

621.38

1712

93

МОСКОВСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Н. М. Гаврилов

ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ
ДЛЯ РАБОТ
С ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ
ЧАСТИЦАМИ

МОСКВА 1978

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

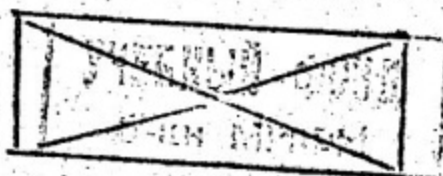
МОСКОВСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Н. М. ГАВРИЛОВ

ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ
ДЛЯ РАБОТ
С ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ

Под редакцией проф. О. А. Вальднера

Утверждено
в качестве учебного пособия
редсоветом института



Библиотечный
фонд
НИЯУ МИФИ
г. Москва

МОСКВА 1978

УДК 621.384.66

Гаврилов Н.М. Электрофизическое оборудование для работ с высокоэнергетическими частицами. Под ред. проф. О.А. Вальднера. Учебное пособие. М., Изд. МИФИ, 1978, 92 с. ;

Учебное пособие "Электрофизическое оборудование для работ с высокоэнергетическими частицами" представляет собой вторую часть пособия "Выходные устройства ускорителей", изданного ранее. В него включены разделы, посвященные описанию простейших систем из магнитных квадрупольных линз; элементов систем транспортировки частиц высокой энергии — отклоняющих и анализирующих магнитов; систем, состоящих из квадрупольных линз и магнитов; аббераций магнитных систем и практических вопросов их юстировки.

Пособие полезно для студентов, специализирующихся по электрофизическому оборудованию для работ с частицами высоких энергий.



Московский инженерно-физический институт, 1978 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие "Электрофизическое оборудование для работ с высокоэнергетическими частицами" содержит разделы, посвященные различным системам магнитных квадрупольных линз: дублетам, триплетам, квадруплетам и периодическим структурам из квадрупольей. В нем дано обоснование оптимального расположения соседних квадрупольей при сдвинутой на прямой угол фокусирующих и рассеивающих плоскостях.

В учебное пособие включены разделы, относящиеся к движению заряженных частиц в магнитных системах, таких, как отклоняющие и анализирующие магниты. Кроме того, оно содержит материалы о каналах, состоящих из магнитов и квадрупольей, ахроматических и изохронных системах, различных абберациях, имеющих место при формировании и транспортировке заряженных частиц. В пособии нашли отражение отдельные вопросы юстировки магнитных систем, а также результаты работ специалистов из Института физики высоких энергий (ИФВЭ, г. Серпухов), Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ, г. Дубна), Института теоретической и экспериментальной физики (ИТЭФ, Москва) и др. Автор глубоко признателен В. И. Котову, И. Н. Семенюшкину, Р. А. Рзаеву и другим сотрудникам названных институтов за полезные советы и предоставление материалов.

Возможные предложения и дополнения будут приняты с благодарностью.

Глава I

ПРОСТЕЙШИЕ СИСТЕМЫ ИЗ МАГНИТНЫХ КВАДРУПОЛЬНЫХ ЛИНЗ

Данная глава посвящена изучению простейших систем, образованных магнитными квадрупольными линзами. К таким системам переходят тогда, когда необходима фокусировка заряженных частиц во всех направлениях. К сожалению, одной квадрупольной линзой невозможно сфокусировать пучок в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Поэтому применяют систему квадрупольных линз, состоящую не менее, чем из двух квадруполей. В зависимости от числа квадруполей в системе изменяются ее особенности и назначение. В каждой из таких систем существуют свои формы траекторий. Они характеризуются оптическими параметрами и кардинальными элементами.

1. ДУБЛЕТЫ

Дублет — это простейшая система квадрупольных линз, которая образована двумя квадрупольными линзами. Они имеют одну и ту же продольную ось, а плоскости симметрии и антисимметрии одного из них сдвинуты на 90° по отношению к указанным плоскостям другого. Таким образом, в одной из плоскостей, например xOx (рис. 1а), система линз образует фокусирующе-дефокусирующую $ФД$ структуру, а в другой, перпендикулярной yOy (рис. 1б), — дефокусирующе-фокусирующую $ДФ$. На рис. 1а и 1б показаны дублет и траектории частиц в двух плоскостях. В каждой из линз Q_1 и Q_2 , составляющих дублет, показаны главные плоскости, расстояние между источником и первой линзой, между линзами и второй линзой и изображением.

В плоскости $ФД$ параметры обозначены буквами без штрихов, в плоскости $ДФ$ — буквами со штрихами.

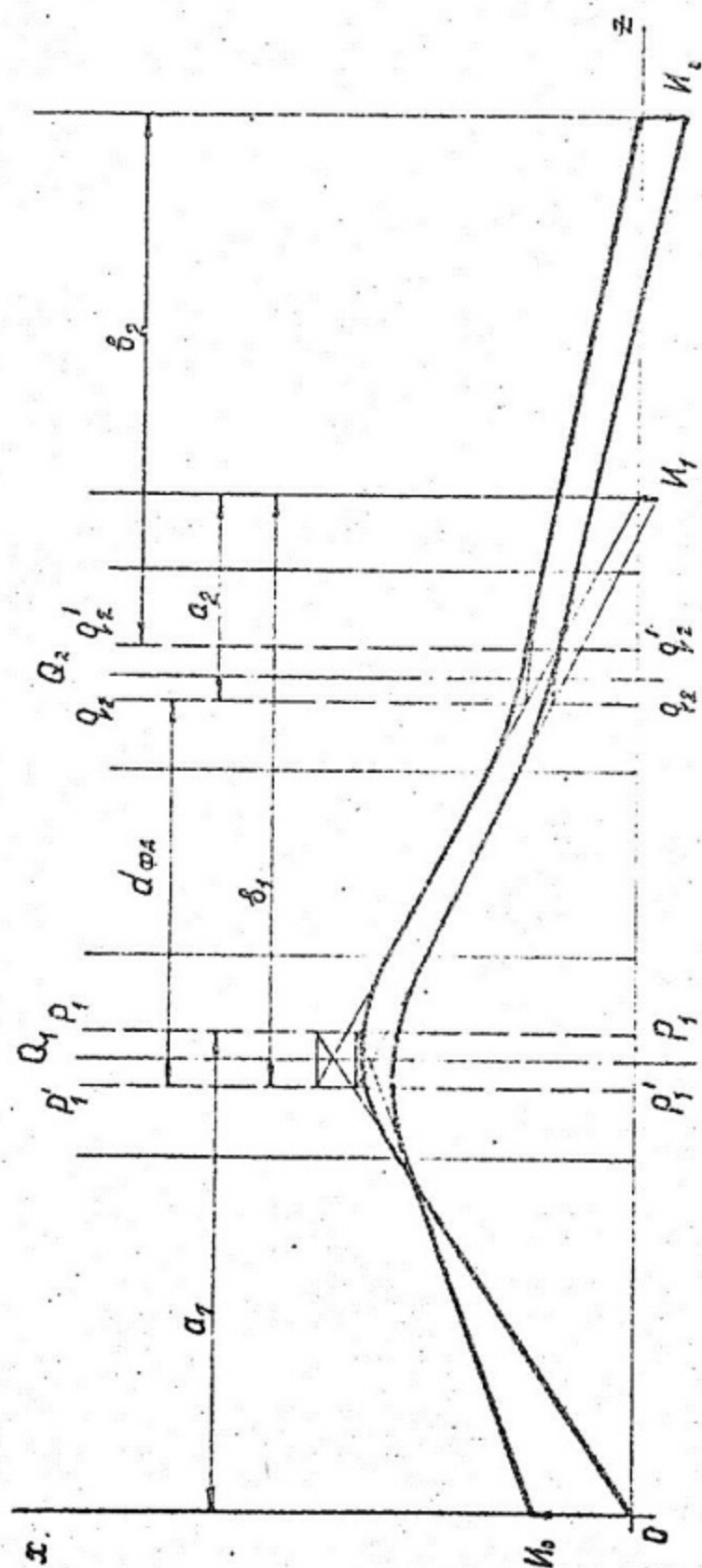


Рис. 1а. $\varphi\Delta$ — плоскость лублета .

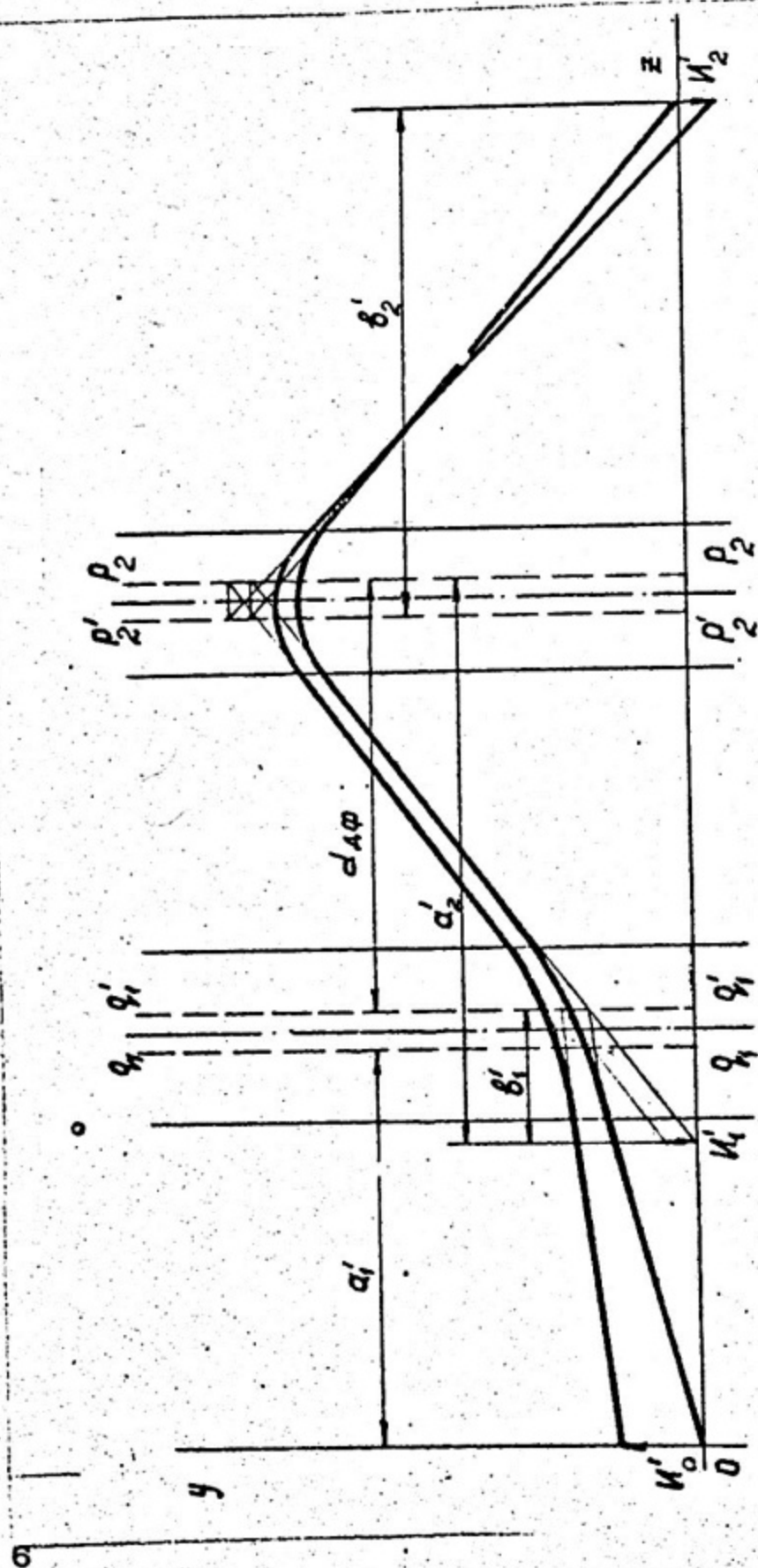


Рис. 16. DP – плоскость дублета

Необходимо определить свойства дублета: получить матрицы преобразования, найти оптические параметры, расположение главных плоскостей и фокусные расстояния.

Пусть в плоскости ΦD расстояние от источника до передней главной плоскости линзы

$$a_1 = A_1 + \Delta_{1c}, \quad (1)$$

а в плоскости

$$a'_1 = A'_1 + \Delta_{1d}. \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2) A_1 и A'_1 — расстояния от источника до середины линзы Q_1 , а Δ_{1c} и Δ_{1d} — расстояния от главных плоскостей до центра линзы. Они относятся к линзе Q_1 . Для промежуточного изображения после линзы Q_1 , которое для плоскости Φ — действительное, а для плоскости D — мнимое, расстояния до выходных плоскостей

$$b_1 = B_1 + \Delta_{1c}; \quad (3)$$

$$b'_1 = B'_1 + \Delta_{1d}, \quad (4)$$

где B_1 и B'_1 — расстояния между промежуточным изображением и серединой линзы Q_1 . В свою очередь эти изображения служат источниками для линзы Q_2 , а

$$a_2 = d_{\Phi D} - b_1 = d + \Delta_{1c} + \Delta_{2d} - b_1; \quad (5)$$

$$a'_2 = d_{D\Phi} - b'_1 = d + \Delta_{1d} + \Delta_{2c} - b'_1, \quad (6)$$

где $d_{\Phi D}$ и $d_{D\Phi}$ — расстояния между выходной и входной плоскостями линз при движениях ΦD и $D\Phi$; d — расстояние между центрами линз. Величины, входящие в выражения (1)–(6), следует взять в алгебраическом смысле, т.е. $a_2 < 0$ из-за того, что по отношению к изображению H_2 промежуточное изображение мнимое и $b'_1 < 0$, так как промежуточное изображение относительно источника тоже мнимое. Расстояния от выходных плоскостей линзы Q_2 до изображения соответственно равны b_2 и b'_2 .

Введя, таким образом, обозначения геометрических параметров, перейдем к нахождению связи между ними. Удобнее всего эту связь определить с помощью матричного представления. Для дублета необходимо перемножить пять матриц — две для линз Q_1 и Q_2 и три для свободных участков, окружающих

линзы. Однако в результате такого перемножения не получим промежуточной информации, т.е. значений b_1 и b_1' , а следовательно, и a_2 и a_2' .

Для того чтобы определить параметры b_1 и b_1' , перемножим три матрицы для первой линзы и окружающих ее дрейфовых участков, а именно:

$$\begin{pmatrix} 1 & b_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F_{1c}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Здесь для упрощения использована матрица тонкой линзы.

В результате перемножения получим следующую матрицу:

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{b_1}{F_{1c}} & a_1 + b_1 - \frac{a_1 b_1}{F_{1c}} \\ -\frac{1}{F_{1c}} & 1 - \frac{a_1}{F_{1c}} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

В плоскости $\mathcal{P}d$ будет изображение источника после линзы Q_1 , если $T_{12} = 0$. Это условие дает хорошо известное уравнение для тонкой линзы

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F_{1c}}, \quad (9)$$

из которого нетрудно определить или расстояние до изображения

$$b_1 = \frac{a_1 F_{1c}}{a_1 - F_{1c}}, \quad (10)$$

если известно фокусное расстояние, или наоборот

$$F_{1c} = \frac{a_1 b_1}{a_1 + b_1}. \quad (11)$$

Поскольку входящие в выражение (10) величины положительны, ограничимся случаем $a_1 > F_{1c}$, так как обратное условие $a_1 < F_{1c}$, сопровождающееся мнимым изображением, практической ценности не представляет, поэтому и параметр b_1 положителен. Этот факт найдет выражение в том, что изображение будет лежать правее главной плоскости. Коэффициенты увеличения первой M_1 и второй M_2 линз будут определены позже, их значения даны выражениями (38) и (39). По полученным па-

параметрам b_1 и M_1 построим изображение после первой линзы (см. рис. 1а). Аналогичные выражения (10) и (11) можно записать для плоскости $D\Phi$, а именно:

$$b'_1 = \frac{a'_1 F_{1d}}{a'_1 - F_{1d}}; \quad (12)$$

$$F_{1d} = \frac{a'_1 b'_1}{a'_1 + b'_1}. \quad (13)$$

Необходимо помнить, что в выражениях (12) и (13) фокусное расстояние в дефокусирующей плоскости F_{1d} — отрицательная величина. Поэтому изображение лежит левее выходной плоскости первой линзы. Связь между величинами b_1 , b'_1 и a_2 , a'_2 представлена в выражениях (5) и (6). Для определения параметров b_2 и b'_2 перемножим матрицы для линзы Q_2 и окаймляющих ее свободных участков

$$\begin{pmatrix} 1 & b_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F_{2d}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

В результате получим матрицу

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{b_2}{F_{2d}} & a_2 + b_2 - \frac{a_2 b_2}{F_{2d}} \\ -\frac{1}{F_{2d}} & 1 - \frac{a_2}{F_{2d}} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

приравнявая нулю элемент T_{12} которой, находим

$$b_2 = \frac{a_2 F_{2d}}{a_2 - F_{2d}}, \quad (16)$$

где $F_{2d} < 0$ и $a_2 < 0$, причем F_{2d} больше a_2 по абсолютной величине. Для плоскости $D\Phi$ имеем

$$b'_2 = \frac{a'_2 F_{2c}}{a'_2 - F_{2c}}, \quad (17)$$

где $F_{2c} > 0$ и $a'_2 > F_{2c}$.

Подставляя в (16) и (17) значения a_2 и a_2' из (5) - (6), получаем выражения

$$b_2 = \frac{(d_{\varphi A} - b_1) F_{2A}}{d_{\varphi A} - b_1 - F_{2A}} = \frac{\left(d_{\varphi A} - \frac{a_1 F_{1C}}{a_1 - F_{1C}}\right) F_{2A}}{d_{\varphi A} - \frac{a_1 F_{1C}}{a_1 - F_{1C}} - F_{2A}}; \quad (18)$$

$$b_2' = \frac{(d_{A\varphi} - b_1') F_{2C}}{d_{A\varphi} - b_1' - F_{2C}} = \frac{\left(d_{A\varphi} - \frac{a_1' F_{1A}}{a_1' - F_{1A}}\right) F_{2C}}{d_{A\varphi} - \frac{a_1' F_{1A}}{a_1' - F_{1A}} - F_{2C}}. \quad (19)$$

Следовательно, по заданным значениям фокусных расстояний или возбуждения квадруполей, образующих дублет, расстояний между ними и параметров источника, можно определить местоположение изображения. Однако больший интерес представляет обратный процесс, когда по заданному расположению источника и изображения необходимо определить фокусные расстояния линз. Подобная задача возникает тогда, когда необходимо направить пучок в регистрирующую установку, расположенную на заданном расстоянии. Точное решение этой задачи приводит к трансцендентным уравнениям, для решения которых прибегают к ЭВМ. Ограничимся случаем стигматической фокусировки, при которой источники и изображения совпадают в вертикальной и горизонтальной плоскостях, а именно:

$$a_1 = a_1' = a; \quad b_2 = b_2' = b. \quad (20)$$

Фокусные расстояния квадруполей дублета можно определить как в приближении тонкой, так и полутонкой линз. Ввиду того что приближение полутонкой линзы более точное и общее по сравнению с приближением тонкой линзы, рассмотрим дублет в приближении полутонкой линзы. Согласно этому приближению

$$F_{1C} + F_{1A} = \frac{L_1}{3} = C_1; \quad (21)$$

$$F_{2C} + F_{2A} = \frac{L_2}{3} = C_2; \quad (22)$$

$$\Delta_{1,2c} = \Delta_{1,2d} = 0. \quad (23)$$

Отбрасывая индекс "C" и обозначая $F_{1c} = F_1$ и $F_{2c} = F_2$, можно найти из формул (21) и (22) фокусные расстояния квадруполь в дефокусирующих плоскостях. Действительно,

$$F_{1d} = C_1 - F_1; \quad (24)$$

$$F_{2d} = C_2 - F_2. \quad (25)$$

Преобразовывая (18) и (19) для стигматической фокусировки (20), получаем два уравнения для фокусных расстояний

$$F_1^2 - C_1 F_1 - [2a^2 b d n - C_1 a b (m n + p d) - C_2 a^2 n^2 + C_1 C_2 a n p] \times \frac{1}{2 b m p - C_2 p^2} = 0; \quad (26)$$

$$F_2^2 - C_2 F_2 - [2a b^2 d m - C_2 a b (m n + p d) - C_1 b^2 m^2 + C_1 C_2 b m p] \times \frac{1}{2 a n p - C_1 p^2} = 0, \quad (27)$$

в которых введены следующие обозначения:

$$m = a + d, n = b + d, p = a + d + b.$$

Полагая, что параметры C_1 и C_2 являются малыми, разложим по ним корни уравнений (26) и (27), ограничившись линейными членами. В результате находим, что

$$F_1 = a \sqrt{\frac{d n}{m p}} \left[1 - C_1 \frac{(m n + p d)}{4 a d n} - C_2 \frac{(m n - p d)}{4 b d m} \right] + \frac{C_1}{2}; \quad (28)$$

$$F_2 = b \sqrt{\frac{d m}{n p}} \left[1 - C_1 \frac{(m n - p d)}{4 a d n} - C_2 \frac{(m n + p d)}{4 b d m} \right] + \frac{C_2}{2}. \quad (29)$$

Следует подчеркнуть, что в выражениях (28) и (29) перед первыми слагаемыми отброшены знаки "-", так как F_1 и F_2 в приближении полутонких линз — положительные величины. Уравнения (26) — (29) позволяют определить фокусные расстояния с высокой точностью, например, при $\frac{L}{F} \sim 1$ ошибка составляет меньше 1%.

В приближении тонкой линзы, когда $C_1 = C_2 = 0$, в формулах (24), (25), (28) и (29) имеем из (28) и (29)

$$F_1 = \pm a \sqrt{\frac{d(b+d)}{(a+b+d)(a+d)}}; \quad (30)$$

$$F_2 = \mp b \sqrt{\frac{d(a+d)}{(a+b+d)(b+d)}} \quad (31)$$

Для плоскости $\mathcal{P}D$ следует взять верхние знаки в выражениях (30) и (31), а в плоскости $\mathcal{D}\mathcal{P}$ — нижние.

С помощью выражений (30) и (31) рассмотрим два простых случая.

Первый относится к фокусировке параллельного пучка, для которого источник расположен бесконечно далеко ($a \rightarrow \infty$). В этом случае

$$F_1 = \pm \sqrt{d(b+d)}; \quad (32)$$

$$F_2 = \mp b \sqrt{\frac{d}{b+d}} \quad (33)$$

Таким образом, при стигматической фокусировке параллельного пучка дублетом выражения для фокусных расстояний упрощаются. Их определяем через расстояния между квадруполями и от изображения до второго квадруполя.

