

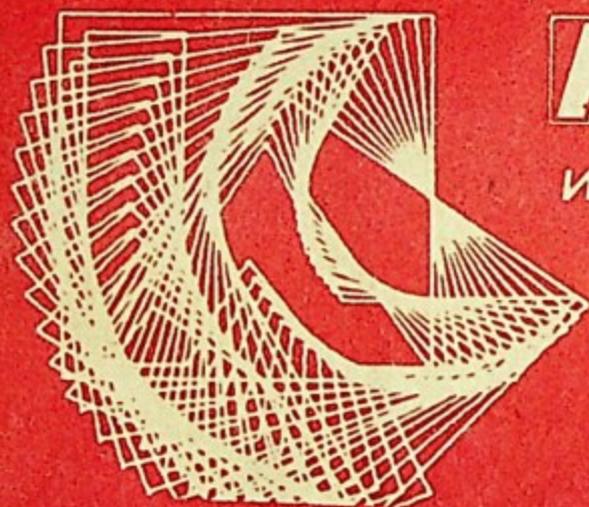
НБ МИФИ

621.3

A23

СКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
РНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Т. М. Агаханян



**ФАКУЛЬТЕТ
АВТОМАТИКИ
И ЭЛЕКТРОНИКИ**

**СИНТЕЗ
АНАЛОГОВЫХ УСТРОЙСТВ**

МОСКВА 1989

621.3
A2:

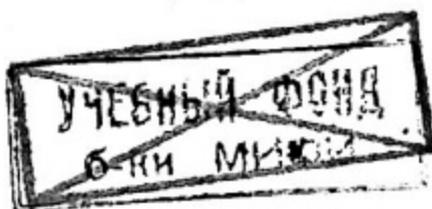
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Т.М. Агаханян

СИНТЕЗ АНАЛОГОВЫХ УСТРОЙСТВ

Утверждено
редсоветом института
в качестве учебного пособия



Москва 1989



047
1-230K

Агаханян Т.М. Синтез аналоговых устройств: Учебное пособие. М.: МИФИ, 1989. — 96 с.

В первой главе приводятся основные соотношения, позволяющие производить математический синтез аналоговых устройств на основе требований к частотным или переходным характеристикам. Вторая глава посвящена схемотехническому синтезу аналоговых устройств, элементной базой которых являются современные интегральные микросхемы. Рассматривается процедура определения параметров корректирующих цепей, обеспечивающих реализацию частотных или переходных характеристик с заданной точностью. Параметры аналоговых устройств стабилизируются и приводятся в соответствии с техническими условиями включением обратных связей.

Пособие предназначено для студентов, специализирующихся в электронике, а также для инженеров, занимающихся проектированием и разработкой электронной аппаратуры.

Рецензенты: А.Н. Старостин, В.П. Стыцко

© Московский инженерно-физический институт, 1989 г.

Библиотечный
фонд
НИЯУ МИФИ
г. Москва

Редактор Е.Г. Станкевич
Техн. редактор З.И. Хазова
Корректор Г.А. Станкевич

Тем. план 1989 г., поз. 6

Л.- 26947

Подписано в печать 2/VI-89 г.

Формат 60x84 1/16

Объем 6,0 п.л.

Уч.-изд.л. 6,0

Тираж 350 экз.

Изд. № 020-1

Заказ 302

Цена 35 коп.

Московский инженерно-физический институт. Типография МИФИ.
115409, Москва, Каширское шоссе, 31

ВВЕДЕНИЕ

Современные электронные устройства в большинстве своем представляют собой сложные устройства, поэтому сроки их разработки, определяемые продолжительностью этапов проектирования, испытаний макетов, составляют значительную часть общего времени организации производства таких устройств. Существенного сокращения сроков проектирования и испытаний электронных устройств, улучшение качества разработки могут быть достигнуты применением системы автоматического проектирования (САПР), основанной на машинном проектировании [1] .

Проектирование электронных устройств связано с выполнением ряда проектных процедур, каждая из которых представляет собой совокупность действий, выполнение которых оканчивается проектным решением в виде промежуточного или окончательного описания проектируемого устройства. Промежуточное проектное решение представляется в объеме, необходимом и достаточном для выполнения последующей процедуры.

Первая процедура связана с составлением технического задания (ТЗ), содержащего технические требования к проектируемому устройству в виде описания его функций, масштабных коэффициентов, точности преобразования, воспроизведения и т.д.

Важнейшим этапом проектирования является синтез, реализуемый на основе двух процедур: математического синтеза и синтеза электрической схемы проектируемого устройства.

Математический синтез сводится к составлению математической модели устройства на основе заданного процесса функционирования и требований к точности, условий эксплуатации, надежности и т.д. Синтез электронных схем сводится к отысканию электронной цепи, которая соответствует заданной математической модели, описывающей функции данного устройства.

Проектирование электронного устройства завершается процедурой анализа, по результатам которой принимается окончательное решение. При одновариантном анализе определяется чувствительность характеристик устройства к разбросу параметров схемы, их температурной зависимости и т.д. Обычно предпочтение отдается многовариантному анализу, позволяющему производить окончательный выбор схемы устройства на основании сопоставлений результатов анализа различных вариантов проектируемого устройства.

Аналоговые устройства применяются для усиления, преобразования и обработки сигналов, изменяющихся по закону непрерывной функции. К ним относятся обширный класс электронных усилителей, работающих в линейном режиме, аналоговые преобразователи и переключатели.

Глава 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЭЛЕКТРОННЫХ АНАЛОГОВЫХ УСТРОЙСТВ

1.1. Основные положения теории математического синтеза электронных устройств

1.1.1. Некоторые понятия из теории множеств. В большинстве случаев электронное устройство можно представить в виде структурной схемы (рис. 1.1) с n - входами и m - выходами.

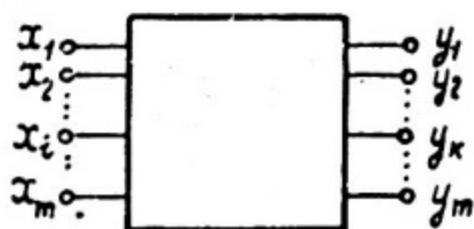


Рис. 1.1. Структурная схема электронного устройства

При этом само электронное устройство предназначено для выполнения над совокупностью, т.е. множеством входных сигналов, определенных операций, обеспечивающих преобразование входных сигналов в выходные сигналы, также представляющих собой множество (совокупность) сигналов в виде заданных функций.

Таким образом, каждый из сигналов (входных или выходных) можно рассматривать как элемент некоторого множества, принадлежащий совокупности входных или выходных сигналов. Элементами множества могут быть не только электрические сигналы, но как физические объекты (элементы электронных цепей, сами электронные цепи и т.д.), так и математические (вещественные и комплексные числа, функции, схемные и передаточные функции и т.д.).

Сигналы x_i , рассматриваемые как элементы множеств, могут быть непрерывными и ограниченной длительности на интервалы времени $[a, b]$ и равные нулю вне этого интервала. Запись сигналов ограниченной длительности производится в следующем виде

$$\begin{aligned} x_i &= x_i(t); & t &\in [a, b]; \\ x_i &= 0; & t &\notin [a, b]. \end{aligned}$$

Квадратная скобка используется, когда граница интервала включается в заданный интервал, а круглая $[a, b)$, когда граничная точка исключается.

В рассматриваемой схеме (см. рис. 1.1) совокупность всех сигналов x_i , поступающих на i -вход, образуют множество X_i . В символике теории множеств это записывается так $x_i \in X_i$, что означает принадлежность элемента x_i множеству X_i . Если же x_i не принадлежит множеству X_i , то это отмечается следующим образом: $x_i \notin X_i$.

Множество, не содержащее ни одного элемента, называется пустым и обозначается символом \emptyset .

Запись в виде $X_i \supset X_j$ означает, что все элементы множества X_i содержатся в множестве X_j , т.е. X_i — подмножество X_j . Если же все элементы множества X_i содержатся в X_j , а все элементы X_j входят в X_i , то множества X_i и X_j называются равными: $X_i = X_j$.

Над множествами и подмножествами можно производить следующие алгебраические операции.

Дополнение, по смыслу совпадающее с операцией вычитания из множества X_j подмножество X_i , все элементы которого входят X_j (т.е. $X_i \subset X_j$) с целью определения совокупности всех элементов X_j , не принадлежащих X_i . Эта операция записывается так: $X_j \setminus X_i$.

Объединение k множеств X_i , по смыслу эквивалентное суммированию этих множеств, приводит к составлению множества X , содержащего все элементы, которые принадлежат хотя бы одному из множеств X_i . Эта операция отмечается в виде $X = \cup X_i$.

Пересечением или произведением множеств X_i называется множество X , которое содержит совокупность элементов, принадлежащих каждому из множеств X_i . Эта операция обозначается так: $X \cap X_i$.

Отметим, что при объединении множеств X_i в множество X в последнее включают все элементы одного или нескольких множеств X_i , тогда как при пересечении — только те, которые одновременно принадлежат всем множествам.

В реальных устройствах элементы различных множеств (сигналы) объединены по определенному порядку. Множество всех упорядоченных пар элементов (соответствующих входных и выходных сигналов), из которых первый принадлежит множеству X_i (входных сигналов), а второй — множеству Y_k (выходных сигналов), называют декартовым произведением и обозначают $X_i \times Y_k$. Понятие декартового произведения аналогично можно распространить на n -множеств X_1, X_2, \dots, X_n . При этом декартовое произведение представляет собой множество, состоящее из n -ка элементов, первый из которых принадлежит X_1 , второй — X_2 , ..., последний — X_n .

Любое подмножество $R \subset X_i \times Y_k$ называется бинарным отношением, определенным на множестве $X_i \times Y_k$, которое представляет собой декартовое произведение. По аналогии вводится понятие n -арного отношения $R \subset X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$. В бинарном отношении R каждому элементу $X_i \in X_1$ может соответствовать

один или несколько элементов $y_k \in Y_k$. Для отражения такого соответствия вводится понятие сечение по $x_i \in X_i$ бинарного отношения $R \subset X_i \times Y_k$, которое обозначается Rx_i . Сечение — это множество элементов $y_k \in Y_k$, которые включены в R из множеств X_i и Y_k , т.е. $\{x_i, y_k\} \in R$. Если для каждого $x_i \in X_i$ сечение по x_i содержит один и только один элемент, то бинарное отношение называется функциональным.

Рассмотрим суть этих понятий на примере структурной схемы электронного устройства (см. рис. 1.1). Составим декартово произведение множества воздействий (входных сигналов) $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_m$. Связывая между собой входные и выходные сигналы, можно составить декартово произведение $X \times Y$, элементами которого являются упорядоченные пары: n -ка входных сигналов с m -к выходными сигналами. При этом может оказаться так, что не все пары декартового произведения $X \times Y$ отображают реальное соотношение вход-выход, наблюдаемое в рассматриваемом устройстве. Для выделения реальных соотношений можно ввести бинарное отношение $R \subset X \times Y$, элементы которого есть пары (n -входных сигналов и m -выходных сигналов), которые действительно наблюдаются в устройстве, если оно уже реализовано, или должны быть такими, если речь идет о проектировании устройства. В большинстве случаев бинарное отношение R является функциональным, т.е. каждому воздействию (из n -входных сигналов) соответствует одна реакция (из m -выходных сигналов). Это не означает, что разным воздействиям не могут соответствовать одинаковые реакции.

В тех случаях, когда между элементами или операциями над ними устанавливаются соотношения, то в этом случае говорят, что множество наделяется структурой и называют его пространством. Если элементами пространства являются функции, то его называют функциональным. Различают комплексные (все элементы комплексные числа или комплексные функции) и вещественные (все элементы вещественные числа или вещественные функции).

При синтезе важным вопросом является вопрос погрешности. В теории множеств эта проблема решается введением понятия расстояния между элементами или метрики. Расстоянием или метрикой в множестве G называется вещественная функция ρ пары элементов x и y из G , удовлетворяющая следующим свойствам:

- 1) тождественности $\rho(x, y) \geq 0$ и $\rho(x, y) = 0$ при $x = y$;
- 2) симметрии $\rho(x, y) = \rho(y, x)$;
- 3) неравенству треугольника $\rho(x, y) \leq \rho(x, z) + \rho(z, y)$.

Пространство с метрикой называется метрическим, а его элементы — точками пространства.

В прикладных работах расстояние часто называют критерием близости. При этом в зависимости от решаемой задачи критерием близости ρ может служить разность рассматриваемых элементов, среднеквадратичное отклонение, дисперсия и т.д.

Более обстоятельно прикладными вопросами теории множеств можно ознакомиться по материалам книги [2].

Представленные сведения из теории множеств применяют при машинных методах синтеза. При изучении курса будем пользоваться соотношениями не столь формализованными, чтобы не завуалировать физическую сущность решаемых задач.

1.2. Основы математического синтеза электронных устройств

Процедура математического синтеза сводится к составлению математической модели проектируемого устройства, которая представляет собой оператор, описывающий функциональное действие устройства или его некоторые свойства. Такой оператор получается соединением между собой математических объектов (в виде чисел, переменных, таблиц и др.) определенными соотношениями (в виде функции, матриц, множеств и др.).

Физическая суть математического синтеза электронных устройств заключается в отыскании некоторого оператора F , определяющего реакцию (выходные сигналы) электронного устройства на воздействие (входные сигналы). Обычно оператор F определяется для аналоговых устройств в виде непрерывной функции, а для цифровых устройств — в виде дискретной функции.

Синтез оператора F производится исходя из функционального назначения электронного устройства, которое приводится в техническом задании с указанием конкретных количественных соотношений, определяющих масштаб преобразования данного воздействия (входного сигнала) в соответствующую реакцию (выходной сигнал) и точность этого преобразования. При этом, как правило, приводимые в техническом задании данные оказываются недостаточными для однозначного определения оператора F . Так, например, при проектировании усилителя гармонических сигналов указываются коэффициент усиления на средних частотах, допустимые искажения выходного сигнала в определенной полосе пропускания (неравномерность усиления) и верхняя граничная частота f_g . Задача синтеза сводится к отысканию оператора F в виде ком-

плексной функции $K(jf)$, характеризующей усилительные свойства устройства в заданной полосе пропускания. По указанным исходным данным можно отыскать множество операторов $F_{\ell} = K_{\ell}(jf)$, удовлетворяющих заданным условиям, т.е. имеющих одинаковые значения на средних частотах, неравномерность усиления в полосе пропускания, не превышающую допустимую и $f_{\delta} \geq f_{\delta, \text{доп}}$. Таким образом, при синтезе электронного устройства приходится иметь дело с множеством операторов $F_{\ell} \in G_{\ell}$ даже в том случае, если устройство имеет всего один вход и один выход.

Используя терминологию и понятия из теории множеств (см. раздел 1.1), задачу математического синтеза электронного устройства с n входами, на каждый из которых действуют вектор входных сигналов $\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ и m -выходами с вектором выходных сигналов $\vec{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, можно решить в следующей последовательности:

1) составляется декартово произведение множеств $x_i \in X_i$, в которое входят векторы входных сигналов:

$$\vec{x} \in X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n ;$$

2) аналогичная операция производится с векторами выходных сигналов:

$$\vec{y} \in Y = Y_1 \times Y_2 \times \dots \times Y_m ,$$

где $y_k \in Y_k$;

3) выделяются подмножества $X_3 \subset X$ и $Y_3 \subset Y$ (содержащие только элементы, которые должны быть связаны меж собой в проектируемом устройстве), на основе которых определяется бинарное отношение $R \subset X_3 \times Y_3$, определяющее идеальный оператор F_u ;

4) на основании исходных данных для реальных пар, входящих в бинарное отношение, синтезируется оператор $F \in G_F$, относящийся к множеству G_F так, чтобы мера близости оператора F от идеального оператора F_u укладывалась в пределах ε , определяемых требуемой точностью:

$$\rho[F_u, F] \leq \varepsilon . \quad (1.1)$$

При синтезе электронных устройств возникают следующие проблемы.

