

8211.039  
146



Московский ордена Трудового Красного Знамени  
инженерно-физический институт

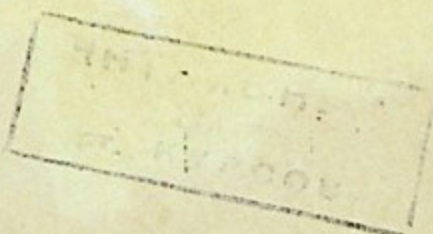
В. В. Харитонов    В. Б. Троянский  
Н. В. Якутин    В. В. Атаманов



ФАКУЛЬТЕТ  
ТЕХНИЧЕСКОЙ  
ФИЗИКИ

**НЕЙТРОННО-ФИЗИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ  
БЛАНКЕТОВ ТЕРМОЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ**

Москва 1994



621.033  
НЧБ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ (ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

---

В.В. Харитонов В.Б. Троянский  
Н.В. Якутин В.В. Атаманов

НЕЙТРОННО-ФИЗИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ  
БЛАНКЕТОВ ТЕРМОЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

*Утверждено  
редсоветом института  
в качестве учебного  
пособия*

Технический  
редактор  
В. В. Курцов

МИФИ

Москва 1994

УДК 621.039

Харитонов В.В., Троянский В.Б., Якутин Н.В., Атаманов В.В. **Нейтронно-физические расчеты бланкетов термоядерных реакторов: Учебное пособие** - М.: МИФИ, 1994. - 84 с.

Изложены основы теории переноса нейтронов в бланкетных зонах термоядерных реакторов. Описаны разработанные авторами алгоритм и программа КАРЛСОН, предназначенные для вариантных расчетов на персональных компьютерах пространственно-энергетического распределения нейтронов и важнейших функционалов бланкета, таких как поле тепловыделения, выход энергии, трития, число делений, скорости выгорания или накопления различных нуклидов и др.

Пособие предназначено для студентов старших курсов для курсового и дипломного проектирования термоядерных реакторов, а также может быть полезно научным сотрудникам для вариантных расчетов бланкетных зон, радиационной защиты, фокусирующих зеркал и других элементов ТЯР.

ISBN 5-7262-0047-6

© Харитонов В.В., Троянский В.Б., Якутин Н.В., Атаманов В.В.

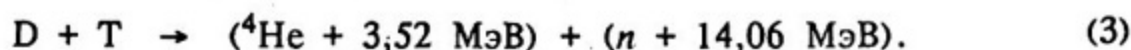
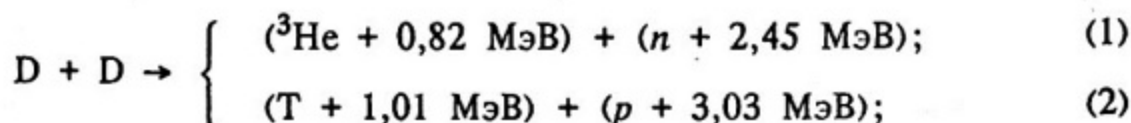
© *Московский государственный инженерно-физический институт (технический университет), 1994 г.*

## Содержание

Введение .....	4
Глава 1. Уравнение переноса нейтронов в бланке ТЯР	8
1.1. Определения и обозначения .....	8
1.2. Сечения взаимодействия нейтронов с ядрами.....	9
1.3. Газокинетическое уравнение переноса нейтронов	13
1.4. Граничные условия.....	15
Глава 2. Уравнение переноса нейтронов в одномерной геометрии .....	19
2.1. Плоская геометрия .....	19
2.2. Сферическая геометрия .....	21
2.3. Угловая зависимость индикатрисы .....	23
Глава 3. Многогрупповое уравнение переноса нейтронов в бланкете ТЯР .....	26
3.1. Энергетические группы .....	26
3.2. Многогрупповая система кинетических уравнений переноса нейтронов .....	28
3.3. Пространственное распределение нерассеянных термоядерных нейтронов в плоском бланкете.....	31
3.4. Пространственное распределение нерассеянных термоядерных нейтронов в сферическом бланкете.....	33
Глава 4. Метод Карлсона решения уравнения переноса нейтронов .....	36
4.1. Исходные положения метода Карлсона .....	36
4.2. Групповые уравнения переноса нейтронов по сегментам в сферической геометрии .....	37
4.3. Конечно-разностные уравнения переноса нейтронов в $S_N$ -приближении .....	40
4.4. Алгоритм численного решения уравнения переноса .....	42
Глава 5. Уравнение переноса нейтронов в диффузионном приближении .....	44
5.1. Метод сферических гармоник.....	44
5.2. Диффузионное приближение.....	47
5.3. Многогрупповое уравнение диффузии .....	51
5.4. Конечно-разностное уравнение диффузии нейтронов .....	52
5.5. Алгоритм численного решения уравнения диффузии .....	55
Глава 6. Интергальные функционалы бланкета	57
6.1. Алгоритм расчета функционалов.....	57
6.2. Алгоритм расчета $k_{\infty}$ .....	61
6.3. Групповые константы для расчета бланкета	62
6.4. Результаты сравнительных расчетов.....	65
Глава 7. Программная реализация алгоритма решения уравнения переноса .....	73
7.1. Работа с ЭВМ IBM PC AT.....	73
7.2. Программный пакет КАРЛСОН .....	75
7.3. Программа carlson.exe. Входные данные.....	76
7.3. Выходные данные. Программа spectr.exe.....	80
Заключение .....	81
Список использованной литературы .....	82

## ВВЕДЕНИЕ

В термоядерных реакторах (ТЯР) плазма является мощным источником нейтронов, образующихся в реакциях синтеза дейтерия с дейтерием и дейтерия с тритием [1,2]:



Из всех реакций термоядерного синтеза последняя реакция (3) имеет наибольшее сечение взаимодействия и поэтому наиболее доступна. Другая отличительная особенность этой реакции - образование быстрых нейтронов, энергия которых  $E_n = 14,06 \text{ МэВ}$  значительно превышает среднюю энергию нейтронов деления урана и плутония (около 2 МэВ), причем на долю термоядерных нейтронов приходится почти 80% энергии синтеза. Для эффективной утилизации термоядерных нейтронов плазму окружают оболочкой (бланкетом), состоящей из таких материалов, которые при взаимодействии с нейтронами обеспечивают высокие скорости производства тепла и ценных нуклидов (трития, плутония и др.) или высокую скорость выжигания (трансмутации) радиоактивных нуклидов, например отходов АЭС.

Перспективы термоядерной энергетики в значительной мере зависят от обоснования ее безопасности, экологической чистоты и экономичности. Поэтому в процессе оптимизации конструкции ТЯР требуется большое число вариантных расчетов многочисленных параметров, обусловленных взаимодействием нейтронов с материалами ТЯР: тепловыделения, скорости выжигания и производства различных нуклидов, накопления газов, дефектов в конструкционных материалах и т.д.

Таким образом, главная цель нейтронно-физических расчетов заключается в определении следующих важнейших параметров:

$q_v(r)$  - локальная плотность ядерного тепловыделения в расчете на единицу объема ( $\text{Вт}/\text{м}^3$ ) в первой стенке, бланкете, магнитных катушках и т.д. Данные о распределении тепловыделения в бланкете используются как исходные для теплогидравлического расчета;

$T$  - коэффициент воспроизводства трития (термоядерного топлива), равный числу ядер трития, образующихся в литий-содержащем бланкете в расчете на один термоядерный нейтрон; коэффициент воспроизводства трития должен превышать единицу ( $T > 1$ ) для расширенного воспроизводства термоядерного топлива и компенсации его потерь в процессе переработки;

$M = E/E_n$  - коэффициент усиления энергии в бланкете, равный отношению полной энергии  $E$ , МэВ, выделяющейся в бланкете в расчете на один термоядерный нейтрон, к энергии термоядерного нейтрона ( $E_n = 14,06$  МэВ для  $D-T$  реакции); коэффициент усиления энергии в бланкете существенно влияет на энергетический баланс ТЯР и на его выходную электрическую мощность. Типичная величина  $M$  в бланкете чистого ТЯР без бериллия как размножителя нейтронов  $1,1 \div 1,2$ , в бланкете с бериллием -  $1,5 \div 1,7$ , в гибридном бланкете ТЯР  $M \sim 10$ .

$F$  - число делений урана, тория или плутония в бланкете гибридного ТЯР в расчете на один термоядерный нейтрон;

$K_{\text{Pu}(U)}$  - коэффициент наработки (бридинга) плутония-239 (или урана-233) из урана-238 (или тория-232) в бланкете гибридного ТЯР в расчете на один термоядерный нейтрон.

Критерий радиационного разрушения материала бланкета или защиты включает число смещений атомов под действием быстрых нейтронов в расчете на один атом вещества в год ( $\text{dpa}/\text{год}$ ), скорость накопления атомов водорода и гелия в материалах в результате реакций  $(n,p)$ ,  $(n,\alpha)$ . Вычисление числа смещений атомов и накопления газов в конструкционных материалах необходимо для оценки времени их эксплуатации.

Радиация, достигающая магнитных катушек, должна быть снижена приблизительно в  $10^7$  раз для обеспечения приемлемо низкого уровня радиационного тепловыделения в медных или сверхпроводящих катушках и изоляторах. Поэтому для защиты от нейтронов используют материалы, хорошо замедляющие и по-

глошающие нейтроны (например, карбид бора  $B_4C$  и борированную воду), а для защиты от гамма-излучения - материалы с большим  $Z$  (например, железо, свинец). Суммарная толщина blankets, как правило, не превышает 1 м, а радиационной защиты - 1-2 м.

Данные о наведенной радиоактивности в материалах ТЯР при поглощении нейтронов необходимы для оценки дозовых нагрузок на персонал ремонтников, для планирования вывода ТЯР из эксплуатации и удаления радиоактивных отходов.

Нейтронно-физические расчеты blankets и защиты ТЯР, в отличие от аналогичных расчетов ядерных реакторов характеризуются рядом особенностей, обусловленных высокой энергией термоядерных нейтронов:

- широкий диапазон энергетического спектра нейтронов в blankets (от 14,06 МэВ до энергии теплового движения 0,0253 эВ);

- главный источник нейтронов (плазма) находится за пределами blankets;

- резко проявляется анизотропия рассеяния быстрых нейтронов и анизотропия распределения термоядерных нейтронов в blankets;

- повышается роль пороговых реакций, в том числе реакций размножения нейтронов ( $n,2n$ ), ( $n,3n$ );

- увеличивается число ядерных реакций, которые необходимо учитывать при расчете тепловыделения в blankets (в ядерных реакторах основной вклад в тепловыделение дает реакция деления);

- в гибридных blankets увеличивается число вторичных нейтронов (до 4 и выше), образующихся при делении урана, тория или плутония.

Ряд особенностей обусловлен более сложной (по сравнению с ядерными реакторами) гетерогенной структурой и геометрией blankets, пронизанного каналами (пустотами), например, лучепроводами в лазерных ТЯР, линиями вакуумной откачки и каналами инъекции нейтральных частиц в токамаках.

Два основных метода используются для нейтронных расчетов: метод дискретных ординат и метод Монте-Карло [3-6]. Существующие большие программные комплексы BLANK [7], POZ [8] и другие требуют значительных ресурсов ЭВМ и мало пригодны для вариантных и учебно-исследовательских расчетов. Поэтому возникла

острая необходимость в создании компактной эффективной программы расчета пространственно-энергетического распределения нейтронов и важнейших функционалов бланкетных зон, реализуемой на персональных компьютерах и дающей удовлетворительную точность при высокой скорости счета.

В данной работе используется многогрупповая модель в 28-групповом приближении. Суть предлагаемого алгоритма заключается в том, что для описания пространственного распределения нейтронов в низкоэнергетических группах используется диффузионное приближение, а в высокоэнергетических группах, где нельзя игнорировать анизотропию рассеяния, газокинетическое уравнение переноса решается в  $S_{10}$ -приближении методом Карлсона.

Учитывая поисковый характер расчетных исследований, рассматриваются лишь одномерные модели бланкета в виде многослойных сферических, плоских или цилиндрических конструкций.

Во входных файлах программы содержатся необходимые для расчетов микросечения и матрицы рассеяния почти 30 нуклидов, наиболее часто встречающихся в проектах ТЯР. Используется 28-групповая система констант БНАБ-78.

\* \* \*

Авторы благодарны сотрудникам МИФИ Белоусову Н.И. и Романину С.Д. за помощь в создании программы КАРЛСОН, и начальнику лаборатории научно-исследовательского и конструкторского института энергетической техники (НИКИЭТ) Точеному Л.В. за полезные замечания, многие из которых учтены в окончательной редакции книги.

## УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ В БЛАНКЕТЕ ТЯР

### 1.1. Определения и обозначения

В теории переноса нейтрон рассматривается как точечная частица в том смысле, что он может быть полностью описан его местоположением - радиусом-вектором  $\Gamma$  и скоростью-вектором  $\mathbf{v}$ . Вектор скорости обычно представляют в виде  $\mathbf{v} = v \cdot \Omega$ , где  $v$  - скорость нейтрона;  $\Omega$  - единичный вектор в направлении движения, т.е. в направлении  $\mathbf{v}$ . Удобно рассматривать единичный вектор  $\Omega$  в полярной системе координат с помощью полярного угла  $\theta$ , изменяющегося от 0 до  $\pi$ , азимутального угла  $\psi$ , изменяющегося от 0 до  $2\pi$ , как показано на рис. 1.1.

Тогда декартовы координаты  $\Omega$  есть:

$$\begin{aligned}\Omega_x &= \sin\theta \cdot \cos\psi ; \\ \Omega_y &= \sin\theta \cdot \sin\psi ; \\ \Omega_z &= \cos\theta.\end{aligned}$$

В полярных координатах элемент телесного угла  $d\Omega = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\psi = d\mu \cdot d\psi$  численно равен площади элемента поверхности сферы единичного радиуса. Здесь и далее принято  $\mu = \cos\theta$ . Полная величина телесного угла равна  $4\pi$ , т.е.

$$\int_{4\pi} d\Omega = \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta \cdot d\theta \int_{\psi=0}^{2\pi} d\psi = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu = 4\pi.$$

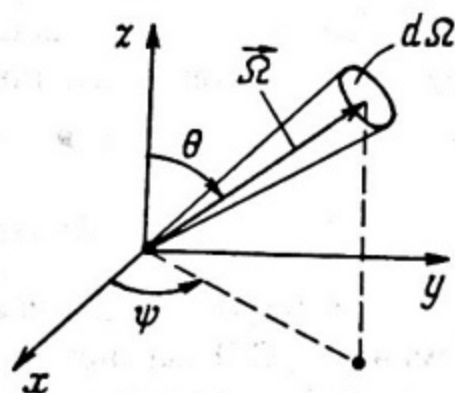


Рис.1.1. Полярная система координат

В произвольный момент времени в окрестности каждой точки blankets имеются нейтроны различных энергий, движущиеся в

разных направлениях. Стационарное пространственно-энергетическое распределение нейтронов принято описывать функцией распределения дифференциальной (фазовой) плотности потока нейтронов  $\varphi(r, \Omega, E)$ , такой, что величина

$$\varphi(r, \Omega, E) dE d\Omega, \quad \text{нейтрон}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}),$$

есть число нейтронов, имеющих энергию в диапазоне от  $E$  до  $E+dE$ , летящих в пределах телесного угла  $d\Omega$  в направлении  $\Omega$ , и пересекающих единичную площадку, перпендикулярную  $\Omega$  в единицу времени. Размерность функции  $\varphi(r, \Omega, E)$ : нейтр./  $(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{МэВ} \cdot \text{стерадиан})$ .

Интеграл

$$\int_{4\pi} \varphi(r, \Omega, E) d\Omega = \Phi(r, E) \quad (1.1)$$

называют спектральной плотностью потока нейтронов, нейтрон/ $(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{МэВ})$ . Величина  $\Phi(r, E)dE$  численно равна числу нейтронов с энергией в диапазоне от  $E$  до  $E+dE$ , пересекающих за 1 с единичную площадку во всех направлениях.

На формирование пространственно-энергетического и углового распределения нейтронов влияют следующие факторы:

- замедление нейтронов в результате упругого и неупругого рассеяния на ядрах среды blankets, включая реакции  $(n, 2n)$ ,  $(n, 3n)$ ;
- утечка и поглощение нейтронов в процессе замедления;
- рождение нейтронов с разной энергией при делении ядер среды blankets.

## 1.2. Сечения взаимодействия нейтронов с ядрами

Вероятность взаимодействия нейтрона с ядром принято характеризовать микроскопическим сечением  $\sigma_q$ , представляющим собой эффективную площадь поперечного сечения ядра, попав в которую налетающий нейтрон вызывает ту или иную реакцию  $q$ , включая рассеяние. Микроскопическое сечение обычно измеряют в барнах: 1 барн =  $10^{-28} \text{ м}^2$ .

Вероятность того или иного взаимодействия  $q$  нейтрона на единичном пути характеризуется макроскопическим сечением:

$$\Sigma_q(r, E) = \sum_j N_j(r) \sigma_{qj}(E), \quad (1.2)$$

где  $N_j(r)$  - плотность ( $1/\text{м}^3$ ) ядер сорта  $j$  в данном месте  $r$ ,  $\sigma_{qj}(E)$  - микроскопическое сечение ( $\text{м}^2$ ) взаимодействия типа  $q$  нейтрона, имеющего энергию  $E$ , с ядром сорта  $j$ .

Суммирование в (1.2) проводится по всем химическим элементам и изотопам в данной точке стенки, blankets, защиты и т.п. Размерность макросечения - обратная длина ( $1/\text{м}$ ). Величина  $1/\Sigma_q(r, E)$  есть средняя длина свободного пробега нейтрона по отношению к взаимодействию типа  $q$ .

В данной работе используется общепринятая система индексации сечений:

$\sigma_c$  - сечение захвата без деления (capture);

$\sigma_f$  - сечение деления (fission);

$\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f$  - сечение поглощения (absorption);

$\sigma_e$  - сечение упругого рассеяния (elastic);

$\sigma_{in}$  - сечение неупругого рассеяния (inelastic);

$\sigma_{n,2n}$ ,  $\sigma_{n,3n}$  - сечения реакций с вылетом двух или трех нейтронов;

$\sigma_s = \sigma_e + \sigma_{in} + \sigma_{n,2n} + \sigma_{n,3n}$  - полное сечение рассеяния (scattering);

$\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$  - полное сечение взаимодействия (total).

Индекс  $t$  у полного сечения в дальнейшем изложении опускается для упрощения записей.

Полное макросечение

$$\Sigma(r, E) = \Sigma_a(r, E) + \Sigma_s(r, E), \quad (1.3)$$

есть сумма парциальных макросечений всех возможных процессов взаимодействия нейтронов со всеми ядрами в данном месте blankets.

Для процессов рассеяния, деления, реакций  $(n,2n)$  и  $(n,3n)$ , в результате которых появляются нейтроны, вводится понятие дифференциального сечения [3]. Для реакции  $q = f, s, (n,2n); (n,3n)$  дифференциальное макросечение записывается так:

$$\Sigma_q(r; \Omega'; E' \rightarrow \Omega, E) = \Sigma_q(r, E') \cdot \omega_q(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E) \quad (1.4)$$

где  $\Sigma_q(r, E')$  - макросечение реакции типа  $q$  для нейтрона с энергией  $E'$ ; функцию  $\omega_q(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E)$  называют плотностью вероятности реакции  $q$ , так как по определению величина  $\omega_q(r, \Omega'; E' \rightarrow \Omega, E) d\Omega dE$  есть вероятность того, что если нейтрон с начальным направлением  $\Omega'$  и энергией  $E'$  испытывает столкновение типа  $q$ , то в результате столкновения появится нейтрон с направлением в интервале  $d\Omega$  около  $\Omega$  и с энергией в интервале  $dE$  около  $E$ . Например, при рассеянии (упругом или неупругом) в результате столкновения появляется один нейтрон на каждый акт рассеяния с энергией  $E \leq E'$ . В этом случае  $\omega_{e(in)}$ , называемая индикатрисой рассеяния, должна быть нормирована на единицу:

$$\int_{4\pi} d\Omega \int_{E=0}^{E'} dE \cdot \omega_{e(in)}(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E) = 1. \quad (1.5A)$$

Для реакций  $(n, 2n)$ ,  $(n, 3n)$  и деления индикатриса нормируется на число образующихся нейтронов:

$$\int_{4\pi} d\Omega \int_{E=0}^{E'} dE \cdot \omega_{n,2n}(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E) = 2. \quad (1.5B)$$

$$\int_{4\pi} d\Omega \int_{E=0}^{E'} dE \cdot \omega_{n,3n}(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E) = 3. \quad (1.5B)$$

$$\int_{4\pi} d\Omega \int_{E=0}^{\infty} dE \cdot \omega_f(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E) = \nu_f(r, E'). \quad (1.5Г)$$

В последнем выражении  $\nu_f(r, E')$  есть среднее число нейтронов, появившихся в результате деления, вызванном нейтроном с энергией  $E'$  в точке  $r$ . Интегрирование по энергии в этом выражении проводится во всем диапазоне спектра деления.