Второй случай относится к формированию расходящегося пучка в параллельный ($b \rightarrow \infty$). Для него фокусные расстояния

$$F_1 = \pm a \sqrt{\frac{d}{a+d}}; \quad (34)$$

$$F_2 = \mp \sqrt{d(a+d)} \quad (35)$$

В этом случае фокусные расстояния могут быть выражены через параметры a и d .

Следовательно, фокусные расстояния квадруполей дублета связаны с расстояниями от источника и изображения до дублета и расстоянием между линзами. Форма записи выражений (32) — (35) совпадает за исключением того, что величину b , входящую в первые два из них, следует заменить на a для последних. При этом конечные значения параметров a и b входят в качестве сомножителей в выражения фокусных расстояний для примыкающих к ним линз, а подкоренные выражения представляют отношение параметра d к $(a+d)$ или $(b+d)$. Для других фокусных расстояний подкоренные выражения есть произведение параметра d на $(a+d)$ или $(b+d)$.

Еще раз следует отметить, что уравнения (26) и (27) могут быть получены, если составить матрицу для дублета, равную произведению пяти матриц,

$$\begin{pmatrix} 1 & b_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F_{2d}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_{\varphi d} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F_{1c}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (36)$$

в плоскости φd и пять матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & b'_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F_{2c}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_{d\varphi} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F_{1d}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a'_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (37)$$

в плоскости $d\varphi$, а затем приравнять нулю элементы T_{12} вновь полученных матриц с учетом (20). Кроме того, необходимо заметить, что стигматическая фокусировка не единственно возможная. Иногда источники и изображения не совпадают в плоскостях $d\varphi$ и φd , а условия (20) не выполняются. В этих случаях вместо (26) и (27) получают более громоздкие уравнения, которые, как правило, решают методом подбора.

1.1. Особенности работы

Интересно рассмотреть влияние расстояния между линзами дублета d на его параметры. Как следует из формул (30) и (31), при $a \gg d$ и $b \gg d$ фокусные расстояния F_1 и F_2 пропорциональны $\sqrt{d}$ и, следовательно, возрастают при увеличении расстояния между линзами.

Фокусное расстояние первой линзы F_1 сильно зависит от расстояния между источником и дублетом a и слабо — от расстояния между изображением и дублетом b . Для фокусного расстояния F_2 справедливо обратное утверждение. Коэффициент увеличения линзы, когда $T_{12} = 0$ и справедлива формула (9), равен элементу T_{11} , поэтому из матрицы (8) найдем для плоскости φd

$$M_1 = T_{11} = -\frac{b_1}{a_1} \quad (38)$$

Аналогично для второй линзы имеем

$$M_2 = 1 - \frac{b_2}{F_{2d}} = 1 - b_2 \left(\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} \right) = -\frac{b_2}{a_2} \quad (39)$$

Коэффициент увеличения дублета равен произведению коэффициентов увеличения каждой линзы, а именно:

$$M_{\Phi\Delta} = M_1 M_2 = \frac{b_2}{a_1} \cdot \frac{b_1}{a_2} \quad (40)$$

Для того чтобы показать, что $M_{\Phi\Delta} = M_1 M_2$, воспользуемся формулой (36), определив элемент T_{11} новой матрицы:

$$T_{11} = 1 - \frac{d}{F_{1c}} - \frac{b_2}{F_{2\Delta}} + \frac{d b_2}{F_{1c} F_{2\Delta}} - \frac{b_2}{F_{1c}} \quad (41)$$

Используем (16) и аналогичное (8) выражение для второй линзы в данном случае рассеивающей. Коэффициент

$$\begin{aligned} M_{\Phi\Delta} = T_{11} &= 1 - \frac{d}{F_{1c}} - b_2 \left(\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} \right) + \frac{d b_2}{F_{1c}} \left(\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} \right) - \frac{b_2}{F_{1c}} = \\ &= \left(-\frac{b_2}{a_2} \right) \left(1 - \frac{d}{F_{1c}} + \frac{a_2}{F_{1c}} \right) = \left(-\frac{b_2}{a_2} \right) \left(-\frac{b_1}{a_1} \right) \end{aligned} \quad (41a)$$

Для плоскости $\Delta\Phi$ коэффициент увеличения

$$M_{\Delta\Phi} = \left(\frac{b'_2}{a'_2} \right) \left(\frac{b'_1}{a'_1} \right) \quad (42)$$

Поскольку $a_2 < 0$ и $b'_1 < 0$, то $M_{\Phi\Delta}$ и $M_{\Delta\Phi}$ — отрицательные величины. Из выражения (40) и (42) видно, что коэффициенты увеличения $M_{\Phi\Delta}$ и $M_{\Delta\Phi}$ пропорциональны соответственно $\left| \frac{b_1}{a_2} \right|$

и $\left| \frac{b'_1}{a'_2} \right|$. Из рис. 1а и 1б следует, что отношение $\left| \frac{b_1}{a_2} \right| > 1$, а $\left| \frac{b'_1}{a'_2} \right| < 1$, поэтому увеличение в плоскости $\Phi\Delta$ значительно больше, чем в плоскости $\Delta\Phi$.

При этом повышение d вызывает увеличение по модулю $M_{\Phi\Delta}$ из-за увеличения $\left| \frac{b_1}{a_2} \right|$ и уменьшение $M_{\Delta\Phi}$ из-за уменьшения $\left| \frac{b'_1}{a'_2} \right|$. Кроме того, из рис. 1б видно, что апертура дублета определяется апертурой первой лин-

зы, а в $\Delta\Phi$ она равна апертуре второй линзы, уменьшенной в $\left| \frac{a'_2}{b'_2} \right|$ раз. Для пояснения этого рассмотрим рис. 1б. Частицы не попадают на внутреннюю поверхность второй линзы, если, влетая в

первую, они будут находиться от оси на расстоянии не более, указанной величины. Это видно из подобия прямоугольных треугольников, образованных отрезками главных плоскостей $q'_1 - q'_1$ и $p_2 - p_2$, в результате пересечения траектории между линзами с данными плоскостями и отрезком $l'_1 - p_2$ на оси дублета.

Известно, что при изменении импульса частиц, изменяются оптические параметры квадруполей. Подобное утверждение относится и к дублету. Действительно, при изменении импульса на величину $d\rho$ происходит смещение изображения вдоль оси в плоскостях ΦD и $D\Phi$. Для определения смещения продифференцируем формулу (16), относящуюся к ΦD . В результате получим

$$d\left(\frac{1}{b_2}\right) = d\left(\frac{1}{F_{2D}}\right) + \frac{da_2}{a_2^2}. \quad (43)$$

Второе слагаемое в правой части с помощью (5) и (9) преобразуем к следующему виду:

$$\frac{da_2}{a_2^2} = \frac{b_1^2}{a_2^2} \frac{d(d-b_1)}{b_1^2} = -\frac{b_1^2}{a_2^2} \frac{db_1}{b_1^2}, \quad (44)$$

где $\frac{db_1}{b_1^2} = \frac{a_1}{b_1^2} \frac{dF_{1c}(a_1 - F_{1c} + F_{1c})}{(a_1 - F_{1c})^2} = \frac{1}{b_1^2} \frac{a_1^2 F_{1c}^2}{(a_1 - F_{1c})^2} \frac{dF_{1c}}{F_{1c}^2} = -d\left(\frac{1}{F_{1c}}\right)$.

Подставив (44) в (43), найдем

$$d\left(\frac{1}{b_2}\right) = d\left(\frac{1}{F_{2D}}\right) + \frac{b_1^2}{a_2^2} d\left(\frac{1}{F_{1c}}\right). \quad (45)$$

Таким образом расположение изображения зависит от оптических сил первой и второй линз, причем при оптической силе первой линзы необходимо учитывать множитель b_1^2/a_2^2 . При выводе формулы (45) предполагается, что коэффициенты Δ_c и Δ_g практически не изменяются при малых изменениях импульса.

1.2. Матрица преобразования дублетов

Все предыдущие рассуждения проводились в пространстве, простирающемся от источника до изображения. Однако для того чтобы найти расположение главных плоскостей, не обязательно в выражениях (36) и (37) учитывать матрицы крайних дрейфовых участков. Можно ограничиться произведением трех матриц, которое в приближении тонких линз приводит к следующей матрице:

$$(T) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d}{F_1} & d \\ \frac{d}{F_1 F_2} - \frac{1}{F_1} - \frac{1}{F_2} & 1 - \frac{d}{F_2} \end{pmatrix}, \quad (46)$$

откуда нетрудно определить фокусное расстояние дублета F^* , которое выражается через F_1 и F_2 с помощью формулы

$$\frac{1}{F^*} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} - \frac{d}{F_1 F_2}. \quad (47)$$

Выражение (47) встречалось в геометрической оптике для описания системы, состоящей из двух тонких рассеивающей и собирающей линз. В частном случае, когда $F_1 = -F_2 = F$ (или $-F_1 = F_2 = F$), имеем

$$F^* = \frac{F^2}{d}. \quad (48)$$

Таким образом, система из двух одинаковых тонких рассеивающей и собирающей линз независимо от порядка их расположения обеспечивает фокусировку пучка. Главные плоскости расположены на следующих расстояниях от краев линзы:

$$L_{\text{блх}} = F^*(1 - T_{11}) = \frac{F^*}{F_1} d; \quad (49)$$

$$L_{\text{бх}} = F^*(1 - T_{22}) = \frac{F^*}{F_2} d. \quad (50)$$

В плоскости φD , когда $F_1 = -F_2 = F$, имеем $L_{\text{блх}} = \frac{F^2}{dF} d = F$ и $L_{\text{бх}} = -\frac{F^2}{dF} d = -F$, а в $D\varphi$, для которой $-F_1 = F_2 = F$, $L_{\text{блх}} = -F$ и $L_{\text{бх}} = F$. Соответствующие коэффициенты Δ_c и Δ_d для дублета (здесь не нужно отличать их индексами "с" и "д"), выражаются через

$$\Delta_{\text{бх}}^{(x)} = L_{\text{бх}}^{(x)} + \frac{d}{2} = |F| + \frac{d}{2} = \Delta_{\text{блх}}^{(y)}; \quad (51)$$

$$\Delta_{\text{блх}}^{(x)} = L_{\text{блх}}^{(x)} - \frac{d}{2} = |F| - \frac{d}{2} = \Delta_{\text{бх}}^{(y)}. \quad (52)$$

Различные знаки перед $\frac{d}{2}$ в выражениях (51) и (52) взяты в связи с тем, что расстояния $L_{\delta x}$ и $L_{\delta y x}$ в плоскостях ΦD и $D\Phi$ откладываются от краев дублета в противоположные стороны.

На рис. 2 изображены главные и фокальные плоскости в дублете.

Формулы (49) – (52) показывают, что главные плоскости во взаимно перпендикулярных плоскостях расположены по разные стороны от дублета и расстояние между ними достаточное.

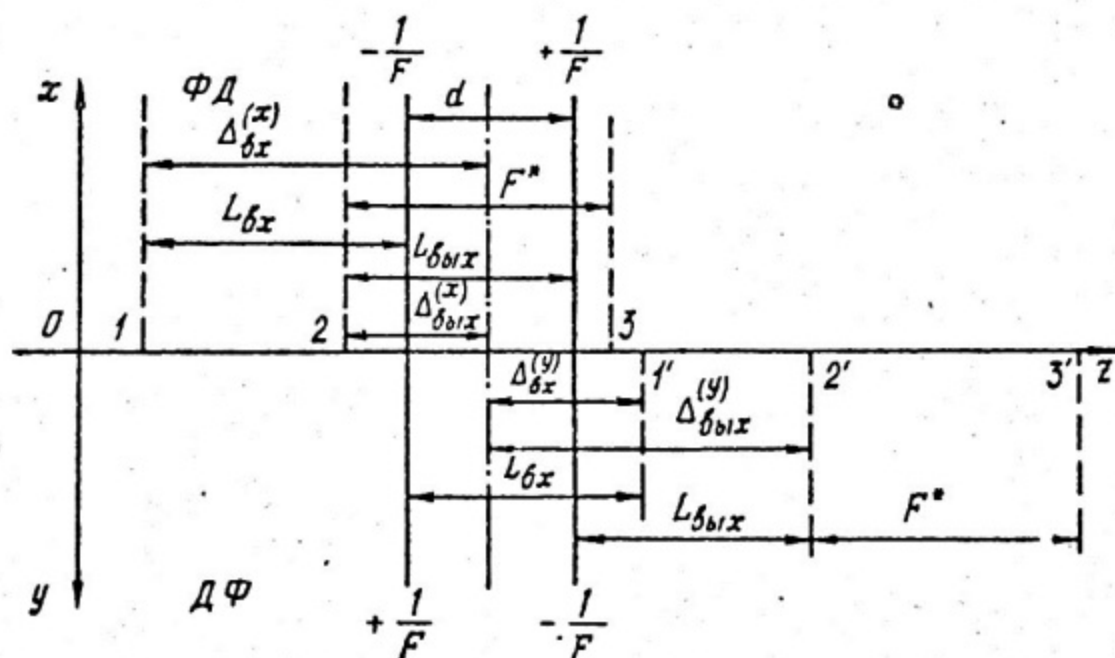
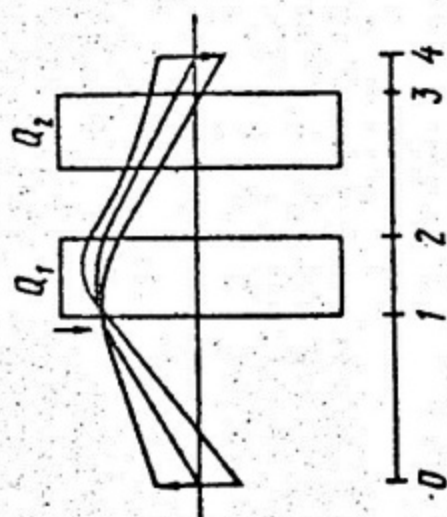
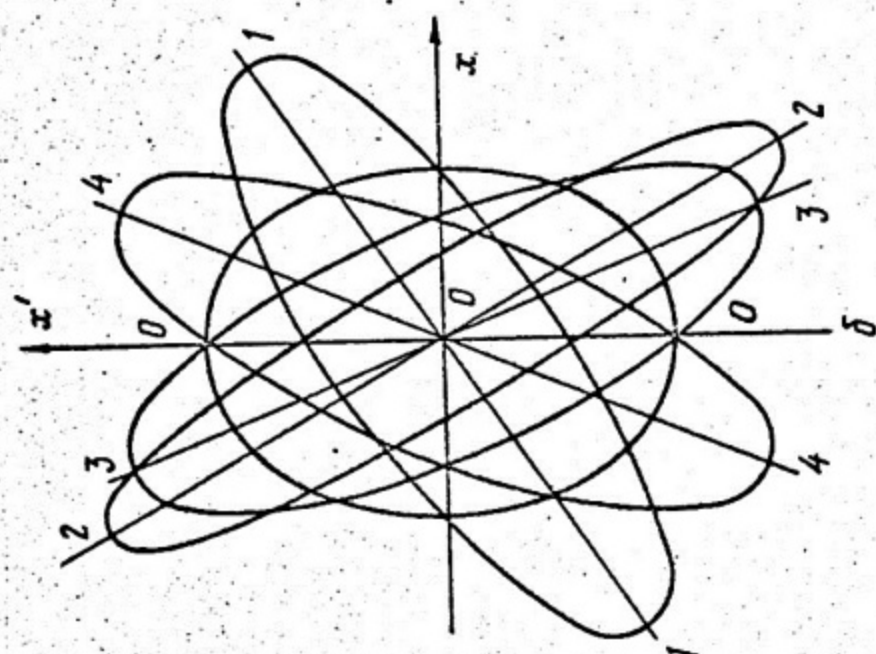


Рис. 2. Главные и фокальные плоскости дублета:
1 и 1' – входные плоскости; 2 и 2' – выходные плоскости; 3 и 3' – фокальные плоскости

В литературе дублет, изображенный на рис. 2, называют антисимметричным, так как он образован двумя одинаковыми линзами, но с противоположным направлением поля. Достаточно большое расстояние между главными плоскостями не позволяет даже в грубом приближении представить дублет в виде одной тонкой линзы, как это имело место при рассмотрении одного квадруполя. С этой точки зрения триплет, о котором пойдет речь ниже, является более приемлемой системой.

Рассмотрим фазовый объем пучка, который проходит через дублет. Фазовый портрет в плоскости ΦD изображен на



α

Рис. 3. Изменение фазового портрета в дублете линз Q_1 и Q_2 :
а - траектории в дублете; б - фазовый портрет

рис. 3. На том же рисунке показано расположение источника и изображения по отношению к дублету.

Эллипс, обозначенный цифрой 0, описывает пучок частиц, который вылетает из мишени. После прохождения дрейфового пространства между мишенью и коллиматором, расположенным перед входом в первую линзу дублета и обозначенным стрелкой, фазовый эллипс изменяет свою конфигурацию (поворачивается и вытягивается). При таком изменении эллипса сохраняются значения ординаты, а изменяются только абсциссы. Подобное изменение соответствует прохождению пучка под теми же углами к оси, под которыми частицы вылетают из мишени. Новый эллипс обозначен цифрой 1. Под действием первого фокусирующего квадруполь, эллипс 1 изменяет свое расположение и форму и превращается в эллипс 2 (эллипс 1 вращается и вытягивается). Эллипс 2 на фазовой плоскости соответствует сходящемуся пучку. До точки 3 пучок с эллипсом 2 проходит через дрейфовый межлинзовый участок и второй дефокусирующий квадруполь, поэтому эллипс 2 сжимается вдоль большой оси и немного поворачивается. Сжатие происходит из-за противоположного действия на пучок второго квадруполь, а поворот — за счет прохождения его в свободном пространстве. В соответствии с направлением фазовых траекторий в дефокусирующей плоскости одновременно происходит увеличение малой оси эллипса. После прохождения свободного пространства фазовый эллипс 3 поворачивается и занимает положение 4, приходящееся на плоскость изображения. На отрезке между точками 3 и 4 фазовый эллипс вновь занимает каноническое положение. Следует отметить, что эллипсы 0 и 1, 3 и 4 пересекают ось X в одних и тех же точках.

Необходимо подчеркнуть, что все показанные на рис. 3 фазовые эллипсы имеют один и тот же центр, лежащий в начале координат. Причина заключается в том, что нулевой вектор не изменяется ни при каком воздействии на него. Но это справедливо только при $\delta = \frac{\Delta p}{p_0} = 0$.

Такое подробное изучение свойств дублета было проведено, во-первых, из-за того, что дублет — наиболее распространенная система квадруполь и, во-вторых, чтобы показать, с какими задачами сталкиваются при создании элементов канала высокоэнергетических частиц. Наконец, в-третьих, чтобы подчеркнуть степень приближений, с которыми можно подходить к расчету тех или иных узлов систем транспортировки.

2. ТРИПЛЕТЫ

2.1. Симметричные триплеты

Рассмотрим систему квадруполей, состоящую из трех линз. В ней, как и в дублете, может быть осуществлена стигматическая и астигматическая фокусировки. Эта система по сравнению с дублетом обладает большей свободой в выборе параметров. При стигматической фокусировке задание геометрических параметров дублета однозначно определяет фокусные расстояния, возбуждения и увеличение линз. В триплете такое ограничение не наблюдается. Триплет — это система магнитных квадрупольных линз, состоящая из последовательности трех основных квадруполей. В общем случае квадруполи имеют различную оптическую силу. Однако чаще всего используют симметричные триплеты. Симметризация триплетов может быть осуществлена так, что, во-первых, внешние линзы равной силы размещены на одинаковых расстояниях от центральной линзы, имеющей длину в два раза большую, и, во-вторых, что вся система триплетов состоит из трех одинаковых по длине квадруполей, но поле центрального вдвое сильнее. В обоих случаях направление полей в квадруполях чередуется.

В приближении тонких линз составим матрицу преобразования триплета, которая позволит определить главные плоскости, фокусные расстояния и коэффициент увеличения. Первоначально составим ее для плоскости $D\varphi D$. Эту матрицу получим в результате перемножения пяти матриц

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ P_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ P_1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (53)$$

где $P_1 = \frac{1}{F_1}$; $P_2 = \frac{1}{F_2}$; d — расстояние между соседними линзами. Знаки перед элементами P_1 и P_2 показывают, что крайние элементы — рассеивающие, а центральный — собирающий.

Из (53) найдем матрицу триплета

$$\begin{pmatrix} 1 + 2dP_1 - dP_2 - d^2P_1P_2 & 2d - d^2P_2 \\ 2P_1 + 2dP_1^2 - 2dP_1P_2 - d^2P_1^2P_2 - P_2 & 1 + 2dP_1 - d^2P_1P_2 - dP_2 \end{pmatrix}. \quad (54)$$

Исследования триплета показали, что он может быть представлен как тонкая линза с оптической силой $P_{ДФД}$, окруженная дрейфовыми участками протяженностью S каждый. Матрица такой системы имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ P_{ДФД} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+SP_{ДФД} & 2S+S^2P_{ДФД} \\ P_{ДФД} & 1+SP_{ДФД} \end{pmatrix}. \quad (55)$$

Поскольку (54) и (55) – матрицы симметричных систем, элементы по главной диагонали одинаковы.

Выразим параметры S и $P_{ДФД}$ через параметры составляющих триплет линз. Сравнивая элементы матриц (54) и (55), получаем:

$$1+SP_{ДФД} = 1+2dP_1 - dP_2 - d^2P_1P_2; \quad (56)$$

$$P_{ДФД} = 2P_1 + 2dP_1^2 - 2dP_1P_2 - d^2P_1^2P_2 - P_2. \quad (57)$$

Оказалось, что параметры $P_{ДФД}$ и S можно представить простыми выражениями. Для этого преобразуем уравнение (57), умножая его на d . В результате найдем

$$dP_{ДФД} = -(1+dP_1)[2-(1+dP_1)(2-dP_2)]. \quad (58)$$

Из выражения (56) с учетом (58) имеем:

$$S = \frac{(2dP_1 - dP_2 - d^2P_1P_2)d}{-(1+dP_1)[2-(1+dP_1)(2-dP_2)]} = \frac{d}{1+dP_1}. \quad (59)$$

Следует отметить, что в выражение (59) не входит оптическая сила средней линзы. Это означает, что протяженность участков, окаймляющих среднюю линзу, зависит только от силы крайних линз. Кроме того, при малых значениях dP_1 , т.е.

$$dP_1 \ll 1, \quad (60)$$

величина S стремится к d и не зависит от оптических сил P_1 и P_2 . Таким образом, при выполнении условия (60) симметричный триплет в плоскости ДФД может быть представлен эквивалентной тонкой линзой с оптической силой $P_{ДФД}$ и дрейфовыми участками, равными расстоянию между крайними и центральным квадруполями. При этом протяженность дрейфовых участков, когда расстояние между квадруполями значительно меньше фокусных расстояний крайних линз, остается постоянной величиной. Аналогичное утверждение справедливо и для плоскости ФДФ.