1. Проблема аппроксимации. Поскольку при проектировании реальных электронных устройств исходные данные, указываемые в техническом задании, определяют количественно лишь отдельные моменты преобразования данного воздействия (входного сиг-

нала) в соответствующую реакцию (выходной сигнал), то оператор F , как правило, определяют аппроксимацией, т.е. выбором аппроксимирующей функции, удовлетворяющей исходным данным в точках, указанных в ТЗ.

2. Проблема оптимизации. Отмеченная выше неоднозначность оператора F приводит к появлению множества операторов $F \in G_F$, удовлетворяющих исходным требованиям. Очевидно, что среди этих операторов имеются такие, на основе которых можно строить более качественное устройство. Таким образом, возникает проблема оптимизации по некоторым критериям качества, характеризуемого целевой функцией Φ . При этом задача синтеза формулируется в следующем виде: найти оператор $F \in G_F$, для которого наряду с выполнением условия (1.1), т.е. $\beta(F_u, F) \leq \varepsilon$, требуются еще реализация условий, обеспечивающих экстремальное значение целевой функции, т.е.

$$\Phi(F) = \min(\max). \quad (1.2)$$

Такая оптимизация сводится к выбору параметров оператора F , обеспечивающих более качественное функционирование устройства. Это — так называемая оптимизация в пространстве параметров оператора [2]. Очевидно, что характеристики проектируемого устройства можно улучшить также оптимизацией параметров элементов схемы, что обычно и производится после синтеза самой схемы.

3. Проблема корректности, т.е. существования решения задачи на этапе реализации устройства. Суть этой проблемы заключается в том, что не всякий оператор F из множества G_F может быть реализован вследствие его некорректного определения. К проблеме корректности относится группа вопросов, связанных с выявлением и формализацией условий, которым должен удовлетворять оператор F для того, чтобы по нему могло быть построено электронное устройство.

На практике различают условия физической реализуемости и условия схемной (практической) реализуемости.

Физическую реализуемость можно обеспечить, прежде всего соблюдая принцип причинности, т.е. исключив из множества G_F все те операторы, которые приводят к физически бессмысленному преобразованию воздействия в реакцию, причиной появления которой не является воздействие, о чем свидетельствует, например, появление реакции раньше воздействия. При синтезе аналоговых устройств, предназначенных для линейного преобразования сигналов, фундаментальным требованием физической реализуемости яв-

ляется также воспроизведение сигналов с определенной точностью независимо от воздействия различного рода факторов (действие паразитных элементов и сигналов, изменения условий эксплуатации, предусмотренных ТЗ, отклонения начальных условий и т.д.). Следует отметить, что это требование является более жестким, чем указываемое в литературе условие устойчивости. Последнее является необходимым условием, но недостаточным, поскольку его выполнение, хотя и обеспечивает физическую реализуемость устройства вообще, но не гарантирует нормальную работу проектируемого устройства.

Выполнение физической реализуемости не означает, однако, что возможна схемная реализация проектируемого устройства на основе предложенного оператора. Схемная реализация может оказаться под угрозой срыва по следующим трем причинам:

- во-первых, электронные устройства реализуются с применением определенного набора элементов, или, как говорят, с использованием существующей элементной базы, на основе которой можно реализовать только ограниченный класс функций. Так, например, на современной элементной базе, состоящей из элементов со сосредоточенными параметрами, можно реализовать аналоговые устройства, частотные характеристики которых описываются дробно-рациональными функциями от частоты в виде отношения полиномов. Очевидно, что использование операторов, описываемых другими функциями, исключает практическую реализацию рассматриваемого аналогового устройства. Следовательно, оператор F надо конструировать так, чтобы обеспечить схемную реализацию устройства на заданной элементной базе. Для этого необходимо на множество операторов G_F наложить дополнительные ограничения, исключающие из этого множества все операторы, которые не соответствуют существующей элементной базе. Формализация этих ограничений при машинных методах синтеза, как правило, оказывается возможной;

- во-вторых, на основе операторов F , оставшихся в множестве с указанным ограничением, можно построить электронные устройства, которые будут отличаться по сложности изготовления, массе, габаритами и т.д. Причем изготовление некоторых устройств может оказаться настолько трудоемким, что практическая реализация станет неоправданной. Возникновение такой ситуации объясняется тем, что при определении класса операторов F не принимаются во внимание технологические, экономические, конструктивные, эксплуатационные и другие особенности проектирования электронных устройств, так как учет указанных факторов не всегда прост;

— В-третьих, схемная реализация может не состояться из-за разброса параметров элементов и их неустойчивости, что может приводить к заметному отличию характеристик реального устройства от проектируемого.

Учет влияний разброса параметров и их неустойчивости производится на основании аппарата теории чувствительности. Необходимо отметить, что определение чувствительности непременно требует установление зависимости рассматриваемого оператора F от параметров схемы α_k . На этапе математического синтеза эта зависимость, как правило, еще не известна, поэтому чувствительность выбранного оператора F к разбросу параметров и их изменению можно определить только после составления схемы устройства на основании схемного анализа. Тогда же производится оптимизация параметров элементов схемы с целью уменьшения ее чувствительности к дестабилизирующим факторам.

При машинном синтезе указанные ограничения и условия должны быть представлены в математической форме с последующей формализацией [2]. Это обычно сводится к ограничению множества операторов G_F только теми операторами F_p , применение которых, в принципе, даст возможность реализовать проектируемое устройство.

1.3. Математический синтез аналоговых устройств на основе требований к частотным характеристикам

При усилении и преобразовании сигналов весьма важной является точность воспроизведения формы входного сигнала, которая определяется уровнем искажений, вносимых аналоговым устройством (АУ). В аналоговых устройствах различают нелинейные и линейные искажения [3].

Нелинейные искажения обусловлены наличием нелинейных элементов в ИМС (как, например, транзисторов) и связаны с величиной амплитуды сигнала. Эти искажения уменьшают до допустимого уровня соответствующим выбором элементов (транзисторов) и их режима работы, поэтому они не накладывают какие-либо ограничения при математическом синтезе.

Линейные искажения обусловлены инерционностью транзисторов и действием реактивных элементов, в том числе паразитных емкостей и индуктивностей. Они связаны со скоростью изменения сигнала во времени; амплитуда сигнала не определяет величину линейных искажений, т.е. как ни мала была бы амплитуда, линейные искажения не исчезают, если скорость изменения сигнала во

времени больше или меньше определенной величины. Именно поэтому коэффициенты усиления по напряжению и по току, или коэффициенты преобразования аналоговых устройств являются комплексными величинами, что обусловлено зависимостью этих коэффициентов от скорости изменения сигнала во времени. Линейные искажения в электронных усилителях можно оценить, зная искажения синусоидального сигнала, так как сигнал любой формы можно разложить на гармонические составляющие, пользуясь рядами Фурье (для периодических сигналов) или интегралом Фурье (для непериодических сигналов).

Коэффициент усиления (преобразования) при синусоидальном входном сигнале с круговой частотой ω можно представить в комплексной форме: $K(j\omega) = K(\omega) \exp[j\psi(\omega)]$.

Годограф вектора комплексного коэффициента усиления, т.е. кривая, описываемая концом радиуса вектора $K(j\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до ∞ , называется амплитудно-фазовой характеристикой (рис. 1.2). На практике вместо этой характеристики обычно пользуются амплитудно-частотной характеристикой, определяемой зависимостью модуля $K(\omega)$ коэффициента $K(j\omega)$ от частоты ω (рис. 1.3,а), и фазочастотной характеристики, представляющей собой зависимость фазы $\psi(\omega)$ от частоты (рис. 1.3,б).

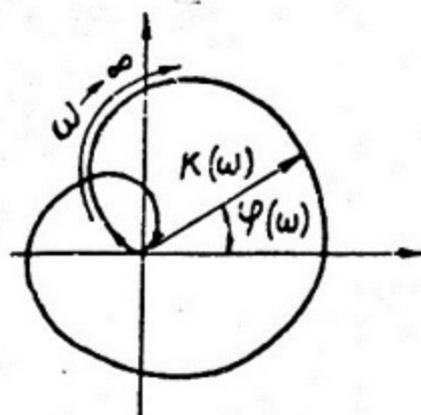
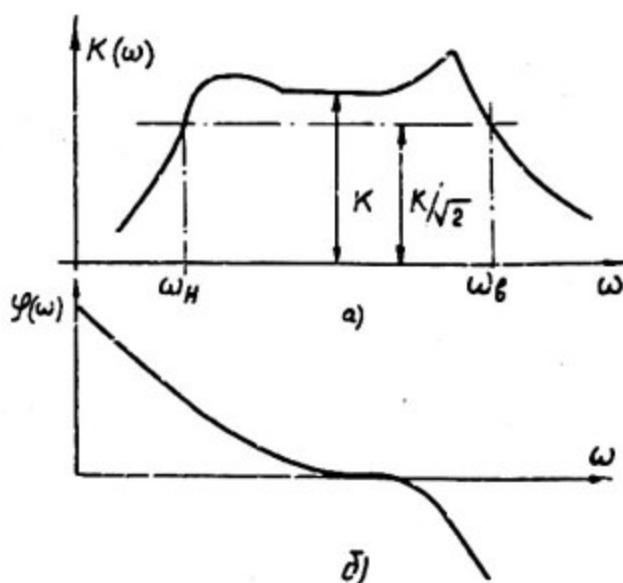


Рис. 1.2. Амплитудно-фазовая характеристика АУ, определяемая годографом вектора комплексного коэффициента $K(j\omega)$

Таким образом, точность воспроизведения входного сигнала на выходе аналогового устройства в зависимости от скорости изменения сигнала количественно можно характеризовать комплексным коэффициентом усиления (преобразования), определяемым передаточной функцией АУ.

На практике для краткой характеристики частотных искажений указываются отдельные параметры этой характеристики: граничные частоты, полосу пропускания, неравномерность амплитудно-

Рис. 1.3. Амплитудно-частотная (а) и фазочастотная (б) характеристики АУ



частотной характеристики (АЧХ) или отклонение фазочастотной характеристики (ФЧХ) от линейности и т.д. Граничная частота определяется как частота, на которой модуль $K(\omega)$ уменьшается до определенного значения (например, на 3 дБ или до уровня максимальной неравномерности в полосе пропускания). Различают нижнюю граничную частоту $f_H(\omega_H)$ и верхнюю $f_B(\omega_B)$. Разность $\Delta f_n = f_B - f_H$ называется полосой пропускания АУ. При анализе схем различают область низших ($f \sim f_H$), средних ($f_H < f < f_B$) и высших ($f \sim f_B$) частот (см. рис. 1.3,а).

Если интересуются искажениями только в области высших частот, то можно ограничиться рассмотрением той части АЧХ, которая расположена вблизи f_B , считая $f_H = 0$. При этом изображение нормирования АЧХ, т.е. $M(f) = K(f)/K$, имеет вид графика, показанного на рис. 1.4. Такую АЧХ имеют, например, усилители постоянных сигналов, широкополосные усилители. В теории цепей такая АЧХ известна как АЧХ фильтра нижних частот (ФНЧ). Если же интересуются искажениями только в области низших частот, то ограничиваются рассмотрением АЧХ в этой области (рис. 1.5), которая в теории цепей соответствует характеристике фильтра верхних частот (ФВЧ).

В случае, когда граничные частоты f_H и f_B оказываются настолько близкими друг другу, что упрощения, указанные выше, не допустимы, АЧХ рассматривают в целом. При этом такая характеристика (рис. 1.6) совпадает с АЧХ полосового фильтра (ПФ).

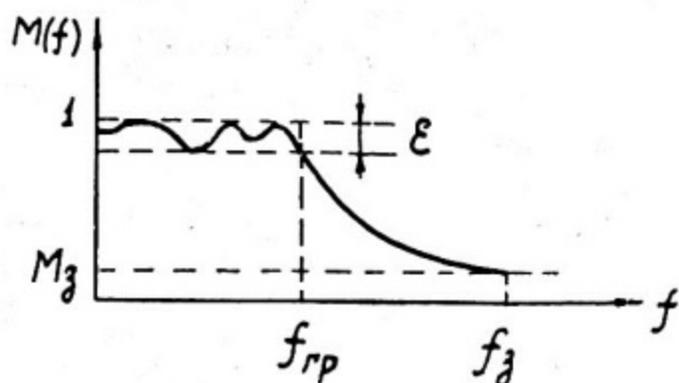


Рис. 1.4. Нормированная амплитудно-частотная характеристика фильтра нижних частот

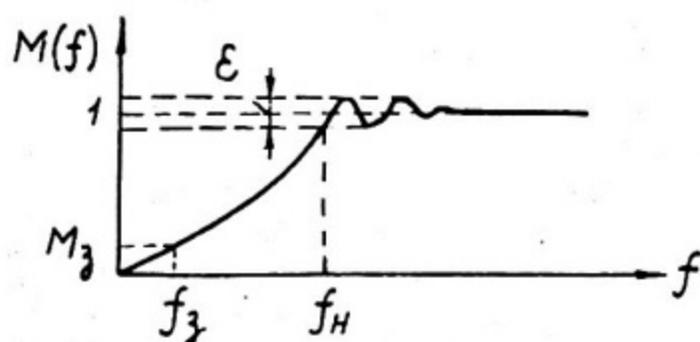


Рис. 1.5. Нормированная амплитудно-частотная характеристика фильтра верхних частот

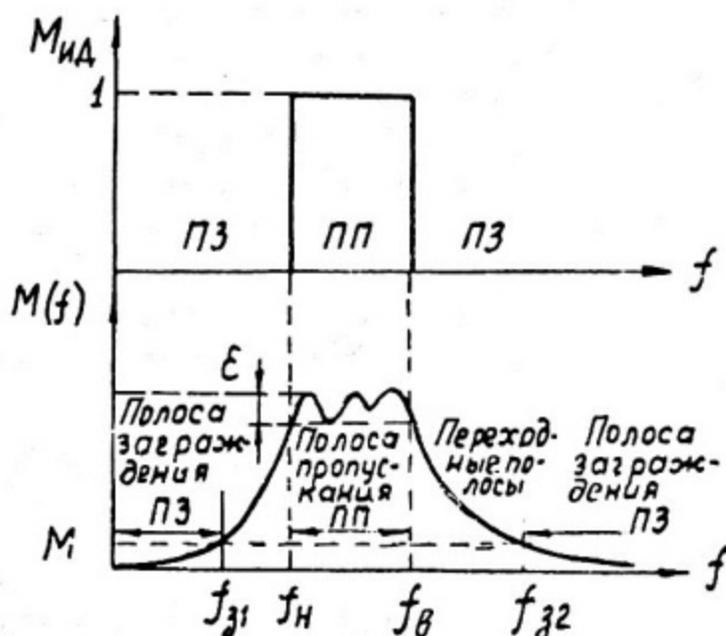


Рис. 1.6. Нормированная амплитудно-частотная характеристика полосового фильтра

Указанные виды АЧХ являются основными, но не исчерпывают многообразие АЧХ аналоговых устройств, применяемых на практике. Однако в большинстве случаев АЧХ, встречаемые на практике, удается свести к указанным АЧХ. Некоторые особые фильтры, как, например, фазовые корректоры, могут быть синтезированы по аналогичной методике.

При математическом синтезе АУ прежде всего требуется определить масштаб преобразования обрабатываемых сигналов, определяемый коэффициентом усиления или преобразования K . Этот коэффициент определяется отношением требуемого значения выходного сигнала к заданной величине входного сигнала. Что касается определенных требований к входному и выходному сопротивлениям, стабильности характеристик и т.д., то они учитываются на этапе схемотехнического синтеза АУ, когда производится выбор элементов схемы.

