействия частицы с ядрами среды на длине x дается известным выражением:

$$P(x) = 1 - e^{-x/L_0},$$

где L_0 - средняя длина свободного пробега частицы до взаимодействия: $L_0 = 1/\pi \cdot \sigma$, здесь σ - сечение взаимодействия частицы со свободным ядром, а π - концентрация ядер, которая,

в свою очередь, вычисляется как $\pi = \rho \frac{N_{\text{ав}}}{A}$, где ρ - плотность вещества, $N_{\text{ав}}$ - число Авогадро, A - массовое число ядра.

Если вещество представляет собой смесь из нескольких элементов, то σ - есть среднее сечение, приходящееся на одно ядро смеси, а A - среднее массовое число. В данном случае

$$\bar{A} = \frac{2 \cdot 12 + 5 \cdot 9 + 3 \cdot 35.5}{2 + 5 + 3} = 22.5.$$

Поэтому для π -мезона $L_0 = \frac{1}{\pi \cdot 5} \approx 75$ см, а для мюона $L_0^{\mu} \approx 3 \cdot 10^{15}$ см. Следовательно, вероятность взаимодействия π -мезона с ядрами фрионовой смеси на длине $L = 50$ см составляет $P_{\pi} = 0,5$, а вероятность взаимодействия мюона всего $P_{\mu} \approx 1,5 \cdot 10^{-14}$.

Столь сильное различие в вероятности взаимодействия мюонов и π -мезонов с ядрами дает возможность использовать это обстоятельство для идентификации этих частиц и связанных с ними событий.

Приведенные оценки позволяют предполагать, что треки от ультрарелятивистских мюонов практически не будут изменять своих характеристик (плотность ионизации, направление движения и т.д.). В то же время треки, образованные ультрарелятивистскими π -мезонами, будут с большей вероятностью сопровождаться "звездами" (рождением новых частиц в ядерных взаимодействиях пиона) или изломами (рассеянием первичного пиона за счет процессов сильного взаимодействия с ядрами).

111. Для надежной дискриминации частиц с массами m_1 и m_2 , имеющих одинаковый импульс, необходимо, чтобы разница во времени Δt прохождения пролетной базы L была, по крайней мере, больше, чем длительность сигналов, поступающих с детекторов, т.е. $\Delta t > \tau_{\mu}$ (τ_{μ} - длительность сигнала с детектора).

$$\Delta t = \frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2} = \frac{L}{c} \left(\frac{\gamma_1}{\sqrt{\gamma_1^2 - 1}} - \frac{\gamma_2}{\sqrt{\gamma_2^2 - 1}} \right).$$

Полагая $\gamma_1, \gamma_2 \gg 1$, получаем:

$$\Delta t = \frac{L}{2c} \frac{(1 - m_2^2/m_1^2)}{\gamma_1^2}$$

или

$$L > \frac{2c \gamma_1^2 \tau_{\mu}}{(1 - m_2^2/m_1^2)}.$$

Например, для $m_2/m_1 = m_{\pi}/m_{\mu} \sim 1/3$ $L \gtrsim 1,2$ км.

112. Трудности измерения отношения вероятностей указанных распадов Λ -частицы обусловлены практической невозможностью создать "чистый" пучок Λ -частиц (без обязательного фона от нейтральных частиц другого сорта) и необходи-

мостью регистрации и измерения кинематических характеристик нейтральных продуктов (γ -квантов от распада π^0 -мезона, нейтрона) в распаде $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$. Обе эти трудности можно обойти, если генерировать Λ -частицы в реакциях, которые могут служить метками Λ -частиц. Таковой может быть, например, реакция



которую можно наблюдать как на быстрых K^- -мезонах, так и на остановившихся. (В силу закона сохранения странности в конечном состоянии этой реакции могут рождаться странные частицы со странностью $S = -1$.)

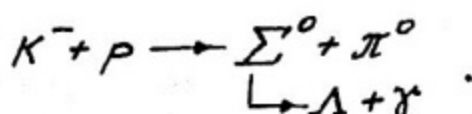
"Меткой" данной реакции служит образование π^0 -мезонов, которые очень хорошо регистрируются по характерному распаду $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Поэтому отбор полезных событий может проводиться выделением O -лучевых звезд, сопровождающихся двумя γ -квантами, "смотрящими" в звезду. В отобранных событиях можно измерить кинематические характеристики γ -квантов и отобрать такие события, для которых эффективная масса двух γ -квантов $M_{эф}$ лежит вблизи значения m_{π^0} (пределы изменения $M_{эф}$ зависят от ошибок измерения энергий γ -квантов и углов их вылета).