Действительно, в этой плоскости выражения для оптической силы и дрейфовых участков можно получить, если изменить знаки перед P_1 и P_2 на обратные. В результате

$$dP_{\Phi\Delta\Phi} = -(1-dP_1)[2-(1-dP_1)(2+dP_2)] \quad (61)$$

и

$$S_1 = \frac{d}{1-dP_1} \quad (62)$$

При соблюдении условия (60) $S_1 = d$.

На практике иногда необходимо обеспечить равенство оптических сил в обеих плоскостях триплета. Сравнивая (58) и (61), находим связь между оптическими силами центральной и крайних линз, а именно:

$$P_2 = \frac{2P_1}{1+(dP_1)^2} \quad (63)$$

Учитывая условия (60), получаем

$$P_2 \approx 2P_1 \quad (64)$$

Это условие соответствует триплету, в котором оптическая сила крайних квадруполей вдвое меньше силы центральной линзы. Оптическая линза триплета, идентичная в двух ортогональных плоскостях,

$$P_{\Delta\Phi\Delta} = P_{\Phi\Delta\Phi} = P = -2P_1(dP_1) \frac{1-(dP_1)^2}{1+(dP_1)^2} \quad (65)$$

При условии (60)

$$P \approx -2P_1(dP_1) \quad (66)$$

Знак минус в формуле (66) указывает на фокусирующее воздействие триплета в обеих плоскостях. Может возникнуть вопрос о переопределенности системы уравнений при сравнении матриц (54) и (55), так как не сравнивали элементы T_{12} . Несложные преобразования с учетом (59) и (65) позволяют убедиться в их эквивалентности.

Найдем расположение главных плоскостей в рассматриваемом симметричном триплете. В плоскости $\Delta\Phi\Delta(x)$ выходная плоскость лежит от выхода на расстоянии, равном

$$L_{\text{вых}}^{(x)} = -\frac{1}{P_{\Delta\Phi\Delta}}(1-T_{11}) = -\frac{1}{P_{\Delta\Phi\Delta}}(-2dP_1 + dP_2 + d^2P_1P_2) \quad (67)$$

При учете условия (58) найдем, что

$$L_{\text{вых}}^{(x)} = -\frac{1}{P_{\text{ДФД}}} (-2dP_1 + d^2P_1P_2 + dP_2) = \frac{d}{1+dP_1}. \quad (68)$$

Входная плоскость лежит от входа на расстоянии

$$L_{\text{вх}}^{(x)} = -\frac{1}{P_{\text{ДФД}}} (1 - T_{22}) = \frac{d}{1+dP_1}. \quad (69)$$

Расположение главных плоскостей в плоскости ФДФ нетрудно установить. Перед P_1 необходимо изменить знак на обратный. В результате

$$L_{\text{вых}}^{(y)} = L_{\text{вх}}^{(y)} = \frac{d}{1-dP_1}. \quad (70)$$

Из выражений (67) - (70) следует что в ортогональных плоскостях относительно середины линзы главные плоскости занимают противоположное положение. Действительно, в плоскости ДФД выходная плоскость лежит ближе к выходу триплета, а в плоскости ФДФ - ближе к его входу. Однако по абсолютной величине расстояния от медианной до главной плоскостей приблизительно равны, что нетрудно показать с помощью выражений (68) и (70). В приближении (60) главные плоскости триплета совпадают с серединой системы.

На рис. 4 показан триплет, его главные плоскости и траектории частиц, движущихся в нем. Проводя сравнение симметричного триплета с одиночным квадруполем, нетрудно установить, что расположение главных плоскостей в плоскости ДФД совпадает с расположением главных плоскостей квадруполя в плоскости Д , а расположение главных плоскостей триплета в плоскости ФДФ - с расположением последних в плоскости Ф . При отсчете расположения главных плоскостей от середины триплета получим следующие выражения для параметров Δ . В плоскости x (ДФД) при выполнении условия (60) имеем

$$\Delta_{\text{вых}}^{(x)} = L_{\text{вых}}^{(x)} - d = \Delta_{\text{вх}}^{(x)} = L_{\text{вх}}^{(x)} - d \approx -dP_1,$$

а в плоскости y (ФДФ) -

$$\Delta_{\text{вых}}^{(y)} = L_{\text{вых}}^{(y)} - d = \Delta_{\text{вх}}^{(y)} = L_{\text{вх}}^{(y)} - d \approx dP_1.$$

При условии (60) можно считать, что фокусировка в симметричном триплете будет почти стигматической.

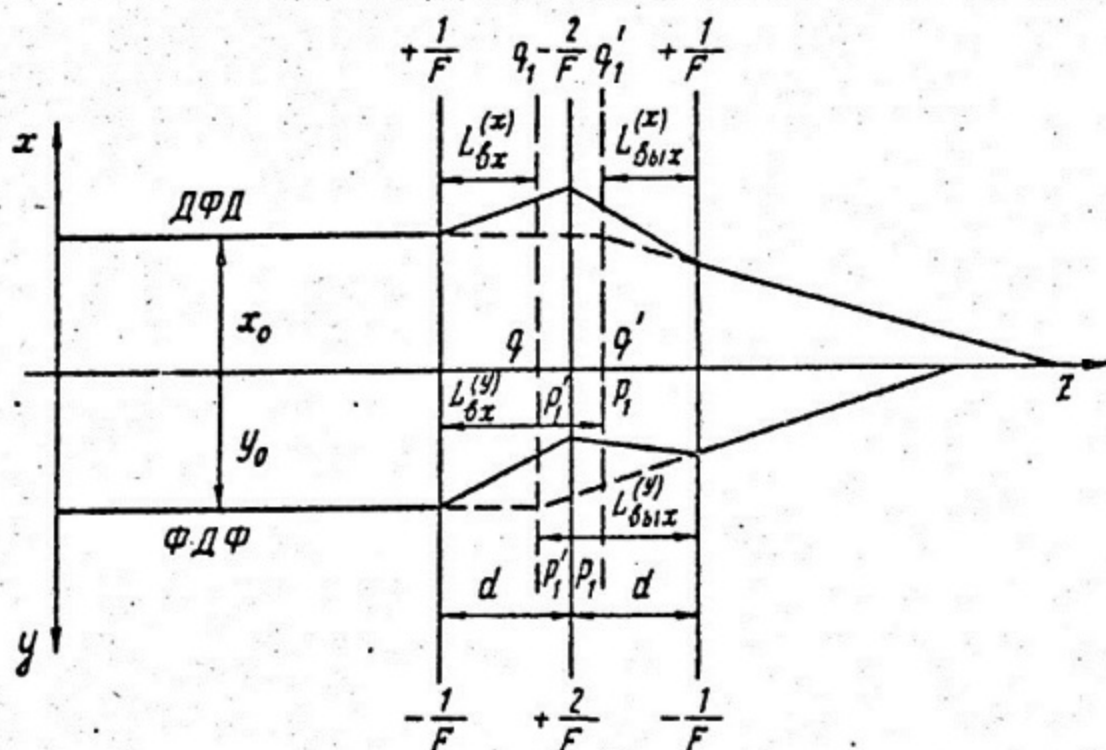


Рис. 4. Симметричный триплет

3. СРАВНЕНИЕ ДУБЛЕТОВ И ТРИПЛЕТОВ

При сравнении тех или иных систем руководствуются прежде всего тем, каким целям служит система. Исходя из них судят о достоинствах и недостатках системы, используемой для транспортировки. Действительно, если начать сооружать канал для лучков определенных частиц и заданного импульса, т.е. канал, в котором элементы будут эксплуатироваться при фиксированном возбуждении, то в таком канале удобнее применять дублеты; не говоря уже о квадрупольях, если это возможно. Если же в процессе работы канала придется регулировать его параметры, то лучше выбрать триплеты как системы с большим числом степеней свободы.

Очевидно, что по сравнению с дублетом триплет — более сложная и менее экономичная система квадрупольей. Расчет триплета сложнее дублета. Как и дублет, триплет в общем случае — астигматическая система. Для того чтобы осуществить стигматическую фокусировку, необходимо подобрать параметры

триплета в определенном соотношении. Методика подбора одинакова с методикой для дублета.

Главные плоскости в дублете расположены по разные стороны от него на достаточном расстоянии: в плоскости $\Phi\Delta$ они расположены ближе к источнику, а в плоскости $\Delta\Phi$ — ближе к изображению. В триплете главные плоскости размещены вблизи середины центрального квадруполя.

Если предположить, что дублет представлен тонкой линзой, тогда ее положение в двух взаимно перпендикулярных направлениях будет различно, и, таким образом, изменение возбуждения вызовет за собой изменение не только фокусирующей силы линзы, но и положения ее главных плоскостей в пространстве (см. рис. 2) согласно выражениям (49) и (50). Это неудобно при работе с пучками, имеющими различное значение импульса. Если же в симметричном триплете выполняется условие (60), то положение этой линзы будет зафиксировано независимо от возбуждения.

Дополнительно можно отметить, что в случае дублета коэффициенты увеличения в ортогональных плоскостях существенно различались, а в симметричном триплете, наоборот, коэффициенты увеличения в плоскостях $\Delta\Phi\Delta$ и $\Phi\Delta\Phi$ близки по величине. Это положение проводится без доказательства. Однако, пользуясь методикой, по которой рассматривался дублет, можно легко его доказать. В симметричном триплете подбор фокусирующих сил в ортогональных плоскостях осуществляется независимо.

4. КВАДРУПЛЕТЫ (КВАРТЕТЫ)

Следующая по сложности система из магнитных квадрупольных линз состоит из четырех элементов. Такая система называется квадруплетом или квартетом. Как и среди триплетов, наибольшее распространение получили симметричные квадруплеты. Симметричный квадруплет преобразует пучок без промежуточных изображений. Схема симметричного относительно центральной плоскости квартета в приближении тонких линз показана на рис. 5.

В квадруплете имеются две пары линз (два дублета). Первая пара преобразует расходящийся пучок в параллельный, а вторая, — наоборот, параллельный пучок в сходящийся. Направ-

ление поля в квадрупольях квартета попарно чередуется. Следует отметить, что показанное на рис. 5 чередование квадрупольей — не единственно возможное. Можно представить квадруплет с чередующимися квадруплетами. Правда, в этом случае нарушится симметрия системы. Из рис. 5 видно, что траектории частиц в ортогональных плоскостях симметричны относительно центральной плоскости. Расстояние между дублетами квадруплета равно S . Между второй и третьей линзами пучок параллелен оси системы. Если сблизить дублеты до соприкосновения средних линз, то будет образована система, аналогичная симметричному триплету.

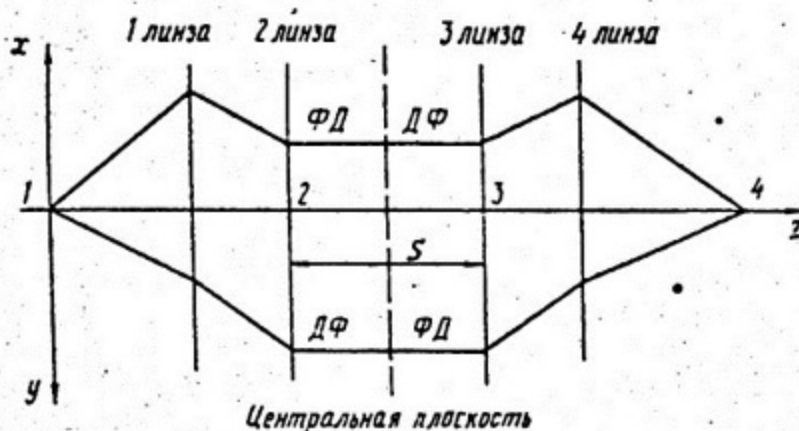


Рис. 5. Траектории частиц в симметричном квартете

Возникает вопрос, где могут быть применены симметричные квартеты. Симметричные квартеты очень удобны, если необходимо передать изображение на большое расстояние. Это может возникнуть, например, при работе с пучком вторичных частиц, получаемых на мишени, помещенной внутри ускорителя. Крупногабаритную регистрирующую аппаратуру разместить вблизи ускорителя иногда трудно, поэтому обращаются к квартетам, которые переносят пучок из одной точки в другую, расположенную вдали от ускорителя.

Симметричные квадруплеты могут работать самостоятельно или входить в транспортирующий канал как составные части, например в транспортирующий канал сепаратора.

Рассмотрим расчет симметричного квадруплета. Первый дублет, обеспечивающий преобразование точечного расходящегося от плоскости 1 пучка в параллельный, начинающийся от плоскости 2, опишем матрицей

$$(T) = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}. \quad (71)$$

Свободное пространство длиной S между плоскостями 2 и 3 будет представлено матрицей дрейфового участка, отрезок между плоскостями 3 и 4 опишем матрицей

$$(\beta) = \begin{pmatrix} T_{22} & T_{12} \\ T_{21} & T_{11} \end{pmatrix},$$

в которой из-за симметрии системы элементы по главной диагонали переставлены местами. Одновременно следует ввести условие $T_{22} = 0$, при выполнении которого расходящийся пучок преобразуется в параллельный. Общая матрица квадруплета

$$(P) = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} = (\beta)(S)(T) = \begin{pmatrix} T_{11}T_{22} + T_{12}T_{21}S & 2T_{22}T_{12} + T_{22}^2S \\ 2T_{11}T_{21} + T_{21}^2S & T_{11}T_{22} + T_{12}T_{21}S \end{pmatrix}. \quad (72)$$

При условиях $T_{22} = 0$ и $-T_{12}T_{21} = 1$, последнее из которых вытекает из равенства единице определителя матрицы (71), получим

$$(P) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2T_{11}T_{21} + T_{21}^2S & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{S}{T_{12}^2} - \frac{2T_{11}}{T_{12}} & -1 \end{pmatrix}.$$

Необходимо отметить, что матрицы (T) , (β) и (P) имеют разный вид в двух ортогональных плоскостях. Коэффициент увеличения квадруплета, равный элементу P_{11} , есть -1 . До сих пор предполагалось, что отрезок S может быть выбран произвольно. Однако это справедливо для точечного источника. В действительности источник практически всегда имеет конечные размеры $\begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$ и не является точечным. Поэтому на выходе квартета угловая расходимость пучка будет отлична от угловой расходимости на входе. На самом деле угловая компонента выходного вектора

$$x' = \left(\frac{S}{T_{12}^2} - \frac{2T_{11}}{T_{12}} \right) x_0 - x'_0. \quad (73)$$

Если же выбрать S из условия $P_{21} = 0$, а именно:

$$S = 2T_{11}T_{12} = -\frac{2T_{11}}{T_{21}}, \quad (74)$$

то матрица P имеет следующий вид:

$$(P) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (75)$$

а угловая расходимость по абсолютной величине на входе и выходе будет одинакова.

С помощью матрицы (75) пучок испытывает так называемое "антитождественное" преобразование, когда вектор $\begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$ превращается в вектор $\begin{pmatrix} -x_0 \\ -x'_0 \end{pmatrix}$.

5. ПЕРИОДИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ КВАДРУПОЛЬНЫХ ЛИНЗ

До сих пор рассмотренные системы могут быть интерпретированы как частные случаи более общей периодической системы квадрупольных линз.

Периодические системы квадрупольных линз, как правило, используют для транспортировки пучков частиц на значительные расстояния. В таких системах основная задача — не получить промежуточные изображения, а удержать пучок внутри области с заданным диаметром, определяемым размерами ионопровода.

При изучении периодической системы квадрупольных линз могут быть выяснены несколько вопросов. Во-первых, вопрос об устойчивости движения частиц в данной системе, вообще, во-вторых, определение устойчивости в зависимости от сдвига плоскостей симметрии (или антисимметрии) соседних квадрупольных линз и т.д. Второй вопрос имеет важное практическое значение. Действительно, при рассмотрении дублетов, триплетов и квадруплетов было принято без доказательства, что плоскости соседних квадрупольных линз сдвинуты на 90° . При этом предположили, что ортогональное расположение плоскостей соседних квадрупольных линз обеспечивает наилучший вариант по устойчивости движения частиц. Вместе с тем это предположение требует доказательства.

Задача о движении частиц в периодической системе квадрупольных линз аналогична задаче об устойчивости движения в периодической системе ускорителя. Следовательно, как и в

ускорителях, свойства периодической системы из квадрупольных линз изучают с помощью матрицы, составленной для одного периода.

Квадрупольные линзы будут рассмотрены в приближении тонких линз.

На рис. 6 показана периодическая система квадрупольных линз Q с оптической силой $P = \frac{1}{F}$, расположенных на расстоянии d друг от друга. Плоскости соседних квадрупольных линз повернуты на угол θ , который может изменяться от очень малого значения, соответствующего так называемой спиральной квадрупольной линзе, до 90° .

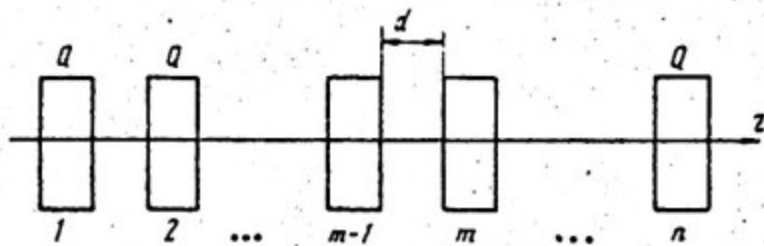


Рис. 6. Периодическая система квадрупольных линз

Анализ устойчивости будем проводить одновременно для движения в двух ортогональных плоскостях x и y неподвижной декартовой системы координат x, y, z . При этом будет использована другая подвижная или собственная система координат (σ, φ, z) , связанная с квадрупольными линзами. Обе координатные системы имеют одинаковую ось z . Матрица дрейфового участка (S), одинаковая в обеих системах координат, имеет следующий вид:

$$(S) = \begin{pmatrix} 1 & d & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ & & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (76)$$

Для квадрупольной линзы в собственной системе координат матрица перехода

$$(T) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -P & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & P & 1 \end{pmatrix}. \quad (77)$$

Каким образом отразить в матричной форме сдвиг осей в соседних квадрупольях на угол θ ? Воспользуемся формулами для преобразования координат точки при повороте осей. Пусть оси квадрупольа $m-1$ совпадают с неподвижной системой координат, а оси квадрупольа m сдвинуты относительно их на угол θ . Тогда идентично расположенная точка относительно полюсов квадрупольа имеет координаты σ, q , выраженные через координаты неподвижной системы,

$$\begin{aligned}\sigma &= x \cos \theta + y \sin \theta; \\ q &= -x \sin \theta + y \cos \theta.\end{aligned}\quad (78)$$

Взяв производные по x из (78), находим

$$\begin{aligned}\sigma' &= x' \cos \theta + y' \sin \theta; \\ q' &= -x' \sin \theta + y' \cos \theta.\end{aligned}\quad (79)$$

Выразим вектор $\begin{pmatrix} \sigma \\ \sigma' \\ q \\ q' \end{pmatrix}$ через вектор $\begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix}$, объединив

формулы (78) и (79). В результате получим

$$\begin{pmatrix} \sigma \\ \sigma' \\ q \\ q' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix}. \quad (80)$$

Для простоты записи обозначим $C = \cos \theta$ и $S = \sin \theta$. Вместо уравнения (80) имеем

$$\begin{pmatrix} \sigma \\ \sigma' \\ q \\ q' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & 0 & S & 0 \\ 0 & C & 0 & S \\ -S & 0 & C & 0 \\ 0 & -S & 0 & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix} = (R) \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix}. \quad (81)$$

В собственной системе координат матрица перехода для структурного элемента, простирающегося от начала одного квадрупольа до начала другого, равна произведению трех матриц, а именно:

$$(P) = (R)(S)(T). \quad (82)$$

Если периодическая система состоит из n структурных элементов, то ее матрица перехода будет равна $(P)^n$.

Перемножая матрицы (76), (77) и (81), получаем

$$(P) = \begin{pmatrix} C(1-dP) & Cd & S(1+dP) & S \\ -CP & C & SP & S \\ -S(1-dP) & -Sd & C(1+dP) & Cd \\ SP & -S & CP & C \end{pmatrix}. \quad (83)$$

Для анализа устойчивости движения частиц в периодической системе квадрупольных линз достаточно исследовать матрицу (P) (83). Составим характеристический определитель

$$\Delta = \text{Det}(P - \lambda I) = \begin{vmatrix} C(1-dP) - \lambda & Cd & S(1+dP) & Sd \\ -CP & C - \lambda & SP & S \\ -S(1-dP) & -Sd & C(1+dP) - \lambda & Cd \\ SP & -S & CP & C - \lambda \end{vmatrix}, \quad (84)$$

где I — единичная матрица; λ — собственные числа, и приравняв его нулю, что соответствует нетривиальному вектору $\begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix}$.

В результате получаем уравнение

$$\lambda^4 - 4C\lambda^3 + [2 + 4C^2 - (dP)^2]\lambda^2 - 4C\lambda + 1 = 0. \quad (85)$$

Если корни уравнения (85) чисто мнимые, а именно:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= e^{\pm j\varphi}; \\ \lambda_{3,4} &= e^{\pm j\psi}, \end{aligned} \quad (86)$$

где φ и ψ — действительные величины, то движение заряженной частицы в периодической системе квадрупольных линз устойчиво.

Значения φ и ψ найдем из сопоставления уравнения (85) и вновь составленного уравнения

$$(\lambda - e^{j\varphi})(\lambda - e^{-j\varphi})(\lambda - e^{j\psi})(\lambda - e^{-j\psi}) = 0, \quad (87)$$

которое после преобразования принимает следующий вид:

$$\lambda^4 - 2(\cos\varphi + \cos\psi)\lambda^3 + 2\lambda^2(1 + 2\cos\varphi\cos\psi) - 2\lambda(\cos\varphi + \cos\psi) + 1 = 0. \quad (88)$$

Действительно, сравнение коэффициентов при одинаковых степенях в уравнениях (85) и (88) приводит к системе двух уравнений с двумя неизвестными (коэффициенты при нечетных степенях одинаковы как в одном, так и в другом уравнениях):

$$2C = \cos\varphi + \cos\psi, \quad 4C^2 - d^2P^2 = 4\cos\varphi\cos\psi. \quad (89)$$

Решая эту систему, находим, что

$$\cos\varphi = C + \frac{dP}{2}, \quad \cos\psi = C - \frac{dP}{2}. \quad (90)$$

Движение частиц будет устойчивым, если выполнено условие

$$|\cos\theta| + \frac{dP}{2} < 1. \quad (91)$$

Действительно, из уравнений (90) для действительных значений φ и ψ имеем следующие неравенства:

$$-1 < C + \frac{dP}{2} < 1;$$

$$-1 < C - \frac{dP}{2} < 1,$$

преобразуя которые найдем

$$-1 - \frac{dP}{2} < C < 1 - \frac{dP}{2};$$

$$-1 + \frac{dP}{2} < C < 1 + \frac{dP}{2}.$$

Диапазон изменения параметра C может быть уменьшен до следующих границ:

$$-\left(1 - \frac{dP}{2}\right) < C < 1 - \frac{dP}{2},$$

откуда следует условие (91).