В однородных и изотропных средах дифференциальное сечение (плотность вероятности) не зависит от каждого из векторов

$\Omega'$  и  $\Omega$  в отдельности, а только от угла между ними  $\theta_0$ , т.е. от скалярного произведения  $\Omega' \cdot \Omega = \cos \theta_0 \equiv \mu_0$  (рис. 1.2).

В полярных координатах:

$$\mu_0 = \cos \theta_0 = \cos \theta \cdot \cos \theta' + \sin \theta \cdot \sin \theta' \cdot \cos(\psi - \psi'), \quad (1.6)$$

где  $(\theta', \psi')$  и  $(\theta, \psi)$  - направляющие углы векторов скорости нейтрона до и после столкновения.

Из всех реакций, определяющих пространственно-энергетическое распределение нейтронов в blankets, только реакция упругого рассеяния нейтронов характеризуется анизотропией рассеяния (на легких ядрах дейтерия анизотропией обладает и неупругое рассеяние), требует учета зависимости дифференциального сечения от угла рассеяния  $\theta_0$  (т.е.  $\mu_0$ ). Для реакций неупругого рассеяния,  $(n, 2n)$ ,  $(n, 3n)$  и деления достаточно хорошим приближением является предположение об изотропном испускании нейтронов. Поэтому плотность вероятности этих реакций не зависит от  $\mu_0$ , и ее можно представить в виде:

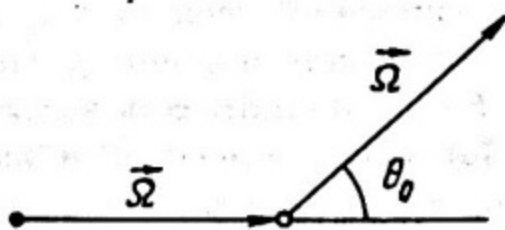


Рис.1.2. Направление движения нейтрона до и после столкновения с ядром

$$\omega_{in}(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E) = \frac{1}{4\pi} g_{in}(r; E' \rightarrow E); \quad (1.7A)$$

$$\omega_{n,2n}(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E) = \frac{2}{4\pi} g_{n,2n}(r; E' \rightarrow E); \quad (1.7B)$$

$$\omega_{n,3n}(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E) = \frac{3}{4\pi} g_{n,3n}(r; E' \rightarrow E); \quad (1.7B)$$

$$\omega_f(r; \Omega', E' \rightarrow \Omega, E) = \frac{1}{4\pi} \nu_f(r; E' \rightarrow E). \quad (1.7Г)$$

В последнем выражении функцию  $\nu_f(r; E' \rightarrow E)$  называют спектром деления и обычно представляют в виде произведения  $\nu_f(E') \cdot \chi(E)$ , в котором плотность вероятности распределения нейтронов деления по энергии такова, что  $\chi(E)dE$  есть относи-

тельное число нейтронов с энергией в диапазоне от  $E$  до  $E+dE$  в спектре деления. Условие нормировки:

$$\int_0^{\infty} \chi(E) dE = 1. \quad (1.7Д)$$

Все функции  $g_q(r; E' \rightarrow E)$  в (1.7) также нормированы на единицу. Соответственно, дифференциальные сечения (1.4) нормированы следующим образом:

$$\int_{4\pi} d\Omega \int_0^{E'} dE \Sigma_s(r, \mu_0; E' \rightarrow E) = \Sigma_e(r, E') + \Sigma_{in}(r, E') + 2\Sigma_{n,2n}(r, E') + 3\Sigma_{n,3n}(r, E'); \quad (1.7Е)$$

$$\int_{4\pi} d\Omega \int_0^{\infty} dE \Sigma_f(r, \mu_0; E' \rightarrow E) = \nu_f(r, E') \cdot \Sigma_f(r, E'). \quad (1.7Ж)$$

В таблицах нейтронных сечений межгрупповых переходов принято объединять реакции  $(n,2n)$  и  $(n,3n)$  с неупругим рассеянием. Поэтому в дальнейшем изложении будем обозначать:

$$\begin{aligned} \Sigma_{is}(E' \rightarrow E) &= \Sigma_{in}(E' \rightarrow E) + \Sigma_{n,2n}(E' \rightarrow E) + \\ &+ \Sigma_{n,3n}(E' \rightarrow E) = \frac{1}{4\pi} \left[ \Sigma_{in}(E') g_{in}(E' \rightarrow E) + \right. \\ &\left. + 2\Sigma_{n,2n}(E') g_{n,2n}(E' \rightarrow E) + 3\Sigma_{n,3n}(E') g_{n,3n}(E' \rightarrow E) \right]. \end{aligned} \quad (1.7З)$$

### 1.3. Газокинетическое уравнение переноса нейтронов

Учитывая прибыль и убыль нейтронов в элементарном объеме вещества в результате рассмотренных реакций, можно получить дифференциальное уравнение баланса нейтронов относительно  $\varphi(r, \Omega, E)$  в стационарных условиях (смотри вывод в [3-7]):

$$\Omega \cdot \nabla \varphi(r, \Omega, E) + \Sigma(r, \Omega, E) \cdot \varphi(r, \Omega, E) = Q(r, \Omega, E). \quad (1.8)$$

Здесь первый член слева характеризует утечку нейтронов вследствие градиента их плотности; второй - убыль нейтронов за счет реакций поглощения (захвата) и рассеяния (см. (1.3)). Член справа в уравнении (1.8) характеризует прибыль нейтронов, рассеянных из других элементов фазового пространства и из источников деления. Величина  $Q(r, \Omega, E)d\Omega dE$ , нейтр./ $(\text{м}^3 \cdot \text{с})$ , есть скорость образования нейтронов с энергией в диапазоне от  $E$  до  $E+dE$ , летящих в телесном угле  $d\Omega$  в направлении  $\Omega$  в данной точке  $r$  blankets в расчете на единицу объема среды.

В теории переноса нейтронов функцию источника удобно представлять в виде суммы двух слагаемых: интеграла деления  $F(r, \Omega, E)$  и интеграла рассеяния  $S(r, \Omega, E)$ :

$$Q(r, \Omega, E) = F(r, \Omega, E) + S(r, \Omega, E); \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} F(r, \Omega, E) &= \int_{4\pi} d\Omega' \int_0^{\infty} dE' \Sigma_f(r; E' \rightarrow E) \cdot \varphi(r, \Omega', E') = \\ &= \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega' \int_0^{\infty} dE' \nu_f(r, E') \Sigma_f(r, E') \varphi(r, \Omega', E'); \end{aligned}$$

$$S(r, \Omega, E) = \int_{4\pi} d\Omega' \int_E^{\infty} dE' \Sigma_s(r, \mu_0; E' \rightarrow E) \varphi(r, \Omega', E').$$

В этих интегралах различны пределы интегрирования по энергии налетающего нейтрона. Первое слагаемое характеризует скорость появления нейтронов только за счет реакций деления ядер под действием нейтронов с любой энергией ( $0 < E' < \infty$ ), а второе слагаемое - скорость появления нейтронов только за счет рассеяния нейтронов с большей энергией  $E' > E$ , включая упругое и неупругое рассеяние и реакции  $(n, 2n)$  и  $(n, 3n)$ , т.е. интеграл рассеяния включает полное дифференциальное макросечение рассеяния в соответствии с (1.7):

$$\begin{aligned} \Sigma_s (r, \mu_0; E' \rightarrow E) = \\ = \Sigma_e (r, E') \cdot \omega_e (r, \mu_0; E' \rightarrow E) + \Sigma_{is} (r, E' \rightarrow E) . \end{aligned} \quad (1.10)$$

Подстановка выражения (1.9) в (1.8) дает интегро-дифференциальное уравнение переноса нейтронов (газокинетическое уравнение Больцмана):

$$\begin{aligned} \Omega \nabla \varphi (r, \Omega, E) + \Sigma (r, E) \cdot \varphi (r, \Omega, E) = F (r, \Omega, E) + \\ + \int_{4\pi} d\Omega' \int_E^\infty dE' \Sigma_s (r, \mu_0; E' \rightarrow E) \varphi (r, \Omega', E') . \end{aligned} \quad (1.11)$$

Это уравнение есть основная форма уравнения переноса нейтронов. Его основные ограничения:

- 1) нейтрон есть точечная частица, целиком описываемая ее координатами и скоростью;
- 2) среда содержит так много нейтронов, что отклонения от ожидаемых (вероятных) значений потока можно не принимать во внимание;
- 3) взаимодействие нейтрона с нейтроном не учитывается (в кинетической теории газов, где столкновение частиц должно учитываться, уравнение Больцмана включает нелинейный член);
- 4) запаздывающие нейтроны не принимаются во внимание.

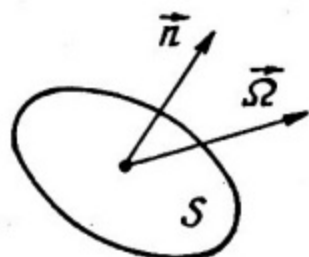
#### 1.4. Граничные условия

Уравнение переноса (1.11), будучи дифференциальным по пространственным координатам, требует задания граничных условий.

Рассмотрим сначала границу раздела двух однородных сред (зон blankets). Все макросечения и другие функции свойств среды терпят разрыв на поверхности раздела. Число нейтронов при пересечении такой границы не меняется, т.е. функция  $\varphi(r, \Omega, E)$  должна быть непрерывной.

Теперь рассмотрим внутреннюю  $R_1$  и внешнюю  $R_2$  границы blankets. Если внешняя сторона blankets выпуклая и граничит с вакуумом, то при отсутствии снаружи источников нейтронов, нейтроны из пустоты в blankets не поступают. Следовательно,

нейтроны, имеющие направление полета  $\Omega$ , такое, что скалярное произведение  $\mathbf{n} \cdot \Omega > 0$ , будут вылетать наружу, а  $\mathbf{n} \cdot \Omega < 0$  - лететь в направлении внутрь, где  $\mathbf{n}$  - единичный вектор внешней нормали к поверхности blankets в точках с координатами  $R_2$  (рис. 1.3).



Требование отсутствия входящих извне нейтронов для всех точек  $R_2$  на внешней выпуклой поверхности имеет вид :

$$\varphi (R_2, \Omega, E) = 0, \text{ если } \mathbf{n} \cdot \Omega < 0. \quad (1.12)$$

Рис. 1.3. Единичный вектор нормали к элементу  $S$  поверхности blankets

При формулировке граничного условия на внутренней границе blankets  $R_1$  необходимо учесть два обстоятельства.

Во-первых, через эту поверхность внутрь blankets поступают термоядерные нейтроны из плазмы. Условие и энергетическое распределение этих нейтронов зависит от типа термоядерного реактора и геометрии blankets. Так, в случае токамака разреженная плазма, занимающая практически весь объем термоядерной камеры, является объемным источником моноэнергетических нейтронов. В данную точку  $R_1$  внутренней поверхности blankets попадают практически с равной вероятностью нейтроны из любой точки плазменного объема, т.е. с любым вектором  $\Omega$ . Поэтому внутреннюю поверхность blankets токамака можно рассматривать как изотропный поверхностный источник моноэнергетических нейтронов:

$$\varphi (R_1, \Omega, E) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \delta (E - E_1). \quad (1.13)$$

Здесь  $\delta(E - E_1)$  - дельта-функция Дирака от энергии нейтрона;  $E_1 = 14,06$  МэВ - энергия термоядерного нейтрона;  $\Phi_{\text{тяр}}$  - плотность потока термоядерных нейтронов на первую стенку blankets, нейтр./ $(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ , т.е. число термоядерных нейтронов, пересекающих единичную площадь внутренней поверхности blankets (первой стенки) за единицу времени в телесный угол  $2\pi$ .

Функция (1.13) нормируется на поток термоядерных нейтронов:

$$\int_{2\pi} d\Omega \int_{E=0}^{\infty} \varphi (R_1, \Omega, E) dE =$$

$$= \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^1 d\mu \int_0^{\infty} dE \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \delta (E - E_1) = \Phi_{\text{тяр}} . \quad (1.14)$$

В случае лазерных ТЯР взрывающаяся термоядерная мишень является практически точечным изотропным источником нейтронов для blankets, удаленного от мишени на расстояние более 1 м. В процессе термоядерного горения сверхплотной мишени часть нейтронов может испытать рассеяние на ядрах мишени. Поэтому, строго говоря, спектр нейтронов, вылетающих из термоядерной мишени, может несколько отличаться от моноэнергетического. В наших расчетах этим различием будем пренебрегать.

Таким образом, в лазерных ТЯР, в отличие от токамаков, внутреннюю поверхность blankets можно рассматривать как источник моноэнергетических однонаправленных нейтронов, движущихся вдоль радиуса с центром в мишени:

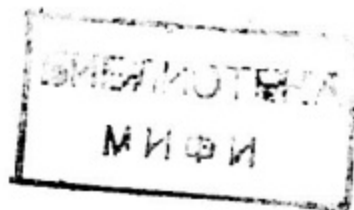
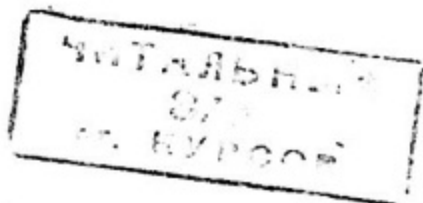
$$\varphi (R_1, \Omega, E) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \delta (E - E_1) \delta (\mu - 1) . \quad (1.15)$$

Здесь  $\delta (\mu - 1)$  - дельта-функция Дирака от косинуса угла, отсчитываемого от направления радиуса-вектора, проведенного из центра мишени.

Функция (1.15), как и (1.13), нормирована на поток  $\Phi_{\text{тяр}}$  термоядерных нейтронов:

$$\int_0^{2\pi} d\psi \int_0^1 d\mu \int_0^{\infty} dE \varphi (R_1, \Omega, E) = \Phi_{\text{тяр}} .$$

Во-вторых, нейтроны, рассеянные или родившиеся в blankets и вылетающие из него в сторону плазмы, в отличие от нейтронов, вылетающих через внешнюю выпуклую границу blankets (защиты)  $R_2$ , не являются потерянными: они влетают в blankets в другом месте, т.е. если поверхность  $R_1$  вогнута так, что луч, совпадающий



с вектором  $\Omega$ , дважды пересекает область, занятую бланкетом, то в этих точках  $P$  и  $P'$  следует положить:

$$\varphi(R_{1P}, \Omega, E) = \varphi(R_{1P'}, \Omega, E) .$$

В условиях симметрии конструкции реактора в каждой точке внутренней вогнутой поверхности бланкета (первой стенки)  $R_1$  потоки нейтронов с энергией  $E < E'$  из бланкета и в бланкет можно считать одинаковыми, т.е. функцию распределения можно считать симметричной:

$$\varphi(R_1, \Omega, E) = \varphi(R_1, -\Omega, E) \text{ при } E < E_1 \quad (1.16)$$

(утечка нейтронов через технологические каналы и пустоты в бланкете не учитывается).

Так как термоядерные нейтроны также могут рассеиваться назад ( $\mu < 0$ ) без выхода из своей энергетической группы, условия (1.16) можно объединить с (1.13) и с (1.15):

- для бланкета с изотропным поверхностным источником

$$\varphi(R_1, \Omega, E) = \varphi(R_1, -\Omega, E) + \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \delta(E - E_1) ; \quad (1.17)$$

- для бланкета с точечным источником

$$\varphi(R_1, \Omega, E) = \varphi(R_1, -\Omega, E) + \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \delta(E - E_1) \delta(\mu - 1) . \quad (1.18)$$

## УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ В ОДНОМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Уравнение переноса (1.11) достаточно сложное, и решения его в явном аналитическом виде не существует. При анализе простых геометрий blankets, обладающих свойствами симметрии, можно избавиться от некоторых пространственных и угловых переменных. Ниже будут рассмотрены две типичные геометрии многослойных blankets: плоская и сферическая.

### 2.1. Плоская геометрия

Геометрия blankets определяет конкретное выражение для величины  $\Omega \nabla \varphi$ , которая описывает растечку нейтронов в среде. Эта величина есть пространственная производная от  $\varphi$  в направлении  $\Omega$ . Выберем направление оси  $z$  полярной системы координат (см. рис. 1.1) перпендикулярно первой стенке плоского blankets внутрь его так, чтобы плоскость  $z = 0$  была внутренней границей blankets (первой стенки). Учитывая, что

$$\Omega = \sin\theta \cdot \cos\psi \cdot i + \sin\theta \cdot \sin\psi \cdot j + \cos\theta \cdot k ,$$

$$\nabla \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot i + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot j + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot k ,$$

и полагая, что функция распределения нейтронов не зависит от поперечных координат  $(x, y)$  и от азимутального угла  $\psi$ , получим для плоской геометрии:

$$\Omega \nabla \varphi (r, \Omega, E) = \mu \frac{\partial \varphi (z, \mu, E)}{\partial z} \dots$$

В условиях азимутальной симметрии плоской геометрии в уравнении переноса (1.12) можно провести интегрирование по  $\psi'$  от 0 до  $2\pi$  в интегралах рассеяния и деления. В итоге кинетическое уравнение переноса нейтронов в плоском blankets принимает вид:

$$\mu \frac{\partial \varphi(z, \mu, E)}{\partial z} + \Sigma(z, E) \varphi(z, \mu, E) = F(z, E) + \int_{-1}^1 d\mu' \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(z; \mu', E' \rightarrow \mu, E) \varphi(z, \mu', E'), \quad (2.1)$$

где обозначено в соответствии с (1.7) :

$$F(z, E) = \frac{\chi(E)}{2} \int_0^{\infty} dE' \nu_f(z, E') \Sigma_f(z, E') \int_{-1}^1 \varphi(z, \mu', E') d\mu'; \quad (2.2)$$

$$\Sigma_s(z; \mu', E' \rightarrow \mu, E) = \int_0^{2\pi} \Sigma_s(z', \mu_0; E' \rightarrow E) d\psi' = \Sigma_e(z, E') \int_0^{2\pi} \omega_e(z, \mu_0; E' \rightarrow E) d\psi' + 2\pi \Sigma_{is}(z; E' \rightarrow E). \quad (2.3)$$

Условие нормировки новой индикатрисы упругого рассеяния:

$$\int_{-1}^1 d\mu \int_0^{\infty} dE \omega_e(z; \mu', E' \rightarrow \mu, E) = 1. \quad (2.4)$$

Важно отметить, что функция источника нейтронов деления (2.2) не зависит от  $\mu$ .

Граничные условия для уравнения переноса (2.1):

- на внутренней границе blankets  $z_1=0$  согласно (1.17)

$$\varphi(0, \mu, E) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \delta(E - E_1) + \varphi(0, -\mu, E); \quad (2.5)$$

- на внешней границе blankets  $z = z_2$  согласно (1.12)

$$\varphi(z_2, \mu, E) = 0 \quad \text{при } \mu < 0; \quad (2.6)$$

- на границе раздела двух разнородных слоев blankets

$$\varphi(z-0, \mu, E) = \varphi(z+0, \mu, E). \quad (2.7)$$

Плоская геометрия blankets с изотропным источником термоядерных нейтронов является хорошим приближением для blankets токамака с большими размерами плазменной камеры.

## 2.2. Сферическая геометрия

В сферически симметричном blanketе полярный (широтный) угол  $\theta$  вектора  $\Omega$  удобно отсчитывать от продолжения радиуса-вектора рассматриваемой точки  $M$ , проведенного из центра координатной системы (рис. 2.1).