Далее, в группе событий с двумя γ -квантами и с $M_{эф}$, находящейся в выбранных пределах, можно отобрать события, сопровождающиеся вилкой от распада $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$. Факт наблюдения именно этого распада можно установить с помощью кинематического анализа "вилки" распада. Допустим, что среди всех N полезных событий с нужным значением $M_{эф}$ с помощью кинематического анализа выделено N_1 событий, в которых Λ распадается по каналу $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$. Для нахождения "истинного" числа распадов $N_1^{ист}$ по этому каналу $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ необходимо ввести поправки, обусловленные конечностью размеров детектора, и поправки, обусловленные эффективностью регистрации p и π^- . Последняя поправка ζ_1 может быть рассчитана методом Монте-Карло с учетом "порога обрезания" детектора. Поправка на конечные размеры детектора $\zeta_2 = 1 / (1 - \exp(-L_{пор}/L_{расп}))$ ($L_{пор}$ - расстояние от точки образования Λ -частицы до границы чувствительной области детектора по направлению движения Λ -частицы; $L_{расп}$ - средний свободный пробег Λ -частицы до распада). Поправку ζ_2 необходимо

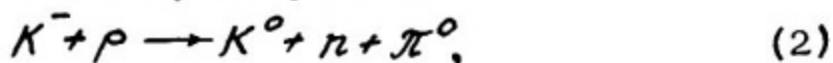
вводить для каждого Λ -распада в отдельности, что автоматически позволит учесть размеры детектора и распределение звезд в нем. Вводя поправки, получаем: $N_1^{уст} = N_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2$. Тогда искомое отношение можно найти как

$$R = \frac{N_1^{уст}}{N - N_1^{уст}}.$$

При принятых критериях отбора в набор полезных событий наряду с реакцией (1) могут быть включены и события реакции



Как нетрудно видеть, эти события не будут влиять на величину отношения R . R может исказиться за счет включения в группу из N_1 событий случаев реакции



для которой возможна неправильная идентификация K^0 -мезона (K^0 -мезон может быть принят за Λ -частицу). Это искажение нужно учитывать лишь в том случае, если измерения отношения будут проводиться при энергиях выше пороговой энергии для реакции (2) ($T_{пор} \approx 200$ МэВ).

113. Рассмотрим следующие наиболее вероятные гипотезы относительно сорта частиц, вызвавших наблюдаемый след: e^+ , μ^+ , π^+ , K^+ , p . С помощью известного соотношения

$$p = 300 \text{ Нр} \left([p] = \frac{эВ}{c}, [H] = \text{гс}, [p] = \text{см} \right)$$

вычислим импульс частиц и кинетические энергии для этих гипотез: $p \approx 450$ МэВ/с, $T_e = E_e - m_e \approx 450$ МэВ, $T_\mu \approx 357$ МэВ, $T_\pi \approx 300$ МэВ, $T_K \approx 173$ МэВ, $T_p \approx 100$ МэВ.

Если след образован частицей, остановившейся в чувствительной области камеры, то идентификация возможна на основе сопоставления его характерных особенностей (уголщений, изломов, изменений в ионизации и т.д.) и известных из теории особенностей поведения частиц в веществе. Например, трек от π^+ будет иметь два характерных излома, обусловленных последовательными распадами: $\pi \rightarrow \mu + \nu$ и $\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$ (" $\pi - \mu - e$ -распад").

Если частица не остановилась в камере, то для идентификации следа можно измерить плотность пузырьков на следе дан-

ной частицы ($\frac{dn}{dx}$) и любой релятивистской частицы ($\frac{dn}{dx}(\text{рел})$) и сопоставить их с соответствующими величинами, даваемыми формулой Бете - Блоха для ионизационных потерь. Трек будет принадлежать той частице, для которой будет выполнено равенство:

$$\frac{dn}{dx} : \frac{dn}{dx}(\text{рел}) = \frac{dT}{dx} \left(\beta = \frac{P}{T+m} \right) : \frac{dT}{dx} (\beta=1).$$

Как нетрудно видеть, такая идентификация будет достоверной лишь в тех случаях, когда значение β существенно меньше 1. Таким образом, в рассмотренном примере можно надежно отличить лишь след ρ от следов других (μ, π, K) частиц. След от e можно идентифицировать по характерным изломам, которые обусловлены резким сбросом энергии при радиационном торможении, и по парам (e^+e^-), которые образуются от тормозных γ -квантов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балдин А.М. и др. Кинематика ядерных реакций. -2-е изд. - М.: Атомиздат, 1969.
 2. Копылов Г.И. Основы кинематики резонансов. - М.: Наука, 1970.
 3. Бюклинг Е., Каянти К. Кинематика элементарных частиц. - М.: Мир, 1975.
 4. Перкинс Д. Введение в физику высоких энергий. - М.: Мир, 1975.
 5. Худсон Д. Статистика для физиков. - М.: Мир, 1970.
 6. Окунь Л.Б. Лептоны и кварки. - М.: Наука, 1981.
 7. Никитин Ю.П. Кинематика процессов образования и последующего распада тяжелых частиц. - М.: Изд. МИФИ, 1981.
-

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ФИЗИКЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Редактор Е. Н. Кочубей
Техн. редактор З. И. Хазова

| | | |
|-------------------|------------------------|-----------------------|
| <i>Л-99851</i> | Подписано в печать | <i>25/VI-83г.</i> |
| Формат 60x84 1/16 | Объем <i>5,75</i> п.л. | Уч.-изд.л. <i>5,0</i> |
| Тираж 500 экз. | Цена <i>35</i> коп. | Изд. № 051-1 |
| | Заказ 874 | |

Типография МИФИ, Каширское шоссе, 31