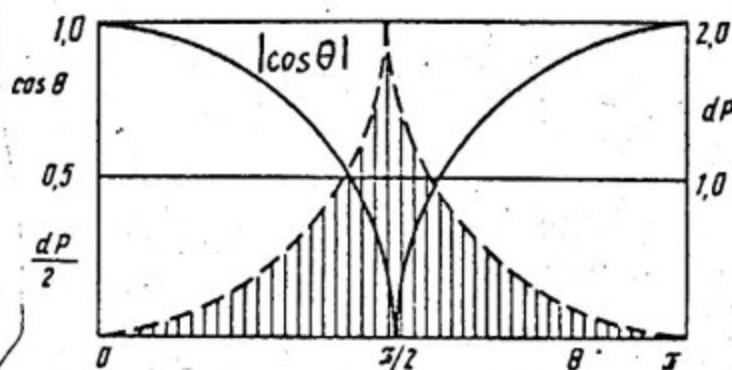


Рис. 7. Область устойчивости периодической системы квадрупольных линз

На рис. 7 изображена область устойчивости (заштрихованная) на плоскости $d\rho$ и θ . Там же для сравнения показана функция $|\cos \theta|$. Как видно из рис. 7, наибольшая область устойчивости в периодических системах квадрупольных линз достигается при углах $\theta = \frac{\pi}{2}$, соответствующих ортогональному расположению плоскостей симметрии (или антисимметрии) соседних квадрупольных линз. В связи с тем что выражение (91) было получено без ограничений на число квадрупольных линз, данный вывод относится к любому числу квадрупольных линз.

Г л а в а II

ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМ ТРАНСПОРТИРОВКИ ЧАСТИЦ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ. ОТКЛОНЯЮЩИЕ И АНАЛИЗИРУЮЩИЕ МАГНИТЫ

К другим элементам транспортирующих каналов, которые используют самостоятельно, следует отнести магниты.

При работе с пучками заряженных частиц, в том числе и высокоэнергетических, практически всегда производят отклонение и анализ их по импульсу. Отклонение пучка обусловлено разведением его по различным регистрирующим приборам и мишеням, которые чаще всего не могут быть размещены вдоль одной оси из-за того, что они прозрачные. Анализ частиц по импульсам производят, когда необходимо выделить частицы с фиксированным импульсом. Проведение анализа важно, если работают со вторичными частицами, образованными на мишенях. В этом случае в отклоняющем магните выделяют частицы с заданными параметрами траектории и значением импульса. Из-за конечности размеров щели выделяются пучки с некоторым разбросом по импульсу.

Отклонение и анализ пучков частиц возможны в том случае, если они проходят через поперечные магнитные поля. При этом осевая траектория частиц искривлена. Отклонение пучков в магнитах можно совместить с фокусировкой, если использовать неоднородное поле с показателем N . В другом случае можно применять и однородное поле с краевой фокусировкой. Совмещение этих функций необходимо, когда работают с пучком нестабильных частиц. При таком совмещении сокращают длину магнитной системы и тем самым уменьшают потери частиц из-за распада. С другой стороны отклоняющие и фокусирующие функции разделяют, пользуясь в каждом случае подходящими магнитными системами. Например, для фокусировки можно взять более эффективную систему магнитных квадрупольных линз, а для отклонения — магниты с однородным полем. Как и при рассмотрении магнитных квадрупольных линз, интересно опреде-

лить оптические свойства отклоняющих и анализирующих магнитов. Оптические свойства рассмотрены с помощью матричного формализма.

1. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ С ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ

Рассмотрим магнитные поля с плоскостью симметрии, которая совпадает с медианной. Осевые траектории лежат в плоскости симметрии. Ввиду того что рассматривают малые отклонения от осевой траектории, удобно использовать так называемую натуральную систему координат, связанную с сопровождающим трехгранником орбиты, в качестве ортов которого выбраны главная внешняя нормаль $\vec{x}_0$, касательная $\vec{s}_0$ и бинормаль $\vec{z}_0$ (рис. 8). Обозначим ρ — радиус окружности, касательной к осевой траектории, а $\vec{R}$ — радиус-вектор частицы, движущейся по осевой траектории. Производные по времени от движущихся ортов криволинейной системы координат вытекают из хорошо известных формул Серре — Френе, а именно:

$$\dot{\vec{R}} = v_s \vec{s}_0 \simeq v_0 \vec{s}_0, \quad (92)$$

где v_0 — скорость частиц, движущихся вдоль осевой траектории, и

$$\dot{\vec{s}}_0 = -\frac{v_0}{\rho} \vec{x}_0; \quad (93)$$

$$\dot{\vec{x}}_0 = \frac{v_0}{\rho} \vec{s}_0; \quad (94)$$

$$\dot{\vec{z}}_0 = 0. \quad (95)$$

Здесь $v_s \simeq v_0 = \frac{ds}{dt}$, а кручение отсутствует, так как осевые траектории лежат в плоскости. Отметим, что в формулы Серре — Френе входят производные по длине дуги. Поэтому с помощью введения v_0 переходят к производным по времени.

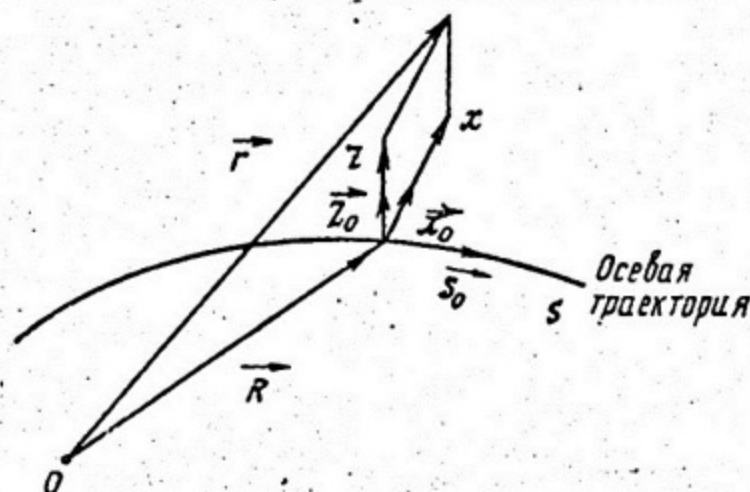


Рис. 8. Натуральная система координат

Радиус-вектор произвольной не осевой частицы $\vec{r}$

$$\vec{r} = x\vec{x}_0 + z\vec{z}_0 + \vec{R}. \quad (96)$$

Скорость этой частицы

$$\vec{V} = \dot{\vec{r}} = \dot{x}\vec{x}_0 + \dot{z}\vec{z}_0 + \dot{\vec{R}} + \dot{x}\vec{x}_0 + x\dot{\vec{x}}_0. \quad (97)$$

С учетом формул (92), (94) и (95) вместо (97) получим

$$\vec{V} = \dot{x}\vec{x}_0 + \dot{x}\vec{x}_0 + \vec{s} v_0 \left(1 + \frac{x}{\rho}\right), \quad (98)$$

откуда видно, что по осевой траектории частицы движутся со скоростью v_0 . Определив

$$\frac{d}{dt}(\dot{x}\vec{x}_0) = \ddot{x}\vec{x}_0 + \dot{x}\dot{\vec{x}}_0 = \ddot{x}\vec{x}_0;$$

$$\frac{d}{dt}(\dot{x}\vec{x}_0) = \ddot{x}\vec{x}_0 + x\dot{\vec{x}}_0 = \ddot{x}\vec{x}_0 + \dot{x}\frac{v_0}{\rho}\vec{s}_0;$$

$$\frac{d}{dt}(v_0(1 + \frac{x}{\rho})\vec{s}_0) = \left[\dot{v}_0(1 + \frac{x}{\rho}) + v_0\frac{\dot{x}}{\rho}\right]\vec{s}_0 - \frac{v_0^2}{\rho}(1 + \frac{x}{\rho})\vec{x}_0,$$

найдем

$$\dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}} = \ddot{x} \vec{x}_0 + \left[\ddot{x} - \frac{v_0^2}{\rho} \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) \right] \vec{x}_0 + \left[2\dot{x} \frac{v_0}{\rho} + \dot{v}_0 \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) \right] \vec{s}_0. \quad (99)$$

Подставим полученные выражения в уравнение движения частицы при $\vec{E} = 0$, $\vec{B}_s = 0$

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = e [\vec{E} \vec{B}]. \quad (100)$$

В результате получим

$$m \ddot{x} \vec{x}_0 + \left[\ddot{x} - \frac{v_0^2}{\rho} \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) \right] \vec{x}_0 m + m \left[2\dot{x} \frac{v_0}{\rho} + \dot{v}_0 \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) \right] \vec{s}_0 =$$

$$= e \begin{vmatrix} \vec{s}_0 & \vec{x}_0 & \vec{x}_0 \\ v_0 \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) & \dot{x} & \dot{x} \\ 0 & B_x & B_x \end{vmatrix}, \quad (101)$$

где нуль в определителе означает, что поле вдоль осевой траектории отсутствует. Это справедливо в случае отсутствия полей рассеяния. Сравнивая выражения в правой и левой частях выражения при ортах $\vec{x}_0$ и $\vec{x}_0$, получаем

$$\ddot{x} - \frac{v_0^2}{\rho} \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) = -\frac{e}{m} \left[v_0 \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) B_x \right]; \quad (102)$$

$$\ddot{x} = \frac{e}{m} v_0 \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) B_x. \quad (103)$$

Переходя снова к дифференцированию по S , находим, что

$$\dot{x} = v_0 x'; \quad \dot{x} = v_0 \dot{x}'; \quad \ddot{x} = v_0^2 x'' + \dot{v}_0 x'; \quad \ddot{x} = v_0^2 \dot{x}'' + \dot{v}_0 \dot{x}'. \quad (104)$$

Подставляя выражения (104) в (102) и (103), получаем

$$x'' + \frac{\dot{v}_0}{v_0^2} x' - \frac{1}{\rho} \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) = -\frac{e}{\rho} \frac{v}{v_0} \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) B_x; \quad (102a)$$

$$\dot{x}'' + \frac{\dot{v}_0}{v_0^2} \dot{x}' = \frac{e}{\rho} \frac{v}{v_0} \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) B_x, \quad (103a)$$

где v — скорость частицы, движущейся с импульсом $p_0 + \Delta p = p$
 В линейном приближении

$$B_x = Gx; \quad B_z = B_0 + Gz, \quad (105)$$

где

$$B_0 = B_z \Big|_{\substack{x=0 \\ z=0}}; \quad G = - \frac{\partial B_z}{\partial x} \Big|_{\substack{x=0 \\ z=0}}.$$

Преобразуем уравнения (102а) и (103а) в линейном приближении, считая, что траектории и импульс произвольных частиц мало отличаются от тех же параметров осевой частицы. Действительно, при $\Delta p/p_0 \ll 1$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p_0 + \Delta p} = \frac{1}{p_0 (1 + \frac{\Delta p}{p_0})} \approx \frac{1}{p_0} (1 - \delta); \quad \frac{v}{v_0} \approx 1 + \frac{x}{\rho}; \quad \dot{v}_0 = 0.$$

Так как ускорение частиц отсутствует, вместо уравнений (102 и (103а) имеем

$$x'' - \frac{1}{\rho} - \frac{x}{\rho^2} = - \frac{eB_0}{p_0} - \frac{eGx}{p_0} - \frac{eB_0}{p_0} \frac{2x}{\rho} + \frac{eB_0\delta}{p_0}; \quad (106)$$

$$z'' - \frac{e}{p_0} Gz = 0. \quad (107)$$

Для осевой траектории ($x = 0, z = 0, \delta = 0$) получим из формулы (106)

$$\frac{1}{\rho} = \frac{eB_0}{p_0} = \left(\frac{eB_z}{p_0} \right) \Big|_{\substack{z=0 \\ x=0}} = h, \quad (108)$$

где $1/h$ — кривизна траектории.

Для моноимпульсных частиц ($\delta = 0$) с учетом формулы (108) имеем следующее уравнение движения частиц в горизонтальной плоскости:

$$x'' + \left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{eG}{p_0} \right) x = 0. \quad (109)$$

Коэффициенты, входящие в уравнения (107) и (109), можно связать с показателем магнитного поля n . По определению

$$n = - \left(\frac{\rho}{B_z} \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \bigg|_{\substack{x=0 \\ z=0}} = - \frac{\rho}{B_0} G. \quad (110)$$

С помощью формулы (110) определим величину

$$\frac{eG}{\rho_0} = - \frac{e}{\rho_0} \frac{B_0}{\rho} n = - \frac{n}{\rho^2},$$

подставив которую в формулу (107) и (109), найдем

$$\frac{d^2 x}{ds^2} + \frac{(1-n)}{\rho^2} x = 0; \quad (111)$$

$$\frac{d^2 z}{ds^2} + \frac{n}{\rho^2} z = 0. \quad (112)$$

Если рассмотреть пучок, в котором частицы имеют разброс по импульсу, уравнение (109) при $\rho \neq \rho_0$ будет иметь следующий вид:

$$\frac{d^2 x}{ds^2} + \frac{(1-n)}{\rho^2} x = \frac{1}{\rho} \delta. \quad (113)$$

Вертикальное движение в линейном приближении от разброса по импульсу не зависит, поэтому вид уравнения (107) при $\delta \neq 0$ не изменится. Найдем решение уравнения (113), а затем представим его в матричной форме. Для этого введем новую переменную

$$u = \frac{1-n}{\rho^2} x - \frac{1}{\rho} \delta. \quad (114)$$

Из формулы (114) находим

$$u' = \frac{1-n}{\rho^2} x'; \quad u'' = \frac{1-n}{\rho^2} x''.$$

Подставляя последнее выражение и (114) в уравнение (113), получаем

$$u'' + \frac{(1-n)}{\rho^2} u = 0. \quad (115)$$

Решение уравнения (115)

$$u = C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) + C_2 \sin\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right).$$

Возвращаясь к переменной величине x , имеем

$$x = \left[C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) + C_2 \sin\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) \right] \frac{\rho^2}{1-n} + \frac{\rho \delta}{1-n}; \quad (116)$$

$$x' = \left[-\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} C_1 \sin\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) + C_2 \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} \cos\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) \right] \frac{\rho^2}{1-n}. \quad (117)$$

При $S = 0$ справедливы следующие начальные условия $x = x_0$ и $x' = x'_0$. Подставим их в (116) и (117), чтобы определить константы C_1 и C_2 . Первое начальное условие дает

$$x_0 = C_1 \frac{\rho^2}{1-n} + \frac{\rho}{1-n} \delta,$$

откуда находим

$$C_1 = x_0 \frac{1-n}{\rho^2} - \frac{1}{\rho} \delta, \quad (118)$$

а второе

$$x'_0 = C_2 \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} \frac{\rho^2}{1-n},$$

из которого следует, что

$$C_2 = x'_0 \frac{\sqrt{1-n}}{\rho}. \quad (119)$$

С помощью выражений (118) и (119) перепишем (116) и (117).

$$\begin{aligned} x &= x_0 \cos\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) + x'_0 \frac{\rho}{\sqrt{1-n}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) + \frac{\rho}{1-n} \left[1 - \cos\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) \right] \delta; \\ x' &= -x_0 \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} \sin\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) + x'_0 \cos\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) + \frac{1}{\sqrt{1-n}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s\right) \delta. \end{aligned} \quad (120)$$

Запишем (120) в матричной форме

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s & ; & \frac{\rho}{\sqrt{1-n}} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s \\ -\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s & ; & \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\rho}{1-n} (1 - \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s) \\ \frac{1}{1-n} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s \end{pmatrix} \delta. \quad (121)$$

Для записи выражения (121) можно применить матрицу третьего порядка, а именно:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s & , & \frac{\rho}{\sqrt{1-n}} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s & , & \frac{\rho}{(1-n)} (1 - \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s) \\ -\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s & , & \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s & , & \frac{1}{\sqrt{1-n}} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s \\ 0 & , & 0 & , & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ \delta \end{pmatrix}. \quad (122)$$

Элемент $T_{23} = T'_{13}$.

Решение уравнения (113) можно построить другим путем, зная решения однородного уравнения без правой части, когда $\delta = 0$. Известно, что если S_x и C_x — линейно-независимые решения однородного уравнения (113), то решение неоднородного уравнения будет иметь вид:

$$D = S_x \int_0^s C_x \frac{1}{\rho} ds - C_x \int_0^s S_x \frac{1}{\rho} ds. \quad (123)$$

Нахождение D производится при $\delta = 1$. Это условие не снижает общности, так как если коэффициент δ включить в выражение (123), то его необходимо включить и в правую часть (130). Уравнение (131) от этого не изменится. В данном случае S_x и C_x есть соответственно синусное и косинусное решения, а именно:

$$S_x = \frac{\rho}{\sqrt{1-n}} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} s; \quad (124)$$

$$C_x = \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} S. \quad (125)$$

Подставляя эти решения в (123), найдем

$$D = \frac{\rho}{1-n} \left(1 - \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} S \right). \quad (126)$$

Из формулы (126) получим

$$D' = \frac{1}{\sqrt{1-n}} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\rho} S. \quad (127)$$

Коэффициенты D и D' называются линейной и угловой дисперсиями.

Дисперсия — это частное решение неоднородного уравнения (113), которое соответствует траектории частицы с импульсом $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$, влетающей в магнитное поле в точке $S = 0$ с начальными данными

$$D(0) = D'(0) = 0.$$

Если S_x и C_x удовлетворяют уравнениям

$$C_x'' + \frac{1-n}{\rho^2} C_x = 0; \quad (128)$$

$$S_x'' + \frac{1-n}{\rho^2} S_x = 0, \quad (129)$$

то дисперсия будет удовлетворять уравнению

$$D'' + \frac{1-n}{\rho^2} D = \frac{1}{\rho}. \quad (130)$$

Таким образом, решение уравнения (113) можно выразить в следующем виде:

$$x = C_x x_0 + S_x x'_0 + D\delta. \quad (131)$$

Необходимо подчеркнуть, что введение понятия дисперсии обусловлено стремлением описать движение пучка частиц с импульсом, отличным от величины ρ_0 .

Для вертикального движения дисперсионные члены отсутствуют. Решение уравнения (112) в матричной форме имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\sqrt{n}}{\rho} s & \frac{\rho}{\sqrt{n}} \sin \frac{\sqrt{n}}{\rho} s \\ -\frac{\sqrt{n}}{\rho} \sin \frac{\sqrt{n}}{\rho} s & \cos \frac{\sqrt{n}}{\rho} s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ z'_0 \end{pmatrix}. \quad (132)$$

Теперь перейдем к конкретному рассмотрению отклоняющего секторного магнита с неоднородным полем.

2. СЕКТОРНЫЙ МАГНИТ С НЕОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ

Рассмотрим секторный магнит с неоднородным полем и азимутальной протяженностью, равной θ_0 . Считаем, что осевая траектория проходит нормально к краям магнита (рис. 9а). В этом случае угол отклонения частиц равен θ_0 . На выходе из магнита в горизонтальной плоскости пучок частиц имеет следующие параметры:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega & ; & \frac{\rho}{\sqrt{1-n}} \sin \omega & ; & \frac{\rho}{1-n} (1 - \cos \omega) \\ -\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} \sin \omega & ; & \cos \omega & ; & \frac{1}{\sqrt{1-n}} \sin \omega \\ 0 & ; & 0 & ; & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ \delta \end{pmatrix}, \quad (133)$$

где $\omega = \sqrt{1-n} \theta_0$; $\theta_0 = \frac{s}{\rho}$ и в вертикальной плоскости

$$\begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Omega & , & \frac{\rho}{\sqrt{n}} \sin \Omega \\ -\frac{\sqrt{n}}{\rho} \sin \Omega & , & \cos \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ z'_0 \end{pmatrix}, \quad (134)$$

где $\Omega = \sqrt{n} \theta_0$.

Установим оптические свойства секторного магнита, первоначально рассмотрев бездисперсный случай, когда $\delta = 0$. Как было отмечено ранее, для такого случая можно использовать двумерную матрицу.

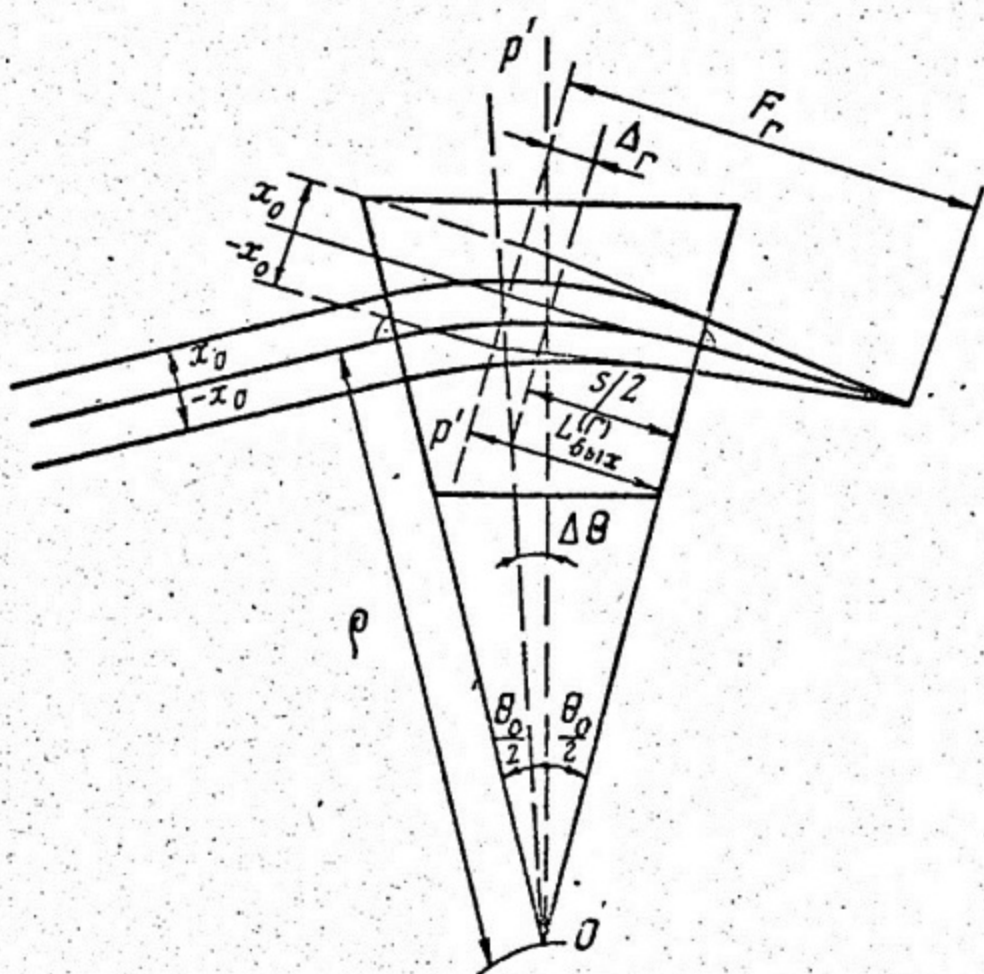


Рис. 9а. Траектории частиц в секторном магните ($\delta' = 0$)

Фокусное расстояние в горизонтальной плоскости

$$F_r = -\frac{1}{T_{11}} = \frac{\rho}{\sqrt{1-n}} \frac{1}{\sin \omega} = \frac{s}{\omega \sin \omega}, \quad (135)$$

где s — длина осевой траектории.