В силу сферической симметрии нейтронный поток будет функцией только  $r$  и  $\theta$ . Так как нейтроны движутся от столкновения до столкновения с постоянным  $\Omega$ , значение  $\mu$  изменяется с ростом  $r$  от  $\cos \theta$  до  $\cos \theta'$  (рис. 2.1). Поэтому:

$$\Omega \nabla \varphi(r, \mu) = \frac{\partial \varphi(r, \mu)}{\partial S} =$$

$$= \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial S} + \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial S}.$$

Но

$$\frac{dr}{dS} = \cos \theta = \mu;$$

$$\frac{d\mu}{dS} = \frac{d \cos \theta}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dS} =$$

$$= -\sin \theta \left( -\frac{\sin \theta}{r} \right) = \frac{1 - \mu^2}{r}.$$

Следовательно:

$$\Omega \nabla \varphi = \mu \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1 - \mu^2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \mu}. \quad (2.8)$$

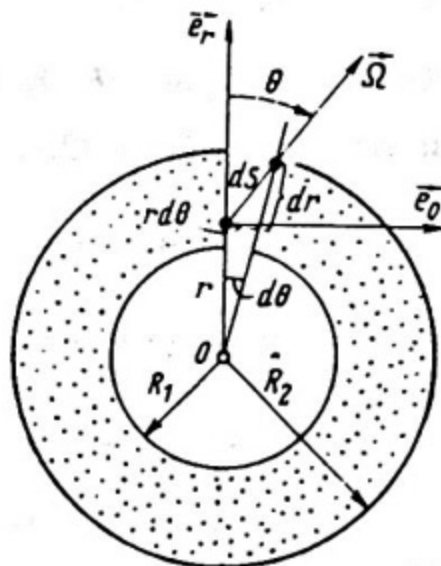


Рис. 2.1. Координаты для описания положения нейтрона и направления его движения в сферически симметричном blanketе

Так как распределение нейтронов в сферической геометрии, как и в плоской, имеет азимутальную (относительно  $r$ ) симметрию, то из уравнения переноса (1.11) после интегрирования по  $\psi'$  от 0 до  $2\pi$  в интегралах рассеяния и деления получим кинетическое уравнение переноса нейтронов в сферической геометрии:

$$\begin{aligned} & \mu \frac{\partial \varphi(r, \mu, E)}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial \varphi(r, \mu, E)}{\partial \mu} + \\ & + \Sigma(r, E) \varphi(r, \mu, E) = F(r, E) + \\ & + \int_{-1}^1 d\mu' \int_E^{\infty} dE' \varphi(r, \mu', E') \Sigma_s(r; \mu', E' \rightarrow \mu, E). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Здесь функции  $F(r, E)$  и  $\Sigma_s(r; \mu', E' \rightarrow \mu, E)$  определяются аналогично (2.2) - (2.4).

Граничные условия для уравнения переноса (2.9):

- на внутренней границе blankets  $r = R_1$  согласно (1.18):

$$\varphi(R_1, \mu, E) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \delta(E - E_1) \delta(\mu - 1) + \varphi(R_1, -\mu, E); \quad (2.10)$$

- на внешней границе blankets  $r = R_2$  согласно (1.12):

$$\varphi(R_2, \mu, E) = 0 \quad \text{при } \mu < 0; \quad (2.11)$$

- на границе раздела двух разнородных сферических слоев:

$$\varphi(r-0, \mu, E) = \varphi(r+0, \mu, E). \quad (2.12)$$

Рассмотренная сферическая геометрия blankets с радиально направленным потоком термоядерных нейтронов является хорошим приближением для blankets инерциальных ТЯР с малым размером мишени и с конструкцией реактора, близкой с сферически симметричной.

### 2.3. Угловая зависимость индикатрисы рассеяния нейтронов

В однородных и изотропных средах индикатриса рассеяния, как отмечалось, не зависит от каждого из векторов  $\Omega'$  и  $\Omega$  в отдельности, а только от косинуса угла между ними  $\mu_0$ . Более того, при выводе уравнений переноса в плоской и сферической геометриях сделано предположение, что индикатриса упругого рассеяния (2.3) зависит только от  $\mu$  и  $\mu'$ .

Для определения и дальнейшего преобразования этой зависимости воспользуемся разложением исходной индикатрисы упругого рассеяния  $\omega_e(r, \mu_0; E' \rightarrow E)$  в ряд по полиномам Лежандра, удобными для задач с азимутальной симметрией [3-7]:

$$\omega_e(r, \mu_0; E' \rightarrow E) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} \omega_{el}(r; E' \rightarrow E) \cdot P_l(\mu_0) \quad (2.13)$$

Здесь  $\omega_{el}(r, \mu_0; E' \rightarrow E)$  - коэффициенты разложения индикатрисы в ряд по полиномам Лежандра.

Если бы зависимость  $\omega_e$  от  $\mu_0$  была известна, то коэффициенты  $\omega_{el}$  можно было бы определить по стандартной формуле:

$$\omega_{el} = \int_{-1}^1 \omega_e(\mu_0) P_l(\mu_0) d\mu_0.$$

Полиномы Лежандра можно определить по формуле Родрига:

$$P_n(\mu) = \frac{1}{2^n n!} \left( \frac{d}{d\mu} \right)^n (\mu^2 - 1)^n.$$

Несколько первых, наиболее часто используемых, полиномов равны:

$$\begin{aligned}
P_0(\mu) &= 1; \\
P_1(\mu) &= \mu; \\
P_2(\mu) &= \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1); \\
P_3(\mu) &= \frac{1}{2}(5\mu^3 - 3\mu); \\
P_4(\mu) &= \frac{1}{8}(35\mu^4 - 30\mu^2 + 3); \\
P_5(\mu) &= \frac{1}{8}(63\mu^5 - 70\mu^3 + 15\mu)
\end{aligned}$$

Полиномы Лежандра образуют полную систему ортогональных функций, так как удовлетворяют соотношению ортогональности:

$$\int_{-1}^1 P_m(\mu) P_n(\mu) d\mu = \frac{2}{2n+1} \delta_{mn},$$

где  $\delta_{mn}$  - символ Кронекера, равный 1 при  $m = n$  и нулю при  $m \neq n$ .

Подставляя ряд (2.13) в определение индикатрисы (2.3), получим:

$$\begin{aligned}
\omega_e(z; \mu', E' \rightarrow \mu, E) &= \\
&= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} \omega_{el}(z; E' \rightarrow E) \int_0^{2\pi} P_l(\mu_0) d\psi'. \quad (2.15)
\end{aligned}$$

Чтобы провести интегрирование в этом выражении, воспользуемся теоремой сложения для полиномов Лежандра [3,11,12]

$$\begin{aligned}
P_n(\mu_0) &= P_n(\mu) P_n(\mu') + \\
&+ 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\mu) P_n^m(\mu') \cos [m(\psi - \psi')]. \quad (2.16)
\end{aligned}$$

Здесь  $P_n^m(\mu)$  - присоединенные полиномы Лежандра, образующие полную систему ортогональных функций. Подстановка выражения

(2.16) в интеграл (2.15) дает окончательно выражение для угловой зависимости индикатрисы упругого рассеяния:

$$\begin{aligned} & \omega_e(z; \mu', E' \rightarrow \mu, E) = \\ & = 2\pi \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} \omega_{el}(z; E' \rightarrow E) P_l(\mu') P_l(\mu). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Здесь учтено, что при интегрировании  $\cos [m(\psi - \psi')]$  по  $\psi'$  от 0 до  $2\pi$  получается нуль. В (2.17) согласно [10] будем ограничиваться шестью членами (учет анизотропии до пятого порядка, что эквивалентно  $P_5$  - приближению метода сферических гармоник - см. п. 5.1).

---

## МНОГОГРУППОВОЕ УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ В БЛАНКЕТЕ ТЯР

Сложная зависимость ядерных сечений и, следовательно, скоростей различных процессов взаимодействия нейтрон - ядро от энергии налетающего нейтрона может быть учтена в многогрупповом приближении уравнения переноса при разбиении всей энергетической области на некоторое число интервалов (групп), внутри которых детальные зависимости сечений заменяются средними значениями.

### 3.1. Энергетические группы

Представляющая интерес для ТЯР энергетическая область от энергии  $E_{\text{макс}} = 14,5$  МэВ до энергии теплового движения нейтрона при комнатной температуре ( $E_T = 0,0253$  эВ), делится на конечное число интервалов (в данном случае на 28 интервалов, см. табл.3.1), разделенных энергиями  $E_j$ , где  $j = 1, 2, \dots, 28$ , как показано на рис.3.1.

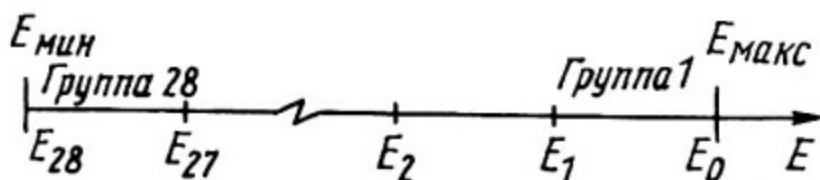


Рис. 3.1. Разбиение энергетического интервала на группы

Каждый энергетический интервал  $\Delta E_j = [E_j, E_{j-1}] = E_{j-1} - E_j$  называется группой, и номер группе присваивается по значению  $j$  на границе с меньшей энергией (на нижней границе группы). Порядок нумерации групп таков, что при возрастании номера группы энергия уменьшается, т.е.  $E_j > E_{j+1}$ . Следовательно, термоядерный нейтрон, относящийся к группе 1, в процессе замедления может перейти из группы 1 в группу 2, из группы 2 в группу 3 и т.д. или в общем случае из группы  $j$  в группу  $j + k$ , где  $k = 1, 2, \dots$

В табл. 3.1 границы групп полностью совпадают с границами, принятыми в системе групповых констант БНАБ [10]. Разница заключается в нумерации групп: в [10] высшая по энергии (термоядерная) группа имеет номер  $j = -1$ , а группа тепловых

нейтронов  $j = 26$ . В учебном пособии применяется более привычная система нумерации:  $j = 1 \div 28$ .

Т а б л и ц а 3.1

Разбиение энергии нейтронов в blankets ТЯР на группы

$j$	Верхняя граница	Нижняя граница	$j$	Верхняя граница	Нижняя граница
1	14,5 МэВ	14,0 МэВ	15	4,65 кэВ	2,15 кэВ
2	14,0 МэВ	10,5 МэВ	16	2,15 кэВ	1,00 кэВ
3	10,5 МэВ	6,5 МэВ	17	1,00 кэВ	465 эВ
4	6,5 МэВ	4,0 МэВ	18	465 эВ	215 эВ
5	4,0 МэВ	2,5 МэВ	19	215 эВ	100 эВ
6	2,5 МэВ	1,4 МэВ	20	100 эВ	46,5 эВ
7	1,4 МэВ	0,8 МэВ	21	46,5 эВ	21,5 эВ
8	0,8 МэВ	0,4 МэВ	22	21,5 эВ	10,0 эВ
9	0,4 МэВ	0,2 МэВ	23	10,0 эВ	4,65 эВ
10	0,2 МэВ	0,1 МэВ	24	4,65 эВ	2,15 эВ
11	0,1 МэВ	46,5 кэВ	25	2,15 эВ	1,00 эВ
12	46,5 кэВ	21,5 кэВ	26	1,00 эВ	0,465 эВ
13	21,5 кэВ	10,0 кэВ	27	0,465 эВ	0,215 эВ
14	10,0 кэВ	4,65 кэВ	28	0,215 эВ	0,0253 эВ

Важно отметить, что использование 28-групповой системы констант БНАБ может давать заметную погрешность в решении термоядерных задач из-за малого количества групп (3) в диапазоне 6,5 - 14,5 МэВ, где резко изменяются сечения ряда пороговых реакций (рис. 3.2). Однако увеличение числа энергетических групп и определение новых групповых констант вызывает резкое увеличение затрат машинного времени.

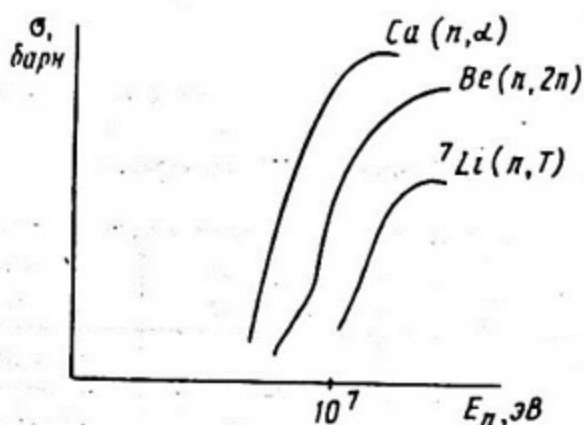


Рис. 3.2. Зависимость сечения пороговых реакций от энергии нейтронов

### 3.2. Многогрупповая система кинетических уравнений переноса нейтронов

В каждой энергетической группе  $j$  сечение любой ядерной реакции  $(n, q)$  в данной точке  $r$  принимается постоянным и равным  $\Sigma_{q}^j(r)$ . Наряду с групповыми сечениями вводятся групповые плотности потока нейтронов, нейтр./ $(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{ср})$ :

$$\varphi_j(r, \Omega) = \int_{E_j}^{E_{j-1}} \varphi(r, \Omega, E) dE, \quad E_j < E_{j-1}. \quad (3.1)$$

Соответственно, интегрирование по области энергий, охватывающей несколько групп, заменяется суммированием, например:

$$\int_0^{\infty} \varphi(E) dE = \sum_{j=1}^{28} \int_{E_j}^{E_{j-1}} \varphi(E) dE = \sum_{j=1}^{28} \varphi_j;$$

$$\int_{E_j}^{\infty} \varphi(E') dE' = \sum_{g=1}^j \int_{E_g}^{E_{g-1}} \varphi(E') dE' = \sum_{g=1}^j \varphi_g.$$

Проинтегрировав уравнение переноса (2.1) и (2.8) по энергии нейтрона  $E$  в пределах  $j$ -ой группы и заменив интегрирование по

$E'$  в интегралах рассеяния и деления суммированием по группам  $g$ , получим групповые уравнения переноса нейтронов для плоской и сферической геометрий:

- плоская геометрия

$$\mu \frac{\partial \varphi_j(z, \mu)}{\partial z} + \Sigma^j(z) \varphi_j(z, \mu) = S_j(z, \mu) + F_j(z); \quad (3.2)$$

- сферическая геометрия

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \varphi_j(r, \mu)}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial \varphi_j(r, \mu)}{\partial \mu} + \\ + \Sigma^j(r) \varphi_j(r, \mu) = S_j(r, \mu) + F_j(r); \end{aligned} \quad (3.3)$$

В этих уравнениях обозначено:

$$F_j(z) = \frac{\chi_j}{2} \sum_{g=1}^{28} \nu_f^g(z) \Sigma_f^g(z) \int_{-1}^1 \varphi_g(z, \mu') d\mu' \quad (3.4)$$

- групповой источник нейтронов деления, не зависящий от  $\mu$ ;

$$\chi_j = \int_{E_j}^{E_{j-1}} \chi(E) dE \quad (3.5)$$

- групповая доля нейтронов деления;

$$S_j(z, \mu) = \sum_{g=1}^j \int_{-1}^1 d\mu' \varphi_g(z, \mu') \cdot \quad (3.6)$$

$$\cdot \left[ \Sigma_c^g(z) \omega_c^{gj}(z; \mu' - \mu) + \frac{1}{2} \Sigma_{in}^{gj}(z) \right]$$

- групповой источник нейтронов рассеяния, в котором согласно (2.17)

$$\begin{aligned}
\omega_e^{gj}(z; \mu' \rightarrow \mu) &= \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE' \int_{E_j}^{E_{j-1}} \omega_e(z; \mu', E' \rightarrow \mu, E) dE = \\
&= 2\pi \sum_{l=0}^5 \frac{2l+1}{2} P_l(\mu) P_l(\mu') \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE' \int_{E_j}^{E_{j-1}} \omega_{el}(z; E' \rightarrow E) dE = \\
&= 2\pi \sum_{l=0}^5 \frac{2l+1}{2} \omega_{el}^{gj}(z) P_l(\mu) P_l(\mu') \quad (3.7)
\end{aligned}$$

- матрица индикатрисы рассеяния из группы  $g$  в группу  $j$ , в том числе и из группы  $j$  в ту же группу  $j$ ;

$$\omega_{el}^{gj}(z) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE' \int_{E_j}^{E_{j-1}} \omega_{el}(z; E' \rightarrow E) dE \quad (3.8)$$

- матрица угловых моментов (коэффициентов разложения по полиномам Лежандра) индикатрисы упругого рассеяния;

$$\Sigma_{is}^{gj}(z) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE' \int_{E_j}^{E_{j-1}} \Sigma_{is}(z, E') g_{is}(z; E' \rightarrow E) dE \quad (3.9)$$

- матрица макросечений межгрупповых переходов из группы  $g$  в группу  $j$  при неупругом рассеянии, включая реакции  $(n, 2n)$  и  $(n, 3n)$  в соответствии с (1.7E). Величины  $\omega_{el}^{gi}$  и  $\Sigma_{is}^{gj}$  приводятся в таблицах групповых констант (см. гл.6).

Замена  $z$  на  $r$  в выражениях (3.4) - (3.9) дает соответствующие члены для уравнения переноса в сферической геометрии.

Граничные условия (2.5) - (2.7) для плоского blankets:

$$\varphi_j(0, \mu) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \delta_{1j} + \varphi_j(0, -\mu), \quad \mu \geq 0; \quad (3.10)$$

$$\varphi_j(z_2, \mu) = 0, \quad \mu < 0. \quad (3.11)$$

Здесь  $\delta_{1j}$  - символ Кронекера, равный 1 при  $j = 1$  и нулю в остальных случаях.

Граничные условия (2.10) - (2.12) для blankets в виде сферического слоя:

$$\varphi_j(R_1, \mu) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \delta(\mu-1) \delta_{1j} + \varphi_j(R_1, -\mu), \mu \geq 0; \quad (3.12)$$

$$\varphi_j(R_2, \mu) = 0, \mu < 0. \quad (3.13)$$

### 3.3. Пространственное распределение нерассеянных термоядерных нейтронов в плоском blanketе

В blanketе ТЯР нет источников нейтронов с энергией, равной или превышающей энергию термоядерных нейтронов в DT-плазме  $E_1 = 14,06$  МэВ. Попадающие в blanket из плазмы термоядерные нейтроны с энергией  $E_1$  исчезают из рассмотрения при каждом столкновении с ядрами вещества. Поэтому в так называемом односкоростном уравнении переноса нерассеянных термоядерных нейтронов ( $j = 1$ ) отсутствует источниковый член  $Q$  (см.(1.8)). Соответственно равны нулю правые части уравнения переноса термоядерных нейтронов в плоской (3.2) и в сферической (3.3) геометриях. В этих случаях можно получить аналитическое решение уравнений переноса.

Для плоского blanketа имеем (индексы группы опускаем для упрощения записей):

$$\mu \frac{\partial \varphi(z, \mu)}{\partial z} + \Sigma(z) \varphi(z, \mu) = 0. \quad (3.14)$$

Граничные условия согласно (3.10), (3.11) при изотропном источнике термоядерных нейтронов на границе  $z = 0$ :

$$\varphi(0, \mu > 0) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi}; \quad (3.15)$$

$$\varphi(0, \mu \leq 0) = 0; \quad (3.16)$$

$$\varphi(z_2, \mu \leq 0) = 0. \quad (3.17)$$

Из условий (3.16), (3.17) следует, что всюду в blanketе

$$\varphi(z, \mu \leq 0) = 0, \quad (3.18)$$

т.е. нерассеянные термоядерные нейтроны летят только вперед, а уравнение (3.14) справедливо для  $\mu \geq 0$ .

Введем новую переменную:

$$\xi(z) = \int_0^z \Sigma(z) dz, \quad d\xi = \Sigma(z) dz. \quad (3.19)$$

Тогда уравнение переноса (3.16) примет вид:

$$\frac{\partial \varphi(\xi, \mu)}{\partial \xi} = -\frac{\varphi(\xi, \mu)}{\mu}. \quad (3.20)$$

Его решение методом разделения переменных с учетом граничного условия (3.15) имеет вид экспоненты:

$$\varphi(z, \mu \geq 0) = \frac{\Phi_{\text{мяр}}}{2\pi} \cdot \exp\left[-\frac{z\bar{\Sigma}}{\mu}\right], \quad (3.21)$$

где обозначено:

$$\bar{\Sigma} = \frac{1}{z} \int_0^z \Sigma(z) dz \quad (3.22)$$

- средняя на толщине  $z$  величина полного макросечения термоядерных нейтронов.

Для однородного по составу blankets величина  $\bar{\Sigma}$  совпадает с полным макросечением для данной среды. Так, для blankets из чистого жидкометаллического лития, состоящего из естественной смеси изотопов 7,5%  ${}^6\text{Li}$  + 92,5%  ${}^7\text{Li}$  при комнатной температуре имеем [10,11]:

$$\begin{aligned} \rho &= 531 \text{ кг/м}^3; \\ \sigma_1(6) &= 1,4129 \text{ барн}; \\ \sigma_1(7) &= 1,445 \text{ барн}; \\ N_6 &= 0,346 \cdot 10^{28} \text{ 1/м}^3; \\ N_7 &= 4,270 \cdot 10^{28} \text{ 1/м}^3; \\ \Sigma &= N_6\sigma_1(6) + N_7\sigma_1(7) = 0,491 + 6,17 = 6,661 \text{ 1/м}. \end{aligned}$$

Согласно (3.21) и (3.22) наибольшей длиной пробега (в направлении оси  $z$ )  $1/\Sigma = 0,15$  м обладают нейтроны, влетевшие в бланкет перпендикулярно поверхности первой стенки ( $\mu = 1$ ), как показано на рисунке 3.3.