Таким образом, математический синтез связан, во-первых, определением коэффициента усиления или коэффициента преобразования АУ и, во-вторых, решением более сложной задачи: синтезом частотной характеристики АУ, исходя из требований к точности преобразования гармонических сигналов в заданном диапазоне частот. Эта процедура сводится к отысканию функции, аппроксимирующей частотную характеристику АУ. Одной из лучших среди реализуемых аппроксимаций приближение обеспечивает дробь Золотарева, требующая, однако, обращения к эллиптическим интегралам и громоздкому математическому аппарату. Более удобным и простым является аппроксимация частотных характеристик дробно-рациональными функциями, в общем случае имеющими следующий вид:

$$H_n(p) = K \frac{p^m a_m + p^{m-1} a_{m-1} + \dots + p^l a_l + \dots + p a_1 + a_0}{p^n b_n + p^{n-1} b_{n-1} + \dots + p^k b_k + \dots + b_1 p + b_0}, \quad (1.3)$$

где для краткости записи оператор Штейнметца $j\omega$ заменен оператором p , т.е. $p = j\omega$.

Таким образом, задача математического синтеза АУ на первом этапе сводится к аппроксимации частотной характеристики дробно-рациональной функцией вида (1.3), коэффициенты a_l и b_k которой должны быть определены так, чтобы мера близости этой функции к параметрам частотной характеристики, указанным в ТЗ, укладывалась в пределах допустимых отклонений ε .

Из множества функций $H_n(p)$, удовлетворяющих указанным условиям, выбирается функция, которая при наименьшем порядке полинома передаточной функции n обеспечивает наименьшую меру близости β_{\min} . В этом заключается суть оптимизации в пространстве параметров оператора (см. раздел 1.2).

1.4. Математический синтез аналоговых устройств с частотными характеристиками ФНЧ

Процедуру математического синтеза будем иллюстрировать прежде всего на примере синтеза АУ с частотной характеристикой ФНЧ. Такая последовательность изложения объясняется тем, что синтез АУ с частотными характеристиками ФВЧ и ПФ можно свести к синтезу ФНЧ.

Нормированная амплитудно-частотная характеристика ФНЧ (см. рис. 1.4) обычно задается следующими параметрами:

1) граничной частотой $f_{гр}$, равной частоте, при превышении которой искажения сигнала становятся больше предельно допустимой величины;

2) полосой пропускания $\Delta f_{п}$, определяемой разностью $\Delta f_{п} = f_{в} - f_{н}$. Для ФНЧ $\Delta f_{п} = f_{гр}$, так как $f_{н} = 0$; $f_{в} = f_{гр}$.

3) неравномерностью АЧХ в полосе пропускания ε , определяемой допустимыми искажениями сигнала в заданной полосе частот;

4) коэффициентом K_f , характеризующим площадь усиления, т.е. добротность АУ. Коэффициент K_f для ФНЧ определяется отношением частоты f_z , соответствующей заданному значению нормированной АЧХ (на рис. 1.4 это M_z) вне полосы пропускания к граничной частоте, т.е. $K_f = f_z / f_{гр} = \omega_z / \omega_{гр}$. В теории цепей частоту f_z называют частотой заграждения, а коэффициент $K_f = K_{п}$ коэффициентом прямоугольности, так как при этом $K_{п}$ характеризует близость реальной АЧХ к идеальной АЧХ в виде прямоугольной характеристики с $K_{п} = 1$. При синтезе широкополосных усилителей уровень M_z выбирают так, чтобы f_z равнялась частоте единичного усиления f_1 , на которой модуль $K(f_1) = 1$. При таком определении коэффициент K_f оказывается пропорциональным площади усиления АУ, которая определяется произведением $S_f = K f_{гр} \sim f_1$.

Наиболее часто синтез реализуется путем аппроксимации АЧХ на основании заданных параметров: $f_{гр}$, ε , K_f . Иногда при синтезе определяющими являются требования к фазовой характеристике, при этом аппроксимируют ФЧХ.

При реализуемых аппроксимациях удобной и простой является аппроксимация частотных характеристик полиномиальными функциями, имеющими для ФНЧ следующий вид:

$$M_n^2(\nu) = \left[|H(j\omega)|/|K| \right]^2 = \frac{1}{C_{2n}\nu^{2n} + C_{2n-2}\nu^{2(n-1)} + \dots + C_4\nu^4 + C_2\nu^2 + 1},$$

где $\nu = \omega/\omega_{гр} = f/f_{гр}$ - нормированная частота, n - порядок передаточной функции, операторное выражение которой имеет вид

$$H_n(p) = \frac{K}{p^n b_n + p^{n-1} b_{n-1} + \dots + p^2 b_2 + p b_1 + 1}.$$

Полиномиальная аппроксимация получила наибольшее распространение, так как она связана со сравнительно простым расчетным аппаратом и при этом обеспечивает достаточную площадь усиления при относительно невысоком порядке полинома n . Не менее важной является и простота реализации АУ.

1.4.1. Аппроксимация полиномами Баттерворта. Эта аппроксимация обеспечивает АЧХ гладкую в полосе пропускания (рис.1.7). Она определяется функцией

$$M_n(\nu) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 B_n^2(\nu)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 \nu^{2n}}}, \quad (1.4)$$

где $B_n = \nu^n$ - полином Баттерворта; $\nu = f/f_{гр} = \omega/\omega_{гр}$ - нормированная частота; τ - коэффициент неравномерности, определяемый через неравномерность АЧХ следующим соотношением:

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{(1-\varepsilon)^2} - 1}.$$

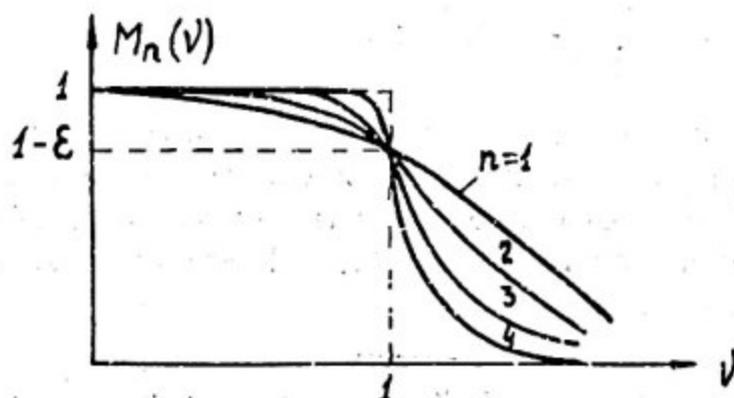


Рис. 1.7. Нормированные амплитудно-частотные характеристики ФНЧ, аппроксимированных полиномами Баттерворта

Коэффициент добротности можно определить из соотношения $K_f = \nu_z$, где $\nu_z = f_z / f_{гр}$ — нормированная частота, соответствующая M_z . Поскольку в выражении $M_n(\nu)$ фигурирует частота ν , нормированная по граничной частоте $f_{гр}$, то очевидно, что коэффициент K_f равняется нормированной граничной частоте полосы заграждения $\nu_z = f_z / f_{гр}$. Действительно, в соответствии с определением коэффициента добротности

$$K_f = \frac{\Delta f_z}{\Delta f_n} = \frac{f_{z2} - f_{z1}}{f_b - f_H} = \frac{f_z}{f_{гр}} = \nu_z.$$

Таким образом, определив ν_z из соотношения

$$M_z = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 \nu_z^{2n}}}, \quad (1.5)$$

получим

$$K_f \equiv \nu_z = \frac{2n}{\tau} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{M_z^2} - 1 \right)} \approx \frac{1}{\tau} \sqrt{2n M_z}. \quad (1.6)$$

Чем выше степень полинома n , тем меньше коэффициент K_f , т.е. тем ближе АЧХ к идеальной. При заданной n данная аппроксимация обеспечивает меньшую прямоугольность, чем Чебышевская (см. ниже), однако линейность ФЧХ при данной аппроксимации лучше.

Как отмечалось, в широкополосных устройствах K_f определяют через частоту единичного усиления f_1 . При этом, задаваясь $M_z = 1/K$, рассчитывают коэффициент

$$K_f \equiv \frac{f_1}{f_{гр}} = \frac{2n}{\tau} \sqrt{\frac{1}{2} (K^2 - 1)} \approx n \sqrt{\frac{K}{\tau}}.$$

На основании этого соотношения устанавливают связь между частотой единичного усиления f_1 и граничной частотой $f_{гр}$ в зависимости от величины коэффициента усиления на средних частотах K и степени полинома n (т.е. фактически от числа базисных элементов):

$$f_1 = f_{гр} \frac{2n}{\tau} \sqrt{\frac{1}{2} (K^2 - 1)} \approx f_{гр} n \sqrt{\frac{K}{\tau}} = \frac{1}{2\pi} n \sqrt{\frac{K}{b_n}}, \quad (1.7)$$

где $b_n = \tau / (\omega_{гр})^n$.

Процесс аппроксимации сводится к определению степени n , при которой коэффициент $K_f \leq K_{f, \text{доп}}$. Можно показать, что n и K_f связаны следующим соотношением:

$$n = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1}{z^2} \left(\frac{1}{M_z^2} - 1 \right) \right] / \ln K_f \approx -\ln(z M_z) / \ln K_f \quad (1.8)$$

Коэффициент z определяют из заданной неравномерности АЧХ по формуле

$$z = \sqrt{\frac{1}{(1-\varepsilon^2)} - 1}.$$

Для конструирования передаточной функции требуется знать полюсы, которые могут быть определены из уравнения

$$1 + z^2 \sqrt{2n} \equiv 1 + z^2 \left(\frac{p_k}{j\omega_{\text{гр}}} \right)^{2n} = 0 \quad \text{или} \quad \left(\frac{p_k}{j\omega_{\text{гр}}} \right)^{2n} = -\frac{1}{z^2}.$$

Таким образом, получим следующую формулу для определения полюсов:

$$p_k = \frac{\omega_{\text{гр}}}{n \sqrt{z}} \exp \left[j\pi \frac{n+1+2(k-1)}{2n} \right] = \frac{\omega_{\text{гр}}}{n \sqrt{z}} \times$$

$$\times \left[\cos \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{2k-1}{n} \right) + j \sin \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{2k-1}{n} \right) \right]; \quad (1.9)$$

$$k = 1, 2, \dots, n.$$

Полюсы расположены равномерно на окружности радиусом $\omega_{\text{гр}}/n\sqrt{z}$ в комплексной плоскости симметрично относительно мнимой оси. При этом угол между соседними полюсами $\Delta\varphi_n = \pi/n$ (рис. 1.8). К аппроксимируемой АЧХ следует относить только те полюсы, которые лежат к левой полуплоскости, так как только при этом условии АУ будет работать устойчиво. Такое расположение полюсов является одним из условий, исключающих самовозбуждение АУ. Таким образом, передаточная функция определяется выражением

$$H(p) = \frac{(-1)^n K \prod_{k=1}^n p_k}{\prod_{k=1}^n (p-p_k)} = \frac{K}{s^n d_n + s^{n-1} d_{n-1} + \dots + s^k d_k + \dots + s d_1 + 1},$$

где $s = p / \left(\frac{\omega_{гр}}{\sqrt{\tau}} \right)$ — нормированный оператор Лапласа. Коэффициенты d_k и простые полиномы Баттерворта табулированы (см. табл. 1 и 2 в приложении).

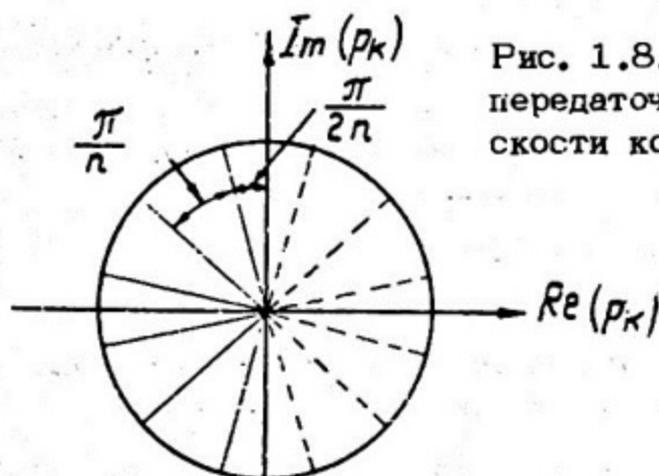


Рис. 1.8. Расположение полюсов передаточной функции ФНЧ в плоскости комплексной переменной

Полюсы устойчивой $h(p)$ — Полюсы неустойчивой $h(p)$

Отметим некоторые особенности аппроксимации полиномами Баттерворта.

1. Аппроксимация полиномами Баттерворта одновременно обеспечивает оптимальный синтез АЧХ, гладкой в полосе пропускания. Эта АЧХ оптимальна в том смысле, что при заданной элементной базе и прочих равных условиях она обеспечивает наибольшую полосу пропускания. Иначе говоря, при аппроксимации АЧХ полиномами Баттерворта частотная характеристика получается оптимальной по площади усиления, определяемой произведением $S_f = f_{гр} K \sim f_1$. Следовательно, при реализации усилителя с такой АЧХ для выбранной элементной базы будет получена наибольшая граничная частота $f_{гр}$ (при заданном коэффициенте усиления K) или наибольший коэффициент усиления K (при заданной граничной частоте $f_{гр}$).

Таким образом, при аппроксимации АЧХ полиномами Баттерворта математический синтез завершается составлением оптимальной передаточной функции АУ.

2. Независимо от порядка полинома коэффициент d_n при нормированном операторе $s = p / \left(\frac{\omega_{гр}}{\sqrt{\tau}} \right)$ старшей степени n всегда равняется единице. При этом нормированная передаточная функция имеет следующий вид:

$$h(s) \equiv \frac{H(s)}{K} = \frac{1}{s^n + s^{n-1} d_{n-1} + \dots + s^k d_k + \dots + s d_1 + 1} \quad (1.10)$$

К такому виду можно приводить передаточную функцию любого АУ с частотной характеристикой ФНЧ, нормировав оператор p по коэффициенту $\sqrt[n]{b_n}$ при члене старшей степени, т.е. заменив в ненормированном выражении передаточной функции (не содержащей нули)

$$h(p) = \frac{1}{p^n b_n + p^{n-1} b_{n-1} + \dots + p^k b_k + \dots + p b_1 + 1}$$

оператор p на $s = p \sqrt[n]{b_n}$. Тогда получается выражение вида (1.10), в котором безразмерные коэффициенты d_k определяются следующими соотношениями:

$$d_{n-1} = b_{n-1} / (\sqrt[n]{b_n})^{n-1}, \dots, d_k = b_k / (\sqrt[n]{b_n})^k, \dots, d_1 = b_1 / \sqrt[n]{b_n}.$$

Такая нормировка примечательна тем, что нормировочный коэффициент $\sqrt[n]{b_n}$ связан с коэффициентом $k_{\text{ФР}} = \sqrt[n]{K/b_n}$, который пропорционален произведению импульсных добротностей активных элементов, составляющих аналоговое устройство [3]. Это обстоятельство создает определенные удобства на этапе оптимизации, так как в большинстве случаев отношение $\sqrt[n]{K/b_n}$ — заданная величина.

3. При аппроксимации полиномами Баттерворта граничная частота $f_{\text{ГР}}$ оказывается связанной с коэффициентом b_n и, соответственно, с частотой единичного усиления f_1 следующим соотношением:

$$f_{\text{ГР}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt[n]{\frac{\tau}{b_n}} \approx f_1 / \sqrt[n]{K/\tau}. \quad (1.11)$$

Это соотношение следует из выражения (1.7).

1.4.2. Аппроксимация полиномами Чебышева. Аппроксимация по Баттерворту обеспечивает монотонную АЧХ, однако с большим коэффициентом K_f . Более круто спадающие АЧХ вне полосы пропускания получаются при аппроксимации по Чебышеву. При этом в полосе пропускания АЧХ представляется равноволновой функцией с коэффициентом неравномерности γ (рис. 1.9). Вне полосы пропускания АЧХ быстро и монотонно спадает, так как полиномы Чебышева резко возрастают при $\gamma > 1$.