Главная выходная плоскость находится от края магнита на расстоянии

$$L_{вых}^{(r)} = F_r (1 - T_{11}) = \frac{s(1 - \cos \omega)}{\omega \sin \omega} = \frac{s}{2} \frac{\operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}{\frac{\omega}{2}}. \quad (136)$$

Величина

$$\Delta_r = L_{\text{вых}}^{(r)} - \frac{s}{2} = \frac{s}{2} \left(\frac{\tan \frac{\omega}{2}}{\frac{\omega}{2}} - 1 \right), \quad (137)$$

Если разложить в ряд выражение (137), то нетрудно установить, что $\Delta_r > 0$. Величине Δ_r соответствует угол $\Delta\theta = \frac{\Delta_r}{\rho}$, который следует откладывать от середины магнита ближе к входу его, так как главная плоскость ближе к переднему краю.

Из рис. 9а и формулы (135) видно, что секторный магнит с неоднородным полем, характеризуемым показателем n , оказывает на пучок моноэнергетических частиц фокусирующее воздействие с оптической силой

$$\frac{1}{F_r} = \frac{\omega \sin \omega}{s}.$$

Действительно, частицы, влетающие в магнит не по оси, будут испытывать различное воздействие со стороны магнитного поля: частицы, входящие в магнит с большим радиусом, будут иметь траекторию большей протяженности в магнитном поле, чем частицы, входящие с меньшим радиусом. Поэтому угол отклонения от первоначальной траектории в первом случае больше, чем во втором.

При рассмотрении траекторий движения в поворотных магнитах вводим понятие "мнимого" источника, положение которого можно определить, если продолжить выходные траектории сначала до пересечения с главной плоскостью, а затем и дальше. Для того чтобы определить расположение главной плоскости и середины магнита, на этой прямой необходимо отложить $L_{\text{вых}}^{(r)}$ и $s/2$. На рис. 9а показана величина Δ_r .

Для вертикального движения аналогично формулам (135) - (137) имеем

$$F_b = \frac{s}{\Omega \sin \Omega}; \quad (138)$$

$$L_{\text{вых}}^{(b)} = \frac{s}{2} \left(\frac{\tan \frac{\Omega}{2}}{\frac{\Omega}{2}} \right); \quad (139)$$

$$\Delta_{\delta} = \frac{s}{2} \left(\frac{\tan \frac{\Omega}{2}}{\frac{\Omega}{2}} - 1 \right). \quad (140)$$

Следует обратить внимание на сходства выражений для $L_{\delta o/x}^{(b)}$ для квадрупольных и отклоняющих магнитов, причем в квадрупольях следует иметь в виду фокусирующую плоскость. Одинаковый характер (фокусирующего) воздействия является причиной совпадения выражений для $L_{\delta o/x}$.

В отличие от горизонтального движения при построении траекторий вертикального движения мнимый источник не понадобится.

Случай, когда $\delta = 0$, хотя и интересен, все же обладает меньшей общностью по сравнению со случаем $\delta \neq 0$. Движение пучка с разбросом по импульсу связано с проявлением дополнительных дисперсионных свойств магнитной системы. Действительно, при $\delta = 0$ были определены оптические параметры магнита: F_r , $L_{\delta o/x}^{(r)}$, Δ_r и др., а при $\delta \neq 0$ к ним еще добавляется линейная и угловая дисперсии: D и D' . Построим траектории частиц, главных плоскостей и фокусных расстояний при $\delta \neq 0$ ($\Delta p > 0$). Для большей наглядности рассмотрим осевую траекторию, нормально расположенную по отношению к краям магнита ($x_0 = x'_0 = 0$). По этой траектории влетает частица не с импульсом p_0 , а с импульсом $p = p_0 + \Delta p$. Поэтому радиус траектории такой частицы отличается от ρ и частица выходит из магнита под углом $\Delta \varphi$ к осевой траектории, определяемым выражением,

$$\tan \Delta \varphi = x' = \frac{dx}{ds} = \theta_0 \frac{\sin \omega}{\omega} \frac{\Delta p}{p_0}, \quad (141)$$

которое при малых отклонениях ($\Delta \varphi \ll 1$) превращается в

$$\Delta \varphi = \theta_0 \frac{\sin \omega}{\omega} \frac{\Delta p}{p_0}$$

и испытывает смещение

$$x = \frac{\rho(1 - \cos \omega)}{1 - n} \frac{\Delta p}{p_0}. \quad (142)$$

Найдем точку пересечения дисперсионной траектории с осевой. Если продолжить внутрь магнита касательные к этим траекториям, то точка пересечения будет лежать на расстоянии ℓ от выходного края магнита, определяемым из соотношения $\ell = \frac{x}{\Delta \varphi}$,

которое преобразуется после подстановки в него выражения для $\Delta\psi$ и x к следующему виду:

$$\ell = \frac{P(1-\cos\omega)\Delta P}{(1-n)\theta_0 \frac{\sin\omega \cdot P_0}{\theta_0 \sqrt{1-n}} \frac{\Delta P}{P_0}} = S \frac{1-\cos\omega}{\omega \sin\omega}. \quad (143)$$

Сравнивая соотношения (136) и (143), заключаем, что точка пересечения осевой и дисперсионной траекторий лежит на главной плоскости. Таким образом, поворот дисперсионной траектории происходит на главной плоскости магнита. Из выражения (143) видно, что точка пересечения осевой и дисперсионной траекторий не зависит от разброса по импульсу. Данное утверждение вытекает еще из того, что $\ell = L_{\theta_{\Delta x}}^{(r)}$, а последний параметр был получен с помощью элементов матрицы, не имеющих отношения к дисперсионным свойствам.

На рис. 96 изображены траектории частиц при наличии дисперсии.

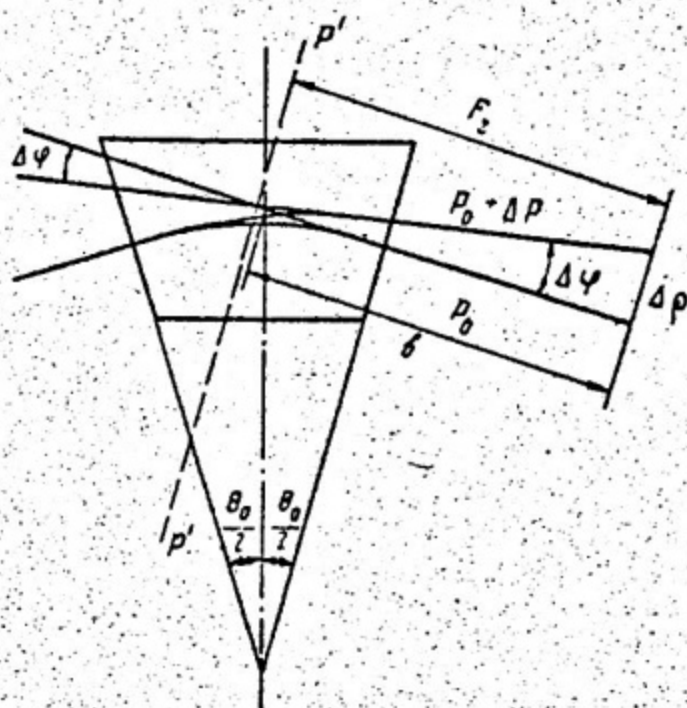


Рис. 96. Траектории частиц в секторном магните ($\delta \neq 0$)

Если изображение расположено на расстоянии b от середины магнита, то линейная дисперсия в этой точке

$$\Delta \rho = (b + \Delta r) \theta_0 \frac{\sin \omega}{\omega} \frac{\Delta p}{p_0}. \quad (144)$$

При малых значениях ω ($\omega \ll 1$) выражение (144) принимает следующий вид:

$$\Delta \rho = (b + \Delta r) \theta_0 \frac{\Delta p}{p_0}.$$

В случае, когда главная плоскость близко расположена от середины магнита, т.е. когда Δr мала, $\Delta \rho \approx b \theta_0 \frac{\Delta p}{p_0}$.

При отсутствии разброса по импульсу $\Delta p = 0$ величина $\Delta \rho$ обращается в нуль, а дисперсионная траектория сливается с осевой. Следовательно, по известным параметрам пучка и магнита: импульсу и разбросу частиц, величине поля и показателя n — можно построить осевую траекторию, находя оптические параметры магнита и дисперсионную траекторию и определяя угловую (141) и линейную (142) дисперсии.

3. СЕКТОРНЫЙ МАГНИТ С ОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ

Когда требования, предъявляемые к вертикальному движению, не очень жестки, может быть применен магнит с однородным полем ($n = 0$). Для магнита с угловой протяженностью θ_0 матрицы радиального (133) и вертикального (134) движений приобретают следующий вид:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \rho \sin \theta_0 & \rho(1 - \cos \theta_0) \\ -\frac{1}{\rho} \sin \theta_0 & \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ \delta \end{pmatrix} \quad (145)$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \rho \theta_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}, \quad (146)$$

где $\rho \theta_0 = S$ — длина пути частицы в секторном магните.

Из (146) видно, что в вертикальном направлении однородное магнитное поле действует на заряженную частицу так же, как свободный дрейфовый участок, т.е. оно не осуществляет вертикальную фокусировку. В этом случае можно использовать краевую фокусировку, чтобы не дать частицам разойтись в вертикальном направлении.

Для прямолинейных границ и нормальных траекторий к ним оптические параметры магнита несложно получить при условии $\mathcal{L} = 0$ из выражений, справедливых в магнитах с неоднородным полем. Действительно, фокусное расстояние

$$F_{r.o} = \frac{\rho}{\sin \theta_0}, \quad (147)$$

а расстояние, на котором лежит выходная плоскость,

$$L_{вых}^{(r.o)} = F_{r.o} (1 - \cos \theta_0) = \frac{\rho (1 - \cos \theta_0)}{\sin \theta_0} = \rho \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}. \quad (148)$$

Параметр

$$\Delta_{r.o} = L_{вых}^{(r.o)} - \frac{s}{2} = \frac{s}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}}{\frac{\theta_0}{2}} - 1 \right). \quad (149)$$

Таким образом, главная плоскость секторного магнита с однородным полем лежит на пересечении касательной к траектории на выходе из магнита и центральной его линии при $\theta = \frac{\theta_0}{2}$.

Линейная D_o и угловая D'_o дисперсии соответственно равны $\rho(1 - \cos \theta_0)$ и $\sin \theta_0$ (при $\delta = 1$).

Для секторного магнита с однородным полем справедливо так называемое правило Барбера, позволяющее определить расположение изображения. На рис. 10 показан секторный магнит с однородным полем.

Источник I_1 и изображение I_2 расположены от магнита на расстояниях a и b . Правило Барбера гласит, что точечный источник I_1 и точечное изображение I_2 лежат на одной прямой с центром кривизны O , а именно:

$$\alpha + \theta_0 + \beta = \pi. \quad (150)$$

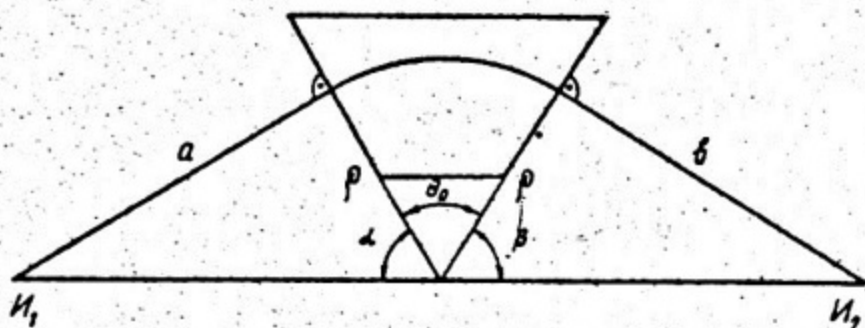


Рис. 10. Секторный магнит с однородным полем

Углы α и β показаны на рис. 10. Для того чтобы доказать правило Барбера, перемножим три матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \rho \sin \theta_0 \\ -\frac{1}{\rho} \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (151)$$

где средняя матрица секторного магнита взята при $\theta' = 0$. Перемножая матрицы, входящие в (151) и приравнявая элемент T_{12} нулю (условие существования изображения), найдем:

$$a \cos \theta_0 + \rho \sin \theta_0 - \frac{ab}{\rho} \sin \theta_0 + b \cos \theta_0 = 0. \quad (152)$$

Из рис. 10 видно, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{\rho}, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{b}{\rho}.$$

Разделив выражение (152) на $\rho \cos \theta_0$, получим

$$\frac{a}{\rho} + \operatorname{tg} \theta_0 + \frac{b}{\rho} - \frac{b}{\rho} \frac{a}{\rho} \operatorname{tg} \theta_0 = 0$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \theta_0 + \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \theta_0 = 0,$$

откуда

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \theta_0}{1 - \operatorname{tg} \theta_0 \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg}(\alpha + \theta_0) = -\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(\pi - \beta),$$

и, следовательно, получаем условие (150).

По известному расположению источника и центра кривизны и при известном значении параметра ρ правило Барбера позволяет определить местонахождение изображения.

4. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ КРАЕВОЙ ФОКУСИРОВКИ

Все предыдущее изучение оптических свойств отклоняющих магнитов проводилось в предположении того, что траектории отклоняемых частиц перпендикулярны краям магнитов. Если же это условие не будет выполняться, то возникнет краевая фокусировка или дефокусировка в зависимости от угла наклона траектории к границе. На рис. 11,а показаны траектории частиц у края магнита. Через точку A проходит осевая орбита. Вектор $\vec{n}$ — внешняя нормаль к краям магнита, а угол τ лежит между осевой траекторией и нормалью к границе магнита. Магнитные силовые линии выходят из плоскости рисунка. Частицы с траекторией, проходящей через точки B и C , находятся в магнитном поле неодинаковое время. В случае траектории с точкой B частицы движутся более продолжительное время в магнитном поле, чем частица с точкой A , а с точкой C — менее продолжительное. Поэтому крайние траектории будут сходиться к осевой (рис. 11,а). Радиальная фокусировка имеет место, если центр кривизны O и нормаль лежат по одну сторону от осевой траектории. В этом случае угол является отрицательной величиной. В противном случае, когда центр кривизны и нормаль находятся по разные стороны от осевой траектории ($\tau > 0$), пучок, выходящий из магнита, будет расходящимся (рис. 11,б).

В вертикальном направлении имеет место фокусировка, если радиальное движение дефокусирующее и наоборот. Это покажем после определения матрицы перехода для вертикального и горизонтального движений.

Установим вид матрицы края магнита для радиального движения. По сравнению с нормальным, частица, движущаяся по траектории с точкой B , проходит в поле дополнительное расстояние BD , равное примерно $x \lg \tau$ при условии, что $x \ll \rho$. Радиус кривизны для орбиты с точкой B

$$r_B = \frac{\rho_0}{e B_z(r_B)}, \quad (153)$$

где $r_B = \rho + x$, p_0 — импульс частиц; $B_z(r_B)$ — вертикальная составляющая магнитной индукции в точке B ; e — заряд частиц. Выразим p_0 через параметры осевой орбиты, а именно:

$$p_0 = e B_0 \rho, \quad (154)$$

где использованы обозначения, введенные в выражениях (105). Подставляя (154) в (153), получаем выражение

$$r_B = \frac{B_0 \rho}{B_z(\rho + x)},$$

которое с учетом (105) и (110) преобразуем к следующему виду:

$$r_B = \frac{\rho}{1 - \frac{\pi x}{\rho}}. \quad (155)$$

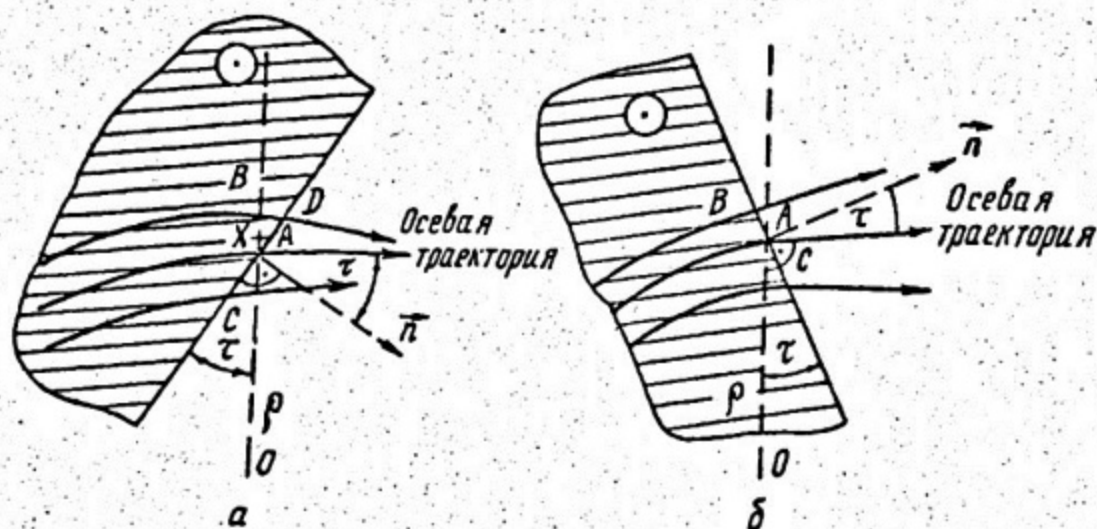


Рис. 11. Траектории частиц у края магнита:
а — фокусировка; б — дефокусировка в радиальном направлении

При радиусе r_B касательная к траектории на выходе магнита поворачивается на угол θ , равный отношению расстояния $x \tan \tau$ к r_B . Действительно, угол

$$\theta = \frac{x \tan \tau}{r_B} = \frac{x \tan \tau}{\rho} \left(1 - \frac{\pi x}{\rho}\right), \quad (156)$$

а при условии $x \ll \rho$, т.е. в линейном приближении, переходит в

$$\theta = \frac{dx}{ds} = \frac{x \operatorname{tg} \tau}{\rho}. \quad (157)$$

Кроме того, считаем, что в линейном приближении траектория не смещается относительно осевой траектории, изменяется только угол ее наклона. Данное предположение имеет место при малых углах τ . Следовательно, край магнита отождествляется с тонким элементом, для которого уравнения преобразования начального вектора $\begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$ в конечный $\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix}$, имеют следующий вид:

$$x_1 = x_0; \quad x'_1 = x'_0 + \theta = x'_0 + \frac{x_0}{\rho} \operatorname{tg} \tau.$$

В матричной форме эти уравнения можно представить следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\operatorname{tg} \tau}{\rho} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}. \quad (158)$$

Из выражения (158) несложно установить, что край магнита при выполнении принятых предположений описывается матрицей тонкой линзы, причем при $\tau < 0$ он фокусирует, а при $\tau > 0$ расфокусирует частицы. При $\tau = 0$ теряются фокусирующие свойства края и матрица (158) превращается в единичную.

Фокусное расстояние края магнита

$$F_z = \pm \frac{\rho}{\operatorname{tg} |\tau|}, \quad (159)$$

а знаки $\pm$ относятся к фокусирующему и дефокусирующему случаям соответственно.

В вертикальном направлении матрица перехода для края магнита будет отличаться от матрицы, входящей в выражение (158). Установим это с помощью рис. 12,а, на котором изображен вид края магнита сверху, и рис. 12,б, на котором видна вертикальная проекция края магнита.

Разложим нормальную к краю магнита составляющую радиального поля на две составляющие, направленные параллельно траектории движения и перпендикулярно ей (рис. 12,а). На

частицу, движущуюся на расстоянии z от медианной плоскости, действует сила

$$F_z = -e v B_h \sin \tau, \quad (160)$$

где v — скорость частицы, а остальные обозначения следуют из рис. 12. В данном случае сила F_z направлена от медианной плоскости. Полное изменение вертикального импульса

$$\Delta p_z = \int_c^B F_z dt = -e \sin \tau \int_c^B B_h ds, \quad (161)$$

где S — расстояние вдоль траектории.

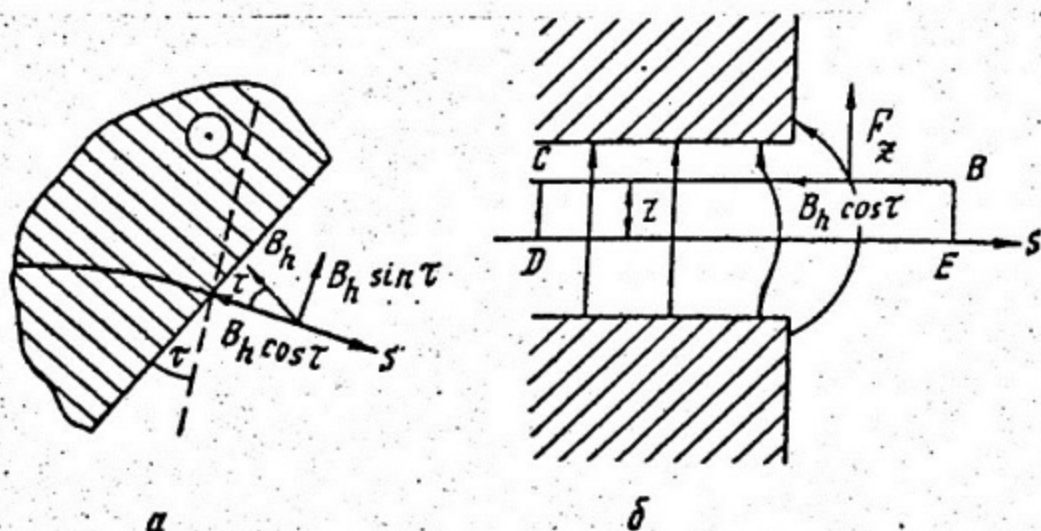


Рис. 12. Край магнита для вертикального движения

Для оценки интеграла из (161) воспользуемся выражением $\oint B d\ell$, равным нулю, если отсутствуют токи внутри контура интегрирования. Для контура $BCDEB$ имеем

$$-\int_c^B B_h \cos \tau ds + B_0 z + 0 + 0 = 0, \quad (162)$$

где первое слагаемое обусловлено интегрированием по траектории частицы, второе — по отрезку DC , третье, равное нулю, — по отрезку ED , на котором магнитное поле перпендикулярно отрезку контура, и, наконец, четвертое, равное нулю, — по отрезку BE , где поле обращается в нуль. При этом предполагается, что отрезок BE расположен на бесконечно далеком расстоянии от края магнита.