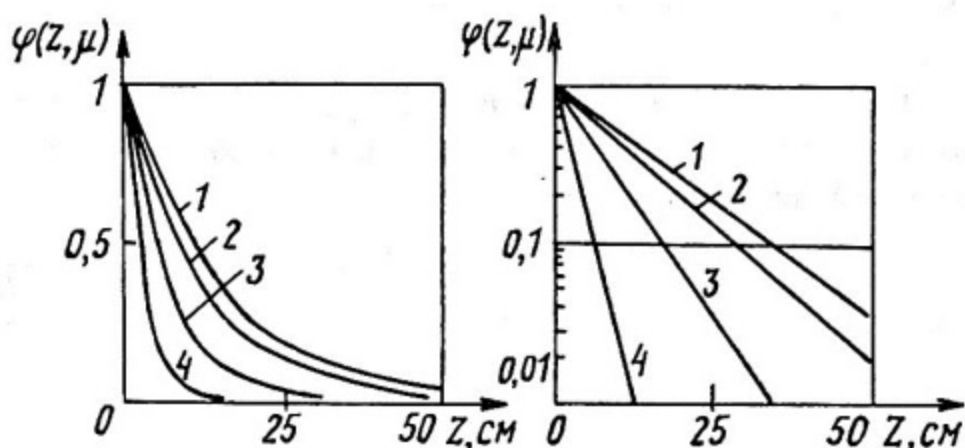


Рис. 3.3. Ослабление потока нерассеянных термоядерных нейтронов по мере их проникновения в плоский бланкет из природного лития в зависимости от угла падения на первую стенку. Результаты расчета по формуле (3.21) приведены в линейных и полулогарифмических координатах:

1 -  $\mu = 1$  ( $\theta = 0^\circ$ ); 2 - 0,866 ( $30^\circ$ ); 3 - 0,5 ( $60^\circ$ ); 4 - 0,174 ( $80^\circ$ )

### 3.4. Пространственное распределение нерассеянных термоядерных нейтронов в сферическом бланкете

Согласно граничному условию (3.13) поток термоядерных нейтронов в бланкет из изотропного точечного источника (мишени) дает анизотропную функцию распределения нерассеянных нейтронов  $\varphi(r, \mu = 1)$ , равную нулю при всех  $\mu$  за исключением  $\mu = 1$ , так как все нерассеянные нейтроны движутся по направлению радиальных лучей. В этом случае  $\varphi(r, \mu = 1)$  удобно выразить через плотность потока термоядерных нейтронов:

$$\Phi(r) = 2\pi \int_{-1}^1 \varphi(r, \mu) d\mu,$$

т.е. через число нейтронов, пересекающих за 1 с единичную площадку на поверхности сферы  $r = \text{const}$  по нормали к этой поверхности, нейтрон/( $\text{м}^2 \cdot \text{с}$ ):

$$\varphi(r, \mu) = \frac{\Phi(r)}{2\pi} \delta(\mu - 1). \quad (3.23)$$

Для того чтобы перейти в уравнении переноса (2.9) от  $\varphi(r, \mu)$  к  $\Phi(r)$ , преобразуем первые два члена этого уравнения к дивергентной форме [3]:

$$\mu \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1 - \mu^2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = \frac{\mu}{r^2} \frac{\partial (r^2 \varphi)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial [(1 - \mu^2) \varphi]}{\partial \mu}.$$

Подставляя это выражение в уравнение переноса (2.9) и заменяя  $\varphi$  выражением (3.23), после интегрирования по  $\mu$  с учетом свойств  $\delta$ -функции получаем уравнение радиального переноса нерассеянных термоядерных нейтронов в сферическом blankets:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d[r^2 \Phi(r)]}{dr} + \Sigma(r) \Phi(r) = 0. \quad (3.24)$$

Решение этого уравнения с учетом граничного условия (3.12) имеет вид экспоненты:

$$\Phi(r) = \Phi_{\text{тяр}} \left( \frac{R_1}{r} \right)^2 \exp(-z\bar{\Sigma}), \quad (3.25)$$

где обозначено ( $r \geq R_1$ ):

$$z = r - R_1; \quad \bar{\Sigma} = \frac{1}{z} \int_{R_1}^r \Sigma(r) dr = \frac{1}{z} \int_0^z \Sigma(z) dz.$$

Таким образом, пространственно-угловое распределение нерассеянных термоядерных нейтронов в сферическом blankets при точечном источнике нейтронов можно согласно (3.23) и (3.24) получить в виде:

$$\varphi(r, \mu) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \left( \frac{R_1}{r} \right)^2 \exp(-z\bar{\Sigma}) \delta(\mu - 1) \dots \quad (3.26)$$

Если толщина blankets  $R_2 - R_1$  много меньше его внутреннего радиуса  $R_1$ , то предэкспоненциальный множитель  $(R_1/r)$  в (3.26) мало отличается от 1. В этом случае решение (3.26) описывает пространственно-угловое распределение нерассеянных термоядерных нейтронов в плоском blankets с мононаправленным поверхностным источником нейтронов.

Важно отметить, что решения (3.21) в плоском blankets и (3.26) в сферическом описывают распределение только нерассеянных термоядерных нейтронов, т.е. не испытавших ни одного взаимодействия с ядрами среды. Действительное распределение группы термоядерных нейтронов ( $j = 1$ ) отличается от (3.21) или (3.26), так как существует упругое рассеяние нейтронов в пределах энергетической группы  $j = 1$ , которое не выводит нейтрон из рассмотрения в данной группе, но изменяет направление его движения относительно оси  $z$ . Учет упругого рассеяния термоядерных нейтронов в пределах 1-й энергетической группы приводит к появлению нейтронов, летящих назад, т.е. с  $\mu < 0$ .

## МЕТОД КАРЛСОНА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ

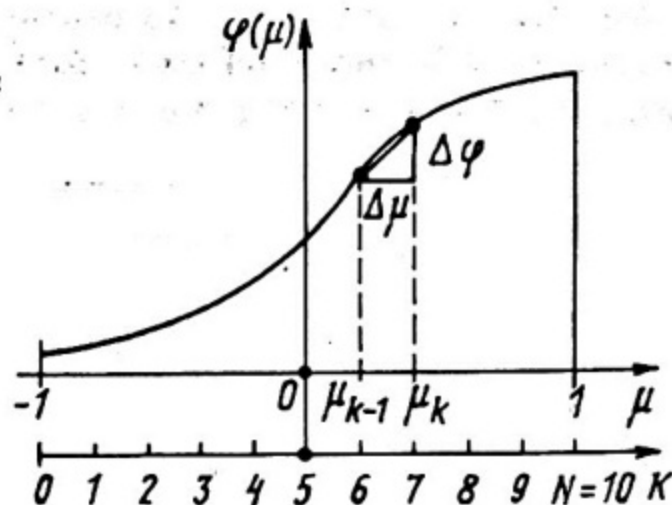
### 4.1. Исходные положения метода Карлсона

Метод Б. Карлсона, называемый также  $S_N$  - методом, разработан для приближенного численного решения уравнения переноса нейтронов. Метод Карлсона заключается в том, что весь интервал по  $\mu \in [-1, 1]$ , имеющий длину 2, разбивается на  $N$  равных четных частей  $[\mu_{k-1}, \mu_k]$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  или сегментов (Segment  $N$ , отсюда название  $S_N$  метода) шириной

$$\Delta\mu = \mu_k - \mu_{k-1} = 2/N. \quad (4.1)$$

Число разбиений  $N$  выбирается четным, чтобы число сегментов с  $\mu < 0$  равнялось числу сегментов с  $\mu > 0$ . Это необходимо для сшивания потоков на границах blankets. В программном пакете КАРЛСОН  $N=10$ .

Рис. 4.1. Линейная аппроксимация функции  $\varphi(\mu)$  в интервале  $[\mu_{k-1}, \mu_k]$



Непрерывность функции распределения потока нейтронов по  $\mu$  обеспечивается линейной аппроксимацией в каждом интервале  $[\mu_{k-1}, \mu_k]$  согласно рис. 4.1:

$$\begin{aligned} \varphi(\mu) &= \varphi(\mu_{k-1}) + \frac{\Delta\varphi}{\Delta\mu} (\mu - \mu_{k-1}) = \\ &= \frac{N}{2} \left[ (\mu - \mu_{k-1}) \varphi(\mu_k) + (\mu_k - \mu) \varphi(\mu_{k-1}) \right]. \end{aligned} \quad (4.2)$$

В дальнейшем будем обозначать любую функцию  $f(\mu)$  на границах интервалов в виде  $f_k = f(\mu_k)$ , а среднее значение этой функции в интервале  $[\mu_{k-1}, \mu_k]$  в виде:

$$\langle f(\mu) \rangle_k = \frac{1}{\Delta\mu} \int_{\mu_{k-1}}^{\mu_k} f(\mu) d\mu = \frac{N}{2} \int_{\mu_{k-1}}^{\mu_k} f(\mu) d\mu. \quad (4.3)$$

В частности, имеем :

$$\langle \varphi(\mu) \rangle_k = \frac{1}{2} (\varphi_k + \varphi_{k-1}); \quad (4.4)$$

$$\langle \mu\varphi(\mu) \rangle_k = \frac{1}{6} [(2\mu_k + \mu_{k-1})\varphi_k + (\mu_k + 2\mu_{k-1})\varphi_{k-1}] \quad (4.5)$$

и т.д. Интегрирование функции  $f(\mu)$  по  $\mu$  в области, включающей несколько интервалов  $[\mu_{k-1}, \mu_k]$ , заменяется суммированием. Например:

$$\int_{-1}^1 f(\mu) d\mu = \Delta\mu \sum_{k=1}^N \langle f(\mu) \rangle_k = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \langle f(\mu) \rangle_k. \quad (4.6)$$

Частная производная по  $\mu$  от функции распределения потока нейтронов с учетом (4.2) аппроксимируется отношением конечных разностей:

$$\frac{\partial \varphi(\mu)}{\partial \mu} = \frac{1}{\Delta\mu} (\varphi_k - \varphi_{k-1}) = \frac{N}{2} (\varphi_k - \varphi_{k-1}). \quad (4.7)$$

#### 4.2. Групповые уравнения переноса нейтронов по сегментам в сферической геометрии

Для иллюстрации метода Карлсона рассмотрим групповое уравнение переноса нейтронов в сферической геометрии:

$$\mu \frac{\partial \varphi_j}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial \varphi_j}{\partial \mu} + \Sigma^j \varphi_j = Q_j \quad (4.8)$$

с граничными условиями (3.13) - (3.15).

Усредняя члены уравнения (4.8) на интервале  $[\mu_{k-1}, \mu_k]$  по законам (4.1) - (4.7) и опуская для простоты номер группы  $j$ , получаем (см. [6], гл.13):

$$\left\langle \mu \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right\rangle_k = \frac{a_k}{2} \frac{\partial \varphi_k}{\partial r} + \frac{\bar{a}_k}{2} \frac{\partial \varphi_{k-1}}{\partial r}; \quad (4.9A)$$

$$\left\langle \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right\rangle_k = \frac{b_k}{2} \frac{\varphi_k - \varphi_{k-1}}{r}; \quad (4.9B)$$

$$\left\langle \Sigma \varphi \right\rangle_k = \frac{\Sigma}{2} (\varphi_k + \varphi_{k-1}); \quad (4.9B)$$

$$\left\langle Q \right\rangle_k = \frac{1}{2} (Q_k + Q_{k-1}). \quad (4.9Г)$$

Числовые коэффициенты имеют вид:

$$a_k = (2\mu_k + \mu_{k-1})/3; \quad (4.9Д)$$

$$\bar{a}_k = (\mu_k + 2\mu_{k-1})/3; \quad (4.9E)$$

$$b_k = N(3 - \mu_k^2 - \mu_k\mu_{k-1} - \mu_{k-1}^2)/3. \quad (4.9Ж)$$

Подстановка (4.9) в (4.8) дает систему из  $N = 10$  дифференциальных уравнений первого порядка по радиальной координате для нейтронов одной энергетической группы, движущихся в  $k = 1, 2, \dots, 10$  дискретных сегментах:

$$\left( a_k \frac{d}{dr} + \frac{b_k}{r} + \Sigma \right) \varphi_k + \left( \bar{a}_k \frac{d}{dr} - \frac{b_k}{r} + \Sigma \right) \varphi_{k-1} = Q_k + Q_{k-1}. \quad (4.10)$$

Чтобы система этих 10 уравнений для 11 функций  $\varphi = \varphi(\mu_k)$ , соответствующих 11 точкам разбиения интервала  $\mu \in [-1, 1]$ , была полной, необходимо добавить еще одно уравнение, которое получается из (4.8) при подстановке  $\mu = -1$ :

$$-\frac{d\varphi_0}{dr} + \Sigma \varphi_0 = Q_0. \quad (4.11)$$

Здесь  $\varphi_0 = \varphi(\mu_0 = -1)$ ,  $Q_0 = Q(\mu_0 = -1)$ .

Граничные условия (3.12), (3.13) в обозначениях п. 4.1 принимают вид:

- для группы термоядерных нейтронов ( $j = 1$ )

$$\varphi_k(R_1) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \frac{2}{\Delta\mu} \delta_{kN} + \varphi_{N-k}(R_1); \quad k=1, 2, \dots, N; \quad (4.12A)$$

$$\varphi_k(R_2) = 0 \quad \text{при } k \leq N/2 \quad (\mu_k < 0); \quad (4.12B)$$

- для остальных групп нейтронов ( $j > 1$ )

$$\varphi_k(R_1) = \varphi_{N-k}(R_1); \quad k = 1, 2, \dots, N; \quad (4.13A)$$

$$\varphi_k(R_2) = 0 \quad \text{при } k \leq N/2 \quad (\mu_k < 0); \quad (4.13B)$$

Функции источника в уравнениях (4.10), (4.11) для энергетической группы  $j$  согласно (3.4) и (3.6) имеют вид:

$$Q_{j,k}(r) = F_{j,k}(r) + S_{j,k}(r); \quad (4.14)$$

$$F_{j,k} = \frac{\chi_j}{4\pi} \sum_{g=1}^{28} \nu_f^g \Sigma_f^g \Phi_g; \quad (4.15)$$

$$\Phi_g(r) = 2\pi \int_{-1}^1 \varphi_g(r, \mu') d\mu' = 2\pi \sum_{m=1}^N \Delta\mu \frac{\varphi_{g,m} + \varphi_{g,m-1}}{2};$$

$$S_{j,k} = \frac{1}{4\pi} \sum_{g=1}^l \left\{ \Sigma_{is}^{g/j} \Phi_g(r) + \sum_{l=0}^5 \Sigma_{el}^{g/j} P_l(\mu_k) G_l^g \right\}, \quad (4.16)$$

где обозначено:

$$\Sigma_{el}^{g/j} = 4\pi \frac{2l+1}{2} \Sigma_e^g \omega_{el}^{g/j}; \quad (4.16A)$$

$$G_l^g = \int_{-1}^1 \varphi_g(\mu') P_l(\mu') d\mu' \approx \sum_{m=1}^N \frac{\varphi_{gm} P_l(\mu_m) + \varphi_{g,m-1} P_l(\mu_{m-1})}{2} \Delta\mu. \quad (4.16B)$$

### 4.3. Конечно-разностные уравнения переноса нейтронов в $S_N$ -приближении

Последний этап преобразования уравнения переноса - замена производных (от функции распределения нейтронов) по радиусу отношением конечных разностей. Для этого разделим бланкет на  $L$  слоев толщиной  $\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, L$ . Значение функции  $\varphi(r, \mu, E)$  в энергетической группе  $j$  на границе сегмента  $\mu_k$  в точках с координатой  $r_i$  будем для краткости обозначать  $\varphi(i, k, j)$ .

Проинтегрируем уравнения (4.10) и (4.11) по радиусу на отрезке  $[r_{i-1}, r_i]$ , используя приемы, аналогичные изложенным в п.4.1:

$$\int_{r_{i-1}}^{r_i} \frac{d\varphi(r)}{dr} dr = \varphi(i, k, j) - \varphi(i-1, k, j); \quad (4.18A)$$

$$\int_{r_{i-1}}^{r_i} \varphi(r) dr = \Delta r_i \frac{\varphi(i, k, j) + \varphi(i-1, k, j)}{2}; \quad (4.18B)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{2}{r_i + r_{i-1}}; \quad (4.18B)$$

В итоге, вместо дифференциальных уравнений (4.10) и (4.11) получим систему линейных алгебраических уравнений первого порядка:

$$A_{ik}\varphi(i, k, j) + B_{ik}\varphi(i-1, k, j) + \bar{A}_{ik}\varphi(i, k-1, j) + \bar{B}_{ik}\varphi(i-1, k-1, j) = \Delta r_i \bar{Q}(i, k, j); \quad (4.19)$$

$$A_{i0}\varphi(i, 0, j) + B_{i0}\varphi(i-1, 0, j) = \Delta r_i \bar{Q}(i, 0, j); \quad (4.20)$$

$$i = 1, 2, \dots, L; \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, 28.$$

Здесь обозначено:

$$A_{ik} = a_k + \beta_{ik} + \zeta_{ik}; \quad (4.21A)$$

$$B_{ik} = -a_k + \beta_{ik} + \zeta_{ik}; \quad (4.21Б)$$

$$\bar{A}_{ik} = \bar{a}_k - \beta_{ik} + \zeta_{ik}; \quad (4.21В)$$

$$\bar{B}_{ik} = -a_k - \beta_{ik} + \zeta_{ik}; \quad (4.21Г)$$

$$\beta_{ik} = \frac{b_k \Delta r_i}{r_i + r_{i-1}}; \quad (4.21Д)$$

$$\zeta_{ik} = \frac{1}{2} \Sigma (i, j) \Delta r_i; \quad (4.21Е)$$

$$\bar{Q}(i, k, j) = \frac{1}{2} \left[ Q(i, k, j) + Q(i-1, k, j) + \right. \\ \left. + Q(i, k-1, j) + Q(i-1, k-1, j) \right]. \quad (4.21Ж)$$

Граничные условия к уравнениям (4.19), (4.20):

$$\left. \begin{aligned} \varphi(0, N, 1) &= \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \frac{2}{\Delta\mu} \delta_{kN} + \varphi(0, N-k, 1), \quad k > N/2; \\ \varphi(0, k, j) &= \varphi(0, N-k, j), \quad k > N/2, \quad j \geq 2; \\ \varphi(L, k, j) &= 0, \quad k \leq N/2, \quad j \geq 1. \end{aligned} \right\} (4.22)$$

Для перехода к плоской геометрии бланкета достаточно положить в (4.21) коэффициенты  $\beta_{ik} = 0$ , что соответствует бесконечно большому радиусу кривизны бланкета. Граничное условие для 1-ой группы в случае изотропного поверхностного источника термоядерных нейтронов запишется в виде:

$$\varphi(0, k, 1) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} + \varphi(0, N-k, 1), \quad k > N/2. \quad (4.23)$$

Физический смысл уравнения (4.19) - баланс нейтронов энергии  $E_j$  в элементе фазового объема.

#### 4.4. Алгоритм численного решения уравнения переноса

Процесс расчета пространственно-энергетического распределения нейтронов в  $j$ -ой энергетической группе, то есть определения множества чисел  $\varphi(i, k, j)$ , можно разбить на несколько этапов.

1. Определение потока нейтронов, летящих назад ( $\mu = -1$ , т.е.  $k = 0$ ).

Пространственное распределение этих нейтронов, описывается уравнением (4.20). Расчет потоков следует начать с внешней границы ( $i = L$ ), где задано граничное условие  $\varphi(L, 0, j) = 0$  (см. (4.22)), переходя постепенно к внутренней, по формуле, вытекающей из (4.20):

$$\varphi(i-1, 0, j) = \frac{\Delta r_i \bar{Q}(i, 0, j) - A_{i0} \varphi(i, 0, j)}{B_{i0}}. \quad (4.24)$$

Отсюда последовательно получаем:

$$\varphi(L, 0, j) = 0; \quad \varphi(L-1, 0, j) = \frac{\Delta r_L \bar{Q}(L, 0, j)}{B_{L0}};$$

$$\varphi(L-2, 0, j) = \frac{\Delta r_{L-1} \bar{Q}(L-1, 0, j) - A_{L-1,0} \varphi(L-1, 0, j)}{B_{L-1,0}};$$

и так далее, до  $i = 0$ .

Таким образом, проходя от  $i = L$  до  $i = 0$ , находим множество  $\{\varphi(i, 0, j)\}$ .

2. Определение потока нейтронов, летящих назад в первый и последующие сегменты  $k = 1, 2, \dots, N/2$  ( $\mu < 0$ ). На этом этапе, как и на предыдущем, по координатный расчет ведется с внешней границы ( $i = L$ ), где  $\varphi(L, k, j) = 0$ , но вместо (4.20) решается уравнение (4.19). В итоге получается множество  $\{\varphi(i, k, j)\}$ ,  $k \leq N/2$ .