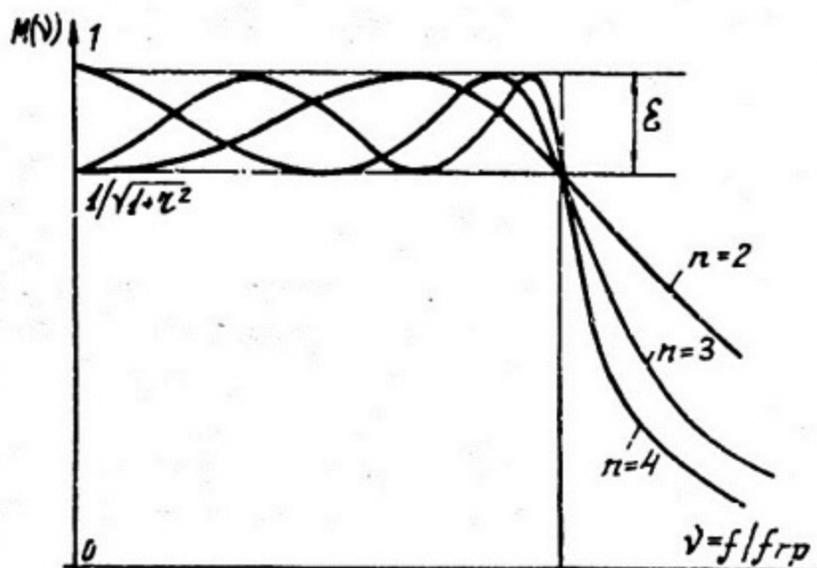


Рис. 1.9. Нормированные амплитудно-частотные характеристики ФНЧ, аппроксимированных полиномами Чебышева

АЧХ, аппроксимированная полиномами Чебышева, имеет вид

$$M_n(\nu) = \frac{K(\nu)}{K_{\max}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 C_n^2(\nu)}}, \quad (1.12)$$

где K_{\max} — максимальное значение модуля АЧХ $K(\nu)$; τ — коэффициент неравномерности, который связан с неравномерностью АЧХ соотношением

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{(1-\epsilon)^2}} - 1. \quad (1.13)$$

Неравномерность АЧХ ϵ (см. рис. 1.9) определяется относительной величиной наибольшего отклонения АЧХ в полосе пропускания от максимального значения модуля АЧХ, которое при данной нормировке равняется единице. При этом $\epsilon = (K_{\max} - K_{\min})/K_{\max}$. Отметим, что при нормировке АЧХ по K_{\max} на границе области

средних частот ($\nu=0$) модуль $M_{2m-1}(0)=1$ и $M_{2m}(0) = 1/\sqrt{1+\tau^2}$ соответственно для АЧХ, аппроксимированных нечетными и четными полиномами Чебышева. На граничной же частоте ($\nu=1$)

$$M_{2m+1} = M_{2m}(0) = 1/\sqrt{1 + \tau^2 C_n^2(0)} = 1/\sqrt{1 + \tau^2}.$$

Полном Чебышева n -го порядка представляет собой функцию следующего вида:

$$C_n(\nu) = \frac{1}{2} \left[(\nu + \sqrt{\nu^2 - 1})^n + (\nu - \sqrt{\nu^2 - 1})^n \right]. \quad (1.14)$$

В частности, первые шесть полиномов Чебышева имеют вид

$$C_1(\nu) = \nu; \quad C_2(\nu) = 2\nu^2 - 1;$$

$$C_3(\nu) = 4\nu^3 - 3\nu; \quad C_4(\nu) = 8\nu^4 - 8\nu^2 + 1;$$

$$C_5(\nu) = 16\nu^5 - 20\nu^3 + 5\nu; \quad C_6(\nu) = 32\nu^6 - 48\nu^4 + 18\nu^2 - 1.$$

Для удобства расчетов полиномы Чебышева можно представить тригонометрическими функциями в полосе пропускания и гиперболическими вне этой полосы:

$$C_n(\nu) = \cos [n(\arccos \nu)] \quad \text{для } 0 \leq \nu \leq 1;$$

$$C_n(\nu) = \operatorname{ch} [n(\operatorname{arctch} \nu)] = \operatorname{ch} [n \ln(\nu + \sqrt{\nu^2 - 1})] \quad \text{для } \nu \geq 1.$$

При выбранной нормированной частоте $\nu = f/f_{\text{ГР}}$ коэффициент добротности совпадает с шириной полосы по уровню M_z . Он определяется выражением

$$\begin{aligned} K_f \equiv \nu_z &= \operatorname{ch} \left\{ \frac{1}{n} \ln \left[T(M_z) + \sqrt{T^2(M_z) - 1} \right] \right\} \approx \\ &\approx \operatorname{ch} \left[\frac{1}{n} \ln \left(\frac{2}{z M_z} \right) \right], \end{aligned} \quad (1.15)$$

где
$$T(M_z) = \frac{1}{z} \sqrt{\frac{1}{M_z^2} - 1}.$$

Так же, как и при аппроксимации полиномами Баттерворта, задаваясь $M_z = 1/K$, можно определить коэффициент K_f через частоту единичного усиления f_1 по формуле

$$K_f \equiv \frac{f_1}{f_{\text{ГР}}} \approx \operatorname{ch} \left[\frac{1}{n} \ln \left(\frac{2}{z} K \right) \right] \approx \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{2}{z} K}. \quad (1.16)$$

При этом связь между f_1 и $f_{\text{ГР}}$ определяется приближенным соотношением

$$f_1 \approx \frac{1}{2} f_{\text{ГР}} n \sqrt{\frac{2}{z} K} = \frac{1}{2\pi} n \sqrt{\frac{K}{b_n}}, \quad (1.17)$$

$$\text{где } b_n = \frac{z}{2} \left(\frac{2}{\omega_{гр}} \right)^n.$$

С увеличением ε и n коэффициент K_f уменьшается.

Таким образом, исходя из допустимой неравномерности ε и заданного коэффициента K_f определяют порядок полинома

$$n = \frac{\ln [T(M_z) + \sqrt{T^2(M_z) - 1}]}{\ln (K_f + \sqrt{K_f^2 - 1})} \approx \frac{\ln 2 - \ln(zM_z)}{\ln (K_f + \sqrt{K_f^2 + 1})} \quad (1.18)$$

и коэффициент неравномерности (см. (1.13)).

Передаточная функция имеет вид

$$h(p) = (-1)^n \prod_{k=1}^n \frac{s_k}{s - s_k} = \frac{d_0}{s^n + s^{n-1} d_{n-1} + \dots + s^k d_k + \dots + s d_1 + d_0}$$

Ее полюсы определяются из уравнения $1 + z^2 C_n^2(\gamma) \equiv 1 + z^2 C_n^2(s/j) = 0$ где $s = p/\omega_{гр}$ - нормированный оператор.

Можно показать, что полюс $s_k = -\sigma_k \pm j\omega_k$ имеет действительную и мнимую части, определяемые соотношениями

$$\sigma_k = \operatorname{sh} y \sin \left[\frac{\pi}{2n} (2k-1) \right] = \frac{1}{2^n \sqrt{z}} (\sqrt{M_1} - \sqrt{M_2}) \sin \left[\frac{\pi}{2n} (2k-1) \right]; \quad (1.19)$$

$$\omega_k = \operatorname{ch} y \cos \left[\frac{\pi}{2n} (2k-1) \right] = \frac{1}{2^n \sqrt{z}} (\sqrt{M_1} + \sqrt{M_2}) \cos \left[\frac{\pi}{2n} (2k-1) \right], \quad (1.20)$$

где

$$y = \frac{1}{n} A z \operatorname{sh} \frac{1}{z} = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{1}{z} + \sqrt{\frac{1}{z^2} + 1} \right);$$

$$M_1 = \sqrt{1+z^2} + 1 = 1/(1-\varepsilon) + 1; \quad M_2 = \sqrt{1+z^2} - 1 = \varepsilon/(1-\varepsilon).$$

Простые множители, произведением которых определяется знаменатель передаточной функции $h(s)$, и значения коэффициентов d_k табулированы (см. табл. 3 и 4 в приложении).

Отметим, что АУ с характеристикой, определяемой полиномами Чебышева, при прочих равных условиях можно реализовать на элементах с меньшей добротностью, т.е. с более низкой частотой единичного усиления. Это - результат того, что в полосе пропускания допускается неравномерность АЧХ.

В заключение отметим, что если требуется синтезировать передаточную функцию, имеющие нули, то используются более сложные аппроксимации, например, инверсные полиномы Чебышева или Кауэра [4].

В ряде устройств предъявляются определенные требования к ФЧХ. Например, при селекции сигналов требуется высокая линейность ФЧХ, обеспечивающая одинаковое групповое время задержки $t_g = -\partial\psi(\omega)/\partial\omega$. Наиболее распространенным способом получения линейной ФЧХ является аппроксимация по Тейлору.

Рассмотрение других видов аппроксимации выходит за рамки курса.

1.5. Преобразование частоты - синтез АУ с частотными характеристиками ФВЧ и ПФ

При синтезе АУ с указанными частотными характеристиками используют те же аппроксимации, что и для ФНЧ, применив преобразование переменной ω , т.е. преобразование частоты. Суть преобразования частоты сводится к замене $\bar{\omega}$ в аппроксимирующей функции для прототипа ФНЧ частотой ω для ФВЧ или ПФ, которую связывают с $\bar{\omega}$ определенным соотношением преобразования (здесь и в последующем изложении параметры прототипа ФНЧ отмечены знаком " - ").

1.5.1. Синтез АУ с частотными характеристиками ФВЧ. Передаточную функцию АУ с характеристиками ФВЧ можно получить от передаточной функции ФНЧ преобразованием вида $p = \omega_n^2/p$, что равносильно преобразованию частоты по закону $\bar{\omega} = -\omega_n^2/\omega$. При этом, частоте $-\omega_{гр}$ соответствует нижняя граничная частота ω_n ФВЧ. Действительно, $\bar{\omega}_{гр} = -\omega_n^2/\omega_n$ и $-\bar{\omega}_{гр} = \omega_n$.

Смысл такого преобразования частоты заключается в следующем (рис. 1.10): это - отображение НЧ характеристики в область высших частот ($1 < \nu < \infty$). Поскольку это преобразование производится изменением знака, то частотная характеристика ФВЧ получается отображением частотной характеристики прототипа - ФНЧ, простираемой в область "отрицательных частот", не имеющих физического смысла. Следовательно, характеристике ФВЧ в истинной полосе пропускания, т.е. в диапазоне частот $\omega_n = \omega_{гр} \leq \omega < \infty$, соответствует характеристика ФНЧ в фиктивной полосе пропускания ($-\bar{\omega}_{гр} \leq \omega \leq 0$), а характеристика в истинной полосе заграждения ФВЧ ($0 \leq \omega \leq \bar{\omega}_{гр} = \omega_n$) совпадает с характеристикой НЧ-прототипа в фиктивной полосе заграждения ($-\infty < \bar{\omega} \leq -\bar{\omega}_{гр}$). При этом АЧХ прототипа $M(-\bar{\omega}) = M(\omega)$, а ФЧХ $\psi(-\bar{\omega}) = -\psi(\omega)$. При этом для

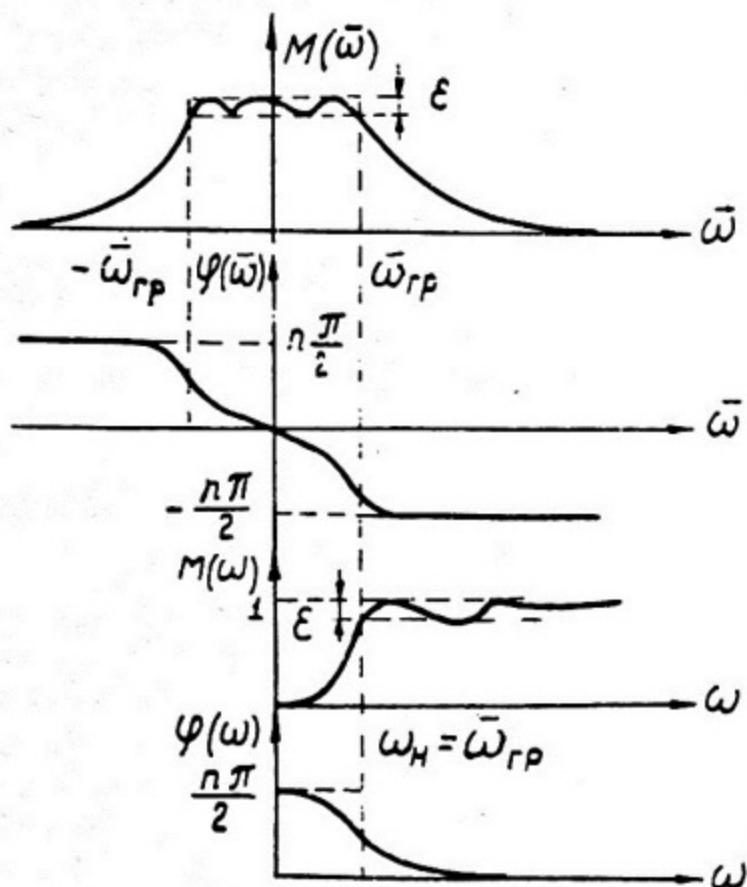


Рис. 1.10. Графики АЧХ и ФЧХ, иллюстрирующие преобразование частотных характеристик ФНЧ в соответствующие характеристики ФВЧ

фильтра верхних частот АЧХ и ФЧХ описываются теми же функциями, что и у прототипа ФНЧ, однако безразмерная частота для ФВЧ оказывается обратной величиной $\bar{\omega}$ с противоположным знаком:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_H}{\omega} = \frac{(-\omega_H^2 / \omega)}{\bar{\omega}_{гр}} = -\frac{1}{\omega / \omega_H} = -\frac{1}{\bar{\omega}}$$

Передаточную функцию ФВЧ можно получить от соответствующей функции ФНЧ преобразованием вида $\bar{p} = \bar{\omega}_{гр}^2 / p = \omega_H^2 / p$, т.е.

$$h_{ФВЧ}(p) = h_{ФНЧ}(\bar{\omega}_{гр}^2 / \bar{p}).$$

При этом простые множители $h_{ФНЧ}(\bar{p})$ принимают вид.

$$\frac{1}{\bar{p} - \bar{p}_k} = \frac{1}{\bar{\omega}_{\text{гр}}^2 / p - \bar{p}_k} = - \frac{p / \bar{p}_k}{p - \omega_H^2 / \bar{p}_k} .$$

Из последнего соотношения следует, что при переходе к ФВЧ каждый полюс прототипа \bar{p}_k преобразуется в ω_H^2 / \bar{p}_k , а в числителе появляется нуль $- p / \bar{p}_k$. Последнее дает n -кратный нуль в начале координат и постоянный множитель в знаменателе, равный произведению всех корней знаменателя ФНЧ. Таким образом, передаточная функция ФВЧ имеет следующий вид:

$$h_{\text{ФВЧ}}(p) = (-1)^n \prod_{k=1}^n \frac{\bar{p}_k}{\bar{\omega}_{\text{гр}}^2 / p - \bar{p}_k} = \frac{p^n}{\prod_{k=1}^n (p - p_k)} \quad (1.21)$$

Полюс ФВЧ

$$p_k = \frac{\bar{\omega}_{\text{гр}}^2}{\bar{p}_k} = \frac{\bar{\omega}_{\text{гр}}^2}{-\sigma_k + j\bar{\omega}_k} = \frac{\bar{\omega}_{\text{гр}}^2}{\bar{\sigma}_k^2 + \bar{\omega}_k^2} (-\bar{\sigma}_k - j\bar{\omega}_k) \equiv -\sigma_k + j\omega_k$$

Из последнего соотношения следует, что:

1) устойчивость передаточной функции не нарушается, так как

$$-\sigma_k = -\bar{\sigma}_k \frac{\bar{\omega}_{\text{гр}}^2}{\bar{\sigma}_k^2 + \bar{\omega}_k^2} < 0;$$

2) добротность полюсов, определяемая отношением модуля

$|p_k| = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}$ к удвоенной величине действительной части $2\sigma_k$, не изменяется:

$$Q_k = \frac{|p_k|}{2\sigma_k} = \frac{\bar{\omega}_{\text{гр}}^2 / |\bar{p}_k|}{2\bar{\omega}_{\text{гр}}^2 \bar{\sigma}_k / |\bar{p}_k|^2} = \frac{|\bar{p}_k|}{2\bar{\sigma}_k} = \frac{1}{2 \sin \nu};$$

3) мнимые части полюсов меняют знак: $\omega_k = -\bar{\omega}_k$;

4) модули полюсов (собственные частоты) ФНЧ и ФВЧ связаны соотношением $|p_k| = \bar{\omega}_{\text{гр}}^2 / |\bar{p}_k|$, т.е. полюсы ФНЧ, лежащие вне круга с радиусом $\bar{\omega}_{\text{гр}}$, переходят в полюсы ФВЧ, лежащие внутри круга с радиусом $\bar{\omega}_{\text{гр}} = \omega_H$, и наоборот. Указанная перестройка полюсов интерпретируется векторной диаграммой, показанной на рис. 1.11.