Изменение угла наклона траектории в вертикальном направлении, определяемое как отношение изменения вертикального импульса к полному импульсу,

$$x' = \frac{\Delta p_z}{p_0} = - \frac{e \sin \tau B_0 x}{p_0 \cos \tau} = - \frac{x}{\rho} \operatorname{tg} \tau. \quad (163)$$

При выводе формул (163) предполагается, что, двигаясь у края магнита, частица относительно медианной плоскости практически не изменяет своего положения.

Матричная форма связи входного и выходного векторов имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\operatorname{tg} \tau}{\rho} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}. \quad (164)$$

Матрица (164) при $\tau < 0$ оказывает рассеивающее воздействие.

Следует отметить, что использование линейного приближения, а следовательно, и матричного аппарата, без существенного искажения членами разложения более высокого порядка справедливо вплоть до углов τ , равных около 40° .

5. МАГНИТ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

На рис. 13 показан магнит $ABCD$, в который частицы влетают и из которого вылетают по траектории, составляющей с краями магнита угол, отличный от прямого. Введением заштрихованных клиньев данный магнит можно превратить в секторный, края которого перпендикулярны траекториям и который можно окружить тонкими клиньями, описываемыми матрицами (158) и (164).

Стрелками обозначена осевая траектория частицы, а цифрами 1 и 2 — нормали, проведенные из точек входа и выхода траектории из магнита к его краям. Углы, образованные траекторией и этими нормалью, обозначены τ_1 и τ_2 . Знак "+" означает обрезание поля, а "-" добавление его.

Для магнита, изображенного на рис. 13, его передний край осуществляет фокусировку по горизонтали и расфокусировку по вертикали. Задний край, наоборот, обеспечивает вертикальную

фокусировку и горизонтальную дефокусировку. Соответствующим выбором углов τ_1 и τ_2 можно добиться одновременной фокусировки по вертикали и горизонтали.

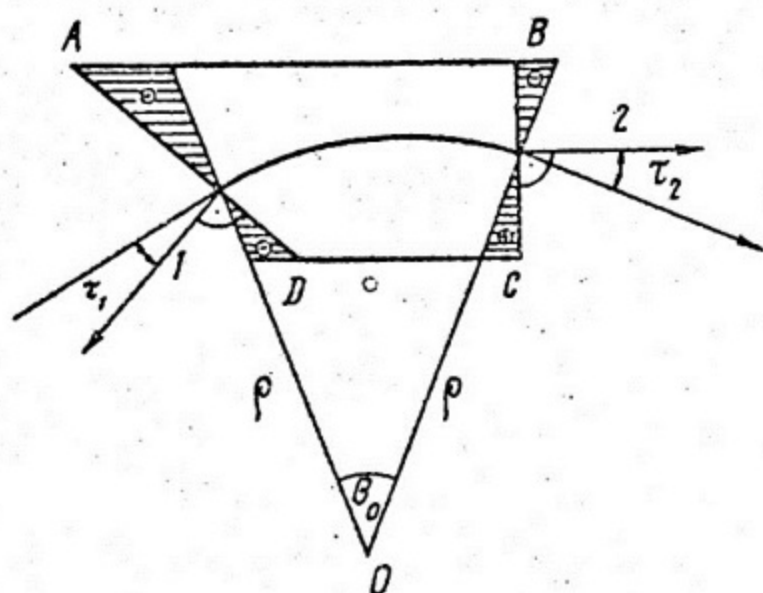


Рис. 13. Магнит с краевой фокусировкой

Таким образом, произвольный магнит может быть описан матрицей, составленной из произведения секторного магнита и двух матриц тонких линз краевых участков. Действительно, выходной вектор

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\tan \tau_2}{\rho} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \omega & s \frac{\sin \omega}{\omega} & \frac{\rho(1 - \cos \omega)}{1 - n} \\ -\frac{\omega}{s} \sin \omega & \cos \omega & \frac{\sin \omega}{\omega} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\tan \tau_1}{\rho} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ \delta \end{pmatrix}. \quad (165)$$

Здесь пока не конкретизируется влияние краев на движение частицы, а вместо двумерных взяты квадратные матрицы третьего порядка.

Перемножая матрицы (165), находим вектор $\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \\ \delta \end{pmatrix}$ в горизонтальной плоскости

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\omega + \frac{s}{\rho} \frac{\sin\omega}{\omega} \operatorname{tg}\tau_1; & \frac{s \sin\omega}{\omega}; & \frac{\rho(1-\cos\omega)}{1-n} \\ A & ; & \cos\omega + \frac{s}{\rho} \frac{\sin\omega}{\omega} \operatorname{tg}\tau_2; & \theta_0 \frac{\sin\omega}{\omega} + \operatorname{tg}\tau_2 \frac{1-\cos\omega}{1-n} \\ 0 & ; & 0 & ; & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ \delta \end{pmatrix}. \quad (166)$$

где $A = \frac{\cos\omega}{\rho} (\operatorname{tg}\tau_1 + \operatorname{tg}\tau_2) - \frac{\omega \sin\omega}{s} + \frac{\theta_0}{\rho \omega} \sin\omega \operatorname{tg}\tau_1 \operatorname{tg}\tau_2.$

Отсутствие зависимости линейной дисперсии от угла τ_2 в (166) является следствием представления краев магнита тонкими линиями. В реальном случае, особенно при больших значениях τ_2 , эта зависимость имеет место.

Выражение для вектора $\begin{pmatrix} x'_1 \\ x_1 \end{pmatrix}$ в вертикальной плоскости находим, если перемножить матрицу (134) на матрицы краевых участков, подобных (164). В этом случае получим

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Omega - \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\Omega \operatorname{tg}\tau_1; & \frac{\rho}{\sqrt{n}} \sin\Omega \\ -\frac{\cos\Omega}{\rho} (\operatorname{tg}\tau_1 + \operatorname{tg}\tau_2) + \frac{\sin\Omega}{\rho \sqrt{n}} \operatorname{tg}\tau_1 \operatorname{tg}\tau_2 - \frac{\sqrt{n}}{\rho} \sin\Omega; & \cos\Omega - \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\Omega \operatorname{tg}\tau_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}. \quad (167)$$

В уравнении (167) дисперсионная зависимость отсутствует. Появление отрицательных знаков перед отдельными слагаемыми матричных элементов, объясняется противоположным влиянием краевой фокусировки на вертикальное движение по сравнению с горизонтальным. Для магнита произвольной формы справедливо правило Картана аналогичное правилу Барбера. Правило Картана позволяет с помощью геометрических построений определить расположение изображения в медианной плоскости клинообразного фокусирующего магнита. Эти построения показаны на рис. 14.

В клинообразном магните частицы поворачиваются на угол θ_0 . I_1 и I_2 — точечные источник и изображение. В правиле Картана говорится о том, что проекции источника O_1 и изображения O_2 на нормали, проведенные к краям магнитов, лежат на одной прямой с точкой пересечения граней магнита O . Если края магнита параллельны, то изображение отсутствует, так как точка O находится на бесконечности, а частицы, движущиеся не по осевой траектории, находятся такое же количество

времени, как и осевая (путь частиц в магните в этом случае одинаков).

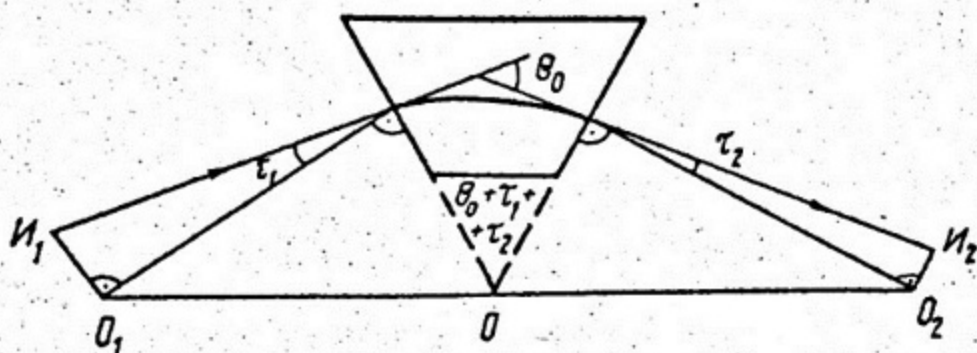


Рис. 14. Пояснение правила Картана

Для однородного магнитного поля, когда $\mu = 0$, выражения (166) и (167) принимают более простой вид.

6. ПОЛЕ НА КРАЮ МАГНИТА

Ранее предполагалось, что поле на краю магнита резко спадает. Однако это выполняется далеко не всегда. Поэтому, как и в квадрупольных линзах, когда была введена эффективная длина линзы, которая учитывала выпучивание поля за геометрические размеры линзы с помощью прямоугольного приближения, в отклоняющих магнитах реальное поле у границы также резко не обрывается (рис. 15), а следовательно, необходимо вводить соответствующие аппроксимации.

При рассмотрении движения частиц для упрощения в магнитах введем прямоугольную аппроксимацию реального поля. При наличии возбуждающих обмоток эквивалентная резкая граница поля отстоит от края магнита на расстоянии ℓ , которое дано выражением

$$\ell = \frac{g}{2\pi} (2 - \ln \frac{4}{g}), \quad (168)$$

где параметр g можно определить из уравнения

$$\frac{\pi h}{g} = \sqrt{q-1} - \arctg \sqrt{q-1}. \quad (169)$$

Уравнение (169) – трансцендентное и поэтому решается методом подбора. Когда $h \approx g$, то $\ell \approx 0,6g$. Следовательно, при рассмотрении оптических свойств магнитов, когда требуется повышенная точность, необходимо учитывать поправку в распределении поля. Однако, как правило, ℓ определяется экспериментальным путем. Для коррекции длины ℓ применяется шиммирование.

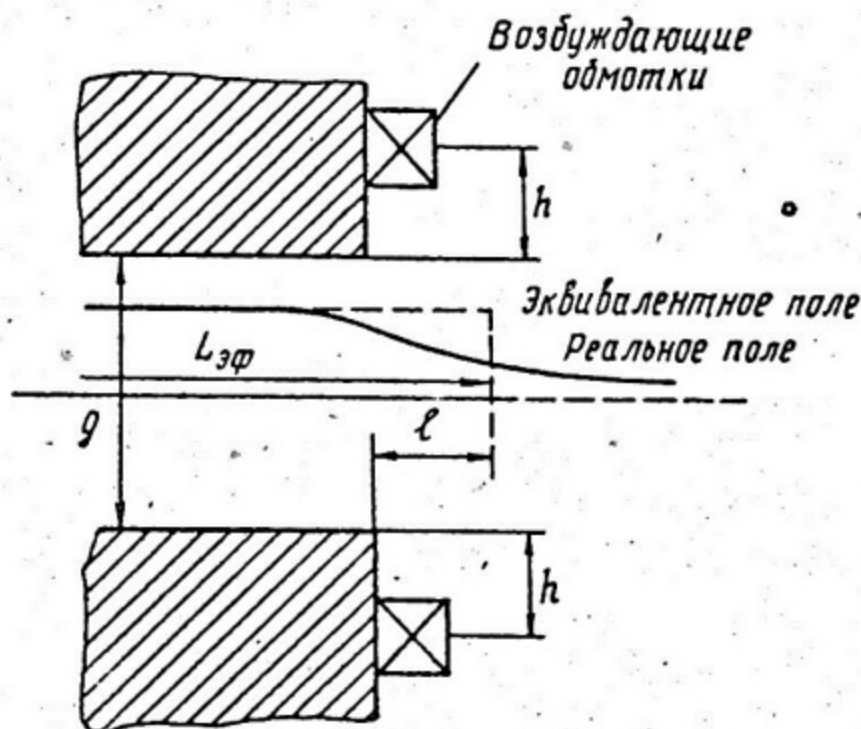


Рис. 15. Поле на краю магнита

Можно использовать понятие эффективной длины магнита в медианной плоскости, например,

$$L_{эф} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} B_z(s) ds}{B_0}, \quad (170)$$

где $B_z(s)$ – поле по длине осевой траектории; B_0 – поле в центре магнита.

Обычно интерес представляют зависимости эффективной длины магнита от параметра B_0 и ширины магнитной дорожки (межполюсного зазора). Эти зависимости чаще всего определяются эмпирически.

7. ТЕХНИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ И ОСОБЕННОСТИ ОТКЛОНЯЮЩИХ МАГНИТОВ

Как ни важны оптические вопросы магнитов, однако при разработке транспортирующих каналов, в которые входят отклоняющие магниты, их монтаже и наладке обращаются к техническим параметрам. Ведь только соответствующий выбор этих параметров позволяет обеспечить те или иные свойства магнитных систем, которые влияют на формирование необходимых свойств пучка.

Основным изготовителем различных отклоняющих магнитов (электромагнитов) является НИИЭФА им. Д.В. Ефремова, хотя во многих случаях изготавливают необходимые магниты по индивидуальным разработкам. Выпускают электромагниты типа СП: с круглыми и секторными полюсными наконечниками, полюсными наконечниками различной конфигурации, специальные для исследования парамагнитного резонанса, космических лучей и др.

Параметры электромагнитов похожи на аналогичные параметры магнитных квадрупольных линз. Действительно, как и в квадрупольных линзах, для изготовления магнитопровода электромагнитов используют низкоуглеродистую сталь, для охлаждения обмоток возбуждения применяют водяное или естественно-воздушное охлаждение с теми же особенностями, какие были отмечены в квадрупольных линзах. У большинства электромагнитов имеются приспособления для регулировки их в пространстве.

Конфигурация магнитопровода зависит от требований, предъявляемых к магнитному полю. Обмотка возбуждения состоит из двух секционированных катушек, устанавливаемых в жестких каркасах.

К специфическим особенностям электромагнитов относятся возможность изменения воздушного зазора, замены полюсных наконечников крышкой камеры ионопровода и наличия шимм. В некоторых электромагнитах предусмотрены дополнительные обмотки, предназначенные для стабилизации, компенсации, модуляции и других воздействий на магнитное поле. Кроме того, одни магниты имеют вертикальное, а другие горизонтальное направление силовых линий. В некоторых модификациях электромагнитов используют импульсное возбуждение обмоток. В таб-

лище приведены технические параметры различных электромагнитов и их особенности. На рис. 16, а-ж показаны формы полюсных наконечников.

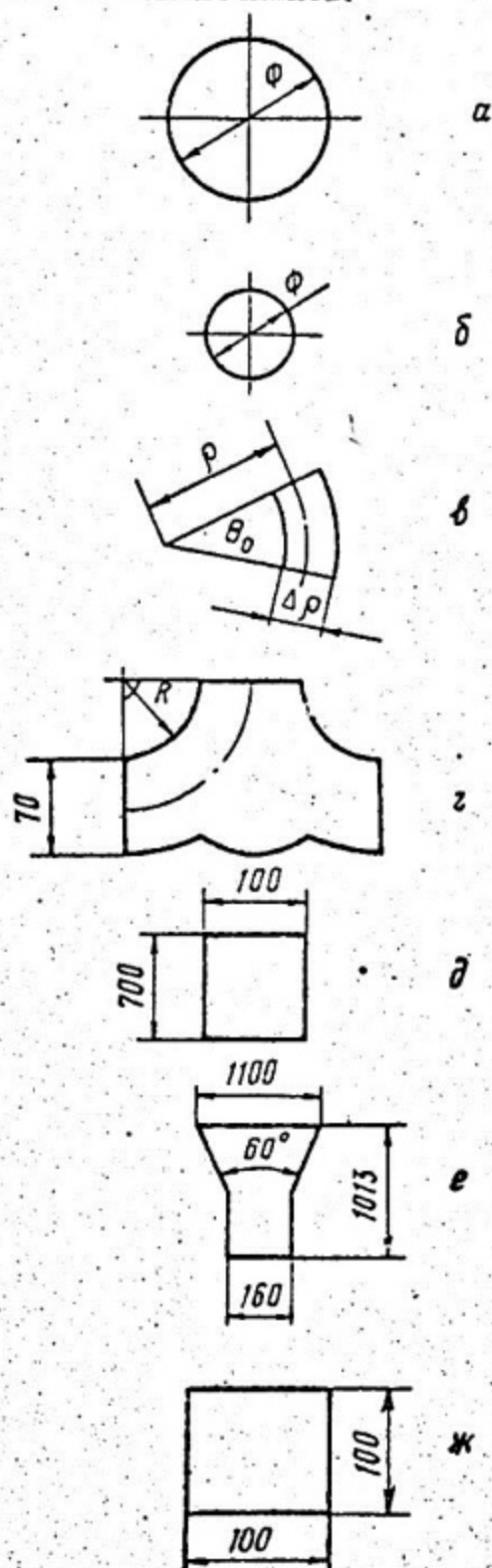


Рис. 16. Формы полюсных наконечников:

а - $\Phi = 450$ мм; б - $\Phi = 20$ мм;
в - $\rho = 440$ мм; $\theta_0 = 75^\circ$; $\Delta\rho = 240$ мм; г - $R = 500$ мм;
д - $F = 700$ см²; е - $F = 5450$ см²

Параметры электромагнитов

Направление сил ных линий	Воздуш- ный за- зор, мм	Напря- жен- ность поля $H_0, \text{Э}$	Номи- наль- ный ток возбуж- дения $I, \text{А}$	Паде- ние на пряже- ния на обмот- ке $U, \text{В}$	Водяное ох- лаждение Пере- пад на- пора $h, \text{кг/см}^2$	Общий расход воды $Q, \text{л/мин}$	Общий вес, т	Тип	Особенности электромаг- нитов	Форма по- люсных наконечни- ков
Вертикаль- ное	80	12000	62	110	Охлаждение естественное воздушное		8,4	СП-10А	Круглые по- люсные на- конечники	Рис. 16,а
Горизон- тальное	5	45000	426	180	4	35	5,7	СП-58Б	То же	Рис. 16,б
Вертикаль- ное	50	11000	56	80	3	2,5	7,6	СП-49А	Секторные полюсные наконечники	Рис. 16,в
Горизон- тальное	25	8500	27,2	110	2	7	1,9	СП-64Б	То же	Рис. 16,г
Вертикаль- ное	50	17300	480	190	5	47	1,9	СП-35А	Полюсные наконечники различной конфигурации	Рис. 16,д
-	100	16500	600	150	5	34	43,3	СП-57А- -1	То же	Рис. 16,е

Горизон- тальное	580	5000	300	180	4	33	80	СП-73	Имеется ком- плект из пяти пар сменных полюсных на- конечников Электромагнит специального назначения для изучения кос- мических лучей	Рис. 16, ж
---------------------	-----	------	-----	-----	---	----	----	-------	--	------------

СИСТЕМЫ ИЗ КВАДРУПОЛЬНЫХ ЛИНЗ И МАГНИТОВ

Существуют различные системы квадрупольных линз и магнитов. Их назначение самое разнообразное. Влияние разброса частиц по импульсу при движении их в канале может проявляться в потере интенсивности, а искажение структуры пучка связано с изменением его свойств. К таким системам относятся ахроматические и изохронные системы.

1. АХРОМАТИЧЕСКИЕ И ИЗОХРОННЫЕ СИСТЕМЫ

Рассмотрим некоторые общие свойства и определения. К сожалению, единство терминологии в литературе отсутствует. Например, часто сложная магнитная система называется бездисперсной, если у нее в первом приближении по $\delta = \frac{\Delta p}{p_0}$ полностью скомпенсирована линейная дисперсия. Система, у которой скомпенсирована и линейная, и угловая дисперсии, называется ахроматической.

Бездисперсную систему определяют иногда как систему, у которой скомпенсирована линейная и угловая дисперсии.

В дальнейшем используем термины бездисперсная и ахроматическая системы с уточнением скомпенсированной дисперсии. Компенсация не означает отсутствие ее по всей длине магнитной системы. Компенсация системы достигается только в какой-то определенной точке, например на выходе системы. Запишем условие отсутствия дисперсии в точке $S=S_1$, лежащей на осевой траектории частиц, а именно:

$$D_1 = D_1' = 0. \quad (171)$$

Для того чтобы определить критерии отсутствия дисперсии, используем уравнение (123), опустив индекс x . Умножая его

на S' , находим выражение для линейной дисперсии на выходе системы

$$D_1 = -S_1' C_1 \int_0^{S_1} \frac{S}{\rho} d\sigma + S_1' S_1 \int_0^{S_1} \frac{C}{\rho} d\sigma = 0, \quad (172)$$

где σ — элемент дуги осевой траектории, по которой производится интегрирование в пределах от 0 до S_1 .

* Дифференцирование выражения (123) с учетом (171) приводит к следующему условию:

$$D_1' = S_1' \int_0^{S_1} \frac{C}{\rho} d\sigma + S_1 \frac{C_1}{\rho} - C_1' \int_0^{S_1} \frac{S}{\rho} d\sigma - C_1 \frac{S_1}{\rho} = 0,$$

откуда найдем, что

$$S_1' \int_0^{S_1} \frac{C}{\rho} d\sigma = C_1' \int_0^{S_1} \frac{S}{\rho} d\sigma. \quad (173)$$

Подставляя выражение (173) в (172), получаем

$$D = -(S_1' C_1 - S_1 C_1') \int_0^{S_1} \frac{S}{\rho} d\sigma = 0. \quad (174)$$

Выражение в скобках (174) есть не что иное, как определитель матрицы перехода, поэтому

$$\int_0^{S_1} \frac{S}{\rho} d\sigma = 0. \quad (175)$$

Аналогичное выражение можно получить и для косинусного решения, а именно:

$$\int_0^{S_1} \frac{C}{\rho} d\sigma = 0. \quad (176)$$

Таким образом, критерий ахроматичности системы, т.е. системы со скомпенсированной линейной и угловой дисперсиями, есть

$$\int_0^{S_1} \frac{s}{\rho} d\sigma = \int_0^{S_1} \frac{c}{\rho} d\sigma = 0. \quad (177)$$

Условия бездисперсности и ахроматичности магнитных систем (175), (176) или (177) можно выразить через элементы матриц перехода. Одновременно с этим сформулируем критерий изохронности системы.

В предыдущей главе было дано выражение для скорости произвольной частицы (97). Квадрат модуля этой скорости

$$v^2 = \dot{z}^2 + \dot{x}^2 + v_0^2 \left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2, \quad (178)$$

где z и x — отклонения от осевой траектории; ρ — радиус окружности, касательной к осевой траектории.