3. Определение потока нейтронов, летящих вперед в сегменты  $k > N/2$  ( $\mu > 0$ ). По координатный расчет ведется теперь

с внутренней границы blankets ( $i = 0$ ), где задано граничное условие для нейтронов, летящих вперед (сферический blanket):

$$\varphi(0, N, 1) = \frac{\Phi_{\text{тяр}}}{2\pi} \frac{2}{\Delta\mu} \delta_{kN} + \varphi(0, N-k, 1), \quad k > N/2;$$

$$\varphi(0, k, j) = \varphi(0, N-k, j), \quad k > N/2, \quad j \geq 2;$$

Решается уравнение (4.19). В итоге получается множество  $\{\varphi(i, k, j)\}$ ,  $k > N/2$ . На этом этапе завершается расчет углового и радиального распределения плотностей нейтронных потоков  $j$ -ой энергетической группы.

Источники  $\bar{Q}(i, k, j)$ , входящие в уравнения (4.19), (4.20), зависят от плотностей потоков, которые определяются при решении этих уравнений. Поэтому применяется схема последовательных приближений - итераций по источнику. Задаваясь в первой итерации произвольным распределением источников (например, определяя их по плотности потока нерассеянных термоядерных нейтронов), определяем соответствующие плотности потоков. Затем находим источники по полученным значениям плотностей нейтронных потоков и производим вычисления во второй итерации. Процесс итераций продолжается до выполнения критерия по точности.

Методом Карлсона в программе КАРЛСОН определяются потоки в первых пяти энергетических группах. В нижележащих группах ( $j \geq 6$ ) расчет нейтронных потоков ведется в диффузионном приближении.

---

## УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ В ДИФФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Если объемные источники нейтронов в среде изотропны и плотность потока нейтронов сравнительно слабо изменяется на транспортной длине пробега из-за слабого поглощения нейтронов, то газокинетическое уравнение переноса можно преобразовать в уравнение диффузии нейтронов, например, методом сферических гармоник [3-7]. Условия применимости диффузионного приближения выполняются в области энергий нейтронов менее 3-6 МэВ.

### 5.1. Метод сферических гармоник

Наряду с методом Карлсона для выражения угловой зависимости потока нейтронов широко используется разложение функции  $\varphi(\mu)$  в ряд по полиномам Лежандра.

Рассмотрим вывод уравнения диффузии нейтронов методом сферических гармоник ( $P_N$ -приближение) для случая плоской геометрии. Разложим функцию распределения потока нейтронов по углам в ряд по полиномам Лежандра:

$$\varphi(z, \mu, E) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} \varphi_l(z, E) \cdot P_l(\mu), \quad (5.1)$$

где функции  $\varphi_l(z, E)$  - фурье-коэффициенты разложения.

Если умножить это выражение на  $P_l(\mu)$  и проинтегрировать по  $\mu$  от -1 до 1, то с учетом свойств ортогональности (см. п.2.3) получим выражение для коэффициентов разложения:

$$\varphi_l(z, E) = \int_{-1}^1 \varphi(z, \mu, E) \cdot P_l(\mu) d\mu. \quad (5.2)$$

Умножим уравнение переноса (2.1) на  $P_l(\mu)$  и проинтегрируем по  $\mu$  от -1 до 1. Первый член уравнения с использованием рекуррентного соотношения для полиномов Лежандра

$$\mu \cdot P_l(\mu) = \frac{1}{2l+1} \left[ (l+1) \cdot P_{l+1}(\mu) + l \cdot P_{l-1}(\mu) \right] \quad (5.3)$$

преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned}
& \int_{-1}^1 \mu \frac{\partial \varphi(z, \mu, E)}{\partial z} P_l(\mu) d\mu = \\
& = \int_{-1}^1 \frac{\partial \varphi(z, \mu, E)}{\partial z} \frac{(l+1) P_{l+1}(\mu) + l P_{l-1}(\mu)}{2l+1} d\mu = \\
& = \frac{1}{l+1} \frac{\partial}{\partial z} \int_{-1}^1 \varphi(z, \mu, E) \left[ (l+1) P_{l+1}(\mu) + l P_{l-1}(\mu) \right] d\mu = \\
& = \frac{1}{2l+1} \left[ (l+1) \frac{\partial \varphi_{l+1}(z, E)}{\partial z} + l \frac{\partial \varphi_{l-1}(z, E)}{\partial z} \right]. \quad (5.4)
\end{aligned}$$

В частном случае  $l = 0$  здесь появляется член  $\varphi_{-1}(z, E)$ , который принимается равным нулю.

Второй член уравнения преобразуется к виду:

$$\int_{-1}^1 \Sigma(z, E) \varphi(z, \mu, E) P_l(\mu) d\mu = \Sigma(z, E) \varphi_l(z, E). \quad (5.5)$$

При интегрировании члена с изотропным источником нейтронов деления  $F(z, E)$  в силу его независимости от  $\mu$  получаются нули при всех  $l > 0$ , за исключением  $l = 0$ , когда  $P_0(\mu) = 1$ :

$$\int_{-1}^1 F(z, E) P_l(\mu) d\mu = F(z, E) \int_{-1}^1 P_l(\mu) d\mu = 0 \text{ при } l > 0; \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned}
& \int_{-1}^1 F(z, E) P_0(\mu) d\mu = \\
& = \chi(E) \int_0^{\infty} dE' \nu_f(z, E') \Sigma_f(z, E') \varphi_0(z, E'). \quad (5.7)
\end{aligned}$$

Для преобразования интеграла рассеяния вспоминаем, что дифференциальное макросечение рассеяния зависит от угла  $\theta_0$  между направлением движения нейтрона до и после столкновения

с ядром, т.е. от  $\mu_0 = \cos \theta_0$  (см. п. 2.3). Поэтому, как и в п. 2.3, разложим индикатрису рассеяния в ряд по полиномам Лежандра:

$$\begin{aligned} \omega_s(z; \mu', E' \rightarrow \mu, E) &= \\ &= 2\pi \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} \omega_{sl}(z; E' \rightarrow E) P_l(\mu) P_l(\mu'), \end{aligned} \quad (5.8)$$

где  $\omega_{sl}(z; E' \rightarrow E)$  - коэффициенты разложения индикатрисы рассеяния. Подставив это выражение в интеграл рассеяния (2.1) и выполняя интегрирование в нем по  $\mu'$ , получим:

$$\begin{aligned} &\int_{-1}^1 d\mu' \int_E^{\infty} dE' \Sigma_s(z, E') \omega_s(z; \mu', E' \rightarrow \mu, E) \varphi(z, \mu', E') = \\ &= 2\pi \int_E^{\infty} dE' \Sigma_s(z, E') \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} \omega_{sl}(z, E' \rightarrow E) P_l(\mu) \times \\ &\times \int_{-1}^1 \varphi(z, \mu', E') P_l(\mu') d\mu' = \\ &= 2\pi \int_E^{\infty} dE' \Sigma_s(z, E') \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} \omega_{sl}(z, E' \rightarrow E) \varphi_l(z, E') P_l(\mu). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Умножая это выражение на  $P_l(\mu)$ , интегрируя по  $\mu$  от -1 до 1, как и остальные члены уравнения (2.1), и учитывая свойство ортогональности, получим:

$$2\pi \int_E^{\infty} dE' \Sigma_s(z, E') \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2m+1}{2} \omega_{sm}(z, E' \rightarrow E) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \varphi_m(z, E') \int_{-1}^1 P_m(\mu) \cdot P_l(\mu) d\mu = \\ & = 2\pi \int_E^\infty dE' \Sigma_s(z, E') \omega_{sl}(z, E' \rightarrow E) \varphi_l(z, E'). \end{aligned} \quad (5.10)$$

В итоге вместо уравнения переноса (2.1) получаем систему из бесконечного числа уравнений относительно неизвестных  $\varphi_l(z, E)$ :

$$\begin{aligned} & (l+1) \frac{d\varphi_{l+1}(z, E)}{dz} + l \frac{d\varphi_{l-1}(z, E)}{dz} + \\ & + (2l+1) \Sigma(z, E) \varphi_l(z, E) = (2l+1) Q_l(z, E). \end{aligned} \quad (5.11)$$

Здесь

$$\begin{aligned} Q_l(z, E) = & F(z, E) \cdot \delta_{l0} + \\ & + 2\pi \int_E^\infty dE' \Sigma_s(z, E') \omega_{sl}(z, E' \rightarrow E) \varphi_l(z, E') \end{aligned}$$

- коэффициенты разложения функции источника нейтронов.

Если ограничиться в разложении (5.1) первыми  $N+1$  членами, то получаем так называемое  $P_N$ -приближение уравнения переноса. Вместо бесконечной системы уравнений (5.11) в  $P_N$ -приближении решается система  $N+1$  уравнений, причем полагается, что  $d\varphi_{N+1}/dz=0$ . Это эквивалентно отбрасыванию всех членов разложения в уравнении (5.11) с  $l > N$ .

## 5.2. Диффузионное приближение

Диффузионное приближение является частным случаем  $P_N$ -приближения, когда  $N = 1$ . В  $P_1$ -приближении, т.е. при  $l=0$  и  $l=1$ , в разложении (5.1) остаются только два члена:

$$\varphi(z, \mu, E) = \frac{1}{2} \varphi_0(z, E) + \frac{3}{2} \mu \varphi_1(z, E). \quad (5.12)$$

Коэффициенты разложения  $\varphi_0$  и  $\varphi_1$  имеют ясный физический смысл: функция

$$\varphi_0(z, E) = \int_{-1}^1 \varphi(z, \mu, E) d\mu$$

пропорциональна спектральной плотности потока нейтронов (1.1)

$$\begin{aligned} \Phi(z, E) &= \int_{4\pi} \varphi(z, \Omega, E) d\Omega = \\ &= 2\pi \int_{-1}^1 \varphi(z, \mu, E) d\mu = 2\pi \varphi_0(z, E); \end{aligned} \quad (5.13)$$

функция

$$\varphi_1(z, E) = \int_{-1}^1 \mu \varphi(z, \mu, E) d\mu$$

пропорциональна спектральной плотности диффузионного тока нейтронов

$$J(z, E) \equiv -D(z, E) \frac{\partial \Phi(z, E)}{\partial z} = 2\pi \varphi_1(z, E), \quad (5.14)$$

где  $D$  - коэффициент диффузии нейтронов (см. далее).

Уравнения для  $\Phi(z, E)$  и  $J(z, E)$  - это первые два уравнения системы (5.11), умноженные на  $2\pi$ :

$$\frac{\partial J(z, E)}{\partial z} + \Sigma(z, E) \Phi(z, E) = Q_0(z, E); \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial \Phi(z, E)}{\partial z} + 3\Sigma(z, E) \Phi(z, E) = 3Q_1(z, E); \quad (5.16)$$

Здесь

$$Q_0 = \frac{\chi(E)}{2} \int_0^{\infty} dE' \nu_f(z, E') \Sigma_f(z, E') \Phi(z, E') + \\ + 2\pi \int_E^{\infty} dE' \Sigma_s(z, E') \omega_{s0}(z, E' \rightarrow E) \Phi(z, E); \quad (5.17)$$

$$Q_1 = 2\pi \int_E^{\infty} dE' \Sigma_s(z, E') \omega_{s1}(z, E' \rightarrow E) J(z, E). \quad (5.18)$$

Эти уравнения можно получить непосредственно из уравнения переноса (2.1), интегрируя его по  $\mu$  поочередно с весом 1 и  $\mu$ , учитывая (2.17). Систему уравнений (5.15) и (5.16) можно свести в одно уравнение диффузии, если преобразовать второе уравнение, умножив и поделив его первый член слева на  $(-D)$ , а затем поделив уравнение (5.16) почленно на  $J$ . В итоге получаем выражение:

$$\frac{1}{D(z, E)} = 3 \left[ \Sigma(z, E) - \Sigma_s(z, E) \frac{Q_1(z, E)}{\Sigma_s(z, E) J(z, E)} \right], \quad (5.19)$$

которое есть определение коэффициента диффузии нейтронов. Если бы рассеяние нейтронов было изотропным (равно вероятным по всем направлениям), то мы бы получили  $Q_1 = 0$  и  $D = 1/(3\Sigma)$ . В случае анизотропного рассеяния имеется некоторый преимущественный угол рассеяния, величина которого зависит от диапазона возможных энергий нейтрона до столкновения, после которого он приобретает энергию  $E$ . Можно показать (см. [3]), что дробь в квадратных скобках выражения (5.19) есть не что иное, как средний косинус угла рассеяния нейтронов

$$\bar{\mu}_0(z, E) = \frac{Q_1(z, E)}{\Sigma_s(z, E) J(z, E)}. \quad (5.20)$$

Таким образом, величина коэффициента диффузии нейтронов определяется выражением:

$$D(z, E) = \frac{1}{3 \left[ \Sigma(z, E) - \bar{\mu}_0(z, E) \Sigma_s(z, E) \right]} \quad (5.21)$$

Величину  $\Sigma - \bar{\mu}_0 \Sigma_s = \Sigma_{tr}$  называют транспортным макросечением.

Подстановка (5.14) в (5.15) при известном коэффициенте диффузии (5.21) дает искомое уравнение диффузии нейтронов в плоской геометрии:

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left[ D(z, E) \frac{\partial \Phi(z, E)}{\partial z} \right] + \Sigma(z, E) \Phi(z, E) = Q_0(z, E) \quad (5.22)$$

где функция источника  $Q_0(z, E)$  определяется выражением (5.17).

Уравнение диффузии в сферической, цилиндрической и плоской геометриях можно представить в единой форме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r^a} \frac{\partial \left[ r^a J(r, E) \right]}{\partial r} + \Sigma(r, E) \Phi(r, E) &= Q_0(r, E), \\ J(r, E) &= -D(r, E) \frac{\partial \Phi(r, E)}{\partial r}, \end{aligned} \right\} (5.23)$$

где число  $a$  - параметр геометрии, равный:

- $a = 0$  для плоского слоя,
- $a = 1$  для цилиндрического слоя,
- $a = 2$  для сферического слоя.

Граничные условия для уравнения диффузии:

$$J(R_1, E) = 0; \quad \Phi(R_2, E) = 0 \quad (5.24)$$

означают, что внутренняя поверхность бланкета является поверхностью симметрии (результатирующий ток нейтронов равен нулю), а внешняя поверхность является стоком нейтронов (плотность потока нейтронов равна нулю).

### 5.3. Многогрупповое уравнение диффузии

В соответствии с определениями п. 3.2 введем в каждой энергетической группе  $j$  групповую спектральную плотность потока нейтронов:

$$\begin{aligned} \Phi_j(r) &= \int_{E_j}^{E_{j-1}} \Phi(r, E) dE = \\ &= 2\pi \int_{E_j}^{E_{j-1}} dE \int_{-1}^1 \varphi(r, \mu, E) d\mu = 2\pi \int_{-1}^1 \varphi_j(r, \mu) d\mu. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Величина  $\Phi_j(r)$  есть плотность потока нейтронов  $j$ -ой группы через единичную площадку, перпендикулярную  $\Gamma$ , за единицу времени во всех направлениях, нейтр./ $(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ . В итоге, после интегрирования уравнения диффузии (5.23) по энергии нейтронов в пределах  $j$ -ой энергетической группы получим уравнение переноса нейтронов в диффузионном приближении в одномерной геометрии:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r^a} \frac{d[r^a \cdot J_j(r)]}{dr} + \Sigma^j(r) \Phi_j(r) &= Q_j(r), \\ J_j(r) &= -D_j(r) \frac{d\Phi_j(r)}{dr}. \end{aligned} \right\} \quad (5.26)$$

В уравнении переноса первый член слева характеризует скорость утечки нейтронов  $j$ -ой группы из единичного объема blankets за счет диффузии. Второй член характеризует увод нейтронов из рассматриваемой группы за счет реакций поглощения и рассеяния. Функция  $Q_j(r)$  характеризует скорость генерации нейтронов  $j$ -ой группы в единице объема blankets за счет реакций деления ядер, а также упругого и неупругого переводов нейтронов из вышележащих энергетических групп и упругого рассеяния

нейтронов без потери энергии в той же группе, и согласно (5.17) имеет вид:

$$Q_j(r) = \frac{\chi_j}{2} \sum_{g=1}^{28} \nu_f^g \Sigma_f^g(r) \Phi_g(r) + \sum_{g=1}^j \Sigma_d^{gj} \Phi_g(r), \quad (5.27)$$

где  $\chi_j$  - групповая доля нейтронов деления (см. (3.5));  $\Sigma_d^{gj}$  - макросечение перевода из группы  $g$  в группу  $j$ .

Групповые граничные условия согласно (5.24) имеют вид:

$$J_j(R_1) = 0; \quad \Phi_j(R_2) = 0. \quad (5.28)$$

#### 5.4. Конечно-разностное уравнение диффузии нейтронов

Для расчета пространственного распределения потока нейтронов в диффузионном приближении в одномерной геометрии разобьем бланкет на тот же ряд из  $L$  слоев толщиной  $(r_i - r_{i-1})$ , как и в  $S_N$ -приближении,  $i = 1, 2, \dots, L$ . Проинтегрируем групповое уравнение диффузии (5.26) по  $r$  с весом  $r^2$  на элементарном отрезке  $\Delta r_i = r_{i+1/2} - r_{i-1/2}$  с целью исключить производную от тока нейтронов (рис. 5.1).

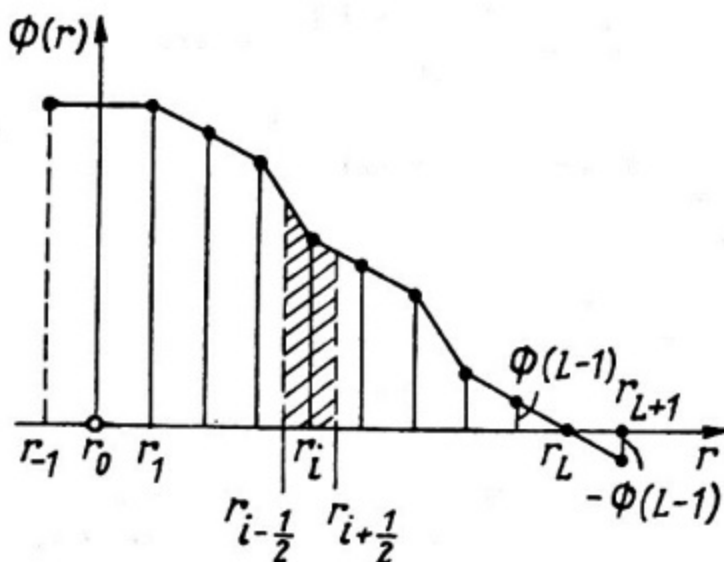


Рис. 5.1. Схема конечно-разностной аппроксимации плотности потока нейтронов. Штриховкой обозначена зона интегрирования у точки  $r_i$ . Слева реализовано граничное условие  $J(0) = 0$ , справа - условие  $\Phi(L) = 0$

Опуская для простоты индекс  $j$  энергетической группы и обозначая  $G(r) = r^a \cdot J(r)$ , в итоге получим:

$$G(r_{i+1/2}) - G(r_{i-1/2}) + \langle \Sigma \Phi \rangle_i \Delta V_i = \langle Q \rangle_i \Delta V_i, \quad (5.29)$$

где угловыми скобками обозначено среднее значение соответствующей функции на участке интегрирования, а величина

$$\Delta V_i = \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} r^a dr = \frac{r_{i+1/2}^{a+1} - r_{i-1/2}^{a+1}}{a+1}$$

пропорциональна объему выделенного слоя в соответствующей геометрии.