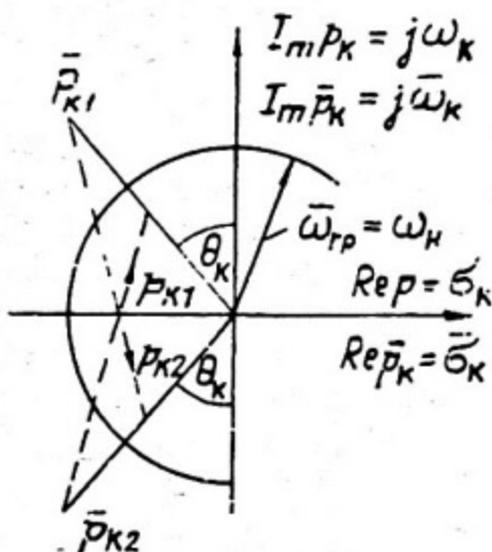


Рис. 1.11. Векторная диаграмма, иллюстрирующая перестройку полюсов при преобразовании ФНЧ в ФВЧ

Поскольку добротность полюсов сохраняется (см. п. 2), то стабильность характеристик ФВЧ примерно такая же, что и у прототипа ФНЧ, хотя их схемотехническая реализация разная.

Отметим, что преобразование частоты приводит к заметному изменению линейности ФЧХ.

1.5.2. Синтез АУ с частотными характеристиками полосового фильтра. Полосовая АЧХ (см. рис. 1.6) характеризуется следующими параметрами:

- 1) нижней f_H и верхней f_B граничными частотами полосы пропускания $\Delta f_n = f_B - f_H$, определяемой на уровне ϵ нормированной АЧХ;
- 2) центральной частотой f_0 , определяемой как $f_0 = \sqrt{f_H f_B}$;
- 3) относительной неравномерностью АЧХ в полосе пропускания ϵ ;
- 4) коэффициентом прямоугольности полосовой характеристики, определяемым относительным расширением АЧХ при переходе к некоторому более низкому уровню M_z :

$$K_n = \frac{\Delta f_z}{\Delta f_n} = \frac{f_{z2} - f_{z1}}{f_B - f_H}$$

Передаточную функцию ПФ тоже можно получить от передаточной функции прототипа ФНЧ преобразованием

$$\bar{p} = p + \omega_0^2 / p, \quad (1.22)$$

что равносильно преобразованию частоты по закону

$$\bar{\omega} = \omega - \omega_0^2 / \omega. \quad (1.23)$$

Это преобразование переводит точку $\bar{\omega}=0$ характеристики ФНЧ в $\omega=\omega_0$ для полосового фильтра; точку $\bar{\omega}\rightarrow\infty$ — в две точки $\omega=0$ и $\omega\rightarrow\infty$ и, наконец, точки $\bar{\omega}=-\bar{\omega}_{гр}$ и $\bar{\omega}=\bar{\omega}_{гр}$ — в частоты среза $\omega=\omega_H$ и $\omega=\omega_B$ (рис. 1.12). При этом граничные частоты ПФ связаны с граничной частотой ФНЧ следующими соотношениями:

$$-\bar{\omega}_{гр} = \omega_H - \frac{\omega_0^2}{\omega_H} \longrightarrow \omega_H = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{\bar{\omega}_{гр}}{2}\right)^2} - \frac{\bar{\omega}_{гр}}{2}; \quad (1.24)$$

$$\bar{\omega}_{гр} = \omega_B - \frac{\omega_0^2}{\omega_B} \longrightarrow \omega_B = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{\bar{\omega}_{гр}}{2}\right)^2} + \frac{\bar{\omega}_{гр}}{2}. \quad (1.25)$$

Следовательно, ширина полосы пропускания $\Delta\omega_H = \omega_B - \omega_H = \bar{\omega}_{гр} = \Delta\bar{\omega}_H$ совпадает с шириной полосы пропускания ФНЧ-прототипа. Следует отметить, что вообще ширина полосы АЧХ полосового фильтра по любому уровню $M \leq 1$ совпадает с шириной полосы ФНЧ-прототипа по тому же уровню. Так, например, ширина полосы по уровню M_z , определяемая разностью $\Delta\omega_z = \omega_{z2} - \omega_{z1}$, действительно остается неизменной, т.е. $\Delta\omega_z = \Delta\bar{\omega}_z = \bar{\omega}_z$. В этом нетрудно убедиться, рассчитав частоты ω_{z1} и ω_{z2} (по формулам, полученным аналогично (1.24) и (1.25)):

$$\omega_{z1} = \sqrt{\omega_0^2 + (\bar{\omega}_z/2)^2} - \bar{\omega}_z/2; \quad \omega_{z2} = \sqrt{\omega_0^2 + (\bar{\omega}_z/2)^2} + \bar{\omega}_z/2,$$

а затем, определив их разность: $\Delta\omega_z = \omega_{z2} - \omega_{z1} = \bar{\omega}_z$.

Следовательно, коэффициент прямоугольности АЧХ полосового фильтра K_H равен коэффициенту K_z своего прототипа ФНЧ, если уровень M_z , по которому определяется расширение АЧХ, одинаковой величины.

АЧХ полосового фильтра геометрически симметрична относительно своей центральной частоты $\omega_0 = \sqrt{\omega_H \omega_B}$. Действительно, так как произведение граничных частот по любому заданному уровню остается неизменным, т.е.

$$\omega_1 \cdot \omega_2 = \left[\sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{\bar{\omega}_1}{2}\right)^2} - \frac{\bar{\omega}_1}{2} \right] \left[\sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{\bar{\omega}_1}{2}\right)^2} + \frac{\bar{\omega}_1}{2} \right] = \omega_0^2,$$

то и произведение $\omega_H \omega_B = \omega_0^2$, что свидетельствует о геометрической симметрии АЧХ относительно ω_0 .

АЧХ и ФЧХ полосового фильтра можно получить из соответствующих соотношений, полученных для прототипа, преобразовав нормированную частоту по формуле

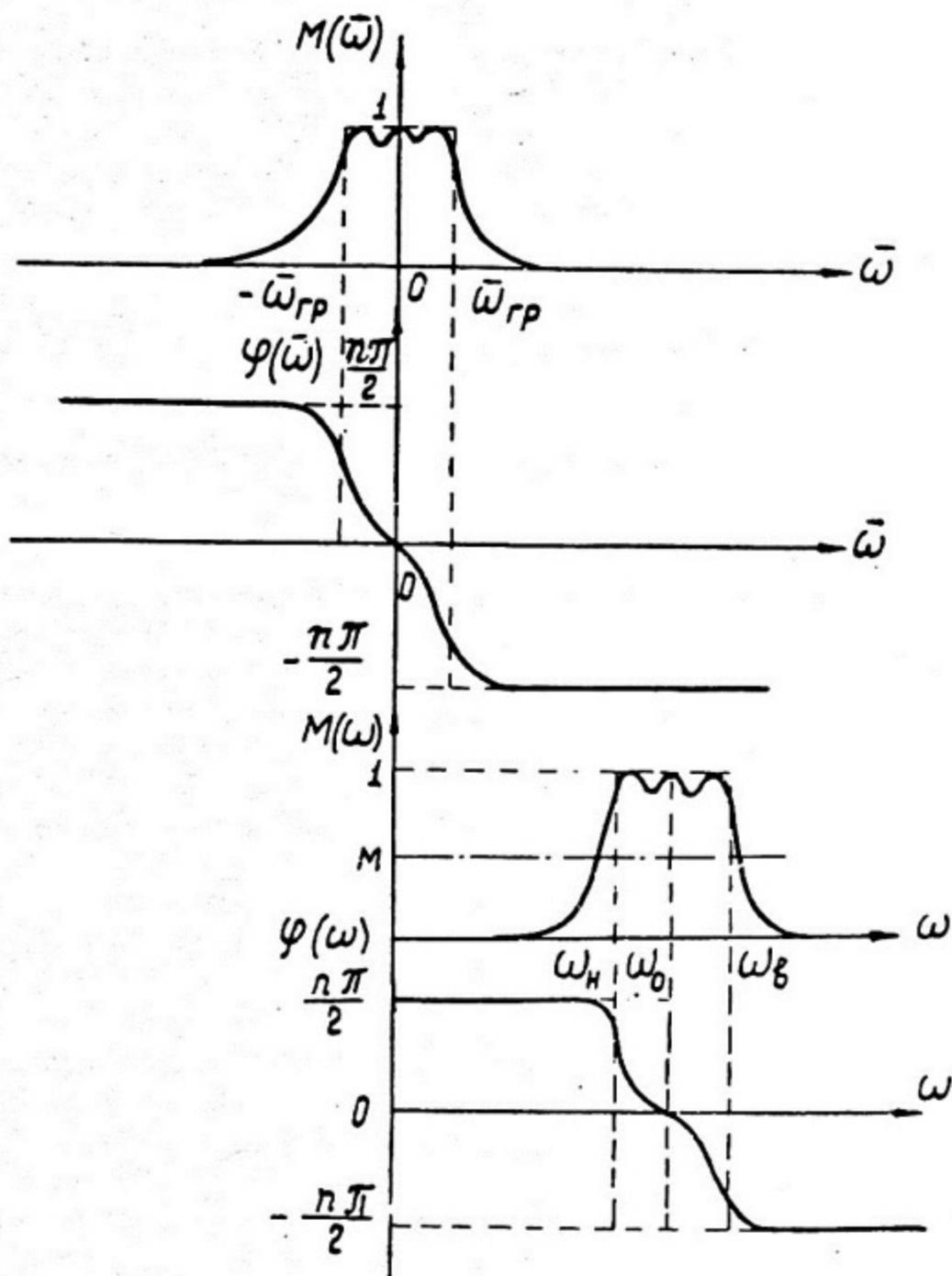


Рис. 1.12. Графики АЧХ и ФЧХ, иллюстрирующие преобразование частотных характеристик ФНЧ в соответствующие характеристики ПФ

$$\bar{\nu} \equiv \frac{\omega}{\omega_{гр}} = \frac{1}{\omega_{гр}} \left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega} \right) = \frac{\omega_0}{\omega_{гр}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{\delta\omega} \left(\nu - \frac{1}{\nu} \right) = \frac{1}{\delta f} \left(\nu - \frac{1}{\nu} \right),$$

где $\delta\omega = \Delta\omega_n / \omega_0$; $\delta f = \Delta f_n / f_0$ - относительная ширина полосы пропускания; $\nu = \omega / \omega_0 = f / f_0$.

Преобразование частоты не сохраняет линейность ФЧХ, однако для узкополосных характеристик ($\delta f \ll 1$) отклонение ФЧХ невелико:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \omega} = \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\omega}} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \omega} = \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\omega}} \frac{\partial}{\partial \omega} \left[\omega - \omega_0^2 / \omega \right] = \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\omega}} \left[1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right].$$

Существенным отличием преобразования частоты для ПФ от аналогичной операции для ФВЧ является то, что при этом добротность полюсов не сохраняется; она повышается. При подстановке $\bar{p} = p + \omega_0^2 / p$ в передаточную функцию $h(\bar{p})$ можно убедиться в том, что это преобразование порождает n -кратный нуль в начале координат и удваивает число полюсов. При этом если передаточная функция ФНЧ-прототипа имеет порядок n , то передаточная функция ПФ будет иметь порядок $2n$. Действительно, передаточная функция ФНЧ

$$h_n(\bar{p}) = (-1)^n \prod_{k=1}^n \bar{p}_k / (\bar{p} - \bar{p}_k)$$

при подстановке $\bar{p} = p + \omega_0^2 / p$ принимает следующий вид:

$$h_{2n}(p) = (-1)^n \prod_{k=1}^n \frac{\bar{p}_k}{p + \frac{\omega_0^2}{p} - \bar{p}_k} = (-1)^n \prod_{k=1}^n \frac{p \bar{p}_k}{p^2 - p \bar{p}_k + \omega_0^2}. \quad (1.26)$$

Полюсы передаточной функции $h_{2n}(p)$ определяются из уравнений

$$p^2 - p \bar{p}_k + \omega_0^2 = 0; \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Следовательно:

1) каждый вещественный полюс $\bar{p}_k = -\bar{\sigma}_k$ порождает пару вещественных или комплексно-сопряженных полюсов:

$$p_{k1} = \frac{1}{2} \left(-\bar{\sigma}_k + \sqrt{\bar{\sigma}_k^2 - 4\omega_0^2} \right); \quad p_{k2} = \frac{1}{2} \left(-\bar{\sigma}_k - \sqrt{\bar{\sigma}_k^2 - 4\omega_0^2} \right), \quad (1.27)$$

(если $\bar{\sigma}_k \geq 2\omega_0$)

или

$$p_{k1} = \frac{1}{2}(-\bar{\sigma}_k + j\sqrt{4\omega_0^2 - \bar{\sigma}_k^2}); \quad p_{k2} = \frac{1}{2}(-\bar{\sigma}_k - j\sqrt{4\omega_0^2 - \bar{\sigma}_k^2}), \quad (1.28)$$

2) каждая пара комплексно-сопряженных полюсов ФНЧ-прототипа $\bar{p}_k = -\bar{\sigma}_k \pm j\bar{\omega}_k$ порождает две пары комплексно-сопряженных полюсов:

$$p_{k1,2} = -\frac{\bar{\sigma}_k}{2} \left(1 + \frac{\bar{\omega}_k}{2\omega_0 A}\right) \pm j \left(\omega_0 A + \frac{\bar{\omega}_k}{2}\right); \quad (1.29)$$

$$p_{k3,4} = -\frac{\bar{\sigma}_k}{2} \left(1 - \frac{\bar{\omega}_k}{2\omega_0 A}\right) \pm j \left(\omega_0 A - \frac{\bar{\omega}_k}{2}\right), \quad (1.30)$$

где

$$A = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{\left[1 - \left(\frac{|\bar{p}_k|}{2\omega_0}\right)^2}\right]^2 + \left(\frac{\bar{\omega}_k}{\omega_0}\right)^2} + 1 - \left(\frac{|\bar{p}_k|}{2\omega_0}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\omega}_k}{\omega_0}\right)^2 \right]}. \quad (1.31)$$

Для узкополосных ПФ, для которых справедливо неравенство $\delta\omega = \delta f \ll 1$, эти выражения заметно упрощаются, поскольку $|\bar{p}_k|/\omega_0 \ll 1$ и $A \approx 1$:

$$p_{k1,2} \approx -\frac{\bar{\sigma}_k}{2} \left(1 + \frac{\bar{\omega}_k}{2\omega_0}\right) \pm j\omega_0 \left(1 + \frac{\bar{\omega}_k}{2\omega_0}\right); \quad (1.32)$$

$$p_{k3,4} \approx -\frac{\bar{\sigma}_k}{2} \left(1 - \frac{\bar{\omega}_k}{2\omega_0}\right) \pm j\omega_0 \left(1 - \frac{\bar{\omega}_k}{2\omega_0}\right). \quad (1.33)$$

Из этих соотношений следует, что если $\omega_0 \gg \frac{1}{2} |\bar{p}_k|$, то добротность полюсов ПФ значительно больше, чем НЧ-прототипа:

$$Q_k \approx \frac{\omega_0}{\bar{\sigma}_k} \gg \bar{Q}_k = \frac{\bar{p}_k}{2\bar{\sigma}_k} = \frac{\sqrt{\bar{\sigma}_k^2 + \bar{\omega}_k^2}}{2\bar{\sigma}_k}.$$

Увеличение добротности приводит к повышению чувствительности характеристик узкополосных ПФ по сравнению с ФНЧ и ФВЧ.