Перейдем к производным по длине осевой траектории

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \left(\frac{dr}{ds}\right)^2 = \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 + \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + v_0^2 \left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2.$$

Принимая во внимание, что $v_0 = \frac{ds}{dt}$, найдем выражение для элемента дуги $d\tau$:

$$\frac{d\tau}{ds} = \sqrt{z'^2 + x'^2 + \left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2}. \quad (179)$$

Следовательно, выражение (179) позволяет определить длину траектории произвольной частицы в зависимости от параметров осевой траектории S и отклонения от нее. Интересна разность между длинами произвольной и осевой траектории:

$$\Delta \ell = \tau - S. \quad (180)$$

Разложим правую часть выражения (179)

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{ds} &= \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \sqrt{1 + \frac{x'^2 + z'^2}{\left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2}} \approx \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \sqrt{1 + \left(1 - \frac{x}{\rho}\right)^2 (x'^2 + z'^2)} \approx \\ &\approx 1 + \frac{x}{\rho} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{\rho}\right)^2 (x'^2 + z'^2) \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \approx 1 + \frac{x}{\rho} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{\rho}\right) (x'^2 + z'^2). \end{aligned} \quad (181)$$

Следует отметить, что при $\rho \rightarrow \infty$ выражение (181) справедливо для системы квадрупольных линз, а длина произвольной траектории зависит от производных x' и z' . Для квадрупольных линз различие в траекториях проявляется лишь во втором порядке или выше.

При рассмотрении отклоняющих магнитов ограничимся линейным приближением. Разность хода

$$\Delta \ell = \int_0^{s_1} \frac{x}{\rho} d\sigma, \quad (182)$$

где единица в правой части (181) после интегрирования дает длину осевой траектории и поэтому переходит в левую часть. Отклонение от осевой траектории в горизонтальной плоскости (131)

$$x = T_{11} x_0 + T_{12} x'_0 + T_{13} \delta, \quad (183)$$

где T_{11} , T_{12} , T_{13} — элементы матрицы перехода.

Подставляя (183) в уравнение (182), получаем

$$\Delta \ell = x_0 \int_0^{s_1} \frac{T_{11}}{\rho} d\sigma + x'_0 \int_0^{s_1} \frac{T_{12}}{\rho} d\sigma + \delta \int_0^{s_1} \frac{T_{13}}{\rho} d\sigma + \Delta \ell_0, \quad (184)$$

где $\Delta \ell_0$ — разность хода в начале магнита. Следовательно, элементы нижней строки матрицы четвертого порядка

$$T_{41} = \int_0^{s_1} \frac{T_{11}}{\rho} d\sigma; \quad (185)$$

$$T_{42} = \int_0^{s_1} \frac{T_{12}}{\rho} d\sigma; \quad (186)$$

$$T_{43} = \int_0^{s_1} \frac{T_{13}}{\rho} d\sigma; \quad (187)$$

$$T_{44} = 1. \quad (188)$$

В последнем выражении в рассматриваемой системе. входная разность хода не может изменяться.

Из выражения (123), в связи с тем что $S \equiv T_{12}$, $C \equiv T_{11}$ и $D \equiv T_{13}$, имеем

$$D = T_{13} = T_{12} \int_0^{S_1} \frac{T_{11}}{\rho} d\sigma - T_{11} \int_0^{S_1} \frac{T_{12}}{\rho} d\sigma = T_{12} T_{41} - T_{11} T_{42}, \quad (189)$$

откуда находим, что

$$D' = T_{23} = T_{13}' = T_{12}' \int_0^{S_1} \frac{T_{11}}{\rho} d\sigma - T_{11}' \int_0^{S_1} \frac{T_{12}}{\rho} d\sigma \quad (190)$$

или

$$T_{23} = T_{22} \int_0^{S_1} \frac{T_{11}}{\rho} d\sigma - T_{21} \int_0^{S_1} \frac{T_{12}}{\rho} d\sigma = T_{22} T_{41} - T_{21} T_{42}, \quad (190a)$$

так как

$$T_{22} = T_{12}' \quad \text{и} \quad T_{21} = T_{11}'. \quad (191)$$

Из выражений (189) и (190a) определяем матричные элементы T_{41} и T_{42} . Действительно,

$$T_{41} = T_{11} T_{23} - T_{21} T_{13}; \quad (192)$$

$$T_{42} = T_{12} T_{23} - T_{22} T_{13}. \quad (193)$$

На основании условий (177) с помощью (189) и (190a) находим, что для ахроматической системы

$$T_{13} = 0 \quad \text{и} \quad T_{23} = 0. \quad (194)$$

В этом случае выходные параметры частицы не зависят от δ . Выражения (178) – (193) позволяют перейти к критерию изохронности системы.

Из выражений (192) и (193) видно, что если выполняются условия (194), то элементы четырехмерной матрицы T_{41} и T_{42} обращаются в нуль. Однако нельзя говорить об изохронности системы, для которой выполняется условие $\Delta \ell = \Delta \ell_0$ (184).

т.е. разность хода в магнитной системе такая же, как на входе. Система будет изохронной, если кроме (194) имеет место условие

$$T_{43} = \int_0^{S_1} \frac{T_{13}}{\rho} d\sigma = \int_0^{S_1} \frac{D}{\rho} d\sigma. \quad (195)$$

Таким образом, магнитная система будет изохронна, если выполняются условия (175), (176), (194), (195). Все изохронные системы всегда ахроматические, однако не все ахроматические системы изохронны, так как кроме (194) необходимо условие (195). В том случае, когда по каналу транспортировки движутся моноэнергетические частицы, для изохронности системы достаточно выполнения критерия ахроматичности (194).

Рассмотрим свойства симметричных изохронных магнитных систем. В общем случае матрица имеет вид

$$(n) = \begin{pmatrix} T_{11}T_{22} + T_{12}T_{21} & ; & 2T_{12}T_{22} & ; & 2T_{12}T_{23} & ; & 0 \\ 2T_{11}T_{21} & ; & T_{11}T_{22} + T_{12}T_{21} & ; & 2T_{11}T_{23} & ; & 0 \\ 0 & ; & 0 & ; & 1 & ; & 0 \\ 2T_{11}(T_{22}T_{41} - T_{21}T_{42}) & ; & 2T_{12}(T_{22}T_{41} - T_{21}T_{42}) & ; & -2[T_{43} + T_{23}(T_{12}T_{41} - T_{11}T_{42})] & ; & 1 \end{pmatrix}. \quad (196)$$

Учитывая выражение (190а), перепишем (196)

$$(n) = \begin{pmatrix} 2T_{11}T_{22} - 1 & ; & 2T_{12}T_{22} & ; & 2T_{12}T_{23} & ; & 0 \\ 2T_{11}T_{21} & ; & 2T_{11}T_{22} - 1 & ; & 2T_{11}T_{23} & ; & 0 \\ 0 & ; & 0 & ; & 1 & ; & 0 \\ 2T_{11}T_{23} & ; & 2T_{12}T_{23} & ; & -2(T_{43} + T_{13}T_{23}) & ; & 1 \end{pmatrix}. \quad (197)$$

Рассмотрим варианты изохронных систем.

При $T_{11} = T_{23} = T_{43} = 0$ система фокусирует входной параллельный пучок в точку на плоскости симметрии и является изохронной. Матрица перехода (197) принимает следующий вид:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2T_{12}T_{22} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (198)$$

При $T_{12} = T_{23} = T_{43} = 0$ в плоскости симметрии изохронной системы имеем изображение точечного источника. Матрица перехода имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2T_{11}T_{21} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (199)$$

При $T_{21} = T_{23} = T_{43} = 0$ изохронная система преобразует входной параллельный пучок в параллельный. Она имеет следующую матрицу перехода:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2T_{12}T_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (200)$$

При $T_{22} = T_{23} = T_{43} = 0$ изохронная система преобразует расходящийся пучок в параллельный. Матрица такой системы есть

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2T_{11}T_{21} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (201)$$

В симметричных системах ахроматичность, т.е. отсутствие линейной и угловой дисперсий, достигается при $T_{23} = 0$. Поэтому все перечисленные изохронные системы – ахроматические. Если не интересен изохронизм, а интересен только ахроматизм, то отбрасываем нижнюю строку во всех матрицах и рассматриваем одни критерии ахроматизма.

Изохронная система не может состоять из одного магнита или одной линзы. Как правило, это набор магнитов и линз. Невозможность обеспечения изохронности можно проиллюстрировать на примере секторного магнита с однородным полем. Рассмотрим разность хода в таком магните. Заменяя в выражении (183) элементы из матрицы (145), получаем отклонение от осевой траектории в горизонтальной плоскости

$$x = x_0 \cos \theta + x'_0 \rho \sin \theta + \rho(1 - \cos \theta) \delta, \quad (202)$$

где $\theta = \frac{s}{\rho}$ – текущий азимутальный угол.

Подставляя (202) в (182) и интегрируя последнее выражение, найдем

$$\Delta \ell = x_0 \sin \theta_0 + \rho(1 - \cos \theta_0) x'_0 + \rho(\theta_0 - \sin \theta_0) \delta + \Delta \ell_0. \quad (203)$$

Принимая во внимание выражение (203), находим матрицу перехода для секторного магнита с однородным полем

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \rho \sin \theta_0 & \rho(1 - \cos \theta_0) & 0 \\ -\frac{\sin \theta_0}{\rho} & \cos \theta_0 & \sin \theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_0 & \rho(1 - \cos \theta_0) & \rho(\theta_0 - \sin \theta_0) & 1 \end{pmatrix} \quad (204)$$

На первый взгляд изохронности можно достигнуть при $\theta_0 = 0$, однако это означает, что секторный магнит не должен иметь азимутальной протяженности. При всех ненулевых значениях θ_0 невозможно одновременное выполнение условий: $1 - \cos \theta_0 = 0$, $\sin \theta_0 = 0$ и $\theta_0 - \sin \theta_0 = 0$.

Таким образом, невозможно обеспечить изохронизм с помощью простейшего магнитного элемента.

1.1. Примеры ахроматической и изохронной симметричных систем

Сначала рассмотрим простейшую ахроматическую систему, состоящую из трех секторных магнитов M_1 , M_2 и M_3 с однородным полем (рис. 17). Эта система отклоняет частицы от первоначальной оси на угол θ_0 . Угол поворота крайних магнитов равен θ_0 , а радиус осевой траектории в них ρ . Центральный магнит поворачивает частицы на угол $-\beta$, причем радиус траектории также меняет знак на обратный. Противоположный знак перед углом обусловлен различием в направлениях движения, а именно: в магнитах M_1 и M_3 частицы поворачиваются по часовой стрелке, а в магните M_2 — против нее. Обратный знак у радиуса кривизны траектории частиц в магните M_2 объясняется тем, что центр кривизны лежит по другую сторону от траектории по сравнению с центром кривизны для магнитов M_1 и M_3 .

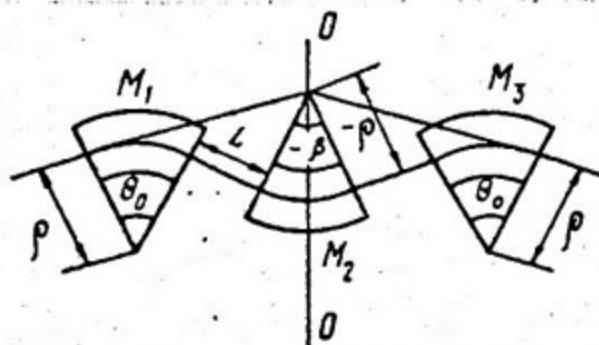


Рис. 17. Ахроматическая система из трех магнитов

Поскольку данная система симметрична относительно плоскости $O-O$, ограничимся определением матрицы первой половины системы. Она равна произведению матриц первого магнита, свободного участка и половины центрального магнита, а именно:

$$\begin{pmatrix} \cos \frac{\beta}{2} & \rho \sin \frac{\beta}{2} & -\rho(1 - \cos \frac{\beta}{2}) \\ -\frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\rho} & \cos \frac{\beta}{2} & -\sin \frac{\beta}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \rho \sin \theta_0 & \rho(1 - \cos \theta_0) \\ -\frac{\sin \theta_0}{\rho} & \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (205)$$

При отрицательных значениях угла поворота и радиуса кривизны центрального магнита изменение знаков наблюдается только перед элементами T_{13} и T_{23} , перед остальными элементами знаки сохраняются. Это очевидно из матрицы, а также из простых рассуждений. Действительно, дисперсионные траектории при противоположных углах поворота и радиусах кривизны отклоняются в различные стороны от осевой траектории.

Рассмотрим пучок, параллельный в обеих плоскостях по отношению к осевой траектории. В вертикальной плоскости параллельность пучка сохраняется, потому, что секторный магнит с однородным полем представляет дрейфовый участок протяженностью $S = \rho \theta_0$. Необходимо, например, сфокусировать пучок в плоскости симметрии $\theta - \theta$. В этом случае выполняется условие $T_{11} = 0$. Перемножая матрицы (205) и положив элемент T_{11} равным нулю, находим расстояние между магнитами

$$L = \rho \left(\operatorname{ctg} \theta_0 - \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right). \quad (206)$$

При $\beta = 0$ фокус параллельного пучка, проходящего через магнит с однородным полем, лежит на расстоянии $L = \rho \operatorname{ctg} \theta_0$ от заднего края магнита.

Для того чтобы система из трех магнитов была ахроматической, необходимо $T_{23} = 0$. Из этого условия находим расстояние между магнитами

$$L = \rho \left(\operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{ctg} \theta_0 - \frac{2}{\sin \theta_0} \right). \quad (207)$$

Условия (206) и (207) выполняются одновременно, если

$$\theta_0 \approx \beta. \quad (208)$$

При этом

$$L = \rho \left(\operatorname{ctg} \theta_0 - \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \right). \quad (209)$$

Таким образом, для того чтобы построить симметричную ахроматическую систему из трех магнитов с углом поворота θ_0 для фокусировки параллельного пучка в плоскости симметрии,

необходимо магниты разместить на расстоянии, определяемом выражением (209). Из него видно, что построить такую ахроматическую систему не всегда возможно. Действительно, ее можно построить, если $L \geq 0$, т.е.

$$\operatorname{ctg} \theta_0 - \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} \geq 0.$$

Отсюда находим

$$\frac{\cos \theta_0}{\sin \theta_0} - \frac{1 - \cos \theta_0}{\sin \theta_0} = \frac{2 \cos \theta_0 - 1}{\sin \theta_0} \geq 0;$$

$$\cos \theta_0 \geq \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad \theta_0 \leq 60^\circ.$$

Следовательно, поворотный угол θ_0 не превышает величину 60° .

Результирующая матрица (205) с учетом (209) принимает следующий вид:

$$(T) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\rho}{2 \sin \frac{\theta_0}{2}} & \rho \left(2 \cos \frac{\theta_0}{2} - 1 \right) \\ -\frac{2}{\rho} \sin \frac{\theta_0}{2} & \frac{\cos \frac{3}{2} \theta_0}{2 \cos^2 \frac{\theta_0}{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (210)$$

Матрица (210) показывает, что на первой половине системы происходит компенсация угловой дисперсии. Компенсация линейной дисперсии происходит на второй половине системы. Полная матрица системы

$$(n) = \begin{pmatrix} -1 & \frac{\rho \cos \frac{3}{2} \theta_0}{\sin \theta_0 \cos \frac{\theta_0}{2}} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (211)$$

Из матрицы (211) нетрудно установить, что рассмотренная симметричная система преобразует параллельный пучок в параллельный.

В заключение следует отметить, что бездисперсионные и ахроматические системы, как правило, используют для отклонения пучка заряженных частиц на заданную экспериментальную площадку при обеспечении максимальной интенсивности пучка. Далее переходим к симметричной системе, состоящей из трех секторных магнитов с однородным полем с углом поворота θ_0 , M_1 , M_2 и M_3 и четырех квадрупольных линз Q_1-Q_4 , образующих два дублета (рис. 18).

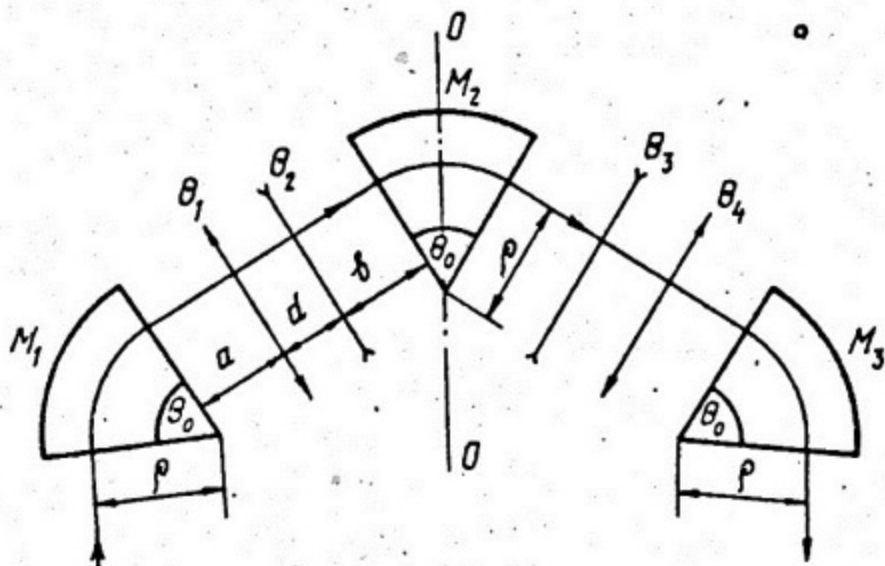


Рис. 18. Симметричная изохронная система

Прямая $O-O$ — ось симметрии. Квадрупольные линзы рассмотрим в приближении тонких линз. На входе в систему, показанную на рис. 18, траектории пучка частиц параллельны осевой траектории в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Введем условия, при которых пучок, параллельный оси в горизонтальной плоскости, на входе, преобразуется в параллельный пучок в плоскости симметрии. Это означает, что в матрице T для горизонтального движения в первой половине симметричной системы необходимо выполнение условия $T_{21} = 0$. Кроме того, для изохронизма необходимо, чтобы элементы T_{23} и T_{43} обращались в нуль. Одновременно потребуем, чтобы в

вертикальной плоскости пучок фокусировался в плоскости симметрии. Ввиду того что секторный магнит с однородным полем не воздействует на вертикальное движение, фокусировку могут осуществлять только дублеты квадрупольных линз. Для этого в матрице перехода для вертикального движения следует положить $T_{11} = 0$. Эти четыре условия дают следующие выражения для определения параметров изохронной системы:

$$\frac{a}{\rho} = \operatorname{ctg} \theta_0 + \frac{2d\rho_2}{3\theta_0}; \quad (212)$$

$$\frac{b}{\rho} = \operatorname{ctg} \theta_0 - \frac{2d\rho_1}{3\theta_0}; \quad (213)$$

$$d\rho_1 = \frac{d\rho_2 + \frac{3}{2}\theta_0 \frac{d}{\rho}}{1 + d\rho_2}; \quad (214)$$

$$4(d\rho_2)^3 \frac{\rho}{d} \left[1 - \frac{3}{2}\theta_0 \left(\operatorname{ctg} \theta_0 + \frac{\theta_0}{2} \right) \right] + 15\theta_0 (d\rho_2)^2 \left[1 - \frac{2}{5} \frac{\rho}{d} \left(\operatorname{ctg} \theta_0 + \frac{\theta_0}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(1 + \frac{3}{4}\theta_0 \frac{d}{\rho} \right) \right] + 6\theta_0 (d\rho_2) \left(1 + \frac{3}{2}\theta_0 \frac{d}{\rho} \right) + 3\theta_0 \left[1 + \frac{3}{2}\theta_0 \left(\operatorname{ctg} \frac{\theta_0}{2} + \frac{\theta_0}{2} \right) \right] = 0, \quad (215)$$

где ρ_1 и ρ_2 — оптические силы квадрупольных линз, а остальные параметры показаны на рис. 18.

По заданным значениям θ_0 и $\frac{d}{\rho}$ из выражения (215) можно определить оптическую силу второй линзы ρ_2 , а затем с помощью выражения (214) и первой ρ_1 . Далее нетрудно найти параметры $\frac{a}{\rho}$ и $\frac{b}{\rho}$.

Из уравнения (212) видно, что параллельный пучок фокусируется в горизонтальной плоскости первым магнитом в точку, расположенную перед первым дублетом $Q_1 - Q_2$ на расстоянии $\frac{2d\rho_2\rho}{3\theta_0}$. Уравнение (215) может быть упрощено, если ввести расстояния от дублета до фокальных плоскостей F_x и F_y в горизонтальном и вертикальном направлениях

$$F_x = \frac{1 - d\rho_1}{\rho_1 - \rho_2(1 - d\rho_1)} ; \quad (216)$$

$$F_y = \frac{1 + d\rho_1}{\rho_2 - \rho_1(1 - d\rho_2)} . \quad (217)$$

В результате вместо уравнений (214) и (215) получим

$$\frac{F_x}{\rho} = \frac{2(1 - d\rho_1)}{3\theta_0} ; \quad (218)$$

$$d\rho_2 = \frac{3\theta_0}{4(d\rho_1)^2} - \frac{d}{\rho} \left[\frac{(1 + d\rho_1) \left(\operatorname{ctg} \frac{\theta_0}{2} + \frac{\theta_0}{2} \right)}{\frac{F_y}{\rho}} - 1 \right] . \quad (219)$$

Для разности между F_x и F_y получается довольно простое выражение, а именно:

$$\frac{F_x - F_y}{\rho} = \frac{2}{3\theta_0} - \operatorname{ctg} \frac{\theta_0}{2} - \frac{\theta_0}{2} . \quad (220)$$

Полная матрица преобразования с учетом (212) - (215) имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{\rho(\sin\theta_0 + \sin 2\theta_0 - 3\theta_0)}{\sin^2\theta_0} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} , \quad (221)$$

который во многом совпадает с видом матрицы (200).

Разобранная здесь система служит примером, когда на отдельные элементы возлагаются различные функции. Магниты поворачивают и фокусируют в горизонтальном направлении, а линзы фокусируют частицы в вертикальном и горизонтальном направлениях.

В заключение следует подчеркнуть, что неизохронность магнитных систем значительно уменьшается в ахроматических системах (T_{41} и T_{42} равны нулю). При работе с высокоэнергетическими частицами, когда углы поворота в магнитах малы, критерия ахроматичности бывает достаточно для проведения многих экспериментов.

2. ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ И АВМ ДЛЯ РАСЧЕТА СИСТЕМ, СОСТОЯЩИХ ИЗ РАЗЛИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Примеры ахроматических и изохронных симметричных систем из квадрупольных линз и магнитов показали, что при расчете подобных систем перемножают достаточно большое количество матриц. При рассмотрении несимметричных систем процедура перемножения матриц занимает еще более продолжительный промежуток времени. Если же при создании транспортирующих каналов необходимо выбрать такой вариант, который бы обеспечивал условия проведения эксперимента, то количество расчетов резко возрастает. Очевидно, что без использования вычислительных машин оперативно выполнить такую работу практически невозможно. Для многих задач транспортировки пучка составлены специальные подпрограммы.

Применение вычислительных машин обусловлено одинаковой формой записи уравнений движения, а следовательно, и матриц перехода в различных элементах транспортирующего канала.

Существуют разные программы для расчетов, связанных с транспортировкой заряженных частиц. Одни предназначены для расчета каналов, содержащих только квадрупольные линзы, другие — как квадрупольные линзы, так и поворотные магниты, третьи — кроме указанных элементов коллиматоры, сепараторы и т.д. Однако их можно разделить на два класса. Первый включает программы для изучения свойств пучка в процессе прохождения его через выбранную систему, а второй — для нахождения оптимальных характеристик при варьировании свободных параметров задачи. Программы первого класса, как правило, перемножают матрицы отдельных элементов.

В некоторых программах получают информацию как о траектории отдельных частиц, так и о контуре пучка в фазовом пространстве. В первом случае расчет нетрудный, так как заданы элементы систем и их матрицы и входной вектор частицы.

Во втором случае приходится иметь дело с фазовым эллипсом и матрицей преобразования для его коэффициентов. Определение коэффициентов фазового эллипса на выходе канала позволяет найти конфигурацию фазового пространства в конце системы.

Вид матриц отдельных элементов транспортирующей системы, таких, как квадрупольная линза, поворотный магнит, дрейфовый участок и др., приведен в процессе их изучения.

Задавая начальные векторы частиц или начальные фазовые эллипсы, матрицы перехода элементов системы и данные по диафрагмам, можно составить программу на ЭВМ, которая позволит определить необходимую информацию.

С одной стороны ЭВМ выдает информацию и следит за промежуточными результатами, с другой стороны в ЭВМ отсутствует возможность оперативно проникать в процесс счета для внесения коррекции параметров. Такой возможностью обладают аналоговые вычислительные машины АВМ, хотя точность их расчета уступает ЭВМ. С помощью АВМ интегрируются уравнения движения типа $\ddot{x} \pm k^2 x = 0$. Изменяя напряжение на потенциометрах, которые характеризуют те или иные параметры системы, можно варьировать такие параметры, как возбуждение, положение линз и др. По наглядности АВМ имеют преимущество перед ЭВМ. Оптимально АВМ и ЭВМ используют следующим образом: сначала рассчитывают параметры канала и пучка на АВМ, имея возможность легко варьировать параметры системы, а затем несколько наиболее подходящих вариантов просчитывают с большей точностью на ЭВМ. С помощью ЭВМ и дисплеев имеется возможность оперативнее осуществить варьирование параметрами систем транспортировки и движущихся в них пучков частиц.

В качестве примера ниже приведены данные о программе ТРАНСПОРТ для расчета магнитных фокусирующих систем.

Программа поставлена на ЭВМ БЭСМ-6. Магнитная система описывается матрицей размерностью (42 x 42), которая допускает вычисление эффектов наклона магнитных элементов (краевые эффекты), а также полный расчет аббераций второго порядка. Кроме обычных магнитов и квадрупольных линз можно использовать секстуальные линзы и соленоиды. Возможны расчеты оптики ускорителей.

Положение частицы определяется относительно некоторой осевой траектории, которая соответствует частице с $p = p_0$ и выходит из начала координат. Осевая траектория совпадает с ме-

дианной плоскостью всех магнитов. Положение произвольной частицы в системе определяется вектором:

$$[x] = \begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \\ l \\ \delta \end{pmatrix}. \quad (222)$$

В линейном приближении выходной вектор

$$x_1 = (R) x_0, \quad (223)$$

где x_0 — входной вектор частицы. Здесь матрица (R) является произведением матриц отдельных элементов.

В нелинейном приближении при учете квадратичных членов вместо (223) запишем

$$x_{i1} = \sum_{j=1}^6 R_{ij} x_{j0} + \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^6 T_{ijk} x_{j0} x_{k0}, \quad (224)$$

где $T_{ijk} = (x_i / x_{j0} x_{k0}) = \partial^2 x_i / \partial x_{j0} \partial x_{k0}$ — коэффициенты при квадратичных членах разложения в ряд Тейлора. Например,

$$T_{111} = (x / x_0^2), \quad T_{126} = (x / x_0' \delta).$$

Свойства пучка описываются в общем случае многомерным фазовым эллипсоидом. В рассматриваемом случае — это шестимерный эллипсоид. Ранее рассматривали двухмерный фазовый объем.

Программа предусматривает оптимизацию как отдельных членов матрицы первого порядка, так и характеристики фазового эллипсоида. При оптимизации изменяются все компоненты входного пучка, угол торца магнита, длина свободного промежутка, длина, поле и градиент магнита, длина и поле линзы. Апертура линзы не изменяется.

В заключение следует отметить, что конкретное рассмотрение программы ТРАНСПОРТ целесообразнее производить при непосредственном использовании ЭВМ.

Глава 1У

АБЕРРАЦИИ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ

Под аберрацией подразумевается любое отклонение поведения магнитной системы от того, которое подчиняется матричному формализму, т.е. от поведения в линейном приближении.

Вычислению различных аберрационных эффектов посвящено очень много работ. Как правило, эти вычисления выполняются на ЭВМ и с трудом поддаются анализу. Рассмотрим характерные особенности возникновения и проявления тех или иных аберраций.

1. РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ АБЕРРАЦИЙ

При выводе уравнений движения в различных магнитных системах приняты упрощающие предположения, которые, не ограничивая анализ движения, существенно упрощали рассуждения. Упрощения состояли в рассмотрении параксиального движения, пренебрежении нелинейными членами разложения поля, отсутствии связи между движением в горизонтальной и вертикальной плоскостях и т.д. Следовательно, показана близкая к реальной, но все же идеальная модель. Вместе с тем работа с высокоэнергетическими пучками при постоянном стремлении к увеличению интенсивности пучков требует использования периферийных областей апертур линз и магнитов, где поле отлично от приосевого, используемого в идеальном случае. Поэтому необходимы поправки на различные аберрации. Причины их возникновения — это отклонение движения от параксиального, когда необходимо учитывать не только нелинейные члены, но и связь между горизонтальным и вертикальным движением, краевые эффекты и неоднородности пучка частиц по импульсу. Аберрации могут быть разделены на физические аберрации, зависящие

от неоднородности материала магнита, неточности расположения элементов магнитной системы, например смещения оптической оси линзы, поворота плоскостей симметрии и т.д., и математические аберрации.

В квадрупольных линзах имеют место следующие аберрации. Причиной их являются:

приближенный анализ движения;

неточности квадрупольного поля, вызванные усечением профиля полюсов;

эффекты на краях линз (частицы вылетают и влетают из линзы при разных условиях);

неоднородность частиц по импульсу (эта аберрация называется хроматической);

перекос и поворот плоскостей линз и др.

Эффективная длина линз неодинакова по апертуре линзы. При отклонении от оси она уменьшается. Здесь справедливо следующее условие:

$$L_{эф}(0) - L_{эф}(r_0) \approx 0,15 r_0, \quad (225)$$

где $L_{эф}(0)$ — эффективная длина на оси линзы, а $L_{эф}(r_0)$ — на краю апертуры.

Это приводит к размытию пучка. Такие аберрации иногда называют геометрическими.

Борьба с геометрической аберрацией упрощается в связи с тем, что во время работы с целью избежания наведенной радиоактивности и фона, возникающего из-за соударений пучка со стенками ионопровода, стараются держать пучок около оси системы. Это существенно снижает геометрическую аберрацию.

Для коррекции хроматической аберрации существуют способы клиновидного поглотителя, секступольной линзы, корректирующего магнита и косой щели.

2. ОЦЕНКА ХРОМАТИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИИ

Ранее было отмечено, что чаще всего для вычисления аберрационных эффектов используют ЭВМ. Здесь будет рассмотрен случай, когда имеется возможность провести аналитическое исследование хроматической аберрации. Такое рассмотрение возможно при малом разбросе частиц по импульсу, а именно: $\frac{\Delta p}{p_0} \ll 1$.

Покажем, что траекторию частицы с импульсом, отличным от номинального, можно построить, зная траекторию частицы, движущуюся с импульсом ρ_0 .

Обозначим траекторию частицы с импульсом ρ_0 через $x(s)$ и изменение траектории при разбросе по импульсу, т.е. хроматическую абберацию, $\eta(s)$. Эти функции удовлетворяют следующим уравнениям:

$$x'' \pm \kappa^2 x = 0; \quad (226)$$

$$(x+\eta)'' \pm \kappa^2 \left(1 - \frac{\Delta \rho}{\rho_0}\right) (x+\eta) = 0. \quad (227)$$

Вычитая верхнее уравнение из нижнего и пренебрегая членами второго порядка малости, получаем

$$\eta'' \pm \kappa^2 \eta = \pm \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \kappa^2 x = - \frac{\Delta \rho}{\rho_0} x''. \quad (228)$$

Для того чтобы определить выражение для η , умножим (228) на x . В результате получим уравнение

$$\eta'' x \pm \kappa^2 \eta x = \frac{d}{ds} (\eta' x - \eta x') = \pm \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \kappa^2 x^2 = - \frac{\Delta \rho}{\rho_0} x'' x,$$

после интегрирования которого находим

$$\eta' x - \eta x' = \pm \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \int_0^s \kappa^2 x^2 ds = - \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \int_0^s x'' x ds. \quad (229)$$

Преобразовывая левую часть уравнения (229), имеем

$$\eta = \pm \frac{\Delta \rho}{\rho_0} x(s) \int_0^s \frac{1}{x^2} \int_0^\phi x^2 \kappa^2 ds d\phi. \quad (230)$$

Таким образом, зная функцию $x(s)$ траектории частицы с импульсом ρ_0 , с помощью выражения (230) можно оценить хроматическую абберацию.

Возможность определения хроматической абберации в аналитическом виде появилась только в простом случае. В более общем случае для анализа хроматической абберации используют численные методы.

Глава У

ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ЮСТИРОВКИ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ

При наладке транспортирующих каналов необходимо знать реальные характеристики магнитных систем. Информация по этому вопросу получается в результате магнитных измерений. Размещение элементов магнитных систем (линз, магнитов и др.) вдоль выбранного направления обычно контролируют при помощи геодезических приборов. Однако точность бывает недостаточной, поэтому вместо геометрических осей используют магнитные оси. На практике эти оси стараются совместить. Приведем два метода, с помощью которых удастся визуализировать нулевую ось поля и форму орбиты.

1. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОСИ КВАДРУПОЛЬНОЙ ЛИНЗЫ

Визуализация нулевой оси (точек на ней) основана на действии эффекта Коттон – Мутона. Прежде чем описывать установку для юстировки квадрупольной линзы рассмотрим эффект Коттон – Мутона. Известно, что данный эффект связан с проявлением искусственного двойного лучепреломления в изотропных средах под влиянием различных воздействий. К ним относятся механические деформации, электрическое (эффект Керра) и магнитное поля.

В последних двух случаях происходит переориентация молекул вещества: в электрическом поле из-за поляризации, а в магнитном – из-за воздействия внешнего поля с магнитным моментом молекул.

Характеристикой оптической анизотропии (двойного лучепреломления) служит разность показателей преломления обыкновенного n_o и необыкновенного n_e лучей, которая в случае механической деформации пропорциональна напряжению, в эффекте Керра – квадрату напряженности электрического поля и,

наконец, в эффекте Коттон – Мутона – квадрату напряженности магнитного поля перпендикулярного лучу света. При эффекте Коттон – Мутона разность показателей преломления

$$n_o - n_e = k H^2, \quad (231)$$

где H – напряженность поперечного магнитного поля; k – коэффициент пропорциональности.

Разности показателей преломления соответствует разность хода Δ и разность фаз ϕ , приобретаемая лучами на пути l , выраженная в длинах волн λ , а именно:

$$\phi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e) = \frac{2\pi l}{\lambda} k H^2. \quad (232)$$

В связи с тем, что в выражениях (231) и (232) напряженность магнитного поля H в квадрате, ни разность $n_o - n_e$, ни Δ , ни ϕ не изменяются при изменении направления поля. Величину k/λ иногда называют постоянной Коттон – Мутона. Кроме того, известно, что если вещество с искусственным двойным лучепреломлением поместить между двумя поляризаторами, то интенсивность плоскополяризованного света на выходе второго поляризатора будет зависеть от взаимного расположения плоскостей поляризаторов. Если оба поляризатора параллельны, то интенсивность света пропорциональна $\cos^2 \frac{\phi}{2}$, а если скрещены, то пропорциональна $\sin^2 \frac{\phi}{2}$. Следовательно, интенсивность света зависит от H .

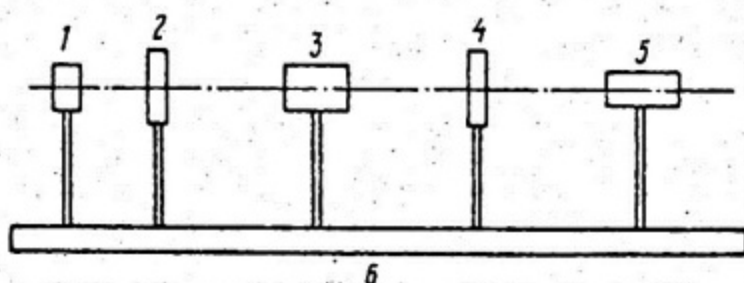


Рис. 19. Схема юстировки квадрупольной линзы

Визуализация в магнитных квадрупольных линзах осуществляется следующим образом (рис. 19).

Поляризованный в одной из плоскостей световой луч от источника 1, направляется на пару скрещенных поляризационных фильтров 2 и 4 (например, призм Николя), между которыми

ми находятся сосуд 3 длиной в несколько сантиметров с коллоидным раствором закиси-оксида железа Fe_3O_4 . Расположенные на единой плите 6 все приборы помещают в апертуру квадрупольной линзы. Режим работы его следующий. Когда поле равно нулю, свет не проходит через систему фильтров, когда оно отлично от нуля, то появляется тонкий темный крест на красноватом фоне, наблюдаемый с помощью телескопа 5. Положение пересечения полос темного креста соответствует нулевому полю. С помощью такого метода определяют положение оси поля с точностью 0,1 мм. Перемещением сосуда 3 и плиты 6 производят осевую юстировку квадруполя.

Отмечаем, что при визуализации оси в электростатической квадрупольной линзе необходимо использовать эффект Керра.

Интересен еще один способ нахождения положения магнитной оси квадрупольной линзы, основанный на том, что диамагнетик выталкивается магнитным полем. Этот способ упрощает процесс измерения при сохранении точности. Коллоидный раствор парамагнитной соли $FeCl_3$ с добавленной в него каплей воды (диамагнитной жидкости той же плотности) помещают в кювету, которую размещают в магнитном поле квадрупольной линзы. Затем ее освещают лучом света незначительной мощности (15 - 20 Вт). В магнитном поле квадруполя капля воды стремится занять положение, в котором магнитное поле равно нулю. Положение капли, определяющее расположение оси магнитного квадруполя, наблюдается с помощью теодолита.

Точность способа измерения зависит от размера капли воды. Для капли диаметром 1,2 мм средняя ошибка определения центра капли не превышает 0,05 мм, при этом в процессе измерения происходит вытягивание капли вдоль оси квадруполя.

2. МЕТОД ГИБКОЙ НИТИ

Определение траекторий заряженных частиц с импульсом p в магнитном поле осуществляют гибкой тонкой нитью, по которой протекает ток. Такая нить показана на рис. 20. Рассмотрим элемент нити длиной dl и током I .

В магнитном поле B , перпендикулярном плоскости рисунка, на этот элемент действует сила

$$F = IBdl, \quad (233)$$

которая уравнивается за счет натяжения нити. Из треугольника ABC находим, что компенсирующая сила F равна

$$2T \sin(\theta_0/2). \quad (234)$$

Сравнивая выражения (233) и (234), получаем

$$IB d\ell = 2T \sin(\theta_0/2), \quad (235)$$

откуда имеем после умножения выражения (235) на $\cos(\theta_0/2)$ следующее выражение:

$$IB d\ell \cos(\theta_0/2) = T \sin \theta_0. \quad (236)$$

При малых значениях θ_0 можно положить $\cos \theta_0/2 \approx 1$ и $\sin \theta_0 = d\ell/\rho$. Подставляя эти выражения в (236), находим

$$\rho = T/I, \quad (237)$$

причем, если B — в теслах, ρ — в метрах, I — в амперах, то T необходимо взять в ньютонах. Отсюда можно по заданным величинам B , T и I определить ρ .

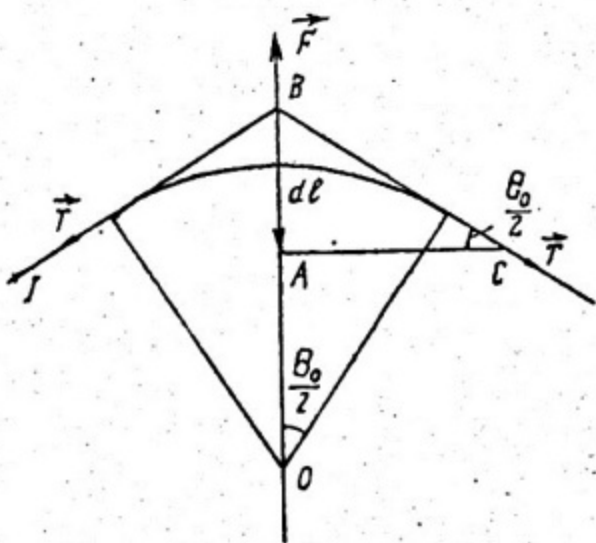


Рис. 20. Проводник с током в магнитном поле

Используя известное выражение

$$\rho W = \rho c = 300 B \rho,$$

получаем формулу для импульса частиц, которые двигаются по траектории, совпадающей с токовой нитью, а именно:

$$\rho = 300 \frac{T}{I}, \text{ МэВ/с} . \quad (238)$$

Метод тонкой гибкой нити с током применяют как в однородном, так и неоднородном полях. Этот метод имеет большую точность при повышенных значениях импульса. Действительно, при малых импульсах появляются трудности, связанные с созданием малых натяжений при максимальном токе. Величина натяжения должна во много раз превышать собственный вес проводника. Это необходимо для того, чтобы провисание нити не влияло на результаты измерений. Однако сильное натяжение проводника требует при фиксированном значении импульса увеличения поперечного сечения его для пропуска большой величины тока, но тогда сила тяжести оказывает заметное воздействие. Таким образом имеют место противоречивые требования.

Определение параметров проволоки с точностью 0,05 - 0,10 мм достигается с помощью микроскопов. На погрешность метода кроме веса проволоки влияет трение в блоке, с помощью которого обеспечивается натяжение. Для уменьшения трения можно использовать специальные подшипники, например на воздушной подушке. Точность определения параметров магнитных элементов при этом не хуже 0,1%.

В заключение необходимо отметить, что объем пособия не позволил описать все существующие элементы. Поэтому наряду с разработанным и создаваемым электрофизическим оборудованием для работ с высокоэнергетическими частицами обращалось внимание на принципы и особенности построения элементов каналов, транспортирующих заряженные частицы.

Список литературы

1. Котов В. И., Миллер В. В. Фокусировка и разделение по массам частиц высоких энергий. М., Атомиздат, 1969.
2. Штеффен К. Оптика пучков высоких энергий. М., Мир, 1969.
3. Бенфорд А. Транспортировка пучков заряженных частиц. М., Атомиздат, 1969.
4. Явор С. Я. Фокусировка заряженных частиц квадрупольными линзами. М., Атомиздат, 1969.

5. Электрофизическая аппаратура промышленного изготовления. Справочник. М., Госатомиздат, 1963.
 6. Гаврилов Н.М. Выходные устройства ускорителей. Ч.1. М., Изд. МИФИ, 1978.
 7. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. Теория циклических ускорителей, М., Гос. изд-во физ-мат. лит., 1962.
 8. Капчинский И.М. Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях. М., Атомиздат, 1966.
 9. Карташов В.П., Котов В.И., Рзаев Р.А. О периодических системах из квадрупольных линз. Препринт ИВФЭ ОП 72-16. Серпухов, 1972.
 10. Котов В.И., Рзаев Р.А. Об изохронных магнитоптических системах. Препринт ИВФЭ ОП 69-68. Серпухов, 1969.
 11. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. Ш. М., Наука, 1971.
-

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
<u>Глава 1. Простейшие системы из магнитных квадрупольных линз</u>	<u>4</u>
1. Дублеты	4
1.1. Особенности работы	13
1.2. Матрица преобразования дублетов	15
2. Триплеты	20
2.1. Симметричные триплеты	20
3. Сравнение дублетов и триплетов	24
4. Квадруплеты (квартеты)	25
5. Периодические системы квадрупольных линз	28
<u>Глава II. Элементы систем транспортировки частиц высокой энергии. Отклоняющие и анализирующие магниты</u>	<u>34</u>
1. Движение заряженных частиц в магнитном поле с плоскостью симметрии	35
2. Секторный магнит с неоднородным полем	43
3. Секторный магнит с однородным полем	48
4. Учет влияния краевой фокусировки	51
5. Магнит произвольной формы	55
6. Поле на краю магнита	58
7. Технические параметры и особенности отклоняющих магнитов	60
<u>Глава III. Системы из квадрупольных линз и магнитов</u>	<u>64</u>
1. Ахроматические и изохронные системы	64
1.1. Примеры ахроматической и изохронной симметричных систем	72

2. Применение ЭВМ и АВМ для расчета систем, состоящих из различных элементов	78
--	----

<u>Глава 1У. Аберрации магнитных систем</u>	81
---	----

1. Различные типы аберраций	81
2. Оценка хроматической аберрации	82

<u>Глава У. Практические вопросы юстировки магнитных систем</u>	84
---	----

1. Визуализация оси квадрупольной линзы	84
2. Метод гибкой нити	86

Список литературы	88
-----------------------------	----

Николай Михайлович Гаврилов

ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ
ДЛЯ РАБОТ
С ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ

Редактор О. А. Сафронова
Технический редактор Г. Н. Зайкина
Корректор Н. В. Шумакова

Л-73520	Подписано в печать 23/II-1979 г.
Формат 60 x 84 1/16	Объем 5,75 п.л. Уч.-изд. л. 4,5
Цена 23 коп.	Тираж 200 экз. Изд. № 072-1
	Заказ 2231

Типография МИФИ, Каширское шоссе, д. 1