Теперь освободимся от производной во втором уравнении системы (5.26), проинтегрировав его по  $r$  на другом отрезке

$$\Delta r_{i+1/2} = r_{i+1} - r_i :$$

$$\begin{aligned} - \int_{\Delta r_{i+1/2}} \frac{G(r)}{r^a D(r)} dr &= \int_{\Delta r_{i+1/2}} d\Phi(r); \\ - \left\langle \frac{G}{D} \right\rangle_{i+1/2} \Delta Z_{i+1/2} &= \Phi(r_{i+1}) - \Phi(r_i). \end{aligned} \quad (5.30)$$

Здесь

$$\Delta Z_{i+1/2} \equiv \int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{dr}{r^a} = \begin{cases} \frac{r_{i+1}^{1-a} - r_i^{1-a}}{1-a} & \text{при } a = 0, 2; \\ \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} & \text{при } a = 1. \end{cases}$$

При достаточно малой толщине слоев (при разбиении бланкетных зон на большое число слоев) можно заменить средние значения функций на отрезке их значениями в середине отрезка, т.е. положить:

$$\langle Q \rangle_i = Q(r_i) = Q(i); \quad (5.31A)$$

$$\langle \Sigma \Phi \rangle_i = \Sigma(r_i) \Phi(r_i) = \Sigma(i) \Phi(i); \quad (5.31B)$$

$$\left\langle \frac{G}{D} \right\rangle_{i+1/2} = \frac{G(r_{i+1/2})}{D(r_{i+1/2})} = \frac{G(i+1/2)}{D(i+1/2)}. \quad (5.31B)$$

Подставим (5.31B) в (5.30) и определим

$$G(i+1/2) = - \frac{D(i+1/2)}{\Delta Z_{i+1/2}} [\Phi(i+1) - \Phi(i)]; \quad (5.31Г)$$

$$G(i-1/2) = - \frac{D(i-1/2)}{\Delta Z_{i-1/2}} [\Phi(i) - \Phi(i-1)]. \quad (5.31Д)$$

Затем подставим эти выражения и (5.31A), (5.31B) в уравнение (5.29). В итоге получим конечно-разностную форму уравнения переноса нейтронов  $j$ -ой группы в диффузионном приближении:

$$\Phi_j(i+1) - A_{ij}\Phi_j(i) + B_{ij}\Phi_j(i-1) = -q_j(i), \quad i=1, 2, \dots, L, \quad (5.32)$$

где безразмерные коэффициенты определяются по формулам:

$$A_{ij} = 1 + B_{ij} + \frac{\Sigma^j(i) \Delta V_i \Delta Z_{i+1/2}}{D^j(i+1/2)}; \quad (5.33A)$$

$$B_{ij} = \frac{\Delta Z_{i+1/2} \cdot D^j(i-1/2)}{\Delta Z_{i-1/2} \cdot D^j(i+1/2)}, \quad (5.33B)$$

размерная функция источника:

$$q_j(i) = Q_j(i) \frac{\Delta V_i \Delta Z_{i+1/2}}{D^j(i+1/2)}, \quad (5.33B)$$

в которой  $Q_j(i)$  определяется по формуле (5.27).

Граничные условия (5.28) для уравнений (5.32) с учетом (5.31Г) принимают вид:

$$\Phi_j(0) = \Phi_j(1); \quad \Phi_j(L) = 0. \quad (5.34)$$

## 5.5. Алгоритм численного решения уравнения диффузии

Решение конечно-разностного уравнения диффузии (5.32) можно получить способом прогонки [14]. Предположим, что функции  $\Phi(i)$  и  $\Phi(i+1)$  в двух соседних точках (узлах) связаны соотношением:

$$\Phi(i+1) = \alpha_i \Phi(i) - \beta_i; \text{ или } \Phi(i-1) = \frac{\Phi(i) + \beta_{i-1}}{\alpha_{i-1}}, \quad (5.35)$$

где  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  называются коэффициентами факторизации, подлежащими определению.

Подставив эти выражения в конечно-разностное уравнение (5.32), выразим коэффициенты факторизации  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  через  $A_i$  и  $B_i$  (индекс группы  $j$  временно опущен для упрощения записей):

$$\alpha_i = A_i - \frac{B_i}{\alpha_{i-1}}; \quad \alpha_1 = A_1 - B_1; \quad (5.36A)$$

$$\beta_i = q_i + B_i \frac{\beta_{i-1}}{\alpha_{i-1}}; \quad q_1 = \beta_1. \quad (5.36B)$$

Эти рекуррентные соотношения позволяют определить коэффициенты  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  по известным предыдущим  $\alpha_{i-1}$  и  $\beta_{i-1}$ . Коэффициенты  $\alpha_1$  и  $\beta_1$  определяются из граничного условия слева (рис.5.1), т.е. на внутренней границе бланкета, где задано условие симметрии потока (первое равенство в (5.34)). Действительно, уравнение (5.32) при  $i = 1$  имеет вид:

$$\Phi(2) - A_1 \cdot \Phi(1) + B_1 \cdot \Phi(0) = -q_1.$$

Поскольку  $\Phi(1) = \Phi(0)$ , то:

$$\Phi(2) = (A_1 - B_1) \cdot \Phi(1) - q_1.$$

Сравнивая это выражение с (5.35) при  $i = 1$ , видим, что  $\alpha_1 = A_1 - B_1$  и  $\beta_1 = q_1$ , как указано в (5.36).

Таким образом, зная состав зон бланкета и разбиение его на слои, можно вычислить сначала все коэффициенты  $A_{ij}$  и  $B_{ij}$ . По формуле (5.36) находим все коэффициенты факторизации, начиная от  $\alpha_1, \beta_1$  и кончая  $\alpha_L, \beta_L$ . Затем, используя условие  $\Phi(L) = 0$  на внешней границе бланкета во второй из формул (5.36), получим значение потока в узле  $L - 1$  по уже известным коэффициентам факторизации:

$$\Phi(L-1) = \frac{\beta_{L-1}}{\alpha_{L-1}}. \quad (5.37)$$

Далее, по той же формуле из (5.36), двигаясь к внутренней границе бланкета, т.е. от  $i + 1$  к  $i$ , находим все значения  $\Phi(i)$  в первой итерации.

В [14] доказано, что метод прогонки является устойчивым, если

$$|A_1| \geq 1 + |B_1|. \quad (5.38)$$

Это условие, как следует из (5.33А) и (5.33Б) выполняется.

Заметим, что алгоритм прогонки позволяет определить значения плотностей потока нейтронов при заданном источнике  $Q_j(i)$ , который сам должен вычисляться как функция плотности потока нейтронов, согласно (5.27). Поэтому используется схема последовательных приближений - итераций источника. Задаваясь в первой итерации произвольным распределением источников (например, зануляя их или используя известные в первой итерации потоки в высших группах), определяем соответствующие плотности потоков. Затем корректируем источник с учетом полученных значений потоков, и вновь вычисляем потоки во второй итерации. Процесс итераций продолжается до выполнения критерия по точности в вычислении потоков или функционалов. Существует доказательство, что предел есть и итерационный процесс сходится, если  $\alpha_i > 1$ . Это условие выполняется вместе с (5.38) [14]. Связь между требуемой точностью  $\epsilon$  решения задачи, числом  $L$  уравнений и погрешностью  $\epsilon_0$  округления значащих цифр ЭВМ определяется выражением  $\epsilon \approx \epsilon_0 \cdot L^2$  [14].

## ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ФУНКЦИОНАЛЫ БЛАНКЕТА

## 6.1. Алгоритм расчета функционалов

Окончательной целью нейтронного расчета обычно является вычисление некоторых, чаще всего интегральных функционалов от функции распределения потока нейтронов.

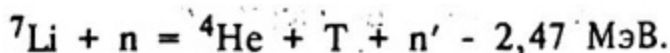
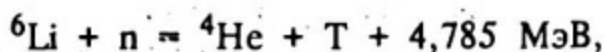
Если функция распределения потока нейтронов известна, то скорость  $R_q(r)$  некоторой ядерной реакции  $q$ , т.е. число ядерных реакций типа  $q$  в единице объема бланкета в единицу времени в данном месте  $r$  (реакций/(м<sup>3</sup>·с)), определяется выражением:

$$\begin{aligned} R_q(r) &= \int_{4\pi} d\Omega \int_0^{\infty} dE \Sigma_q(r, E) \varphi(r, \Omega, E) = \\ &= \int_0^{\infty} dE \Sigma_q(r, E) \Phi(r, E), \end{aligned} \quad (6.1)$$

где  $\Phi(r, E) = \int_{4\pi} d\Omega \varphi(r, \Omega, E)$  - спектральная плотность потока

нейтронов,  $\Sigma_q(r, E)$  - макросечение данной реакции  $q$  при взаимодействии нейтрона, имеющего энергию  $E$ , с ядром одного или нескольких сортов в данном месте  $r$ .

Например, наработка трития происходит при взаимодействии нейтрона с ядрами  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^7\text{Li}$ :



Первая реакция - экзотермическая, вторая - эндотермическая.

Если необходимо определить скорость наработки трития на ядрах только  ${}^6\text{Li}$ , то макросечение этой реакции определяется как

произведение микросечения  ${}^6\sigma_{nT}$  на ядерную плотность  ${}^6N(r)$  только  ${}^6\text{Li}$ . Если нужно вычислить полную скорость наработки трития, то макросечение определяется как сумма парциальных макросечений для  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^7\text{Li}$  (рис. 6.1):

$$\Sigma_{nT} = {}^6N \cdot {}^6\sigma_{nT} + {}^7N \cdot {}^7\sigma_{nT}.$$

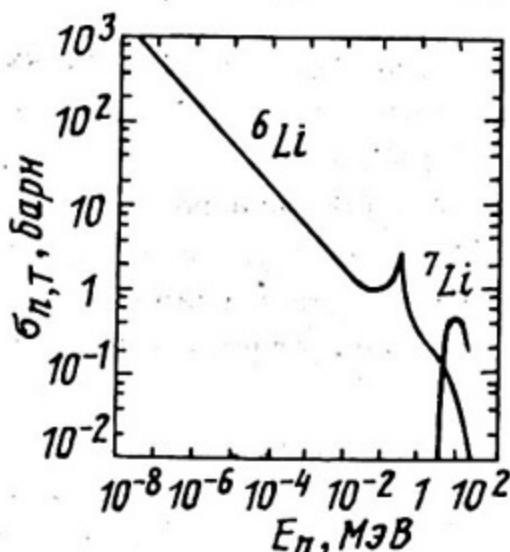


Рис. 6.1. Зависимость сечения образования трития на литии от энергии нейтрона

В случае многогруппового  $S_{10}$ -приближения в сферической геометрии интеграл (6.1) заменяется суммами по энергетическим интервалам  $j = 1 - 28$  и угловым сегментам  $k = 1 - 10$ :

$$\begin{aligned} R_q(r) &= 2\pi \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{E_{\max}} dE \Sigma_q(r, E) \varphi(r, \mu, E) = \\ &= 2\pi \Delta\mu \sum_{j=1}^{28} \sum_{k=1}^{10} \varphi_j(r, \mu_k) \Sigma_q^j(r). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Поскольку в программе КАРЛСОН в высших энергетических группах ( $j \leq 5$ ) рассчитываются фазовые потоки  $\varphi_j(r, \mu_k)$ , а в низкоэнергетических ( $j > 5$ ) - потоки  $\Phi_j(r)$ , то сначала в верхних группах вычисляются потоки по формуле

$$\Phi_j(r) = \sum_{k=1}^{10} \frac{\varphi_j(r, \mu_{k-1}) + \varphi_j(r, \mu_k)}{2} \Delta\mu,$$

а затем функционал находится в виде

$$R_q(r) = \sum_{j=1}^{28} \Sigma_q^j(r) \Phi_j(r) . \quad (6.3)$$

Полная скорость реакций типа  $q$  в бланкете (или отдельной зоне) определяется интегрированием  $R_q(r)$  по объему бланкета (или, соответственно, зоны):

$$R_q(V) = \int_{R_1}^{R_2} R_q(r) 4\pi r^2 dr , \text{ реакций/с} , \quad (6.4)$$

а число реакций в расчете на один термоядерный нейтрон определяется делением  $R_q(V)$  на скорость поступления нейтронов в бланкет:

$$R_q = \frac{\int_{R_1}^{R_2} R_q(r) 4\pi r^2 dr}{\Phi_{\text{тяр}} 4\pi R_1^2} . \quad (6.5)$$

В случае плоского бланкета имеем:

$$R_q = \frac{1}{\Phi_{\text{тяр}}} \int_0^H R_q(z) dz . \quad (6.6)$$

где  $H = z_2 - z_1$  - толщина бланкета или зоны, в которой идет реакция  $q$ .

Поскольку пространственное распределение нейтронов в бланкете определялось методом конечных разностей, то интегрирование в (6.4) заменяется суммированием по всем  $L$  элементарным слоям разбиения бланкета:

$$R_q(V) = 4\pi \sum_{i=0}^L \frac{R_q(r_{i+1}) r_{i+1}^2 + R_q(r_i) r_i^2}{2} \Delta r_i , \quad (6.7)$$

причем  $R_q(r_i)$  определяется по (6.3) при  $r = r_i$ .

Одним из важнейших функционалов blankets ТЯР является плотность тепловыделения. В процессах замедления и поглощения термоядерных нейтронов в blanket выделяется энергия за счет различных реакций взаимодействия нейтронов с веществом. Локальный выход энергии для ядер  $m$ -го сорта при взаимодействии с нейтроном энергии  $E$  характеризуют керма-факторами  $K_m(E)$  (керма - Kinetic Energy Release in Materials):

$$K_m(E) = \sum_q \sigma_{mq}(E) E_{mq}(E). \quad (6.8)$$

Здесь  $\sigma_{mq}(E)$  - сечение реакции  $q$ -типа на элементе  $m$ ;  $E_{mq}$  - кинетическая энергия ядер отдачи, заряженных частиц, испускаемых в реакции, и заряженных частиц радиоактивного распада возбужденных ядер. Для приближенного учета тепловыделения от гамма-квантов в керма-факторы можно включать произведение сечения  $(n, \gamma)$  - реакций на энергию гамма-квантов и добавить к  $E_{mq}$  энергию гамма-квантов, образующихся в  $q$ -реакциях.

По аналогии с макросечением введем понятие макрокерма-фактора:

$$K(E) = \sum_m N_m K_m(E) = \sum_q \sum_m \Sigma_{mq}(E) E_{mq}(E). \quad (6.9)$$

В частности, для делящихся ядер  $K(E) \approx \Sigma_f(E) \cdot E_f(E)$ .

Объемную плотность тепловыделения с учетом (6.9) можно определить по формуле:

$$\begin{aligned} q_v(r) &= 2\pi \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{\infty} dE \cdot K(r, E) \varphi(r, \mu, E) = \\ &= \int_0^{\infty} K(r, E) \cdot \Phi(r, E) dE, \end{aligned} \quad (6.10)$$

а коэффициент усиления энергии нейтронов в blanket по формуле:

$$M = \frac{1}{\Phi_{\text{тяр}} E_1 4\pi R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} q_v(r) 4\pi r^2 dr. \quad (6.11)$$

где  $E_1 = 14,06$  МэВ.

Аналогично определяются другие функционалы от нейтронных потоков.

## 6.2. Алгоритм расчета $k_{\text{эф}}$

Одним из важнейших параметров blankets, содержащего делящиеся нуклиды, является  $k_{\text{эф}}$  - эффективный коэффициент размножения нейтронов, равный отношению чисел нейтронов в текущем и предыдущем поколениях (при отсутствии внешнего источника). Величина  $k_{\text{эф}}$  зависит только от размеров и состава blankets. При  $k_{\text{эф}} > 1$  интенсивность цепной реакции и мощность реактора растут во времени, так как количество нейтронов от поколения к поколению увеличивается (blanket надкритичен); при  $k_{\text{эф}} < 1$  термоядерный реактор работает в стационарном режиме, при котором влетающие термоядерные нейтроны поддерживают постоянство количества нейтронов в поколениях. Отметим, что если в обычном ядерном реакторе стационарное состояние возникает при  $k_{\text{эф}} = 1$  (самоподдерживающаяся цепная реакция), то в термоядерном реакторе при  $k_{\text{эф}} = 1$  мощность будет возрастать за счет внешнего источника термоядерных нейтронов.

Значение  $k_{\text{эф}}$  можно получить двумя путями. Во-первых,  $k_{\text{эф}}$  представляется в виде:

$$k_{\text{эф}} = k_{\infty} \cdot P,$$

где  $k_{\infty}$  - коэффициент размножения нейтронов в бесконечной среде, зависит только от состава blankets и может быть вычислен, например, по формуле "четырёх сомножителей" [5];  $P$  - полная вероятность избежать утечки из активной зоны, зависит от геометрии blankets и в случае простых геометрий может быть также определено.

Во-вторых,  $k_{эф}$  может определяться расчетным путем при использовании итераций по источнику. Суть метода заключается в том, что, задаваясь в первой итерации произвольным источником нейтронов  $F_1(r, E)$ , определяем нейтронные потоки. По найденным значениям потоков вычисляем источник нейтронов размножения  $F_2(r, E)$  (за счет реакций деления,  $(n,2n)$  и  $(n,3n)$ ), во второй итерации. По определению

$$k_{эф} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\int dr \int dE F_{n+1}(r, E)}{\int dr \int dE F_n(r, E)}.$$

Интегрирование по длине blankets и по энергии спектра деления дает количество нейтронов деления данного поколения. Итерационный процесс заканчивается по достижении необходимой точности.

### 6.3. Групповые константы для расчета blankets

В настоящее время разработаны библиотеки нейтронных данных, ориентированные на использование больших ЭВМ и содержащие до нескольких тысяч числовых сведений по каждому нейтронному сечению для большого числа нуклидов, применяемых в реакторе. Примером могут служить библиотеки США ENDF/B, ENDL и FENDL. Нейтронные данные непрерывно корректируются и пополняются по мере поступления новых оценок и сведений.

В данной работе в качестве базы нейтронных констант используются таблицы 28-групповых констант БНАБ-МИКРО и БНАБ-78 [10], широко применяемые в реакторных расчетах.

Первая книга "Групповые константы для расчета ядерных реакторов" авторов Л.П. Абагян, Н.О. Базазянца, И.И. Бондаренко и М.Н. Николаева вышла в 1964 г. и получила аббревиатурное название БНАБ (за рубежом - АВВН). Система констант БНАБ предназначается, в основном, для расчета реакторов на быстрых нейтронах. В последующем, БНАБ постоянно уточнялась и дополнялась. Добавление двух "термоядерных" групп (10,5-14,0 МэВ и 14,0-14,5 МэВ), отсутствующих в реакторах деления, а также включение в библиотеку данных об анизотропии рассеяния (до  $P_5$ -приближения) сделало возможным использование системы

БНАБ для расчетов и бланкетных зон ТЯР, где существенную роль играет анизотропия рассеяния термоядерных нейтронов.

Основным источником информации при подготовке базы ядерных данных для программного пакета КАРЛСОН является справочник [10], где приведены сведения о следующих параметрах:

$\sigma_t$  - полное микросечение взаимодействия нейтрона с веществом;

$\sigma_s$  - микросечение рассеяния нейтрона;

$\bar{\mu}$  - средний косинус угла рассеяния нейтрона;

$\sigma_d^{ij}$  - матрица рассеяния за счет упругих и неупругих столкновений из группы  $i$  в группу  $j$ ;

$\sigma_f$  - сечение деления;

$\nu_j$  - число нейтронов, полученных в одном акте деления, попавших в группу  $j$ ;

$\sigma_{in}^{jk}$  - матрица микросечений неупругого рассеяния из группы  $j$  в группу  $k$ .

$B_l^{jk}$  - матрица  $l$ -го углового момента при упругом рассеянии из группы  $j$  в группу  $k$  ( $B_l^{jk} = (2l+1) \cdot \omega_l^{jk}$ , см. п.2.3); сечения реакций  $(n,2n)$ ,  $(n,3n)$ ,  $(n,\alpha)$ ,  $(n,p)$  и др. для расчета функционалов.

В табл. 6.1 приведены для примера основные микроконстанты для  ${}^6\text{Li}$ .

Т а б л и ц а 6.1

Основные групповые константы для  ${}^6\text{Li}$

$j$	$\sigma_t$	$\sigma_s$	$\sigma_{in}$	$\sigma_e$	$\mu_e$	$\sigma_{n,2n}$	$\sigma_{n,p}$
1	1,413	0,033	0,508	0,872	0,937	0,0704	0,007
2	1,562	0,042	0,570	0,950	0,825	0,0504	0,009
3	1,837	0,068	0,648	1,121	0,644	0,0071	0,016
4	2,065	0,116	0,642	1,307	0,434		0,029
5	1,923	0,150	0,364	1,409	0,230		0,006
6	1,368	0,240	0,031	1,097	0,211		

$j$	$\sigma_t$	$\sigma_c$	$\sigma_{ин}$	$\sigma_e$	$\mu_e$	$\sigma_{н, 2н}$	$\sigma_{н, р}$
7	1,272	0,252		1,020	0,238		
8	1,791	0,368		1,423	0,223		
9	6,695	2,024		4,671	0,099		
10	2,461	1,038		1,423	-0,035		
11	1,444	0,75		0,739	-0,020		
12	1,605	0,898		0,707	0,035		
13	1,983	1,274		0,709	0,073		
14	2,534	1,823		0,711	0,112		
15	3,395	2,680		0,715	0,112		
16	4,649	3,930		0,719	0,112		
17	6,480	5,760		0,720	0,112		
18	9,180	8,460		0,720	0,112		
19	13,15	12,43		0,720	0,112		
20	18,95	18,23		0,721	0,112		
21	27,52	26,80		0,721	0,112		
22	40,02	39,30		0,721	0,112		
23	58,32	57,60		0,721	0,112		
24	85,42	84,70		0,721	0,112		
25	125,02	124,3		0,721	0,112		
26	183,02	182,3		0,721	0,112		
27	268,42	267,7		0,721	0,112		
28	940,82	940,1		0,721	0,112		

#### 6.4. Результаты сравнительных расчетов

Для проверки работы программ проведены расчеты 7-ми вариантов бланкетов, опубликованных в литературе. Ниже приведены результаты наших и опубликованных ранее расчетов. В начале указан источник информации, затем состав и размеры зон бланкета, затем величина функционалов и погрешность.