1.6. Математический синтез аналоговых устройств на основе требований к переходным характеристикам

Как отмечалось, для оценки линейных искажений, возникающих при усилении и преобразовании импульсных сигналов, удобно пользоваться переходной характеристикой АУ. Переходная характеристика — это реакция АУ на идеальный перепад (ступеньку) напряжения или тока. Точнее, графическое изображение этой реакции принято называть переходной характеристикой, а аналитическую запись — переходной функцией $H(t)$. Операторное выражение этой функции $H(p)$ называют также передаточной функцией.

Переходная функция дает возможность оценить наибольшие искажения, вносимые АУ, что в ряде случаев избавляет от необходимости громоздких расчетов по интегральной формуле Дюамеля. Если же требуется рассчитать искажения сигналов заданной формы, то на основании переходной функции $H(t)$, пользуясь интегралом Дюамеля (интегралом свертки), можно определить реакцию АУ на сигнал любой формы в следующем виде:

$$y_{\text{вых}}(t) = K x_{\text{вх}}(t) + K \int_0^t x_{\text{вх}}(\xi) h'(t-\xi) d\xi, \quad (1.34)$$

где $y_{\text{вых}}(t)$ — выходная реакция в виде напряжения или тока; $x_{\text{вх}}(t)$ — входное воздействие (напряжение или ток); K — коэффициент усиления (преобразования) в области средних времен; $h'(t)$ — производная нормированной переходной функции, определяемой реакцией АУ на δ -импульс (функцию $h'(t)$ принято называть импульсной переходной функцией).

Определив реакцию АУ по формуле (1.34), можно оценить искажения сигнала, вносимые АУ, по формуле

$$\Delta y_{\text{вых}}(t) = y_{\text{вых}}(t) - K x_{\text{вх}}(t) = K \int_0^t x_{\text{вх}}(\xi) h'(t-\xi) d\xi. \quad (1.35)$$

Здесь $K x_{\text{вх}}(t) = y_{\text{ид}}(t)$ — реакция на выходе идеального АУ, которое усиливает или производит преобразование входного воздействия $x_{\text{вх}}(t)$ с масштабным коэффициентом K без искажений формы $x_{\text{вх}}(t)$.

Таким образом, синтез АУ сводится к отысканию импульсной переходной функции, удовлетворяющей следующему неравенству:

$$\Delta y_{\text{вых}}(t) = K \int_0^t x_{\text{вх}}(\xi) h'(t-\xi) d\xi \leq \Delta y_{\text{вых. доп}}. \quad (1.36)$$

Этому неравенству может удовлетворять множество импульсных характеристик $h'(t)$. С очевидно, надо использовать из множества $h'(t)$ ту функцию, которая обеспечивает реализацию АУ с наиболее простой конфигурацией (меньшее число элементов) на элементах с наименьшей добротностью. Это, по сути дела, второй этап математического синтеза — оптимизация параметров оператора. Он обычно сводится к определению переходной функции, обеспечивающей наименьшие искажения при прочих равных условиях.

При синтезе АУ обычно ищут выражение переходной функции в операторном виде:

$$H(p) = K \frac{A(p)}{B(p)} = K \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_i p^i + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_k p^k + \dots + b_1 p + b_0}. \quad (1.37)$$

В этом случае синтез сводится к отысканию коэффициентов a_i и b_k полиномов $A(p)$ и $B(p)$, при которых выполняется неравенство (1.36).

Синтез по переходной характеристике, как правило, применяется при проектировании импульсных усилителей и аналоговых преобразователей импульсных сигналов. Особенностью этих АУ является то, что вносимые им искажения в области больших и малых времен можно анализировать независимо друг от друга. Это, конечно, существенно упрощает синтез таких АУ, поэтому синтез по требованиям АУ в области больших времен рассматривается в дальнейшем отдельно от синтеза в области малых времен.

1.7. Аппроксимация переходной функции в области малых времен

В области малых времен искажения сигналов, которые появляются при их усилении или преобразовании, характеризуются следующими параметрами (рис. 1.13):

1) временем задержки $t_{зд}$, определяемом как время, прошедшее от момента подачи входного сигнала до момента достижения выходным сигналом определенного уровня его установившегося значения (наиболее часто — до уровня 0,1 от амплитуды выходного сигнала);

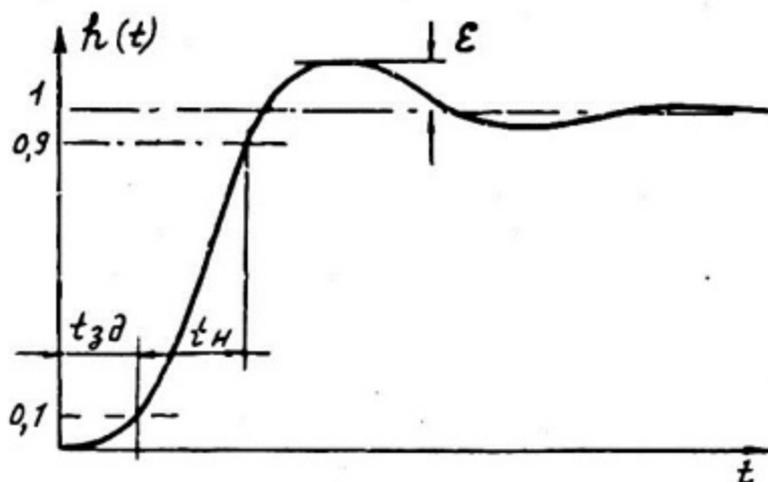


Рис. 1.13. Переходная характеристика аналогового устройства в области малых времен

2) временем нарастания фронта t_H , определяемым как время, в течение которого выходной импульс нарастает от уровня, соответствующего времени задержки до некоторого уровня, близкого к амплитуде выходного импульса. Наиболее часто уровни, определяющие t_H , выбираются 0,1 и 0,9 от амплитуды выходного импульса;

3) относительной величиной выброса ϵ , представляющей собой отношение превышения выходного сигнала над его установившимся значением к последнему;

4) иногда вместо $t_{3\sigma}$ и t_H указывается время установления $t_{уст}$, определяемое как время, прошедшее от момента подачи входного сигнала до момента, начиная с которого искажения не выходят за границы области $[1-\epsilon, 1+\epsilon]$. Очевидно, что при определении времени нарастания t_H по уровню $[1-\epsilon]$ время установления $t_{уст} = t_{3\sigma} + t_H$.

Как отмечалось, отношение коэффициентов a_m и b_n при старших степенях p полиномов в числителе и знаменателе операторного выражения переходной функции $H(p)$ для данной элементной базы является практически постоянной величиной, поэтому при оптимизации переходной функции его можно считать заданной величиной. Выполнение этого условия можно обеспечить автомати-

чески, нормируя оператор по величине $t_{нор} = \sqrt{\frac{b_n}{d_m}}^{(n-m)}$, т.е. используя вместо p нормированный оператор

$$s = p t_{нор} = p \sqrt{\frac{b_n}{d_m}}^{(n-m)} = \frac{p}{k_{фр}} \sqrt{K}^{(n-m)} \approx \frac{p}{2\pi f_1} \sqrt{K}^{(n-m)}$$

В последнем соотношении параметр

$$k_{\text{ФР}} = \sqrt[n-m]{K \frac{b_n}{a_m}}$$

характеризует импульсную добротность активных элементов (транзисторов, ИМС), определяемую отношением коэффициента усиления элемента K ко времени нарастания его переходной характеристики [3]. Приближенное равенство $k_{\text{ФР}} \approx 2\pi f_1$ получено из следующего уравнения:

$$K \frac{a_m \omega_1^m}{b_n \omega_1^n} \equiv \left(k_{\text{ФР}} \frac{1}{2\pi f_1} \right)^{n-m} \approx 1.$$

Отметим, что оператору S соответствует нормированное время

$$\vartheta = \frac{t}{t_{\text{НОР}}} = t/s \sqrt[n-m]{b_n/a_m} \approx t 2\pi f_1 / \sqrt[n-m]{K}.$$

При синтезе АУ по допустимым искажениям импульсных сигналов тоже используется метод аппроксимации.

1.7.1. Аппроксимация монотонными переходными функциями.

В прецизионных АУ, чтобы повысить точность воспроизведения сигналов, часто не допускаются выбросы на вершине переходной характеристики ($\varepsilon = 0$). В этом случае переходная характеристика аппроксимируется монотонной функцией, которая в простейшем случае в операторной форме можно представить в следующем виде:

$$h(s) = (-1)^n \prod_{k=1}^n \frac{s_k}{s - s_k} = \frac{1}{\prod_{k=1}^n (s \vartheta_k + 1)}, \quad (1.38)$$

где $s = p t_{\text{НОР}} = p \sqrt{b_n}$; $\vartheta_k = -1/s_k = \frac{\tau_k}{t_{\text{НОР}}}$ — нормированные величины оператора p , полюса p_k и постоянной времени τ_k . При такой нормировке $\prod_{k=1}^n \vartheta_k = 1$.

Полюсы s_k являются вещественными величинами, благодаря чему и обеспечивается монотонность функции. Отметим, что выражение (1.38) составлено без нулей не случайно. Дело в том,

что в АУ с монотонной характеристикой искажения фронта импульса становятся минимальной величиной, когда нули равняются вещественным полюсам. При выполнении этого условия множители в числителе сокращаются с множителями в знаменателе с полюсами такой же величины, что и соответствующие нули.

Задача синтеза сводится к определению нормированных значений постоянных времени ϑ_k по допустимым величинам времени задержки $t_{\text{зА}}$ и времени нарастания фронта $t_{\text{н}}$. Время задержки можно определить из приближенного уравнения

$$\frac{\vartheta_{\text{зА}}^n}{n! \prod_{k=1}^n \vartheta_k} \equiv \frac{1}{n!} \left(\frac{t_{\text{зА}}}{t_{\text{нор}}} \right)^n \approx 0,1,$$

которое получается из выражения (1.38) разложением в ряд по степеням $1/s$ с последующим переходом к нормированной времени ϑ . Учитывая, что произведение нормированных постоянных времени

$$\prod_{k=1}^n \vartheta_k = \frac{b_n}{t_{\text{нор}}^n} = 1,$$

получим*

$$t_{\text{зА}} \approx t_{\text{нор}} \sqrt[n]{0,1 n!} \approx \frac{1}{2\pi f_1} \sqrt[n]{0,1 n! K}. \quad (1.39)$$

Как видно из этой формулы, при заданных значениях коэффициента усиления K и добротности $k_{\text{Фр}} \approx 2\pi f_1$ время задержки можно ограничить соответствующим выбором порядка полинома n , который определяется количеством активных элементов. Поскольку более важным является уменьшение времени нарастания $t_{\text{н}}$, то, как правило, n определяют исходя из допустимой величины $t_{\text{н.доп}}$.

Время нарастания фронта монотонной переходной характеристики вида (1.38) можно определить из приближенной формулы

$$\vartheta_{\text{н}} = 2,2 \sqrt{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2 + \dots + \vartheta_k^2 + \dots + \vartheta_n^2}. \quad (1.40)$$

* Формула (1.39) дает заниженное значение $t_{\text{зА}}$, поэтому им можно пользоваться только для качественной оценки.

При заданном n можно указать множество монотонных функций с различными постоянными времени τ_k , которые удовлетворяли бы неравенству

$$\tau_H = 2,2 \sqrt{\sum_{k=1}^n \tau_k^2} \leq \tau_{H, \text{доп}} = \frac{t_{H, \text{доп}}}{t_{\text{НОР}}}.$$

Очевидно, что надо воспользоваться этой неоднозначностью для оптимизации, выбрав из этого множества те функции, которые обеспечивают минимальные искажения фронта.

Таким образом, задача оптимизации параметров оператора $h(s)$ сводится к определению минимума τ_H , т.е.

$$\min \tau_H = \min \left[2,2 \sqrt{\sum_{k=1}^n \tau_k^2} \right] \quad (1.41)$$

при следующих условиях:

$$\prod_{k=1}^n \tau_k = 1 \quad \text{и} \quad n = \text{const.}$$

Условный минимум (1.41) совпадает с минимумом функции

$$\mathcal{F} = \tau_H + \lambda \prod_{k=1}^n \tau_k = 2,2 \sqrt{\sum_{k=1}^n \tau_k^2} + \lambda \prod_{k=1}^n \tau_k,$$

который определяется из системы уравнений

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tau_k} \equiv (2,2)^2 \frac{\tau_k}{\tau_H} + \frac{\lambda}{\tau_k} \prod_{k=1}^n \tau_k = 0; \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Решением этой системы является равенство всех постоянных времени, т.е.

$$\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_k = \dots = \tau_n = \tau_{\text{опт}} = 1.$$

При выполнении этого условия искажение фронта оказывается минимальным, а переходная функция аппроксимируется оператором следующего вида:

$$H(p) = \frac{K}{(pt_{\text{НОР}} + 1)^n} \approx \frac{K}{[p^n \sqrt{K} / (2\pi f_1) + 1]^n}. \quad (1.42)$$

В нормированном виде эта функция определяется выражением

$$H(s) = \frac{K}{(s+1)^n}, \quad (1.43)$$

а время нарастания фронта для $n \geq 2$ - следующей формулой:

$$v_H = \lambda_{\Phi} \sqrt{n \left[1 + \sqrt{2 \left(1 - \frac{1}{n} \right)} \right]} \approx (2,38 \div 2,52) \sqrt{n} \quad (1.44)$$

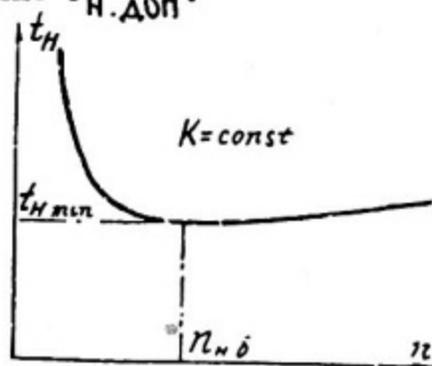
(числовые коэффициенты 2,38 и 2,52 соответствуют $n=2$ и $n=10$).
При $n=1$ $v_H = 2,2$.

От известного в литературе соотношения для времени нарастания фронта $v_H = 2,2 \sqrt{n}$ формула (1.44) отличается множителем $\sqrt{1 + \sqrt{2(1 - 1/n)}}$ и коэффициентом $\lambda_{\Phi} = 1,68 - 1,63$. Хотя получаемое уточнение для v_H не так существенно (7,6 и 12,7% соответственно при $n=2$ и $n=10$), однако оно приводит к заметному повышению точности определения коэффициента усиления K , так как $K \sim (v_H)^n$.