1. Зимин С.А. Некоторые нейтронно-физические параметры материалов// ВАНТ, 1985. Сер. Термоядерный синтез. Вып. 3. С.35-37.

Геометрия бланкета - сферическая, внутренний радиус - 300 см. Расчет проводится для физически бесконечного бланкета, состоящего из одного элемента или соединения, по программе BLANK.

При расчете по программе КАРЛСОН толщина бланкета принимается равной 120 см.

*Число реакций ( $n,2n$ ) на один термоядерный нейтрон:*

Элемент	BLANK	КАРЛСОН	Расхождение, %
Na	0,013	0,017	+23,5
Si	0,009	0,007	-22,2
Cr	0,29	0,24	-20,8
Mn	0,58	0,51	-12,1
Fe	0,29	0,31	+6,5
Pb	0,84	0,82	-2,4

*Число реакций ( $n,p$ ) на один термоядерный нейтрон:*

Элемент	BLANK	КАРЛСОН	Расхождение, %
Al	0,11	0,093	-15,4
Si	0,31	0,29	-10,3
Cr	0,11	0,09	-18,2
Mn	0,04	0,041	+2,5

Число реакций ( $n, \alpha$ ) на один термоядерный нейтрон:

Элемент	BLANK	КАРЛСОН	Расхождение, %
Al	0,13	0,12	-7,7
Si	0,31	0,29	-6,5

Число реакций ( $n, T_6$ ) на один термоядерный нейтрон:

Соединение	BLANK	КАРЛСОН	Расхождение, %
Жидкий литий	1,06	0,77	-27
Li <sub>2</sub> O	0,87	0,84	-3,4
LiAlO <sub>2</sub>	0,67	0,83	+19,3

Число реакций ( $n, T_7$ ) на один термоядерный нейтрон:

Соединение	BLANK	КАРЛСОН	Расхождение, %
Жидкий литий	0,87	0,70	-19,5
Li <sub>2</sub> O	0,50	0,51	+2,0
LiAlO <sub>2</sub>	0,14	0,17	+17,6

2. Аборин В.Ю. и др. Нейтронно-физические параметры бланкетов лазерных термоядерных реакторов. Препринт N 141 ФИАН им. П.Н. Лебедева. М., 1987.

Варианты тестовых расчетов по программе BLANK в сферической геометрии (нумерация согласно первоисточнику). Внутренний радиус бланкета 100 см.

#### Вариант 4

- 1 зона - 1 см, 100% Fe;
  - 2 зона - 12 см, 100% <sup>238</sup>U;
  - 3 зона - 30 см, 100% природного лития;
  - 4 зона - 50 см, 100% С.
- Источник - 14,06 МэВ.

Функционал	BLANK	КАРЛСОН	Расхождение, %
$T$	1,1	1,24	+11,3
$K_{Pu}$	1,6	1,95	+17,9
Энерговыведение (МэВ/н)	135	158	+14,6

### Вариант 5

- 1 зона - 1 см, 100% Fe;  
 2 зона - 10 см, 100%  $^{232}\text{Th}$ ;  
 3 зона - 30 см, 100% природного лития;  
 4 зона - 50 см, 100% С.  
 Источник - 14,06 МэВ.

Функционал	BLANK	КАРЛСОН	Расхождение, %
$T$	1,08	0,87	-19,4
$K_U$	0,8	0,74	-7,5
Энерговыведение (МэВ/н)	38	37,8	-0,5

### Вариант 6

- 1 зона - 1 см, 100% Fe;  
 2 зона - 30 см, 100%  $^{238}\text{U}$ ;  
 3 зона - 50 см, 100% С.  
 Источник - 50% 14,06 МэВ + 50% 2,45МэВ.

Функционал	BLANK	КАРЛСОН	Расхождение, %
$K_{Pu}$	2,52	2,44	-3,2
Энерговыведение (МэВ/н)	138	120	-13,0

### Вариант 7

- 1 зона - 1 см, 100% Fe;  
 2 зона - 40 см, 100%  $^{232}\text{Th}$ ;  
 3 зона - 50 см, 100% С.  
 Источник - 50% 14,06 МэВ + 50% 2,45 МэВ.

Функционал	BLANK	КАРЛСОН	Расхождение, %
$K_U$	1,56	1,41	-9,6
Энерговыведение (МэВ/н)	39	34,2	-12,3

### Вариант 1

Влияние толщины слоя жидкого лития между первой стенкой и урановой зоной на параметрыblankета.

1 зона - 0,5 см, 100% Fe;

2 зона - var, 100% природного лития;

3 зона - 12 см, 73,7%  $^{238}\text{U}$ +0,22%  $^{235}\text{U}$ ;

4 зона - 30 см, 90% природного лития + 10% Fe;

5 зона - 50 см, 100% С.

Источник - 14,06 МэВ.

Зависимости параметровblankета от толщины литиевой зоны показаны на рисунках 6.2 - 6.5 (1 - КАРЛСОН, 2 - источник).

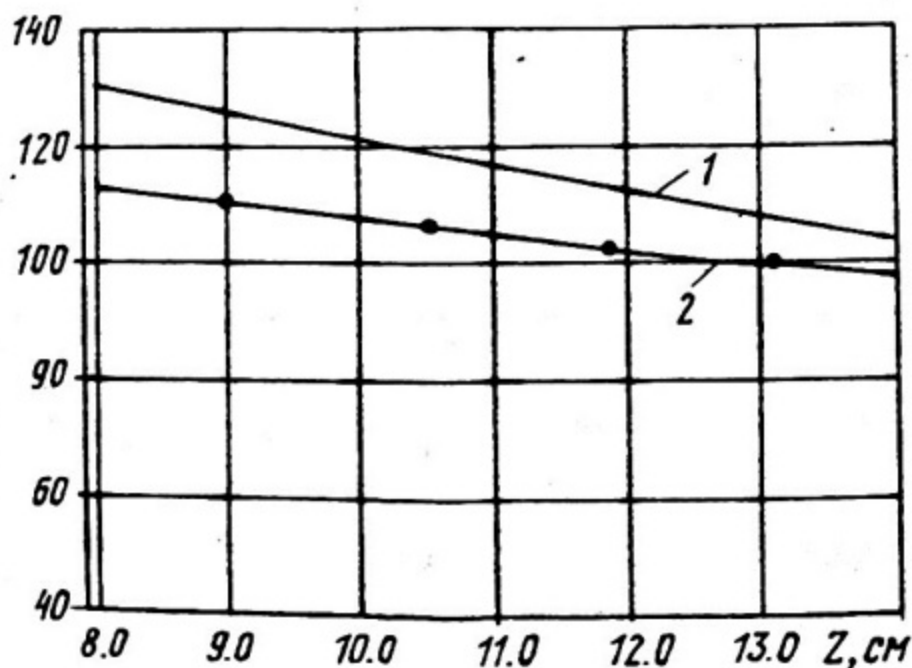


Рис. 6.2. Зависимость энерговыведения

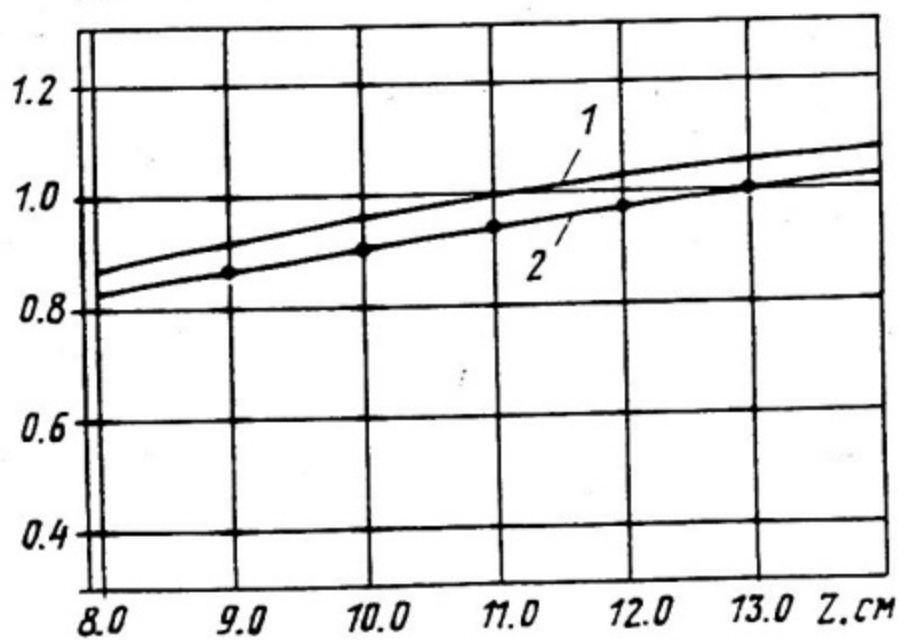


Рис. 6.3. Зависимость наработки трития  $T$

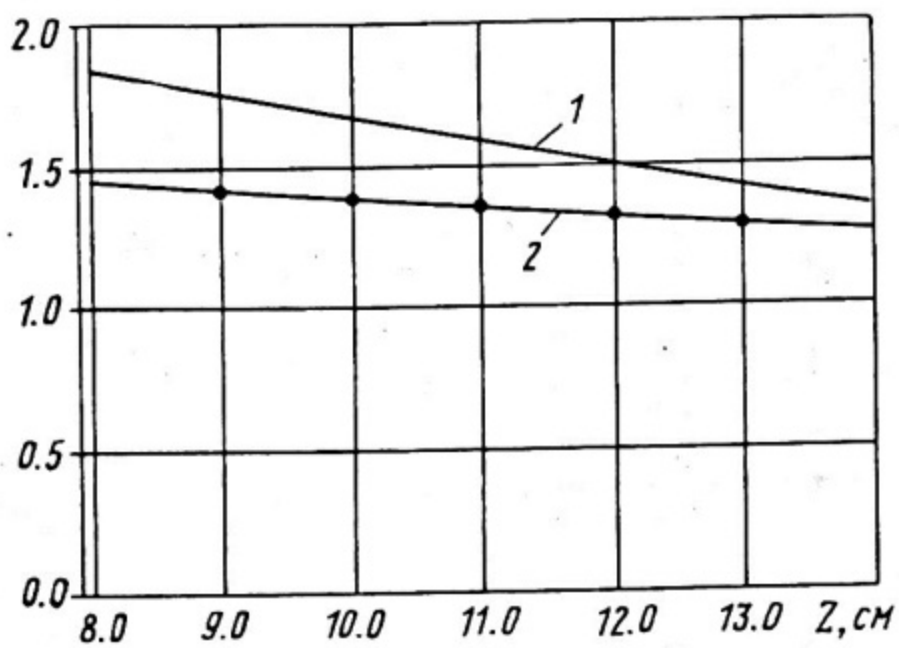


Рис. 6.4. Зависимость наработки плутония  $K_{Pu}$

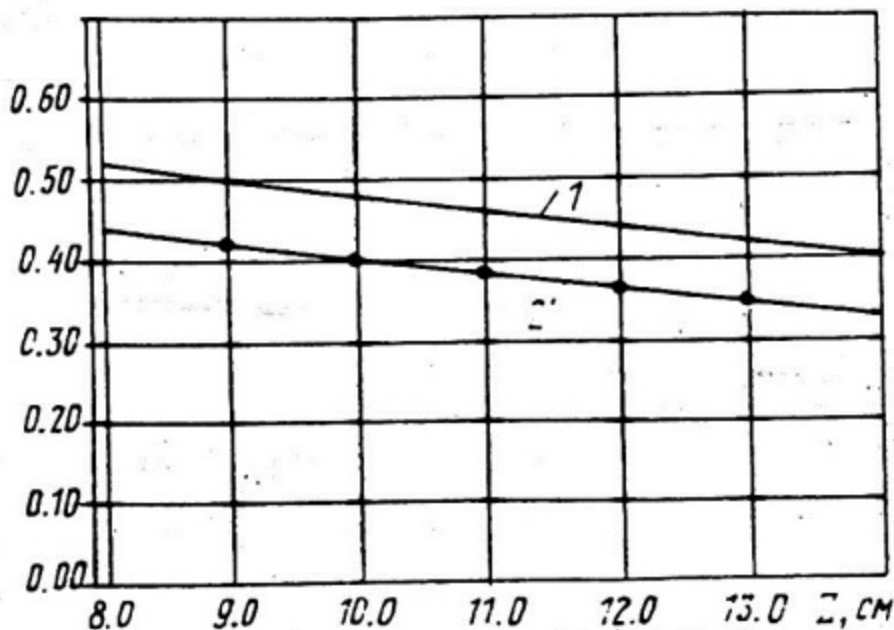


Рис. 6.5. Зависимость числа делений  $k$

3. Beynon T.D., Sim B.S. A feasibility study for a heavy-ion hybrid fusion-fission reactor using low-gain targets//Ann. nucl. Energy, 1986, vol. 13, No 1, pp. 1-21.

Геометрия blankets - сферическая, внутренний радиус - 500 см.

1 зона - 5 см, 10% сталь, 45% UC (природный):

2 зона - 100 см, 20%  $\text{Li}_2\text{O}$ , 5% сталь, 75% He;

3 зона - 40 см, 90% He, 10% сталь.

Источник - 14,06 МэВ.

Функционал	Источник	КАРЛСОН	Расхождение, %
$F_5$	0,024	0,0237	-1,3
$F_8$	0,228	0,244	+7,1
$T_6$	0,982	1,15	+14,6
$T_7$	0,181	0,197	+8,1
Энерговыведение (МэВ/н)	71,3	75,25	+5,2

На рис. 6.6-6.8 показаны нейтронные спектры в средних точках 1-3 зон соответственно (1 - КАРЛСОН, 2 - источник).

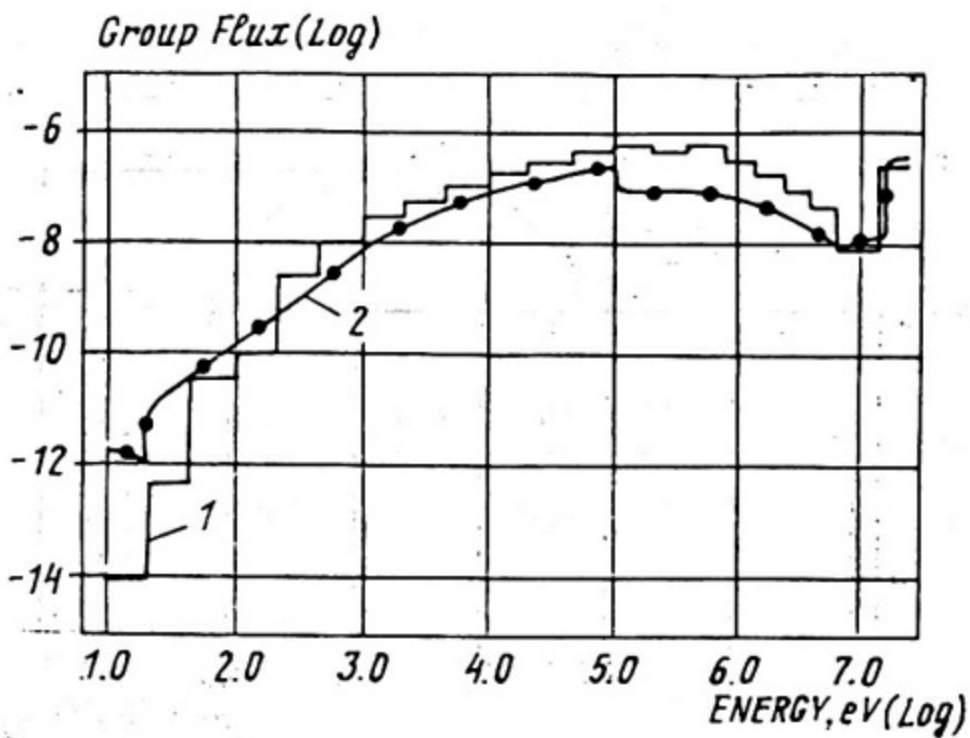


Рис. 6.6. Нейтронный спектр в 1-й зоне

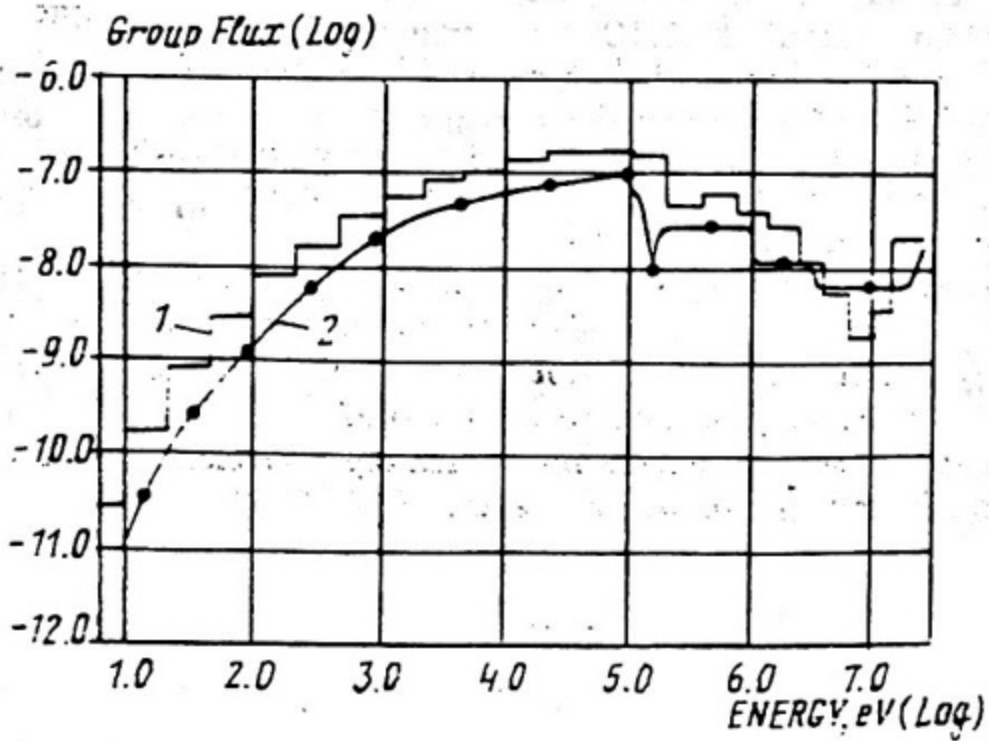


Рис. 6.7. Нейтронный спектр во 2-й зоне

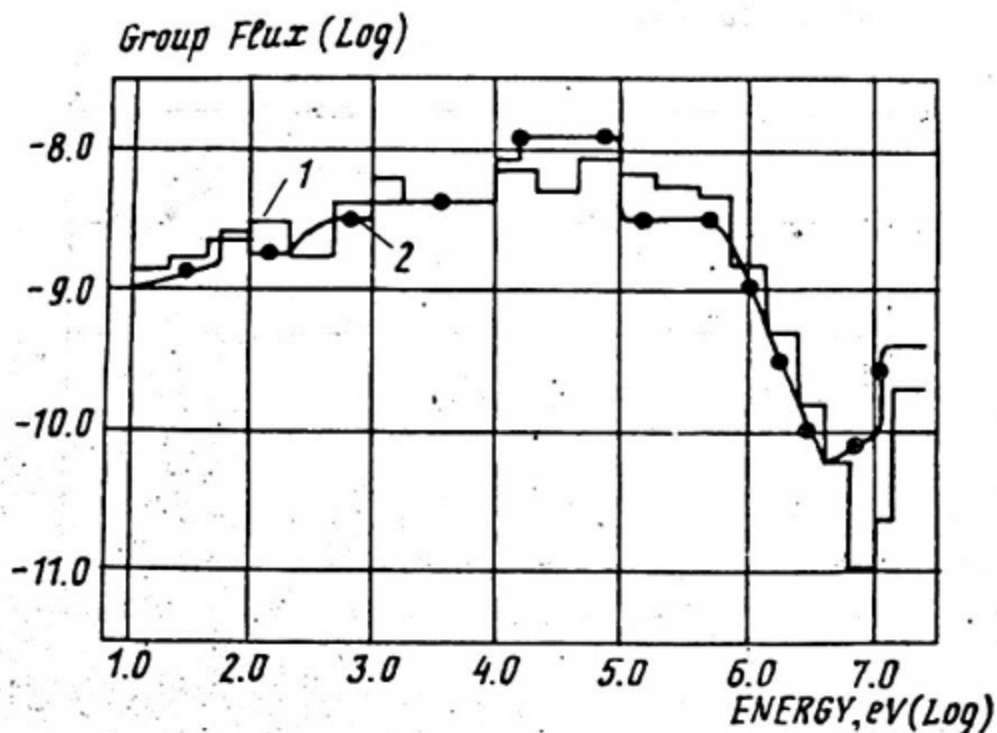


Рис. 6.8. Нейтронный спектр в 3-й зоне

Как видно, функционалы, вычисленные с помощью программного пакета КАРЛСОН, отличаются по величине от приведенных в литературе функционалов не более, чем на  $\pm 20\%$ .