На основании выражения (1.44), получим

$$t_H = v_H t_{\text{нор}} = \frac{v_H}{k_{\text{фр}}} \pi \sqrt{K} = \frac{2,38 \div 2,52}{2\pi f_1} \sqrt{n} \pi \sqrt{K}. \quad (1.45)$$

При синтезе, ориентируясь на определенную элементную базу (т.е. считая $k_{\text{фр}} \approx 2\pi f_1$ заданной величиной), исходя из требуемого значения коэффициента усиления K , отыскивают такое целое число n , при котором время нарастания фронта t_H , определяемое выражением (1.45), не превышает допустимое значение $t_{H, \text{доп}}$.



При выборе степени n (определяемой количеством активных звеньев) следует иметь в виду, что при заданном коэффициенте усиления ($K = \text{const}$) с увеличением n время нарастания фронта t_H уменьшается, достигая минимальной величины $t_{H, \text{min}}$ при некотором наибольшем значении $n = n_{\text{нб}}$ (рис. 1.14). Однако, при последующем увеличении $n > n_{\text{нб}}$; время нараста-

Рис. 1.14. График зависимости $t_H = F(n)$ при $K = \text{const}$

ния фронта t_H растет. Очевидно, что при задании t_H необходимо ориентироваться на $n \leq n_{H\delta}$. Наибольшее значение $n_{H\delta}$ можно определить из выражения (1.45) как переменную, при которой t_H достигает экстремума. Логарифмируя функцию t_H ,

$$\ln t_H = \ln \left[\frac{1}{2\pi f_1} (2,38 \div 2,52) \right] + \frac{1}{2} \ln n + \frac{1}{n} \ln K,$$

а затем, дифференцируя по n и приравняв к нулю

$$\frac{\partial \ln t_H}{\partial n} = \frac{1}{2n} - \frac{1}{n^2} \ln K = 0, \text{ получим}$$

$$n_{H\delta} = 2 \ln K. \quad (1.46)$$

Из этого соотношения следует, что для заданного значения коэффициента усиления K время нарастания фронта t_H становится минимальным при оптимальном значении коэффициента усиления каждого звена

$$K_1 = \sqrt[n]{K} = \sqrt{e} \approx 1,65.$$

Соотношением (1.46) руководствуются при выборе числа звеньев n . При этом, прежде всего, по формуле (1.45) рассчитывают частоту единичного усиления при наибольшем значении $n_{H\delta}$:

$$f_{1 \min} = \frac{1,26}{\pi t_H} \sqrt{n_{H\delta}} \sqrt[n_{H\delta}]{K} = 0,66 \sqrt{\ln K} / t_H. \quad (1.47)$$

Затем выбирают элементную базу с частотой единичного усиления $f_1 > f_{1 \min}$. При этом чем больше будет f_1 по сравнению с $f_{1 \min}$, тем меньше окажется число активных звеньев. Практически число аperiodических активных звеньев n определяется следующим образом. Задаваясь первоначальным значением $n < n_{H\delta}$, по формуле (1.45) рассчитывают частоту единичного усиления

$$f_{1 \text{ рас}} \approx \frac{1,26}{\pi t_H} \sqrt[n]{K} \sqrt{n}.$$

Если для данного n расчетное значение частоты единичного усиления $f_{1 \text{ рас}}$ оказывается меньше f_1 для выбранной элементной базы, т.е. $f_{1 \text{ рас}} < f_1$, то следует произвести повторный расчет $f_{1 \text{ рас}}$ для меньшего числа n . Итерационную процедуру выбора n продолжают до того значения $n = n_1$, для

которого получается $f_{1pac} > f_1$. После этого выбирается число звеньев, равным предшествующему n_1 значению $n = n_1 + 1$.

В табл. 5 (см. приложение) приведены нормированные значения времени задержки τ_{3A} , времени нарастания фронта τ_H и коэффициента $\tau_H/\sqrt{\pi}$ для АУ, работающей в критическом режиме с передаточной функцией (1.43). Таблица составлена для n от 1 до 10. Для $n > 10$ (что на практике редко встречается) время нарастания фронта можно рассчитать по формуле (1.44), приняв $\lambda_\Phi = 1,63$ (погрешность приближенной формулы не превышает 2%).

АУ с монотонной переходной характеристикой, описываемой выражением (1.38), можно реализовать на апериодических звеньях, передаточная функция которых имеет только вещественные полюсы. Однако монотонную характеристику может иметь и АУ, содержащее звенья, передаточная функция которых имеет комплексно-сопряженные полюсы. Такое звено работает в колебательном режиме с выбросом на вершине импульса (иногда значительной амплитуды). При этом монотонную характеристику получают включением в АУ апериодических звеньев, сглаживающих выбросы. Таким образом, простейшее АУ с монотонной характеристикой указанного вида имеет передаточную функцию с двумя комплексно-сопряженными полюсами $S_{1,2} = -\sigma \pm j\omega$ и одним вещественным полюсом $S_3 = -\sigma_1$:

$$h(s) = \frac{1}{(s + \sigma - j\omega)(s + \sigma + j\omega)(s + \sigma_1)} = \frac{1}{(s^2 + 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2)(s + \sigma_1)}$$

Монотонную характеристику можно получить, выбрав $\sigma \geq \sigma_1$. Поскольку при заданном значении σ_1 с увеличением σ время нарастания фронта τ_H уменьшается, то из множества монотонных характеристик представляют интерес те из них, которые соответствуют предельного значения $\sigma = \sigma_1$. При этом передаточная функция 3-й степени определяется выражением

$$h(\tau) = 1 - \frac{\sigma}{\omega} e^{-\sigma \tau} \left(\frac{1}{\sigma^2 \omega} - \frac{\sigma}{\omega} \cos \omega \tau + \sin \omega \tau \right)$$

(при получении $h(\tau)$ принималось $\sigma = \sigma_1$ и учитывалось, что

$$\sigma_1(\sigma^2 + \omega^2) \equiv \sigma(\sigma^2 + \omega^2) = 1).$$

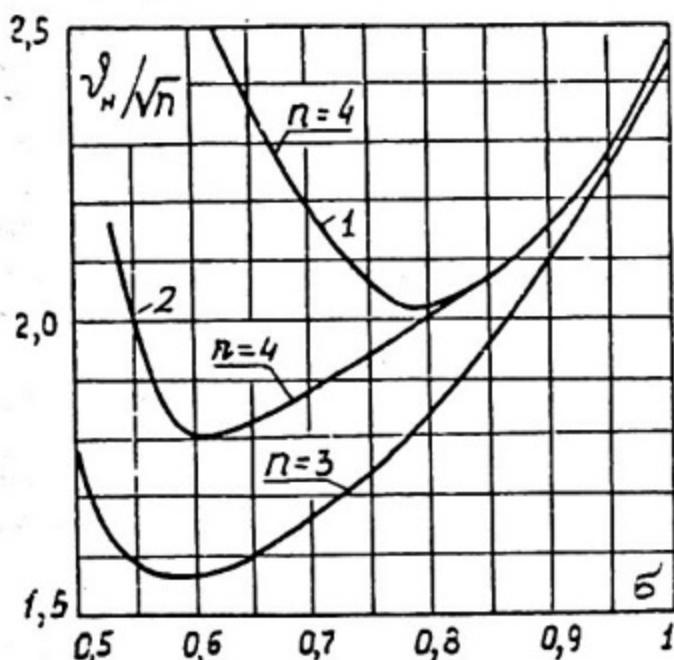


Рис. 1.15. Графики зависимости v_n/\sqrt{n} от b для монотонных переходных характеристик

Можно показать, что эта функция не имеет экстремумов (в точках, где $h'(v) = 0$, имеются точки перегиба). На рис. 1.15 показан график зависимости коэффициента v_n/\sqrt{n} от b . Для $n=3$ при $b = 0,6$ этот коэффициент, следовательно, и время нарастания фронта v_n оказываются минимальной величины: $(v_n/\sqrt{3})_{\min} = 1,57$; $v_{n \min} = 1,57\sqrt{3} = 2,72$. Эта же величина для АУ на апериодических звеньях ($b = b_1 = b_2 = 1$; $\omega = 0$) составляет $v_n = 4,23$. Таким образом, фронт уменьшается в $v_n/v_{n \min} = 1,56$ раз, что дает возможность при заданной величине t_n увеличить коэффициент усиления в $(1,56)^3 = 3,76$ раз. Столь заметное повышение коэффициента усиления есть результат перевода двух звеньев в колебательный режим с выбросом на вершине импульса $\xi = 19\%$. Эти звенья обеспечивают быстрое нарастание фронта, выброс же сглаживается третьим звеном, работающим в апериодическом режиме.

Передаточная функция четвертой степени

$$h(s) = \frac{1}{(s+b-j\omega)(s+b+j\omega)(s+b)^2} = \frac{1}{(s^2+2bs+b^2+\omega^2)(s+b)^2}$$

соответствующая монотонной характеристике

$$h(v) = 1 - \frac{1}{1-b^4} \left[1 + b^2 v - b^4 \left(\cos \omega v + \frac{b}{\omega} \sin \omega v \right) \right] e^{-bv},$$

при значении $\delta \approx 0,77$ позволяет уменьшить время нарастания фронта до величины $\vartheta_{H \min} = 2,03 \sqrt{n} = 4,06$ (см. график 1 для $n = 4$ на рис. 1.15), тогда как в критическом режиме $\vartheta_H = 4,93$. В данном случае отношение $\vartheta_H / \vartheta_{H \min} = 1,21$ меньше, чем при $n = 3$. Как и в предыдущем случае, выигрыш в коэффициенте усиления, составляющий 2,17, более заметен. Еще большее уменьшение ϑ_H можно получить, выбрав $\delta_1 > \delta$ (где δ_1 — абсолютное значение полюса одного из апериодических звеньев). На рис. 1.15 приведен график ϑ_H / \sqrt{n} для $\delta_1 = 2\delta$ (кривая 2 для $n = 4$), наглядно иллюстрирующий выигрыш в уменьшении ϑ_H . Из графиков на рис. 1.15 видно, что при малых значениях δ наблюдается резкое увеличение ϑ_H . Это объясняется приближением области перегиба (где переходная характеристика нарастает очень медленно) к уровню, меньшему 0,9. Поэтому при синтезе следует ориентироваться на параметры, соответствующие $\vartheta_{H \min}$.

В табл. 6 (см. приложение) приведены параметры монотонной передаточной функции с колебательными звеньями. В эту таблицу включены параметры для минимальной величины $\vartheta_{H \min}$.

Синтез передаточной функции производится в той же последовательности, что и при однопольных звеньях.

1.7.2. Аппроксимация немонотонными переходными функциями. При прочих равных условиях АУ, имеющее немонотонную переходную характеристику, обеспечивает меньшее время нарастания фронта t_H . В этом случае переходная характеристика импульсных АУ представляет кривую с выбросом на вершине апериодического или колебательного характера. Такие характеристики аппроксимируются немонотонными функциями.

Методика аппроксимации немонотонными функциями в общем виде не разработана. В литературе приводятся частные решения для сравнительно простых случаев, когда переходная функция определяется двумя-тремя полюсами. Для функций более высокого порядка известны результаты приближенных решений [3].

Передаточная функция второго порядка определяется операторным выражением следующего вида:

$$H_2(s) = \frac{K}{s^2 + d_1 s + 1}. \quad (1.48)$$

Здесь $s = p \sqrt{b_n} = p \sqrt{b_2}$ — нормированный оператор; $b_2 = K/k_{\text{ФР}}^2 \approx K/(2\pi f_1)^2$ — коэффициент при старшем члене p^2 ненормированного оператора, который определяется отношением коэффициента усиления K к квадрату импульсной добротности $k_{\text{ФР}}^2$ или круговой частоте единичного усиления $\omega_1^2 = (2\pi f_1)^2$.

В зависимости от значения коэффициента d_1 переходная характеристика, определяемая выражением (1.48), описывает следующие режимы работы АУ:

1) аperiodический режим — полюсы, определяемые корнями характеристического уравнения $s^2 + d_1 s + 1 = 0$:

$$s_{1,2} = -\frac{d_1}{2} \pm \sqrt{\frac{d_1^2}{4} - 1}, \quad (1.49)$$

неравные между собой вещественные величины. Такой режим имеет место при значениях коэффициента $d_1 > 2$;

2) критический режим — полюсы, определяемые корнями характеристического уравнения (1.49), равные между собой вещественные величины. Такой режим наступает при $d_1 = 2$;

3) колебательный режим — полюсы взаимно сопряженные, комплексные величины, что имеет место при значениях $d_1 < 2$.

Для аппроксимации немонокотонными переходными функциями годится только колебательный режим, так как первые два режима соответствуют монотонным процессам, рассмотренным в разделе 1.7.1.

В колебательном режиме переходная характеристика описывается функцией следующего вида:

$$h_2(\nu) = 1 - \left(\cos \omega \nu + \frac{\sigma}{\omega} \sin \omega \nu \right) e^{-\sigma \nu},$$

где $\sigma = \frac{d_1}{2}$; $\omega = \frac{1}{2} \sqrt{4 - d_1^2}$; $\nu = \frac{t}{\sqrt{b_2}} = k_{\text{ФР}} \frac{t}{\sqrt{K}} \approx 2\pi f_1 \frac{t}{\sqrt{K}}$.

Из этого выражения следует, что на вершине переходной характеристики образуются выбросы в виде затухающих колебаний синусоидальной формы. При этом амплитуда первого выброса, имеющего наибольшую величину,

$$\varepsilon = \exp\left(-\pi \frac{\sigma}{\omega}\right) = \exp\left(-\pi \frac{d_1}{\sqrt{4 - d_1^2}}\right). \quad (1.50)$$

Время нарастания фронта

$$\nu_H = \lambda_{\text{Ф}} d_1; \quad t_H = \nu_H \sqrt{b_2} = \frac{\nu_H}{k_{\text{ФР}}} \sqrt{K} \approx \frac{\lambda_{\text{Ф}} d_1}{2\pi f_1} \sqrt{K}. \quad (1.51)$$

Коэффициент $\lambda_{\text{Ф}}$ и ε определяются из графиков (см. рис. 1.6, а и б) или таблиц (см. табл. 7 в приложении). В первом приближении можно считать $\lambda_{\text{Ф}} = 1,55$.