Источником расхождения результатов расчетов могут быть различия в числах энергетических групп и точек пространственного разбиения blankets, в значениях групповых констант и ядерных плотностей материалов blankets.

По-видимому, наибольший вклад в погрешность расчетов дает загрубленность системы 28-групповых констант из [10] для первых трех групп (6,5 - 14,5 МэВ). В этой области энергий резко изменяются сечения ряда пороговых реакций.

Тем не менее приведенные примеры свидетельствуют о работоспособности программного пакета КАРЛСОН.

## ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Программы пакета КАРЛСОН реализованы на персональных компьютерах IBM PC AT и работают под управлением операционной системы MS DOS. Здесь даются основные понятия и принципы работы на персональной ЭВМ.

### 7.1. Работа с ЭВМ IBM PC AT

Операционная система MS DOS (ОС) - программа, загружаемая в память машины при включении и остающаяся там до выключения машины. Эта программа обеспечивает дальнейшую работу ЭВМ - запуск выполняемых программ, обмен информацией между памятью машины и магнитным диском и т.д.

Магнитный диск (или винчестер) - это устройство, хранящее информацию, которая, в отличие от находящейся в памяти машины, не исчезает при выключении питания. Информация на магнитном диске хранится в виде так называемых файлов - это участок диска, имеющий свое имя и содержащий определенное количество байт. Байт = 8 бит - единица измерения информации. Все содержащееся в памяти машины и на винчестере представляется в двоичном виде, т.е. в виде логических единицы и нуля. Бит - это одна логическая единица или ноль. Байт - это последовательность восьми бит, которая несет в себе совершенно конкретное содержание. Например, каждый из символов, отображаемых на дисплее ЭВМ (латинские, русские буквы, цифры, знаки и т.д. - 255 символов), имеют код, содержащийся в одном байте ( $2^8-1=255$ ).

Для удобства работы с хранящейся на магнитном диске информацией на ЭВМ используется так называемая каталоговая система. Весь магнитный диск может быть разбит на 1 или более логических дисков (диск C:, D:, и т.д.), которые являются независимыми и имеют жестко заданный объем. Они называются корневыми каталогами. В этом корневом каталоге могут находиться как файлы, так и новые каталоги (иначе - директории). Каждый каталог также может содержать как файлы, так и каталоги, которые называются уже подкаталогами (поддиректориями). Один и тот же файл (располо-

женный в одном месте на магнитном диске) не может находиться в двух или более разных каталогах, но в них могут быть копии этого же файла с одинаковыми именами (но эти копии будут находиться в разных местах магнитного диска). Строгая древовидная структура диска позволяет легко находить и использовать информацию, находящуюся на винчестере.

В операционной системе MS DOS имя файла состоит из двух частей, разделенных точкой (.). Первая часть - это собственно имя, вторая - так называемое расширение, обычно указывающее на тип файла. Длина первой части имени файла - восемь (или менее, но не нуль) знаков, длина расширения - три или менее (в том числе и нуль, т.е. расширения может и не быть) знаков. Пример: *carlson.exe*, *example.in*.

Как было сказано, файл - это именованная область диска, содержащая определенную информацию. Эта информация может быть разной - программный исполняемый машинный код, текст, цифровые данные и т.д. Соответственно, файлы делятся на текстовые, исполняемые, двоичные и т.д.

Исполняемые файлы имеют расширение *exe* и *com*. Файлы с расширением *com* - это специфические исполняемые файлы, обычно системные. Программные коды, получаемые при транслировании программ, написанных на языках высокого уровня (Фортран, Паскаль, Си и др.) имеют расширение *exe*.

Все остальные файлы могут иметь любые расширения. Обычно текстовым файлам дают расширения *txt* (text), *lst* (list), *doc* (document) и др.

Обычно на ЭВМ, кроме самой операционной системы, загружается так называемая оболочка Нортон Коммандер (Norton Commander, NC). Эта программа позволяет легко работать с файлами и каталогами. В двух панелях, отображаемых на дисплее (одна из которых активна, т.е. с которой работает NC), видны все файлы и подкаталоги, расположенные в каталоге, в котором находится в данный момент пользователь. Каждая панель может отображать различные каталоги, даже на двух различных логических дисках. С помощью NC можно легко осуществить различные операции с файлами: копирование, создание, удаление, запуск исполняемых файлов. Один из файлов в активной панели выделяется цветом. Из множества

файлов, используя клавиши клавиатуры или "мышь", выбирается нужный файл или нужный подкаталог. Если выделен подкаталог (или родительский каталог, т.е. тот, в котором расположен текущий), то при нажатии клавиши ВВОД ("Enter") ОС делает его текущим и отображает на панели его содержимое.

Исполняемые файлы запускаются также простым нажатием клавиши "ВВОД". Запуск можно осуществить и из командной строки, т.е. строки, в которой можно набрать непосредственно команды ОС. С клавиатуры набирается имя файла и нажимается клавиша "ВВОД".

Часто возникает необходимость запуска программ с параметрами: имя какого-нибудь файла, цифры, буквы и т.д. Например, программа *carlson.exe* из пакета КАРЛСОН запускается с параметром - именем файла с входными данными. Тогда в командной строке набирается сначала имя исполняемого файла, а затем через пробел - параметр (в данном случае - имя файла).

Пример: *carlson.exe example.in*

Для работы с пакетом КАРЛСОН необходимо создать файл с входными данными. В ОС создание нового файла происходит при нажатии сначала клавиши "Shift", а потом "F4". Появится строка, в которой предлагается ввести имя файла. После этого загрузится текстовый редактор ОС, в котором можно набрать нужный текст. Клавиша "F2" - сохранение содержимого, "Esc" - выход из редактора. Для редактирования уже существующего файла, необходимо выделить его цветом, а затем нажать клавишу "F4".

Для более подробного ознакомления с работой на IBM PC AT желательно ознакомиться с соответствующей литературой, например, книгой: Фигурнов В.Э. IBM PC для пользователя. М.: Финансы и статистика, 1991.

## 7.2. Программный пакет КАРЛСОН

Рассмотренные в гл. 4 и 5 методы нейтронно-физического расчета бланкета ТЯР ( $S_{10}$ -приближение и диффузионное приближение) реализованы в программном пакете КАРЛСОН, предназначенном для определения пространственно-энергетического распределения нейтронов и важнейших функционалов в бланкетных зонах ТЯР в плоской и сферической геометриях.

Программы написаны на языке Turbo C (транслятор Borland International, версия 2.0). Для работы с пакетом необходима ЭВМ IBM PC AT под управлением операционной системы MS DOS, версия 3.3 и выше. Необходимо найти на диске каталог "CARLSON". В этом каталоге содержится программный пакет КАРЛСОН.

В состав пакета входят:

*carlson.exe* - программа расчета нейтронных потоков и функционалов;

*spectr.exe* - программа обработки результатов, полученных программой *carlson.exe*, для вывода нейтронных спектров в точке бланкета, интегральных спектров в зоне бланкета, объемного тепловыделения или нейтронного потока  $j$ -й группы по длине бланкета. В дальнейшем пользователь может построить графики, пользуясь стандартными графопостроителями;

*basedata\_\$* - файл, содержащий основные микроконстанты;

*adddata\_\$* - файл, содержащий микроконстанты, необходимые для расчета функционалов;

*carl.doc* - инструкция пользователя пакетом КАРЛСОН.

Необходимый для работы программ объем оперативной памяти зависит от числа рассчитываемых зон и числа расчетных точек и не превышает 500 кбайт при максимальном числе зон (12) и 1000 расчетных точек.

Время расчета зависит в основном от числа расчетных точек и наличия делящихся нуклидов. Одна итерация при числе расчетных точек 100 на ЭВМ IBM PC AT 286/287 занимает около одной минуты. При отсутствии в составе бланкета делящихся нуклидов или при глубокой подкритичности, относительная ошибка в 1% достигается примерно за 10-15 итераций.

Работа программы *spectr.exe* занимает несколько секунд.

### 7.3. Программа *carlson.exe*. Входные данные

*Carlson.exe* - программа расчета нейтронных потоков и функционалов. Алгоритм работы программы представлен на рис. 7.1.

Запуск программы осуществляется из командной строки с указанием имени файла с постановкой задачи (см. ниже). Например,

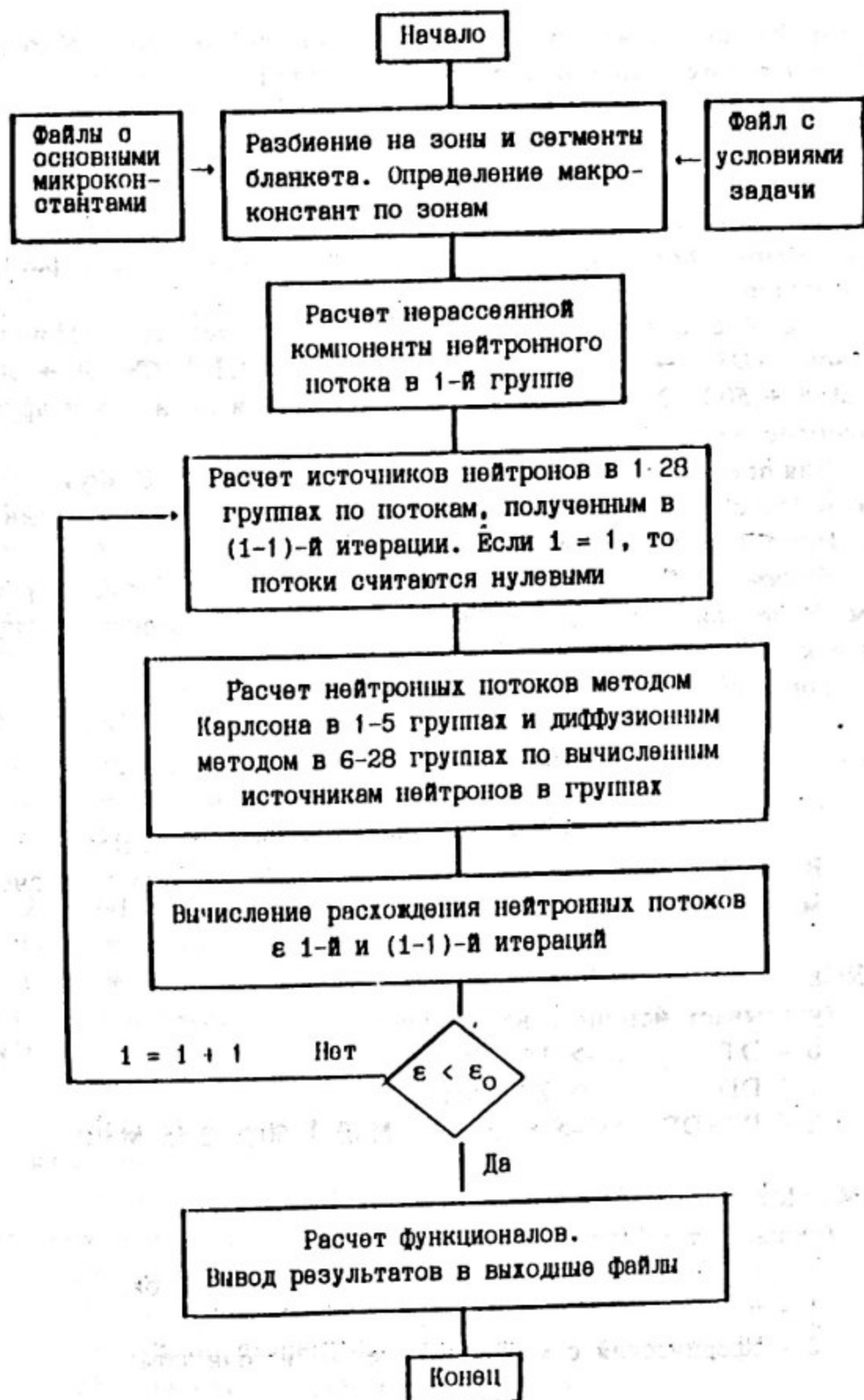


Рис. 7.1. Алгоритм программы carlson.exe

если имя файла с постановкой задачи - *example.in*, то необходимо набрать *carlson.exe example.in* и нажать "ВВОД".

Для работы необходимы еще два файла - *basedata\_\$* и *adddata\_\$*. Эти файлы открываются самой программой и их не надо указывать в командной строке, нужно только, чтобы они находились в каталоге. Файл *basedata\_\$* содержит основные микроконстанты для расчета. Файл *adddata\_\$* содержит микроконстанты для расчета функционалов.

В файле с постановкой задачи указывается тип источника нейтронов (*DT* → 14,06 МэВ, *DD* → 2,45 МэВ, *DT+DD* → 50% 14,06 МэВ + 50% 2,45 МэВ), геометрию и состав blankets и другие необходимые данные.

Для примера рассмотрим сферический blanket с внутренним радиусом 100 см, толщиной 120 см, состоящий из жидкого природного лития. Источник нейтронов - *DT*-реакция.

Разобьем blanket на две зоны: первая - 20 см, вторая - 100 см. В первой зоне, где наибольшие градиенты потоков, зададим большее количество точек разбиения.

Тогда файл *example.in* имеет вид:

```
----- EXAMPLE.IN -----  
  
>TEXT * Пример blankets с природным литием  
(В этой строке можно сообщить информацию о задаче,  
максимальная длина строки - 80 символов).  
  
>SOURCE * 0  
(указывает источник нейтронов :  
0 - DT -> 14.1 МэВ;  
1 - DD -> 2.45 МэВ,  
2 - DT+DD -> 50% 14.1 МэВ + 50% 2.45 МэВ).  
  
>GEOMETRY * 2  
(указывает геометрию задачи:  
0 - плоская с изотропным источником нейтронов,  
1 - плоская с мононаправленным источником,  
2 - сферическая с мононаправленным источником).
```

- >QTY\_ZONE \* 2  
(указывает количество зон).
- >INNER\_RADIUS \* 50  
(указывает внутренний радиус blankets для сферической геометрии в см).
- >LENGTH\_ZONE \* 20 100  
(указывает толщины зон в см).
- >QTY\_POINT \* 50 100  
(указывает число точек разбиения каждой зоны).
- >EPSILON \* .02  
(указывает точность расчета в относительных единицах).
- >NUCLIDES \* (состав зон)

# 1 ZONE (знак # указывает на начало зоны)

:Li-6 = .3225 /n /t

:Li-7 = 3.9775 /n /t

\$ END 1 ZONE (знак \$ указывает на конец зоны)

# 2 ZONE

:Li-6 = .3225 /n /t

:Li-7 = 3.9775 /n /t

\$ END 2 ZONE

END

( : - метка нуклида

после знака = идет концентрация нуклида  $\times 10^{+22}$  !!!

в ядрах/см<sup>3</sup>,

знак /[n,t,f,F,d,c,p,h,s] указывает что распечатать в выходном файле, т.е.

/n - скорость реакции (n,2n),

/t - наработка трития,

/f - число делений,

/F - выход нейтронов при делении,

/d - скорость реакции (n,D),  
/c - радиационный захват,  
/p - скорость реакции (n,p),  
/h - наработка гелия,  
/s - накопление смещений).

>OUTPUT\_POINT \* 10

(указывает через какое количество точек надо выводить результаты расчета в зоне. В данном случае будет распечатана каждая десятая точка).

>END (указатель конца файла ).

**ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ**: идентификаторы > : = # \$ \* определяют структуру файла и должны присутствовать обязательно; Ключевые слова , SOURCE, например, должны быть написаны правильно.

### 7.3 Выходные данные. Программа spectr.exe

При достижении заданной точности программа *carlson.exe* заканчивает работу и создает на диске в том же каталоге (CARLSON) три файла с результатами расчета. Эти файлы имеют то же имя, что и входной файл, но другие расширения: *flx*, *fnc*, *sav*.

В файле с расширением *flx* распечатаны потоки нейтронов по точкам для каждой энергетической группы и каждой зоны, а также интегральные потоки по зонам для каждой группы.

В файле с расширением *fnc* распечатаны указанные во входном файле функционалы, как по точкам, так и интегральные. Знак /e - обозначает энерговыделение, которое также приведено в этом файле.

В файле с расширением *sav* содержатся в двоичном формате значения нейтронных потоков и других данных, необходимых для работы программы *spectr.exe*.

Программа *spectr.exe* осуществляет подготовку и вывод данных для построения графиков нейтронного спектра в интересующей точке

бланкета, интегрального спектра в зоне бланкета, энерговыделения по длине бланкета и нейтронных потоков в каждой группе по длине бланкета. Вывод осуществляется в файл с тем же именем, но с расширением *dat*. График строится дополнительными программными средствами пользователя.

Запуск программы:

```
spectr.exe -[p,i,e,n,l]point name.sav
```

*name.sav* - файл с расширением *sav*, полученный программой *carlson.exe*.

Опции -[p,i,e,n,l]point :

- p : выводится спектр в точке бланкета;
- i : выводится интегральный спектр в зоне;
- e : выводится энерговыделение;
- n : выводится нейтронный поток;
- l : выводится листинг дифференциальных потоков

в 5 верхних группах.

point : целое число, указывающее точку бланкета для опций -p и -l, номер зоны для опции -i, номер энергетической группы для опции -n. Для опции -e point не указывается.

Пример : *spectr.exe -p110 example.sav*,  
*spectr.exe -i2 example.sav*,  
*spectr.exe -e example.sav*,  
*spectr.exe -n28 example.sav*.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тестирование (верификация) программы на расчетах различных типов бланкетов показало совпадение соответствующих результатов с рассчитанными по программе BLANK или с опубликованными в зарубежных проектах с точностью не хуже  $\pm(10-25)\%$ .

Таким образом, разработанный в МИФИ программный пакет КАРЛСОН может служить достаточно надежным инструментом для выполнения вариантных нейтронно-физических расчетов бланкетных зон, радиационной защиты, фокусирующих зеркал и других элементов ТЯР.

Дальнейшее совершенствование разработанной программы связывается с улучшением константного обеспечения и с уточнением взаимодействия нейтронов с водородом и легкими элементами.

### Список использованной литературы

1. Кокорев Л.С., Харитонов В.В. Прямое преобразование энергии и термоядерные энергетические установки. М.: Атомиздат, 1980. - 216 с.
2. Кокорев Л.С., Харитонов В.В. Теплогидравлические расчеты и оптимизация ЯЭУ. М.: Энергоатомиздат, 1986. - 248 с.
3. Белл Д., Глесстон С. Теория ядерных реакторов./ Пер. с англ. /Под ред. В.Н. Артамкина. М.: Атомиздат, 1974. - 496 с.
4. Марчук Г.И., Лебедев В.И. Численные методы в теории переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1981. - 465 с.
5. Фейнберг С.М., Шихов С.Б., Троянский В.Б. Теория ядерных реакторов. Т.1. М.: Атомиздат, 1978. - 412 с.
6. Шихов С.Б., Троянский В.Б. Теория ядерных реакторов. Т. 2. М.: Энергоатомиздат, 1983. - 360 с.
7. Смелов В.В. Лекции по теории переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1972. - 176 с.
8. Наумов В.А., Розин С.Г. Решение задач физики реакторов методом Монте-Карло. М.: Наука и техника, 1978.
9. Володенко А.М., Дубинин А.А. РОЗ-6.3 - программа для решения уравнения переноса нейтронов и гамма-квантов в одномерных геометриях методом дискретных ординат. // ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1984. Вып.6 (43). С. 30-38.
10. Абагян Л.П., Базазянц Н.О., Николаев М.Н., Цибуля А.М. Групповые константы для расчета реакторов и защиты. М.: Энергоатомиздат, 1981. - 232 с.
11. Чиркин В.С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники. М.: Атомиздат, 1968. - 484 с.
12. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. - 724 с.
13. Мэтьюз Дж., Уокер Р. Математические методы физики. М.: Атомиздат, 1972. - 397 с.

14. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987. - 288 с.

15. Марин С.В., Марковский Д.В., Шаталов Г.Е. Программа расчета пространственно-энергетического распределения потока нейтронов в одномерной геометрии (BLANK): Препринт ИАЭ-2832. М.: 1977.

Харитонов В.В., Троянский В.Б., Якутин Н.В., Атаманов В.В.

**Нейтронно-физические расчеты  
бланкетов термоядерных реакторов**

Редактор *Е.Н. Кочубей*

Темплан 1994 г. Лицензия ЛР № 020676 от 9.12.92.

Подписано в печать 22.06.94.

Печ.л. 5.25 Уч.-изд.л. 6.0 Тираж 300 экз. Изд. № 043-1. Заказ 806

Формат 60x84 1/16

Московский государственный инженерно-физический институт  
(технический университет). Типография МИФИ.  
115409, Москва, Каширское шоссе, 31