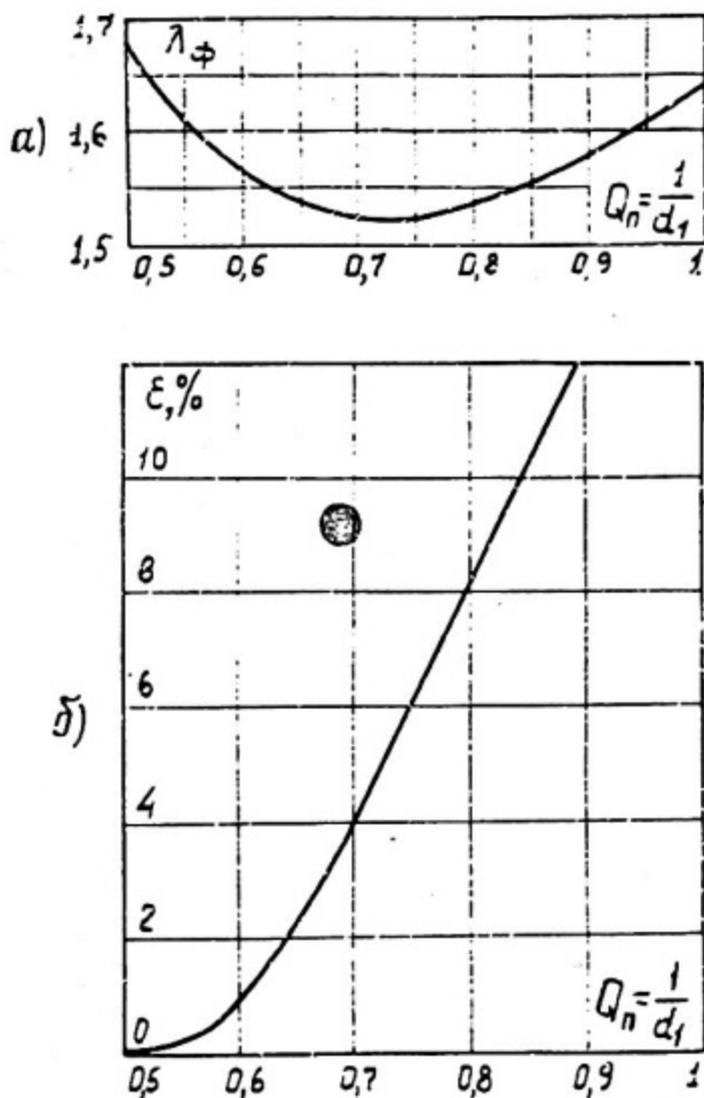


Рис. 1.16. Графики зависимости λ_ϕ (а) и ϵ (б) от добротности полюсов $Q_n = 1/d_1 = \sqrt{b_2/b_1}$

Таким образом, при аппроксимации переходной функции, исходя из допустимой величины ϵ , на основании выражения (1.50) рассчитывают коэффициент d_1 по формуле

$$d_1 = 2 / \sqrt{1 + (\pi / \ln \frac{1}{\epsilon})^2}. \quad (1.52)$$

Затем проверяют, соответствует ли частота единичного усиления выбранной элементной базы к расчетной величине этой частоты, определяемой из выражения (1.51):

$$f_{1 \text{ рас}} = \frac{\lambda_\phi d_1}{2\pi t_H} \sqrt{K} = \lambda_\phi \sqrt{K} / [\pi t_H \sqrt{1 + (\pi / \ln \frac{1}{\epsilon})^2}]. \quad (1.53)$$

Если $f_{1pac} < f_1$, то, подсчитав числовое значение d_1 , рассчитанное по формуле (1.52) в выражение (1.48), считают синтез переходной функции завершённой. Если же f_{1pac} получается больше f_1 , то реализация АУ на данной элементной базе возможна при большем числе активных элементов, что связано с необходимостью увеличения степени операторного полинома.

Аппроксимация немонотонной характеристики переходной функции третьей степени производится на основании операторного выражения

$$H_3(s) = \frac{K}{s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + 1} = \frac{K}{(s^2 + 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2)(s + \sigma_1)} \quad (1.54)$$

Здесь $s_1 = -\sigma_1$ — значение вещественного корня характеристического уравнения

$$s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + 1 = 0;$$

— σ и ω — значения вещественной и мнимой составляющих комплексно сопряженных корней:

$$s_2 = -\sigma + j\omega; \quad s_3 = -\sigma - j\omega;$$

$$s = p \sqrt[3]{b_3} = p \sqrt[3]{K/k_{\text{ФР}}} \approx p_2 \frac{\sqrt[3]{K}}{2\pi f_1} - \text{нормированный оператор.}$$

Переходная функция (1.54) имеет две степени свободы, что связано с наличием двух коэффициентов d_1 и d_2 . Это обстоятельство позволяет, помимо аппроксимации, производить и оптимизацию. При этом одну из этих степеней свободы (например коэффициент d_1) можно использовать при аппроксимации для ограничения выброса ξ до допустимого уровня $\xi_{\text{доп}}$, а вторую — для оптимизации параметров оператора. Отметим, что при аппроксимации переходной функции второй степени (1.48) оптимизация невозможна, так как единственная степень свободы, определяемая коэффициентом d_1 , использовалась для ограничения выброса $\xi \leq \xi_{\text{доп}}$.

Оптимальная переходная характеристика, соответствующая наименьшей длительности фронта τ_n , получается при тех значениях коэффициентов d_1 и d_2 , когда переходная характеристика описывается равноволновой функцией, т.е. функцией, у которой первый ξ_1 и второй ξ_2 разнополярные выбросы оказываются одинаковой величины. В табл. 8 приложения приведены значения σ , ω и σ_1 в зависимости от ξ для оптимальной передаточной функции.

Для аппроксимации переходной характеристики функцией третьей степени, исходя из допустимой величины выброса определяют табулированные значения ϑ_H , δ , ω и b_1 (см. табл. 8). Далее проверяют по формуле $f_{1pac} = \vartheta_H \sqrt[3]{K} / (2\pi \cdot t_H)$ не превышает ли f_{1pac} частоту единичного усиления f_1 выбранной элементной базы. Для случая $f_{1pac} < f_1$ подставляют значения b_1 , δ и ω в выражение (1.54) и на этом математический синтез завершается.

При синтезе передаточных функций со степенью $n > 4$ необходимо иметь в виду следующие возможные варианты, связанные с двумя совершенно отличных друг от друга способа синтеза. Первый из них проводится при так называемой равномерной коррекции, второй — при взаимной коррекции звеньев [3].

В первом случае передаточная функция представляется в виде произведения функций второй степени с одинаковыми параметрами, т.е.

$$H_{2N} = \prod_{i=1}^N \frac{K_i}{b_{2i}p^2 + b_{1i}p + 1} = \frac{K_1^N}{(b_2p^2 + b_1p + 1)^N}, \quad (1.55)$$

где K_i и K_1 — коэффициент усиления; b_{2i} , b_2 , b_{1i} , b_1 — параметры передаточной функции i -го звена. Аналоговое устройство, описываемое такой функцией, состоит из звеньев второго порядка с одинаковыми параметрами (равными друг другу временами нарастания фронта t_{H1} , выбросами ϵ и т.д.).

При взаимной коррекции часть звеньев перекоорректируется (т.е. работают с выбросами, превышающими допустимое значение $\epsilon_{доп}$), а часть — недокорректируется (работают без выбросов) так, чтобы АУ в целом работал при выбросе, не превышающем $\epsilon_{доп}$. Импульсы с большими выбросами, поступая на вход недокорректированных звеньев, способствуют сокращению длительности фронта на выходе указанного звена. Одновременно уменьшается и амплитуда выброса; она сглаживается недокорректированным звеном. При этом передаточная функция также определяется произведением отдельных звеньев, отличных друг от друга параметрами.

Рассмотрим синтез передаточной функции при равномерной коррекции, нормировав ее заменой p на $s = p\sqrt{b_2}$:

$$H_{2N}(s) = \frac{K_1^N}{(s^2 + d_\epsilon s + 1)^N} = \frac{K}{(s^2 + 2\delta s + \delta^2 + \omega^2)^N}. \quad (1.56)$$

Здесь $d_\epsilon = \frac{b_1}{\sqrt{b_2}}$; $\delta = \frac{d_1}{2}$; $\omega = \frac{1}{2} \sqrt{4 - d_\epsilon^2}$; $\delta^2 + \omega^2 = 1$; $K = K_1^N$.

Для реализации синтеза необходимо установить функциональные зависимости нормированного времени нарастания ϑ_H и выброса ε от параметров (d_ε и N) оператора $H_{2N}(s)$. Решение этой задачи на основании оригинала операторного выражения (1.56) связано с громоздкими расчетами. Эту процедуру можно существенно упростить, если на основании методики упрощения передаточных функций, с которой можно ознакомиться в монографии [3] (см. раздел 1.4), представить функцию (1.56) приближенным выражением

$$H_{2N}(s) \approx K \frac{\exp(-st_{30})}{b_{2np} s^2 + b_{1np} s + 1} \quad (1.57)$$

Здесь $b_{2np} = \sqrt{N[1+2(N-1)(\frac{d_\varepsilon^2}{2}-1)^2]}$; $b_{1np} = \sqrt{2N(\frac{d_\varepsilon^2}{2}-1)+2b_{2np}}$;
 $t_{30} = Nd_\varepsilon - b_{1np}$.

Сравнив приближенное соотношение (1.57) с (1.48) и введя коэффициент $d_{1np} = b_{1np}/b_{2np}$, можно определить выброс и нормированное время нарастания по формулам

$$\varepsilon = \exp\left(-\pi d_{1np} / \sqrt{4 - d_{1np}^2}\right);$$

$$\vartheta_H \approx b_{1np}; \quad t_H = \vartheta_H \sqrt{b_2} = \frac{\vartheta_H}{k_{\text{фр}}} \sqrt{K_1} \approx \frac{\vartheta_H}{2\pi f_1} \sqrt{K_1}.$$

Последнее соотношение целесообразно представить в следующем виде:

$$t_H \approx \frac{\lambda_\phi}{2\pi f_1} \sqrt{2N\left(\frac{d_\varepsilon^2}{2}-1\right)+2\sqrt{N[1+2(N-1)(0,5d_\varepsilon^2-1)^2]}} \sqrt{K}. \quad (1.58)$$

Здесь коэффициент $\lambda_\phi = 1,68 \div 1,52$ определяется из графика на рис. 1.16, а в зависимости от величины $Q_n = 1/d_{1np}$;

$$f_1 = \frac{k_{\text{фр}}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_1/b_2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{2N K/b_{2N}}$$

частота единичного усиления одного звена; $K = K_1^N$, $b_{2N} = b_2^N$ - параметры оператора $H_{2N}(s)$ в целом.

При $d_\varepsilon = 2$ выбросы не образуются, время нарастания, определяемое формулой

$$t_H = \frac{\lambda_{\Phi}}{2\pi f_1} \sqrt{2N \left(1 + \sqrt{2 - \frac{1}{N}}\right)} \sqrt[2N]{K} = 0,378 \sqrt{N \left(1 + \sqrt{2 - \frac{1}{N}}\right)} \frac{\sqrt[2N]{K}}{f_1}$$

оказывается наибольшей величины. С уменьшением d_{ε} амплитуда выброса растет, время нарастания фронта уменьшается. На рис. 1.17 представлены графики зависимости величины выбросов ε от добротности полюсов $Q_n = 1/d_{\varepsilon}$ (ε - рассчитан по точным выражениям для $H_{2N}(s)$ при $N = 1, 2, 3, 4$). При значениях $d_{\varepsilon} > 1,65$ ($Q_n < 0,6$) амплитуда выброса изменяется незначительно с увеличением числа звеньев N , в начале она уменьшается с ростом N . При некотором значении d_{ε} выброс оказывается одинаковой величины для звеньев числом N и $N+1$ (см. графики на рис. 1.17, а). Выброс, величина которого не меняется с изменением числа звеньев или каскадов, принято называть критическим. Начиная с некоторого значения d_{ε} с увеличением числа звеньев N выброс растет. При значениях $d_{\varepsilon} < \sqrt{2}$, соответствующих добротности полюсов $Q_n > 0,7$, наблюдается заметное увеличение амплитуды выброса ε с увеличением числа звеньев N . Поэтому на практике коэффициент d_{ε} выбирают,

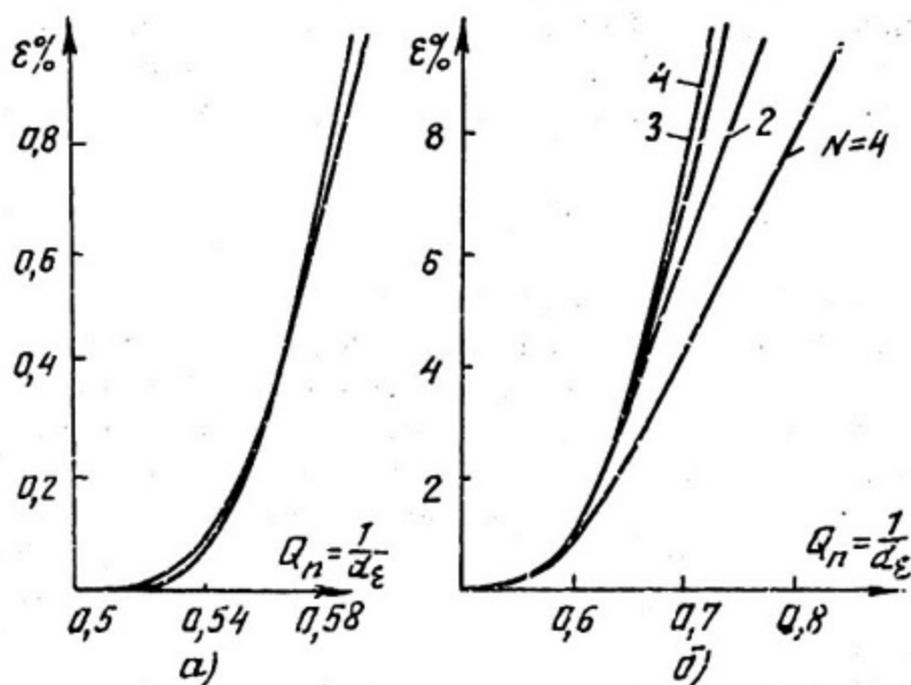


Рис. 1.17. Графики зависимости величины выбросов от добротности полюсов $Q_n = 1/d_{\varepsilon}$ для передаточной функции (1.56)

исходя из условия $Q_{\Pi} \leq 0,7$ ($d_{\varepsilon} \geq \sqrt{2}$), при выполнении которого амплитуда выброса не превышает 10%. Такой выбор параметров оператора $H_{2N}(p)$ оправдан по следующим причинам. Во-первых, при работе АУ с коэффициентом $d_{\varepsilon} < \sqrt{2}$ происходит заметное увеличение выброса при незначительных изменениях параметров звеньев. Поэтому в этом режиме АУ оказывается критичным к разбросу и изменению параметров усилительных секций и АИМС. Во-вторых, при ограничении коэффициента d_{ε} вблизи значения $d_{\varepsilon} = \sqrt{2}$ время нарастания фронта t_H на выходе промежуточно-го усилителя не очень заметно возрастает по сравнению со случаем $d_{\varepsilon} < \sqrt{2}$.

Из приближенного выражения (1.58) следует, что при $d_{\varepsilon} = \sqrt{2}$ время нарастания фронта

$$t_H = \frac{\lambda_{\Phi}}{\sqrt{2} \pi f_1} 4 \sqrt{N} \sqrt[2N]{K} = \frac{0,344}{f_1} 4 \sqrt{N} \sqrt[2N]{K} = t_{H1} \sqrt[4]{N}, \quad (1.59)$$

где $t_{H1} = 0,344 \sqrt{K_1} / f_1$ — время нарастания фронта на выходе одного звена при $d_{\varepsilon} = \sqrt{2}$.

Как отмечалось (см. рис. 1.14), с увеличением числа звеньев (при ограничении коэффициента усиления K на заданном уровне) удается уменьшить искажения фронта до некоторой минимальной величины $t_{H \min}$. Так же, как и при монотонных характеристиках (см. раздел 1.7.1) уменьшение t_H наблюдается до некоторого наибольшего числа звеньев $N_{\text{нб}}$, которое определяется формулой

$$N_{\text{нб}} = 2 \lg K. \quad (1.60)$$

При синтезе ориентируются на $N < N_{\text{нб}}$.

Приближенные соотношения позволяют рассчитать время нарастания t_H с погрешностью, не превышающей единицы процента, выбросы же — со значительно большей погрешностью. При синтезе оператора $H_{2N}(p)$ такая точность для t_H более чем достаточна (требуемые уточнения обычно производятся на этапе анализа). Более точные данные, необходимые для синтеза оператора $H_{2N}(s)$ при равномерной коррекции, приведены в табл. 9 приложения. Они получены на ЭВМ.

Лучшие результаты получаются при взаимокоррекции; при заданных величинах коэффициента усиления K , выброса ε в АУ с взаимокоррекцией время нарастания t_H оказывается меньшей величины, чем в АУ с равномерной коррекцией (разумеется, при

одинаковых N). Однако синтез таких схем более сложный. Этим объясняется то, что теория АУ с взаимокоррекцией разработана недостаточно полно. В пособии представлены результаты расчетов на ЭВМ для передаточной функции вида

$$H_{2N}(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^N (s^2 + sd_{1i} + d_{0i})} = \frac{K}{\prod_{i=1}^N (s^2 + 2\sigma_i s + \sigma_i^2 + \omega_i^2)}, \quad (1.61)$$

где $s = p \sqrt{b_{2N}} = p \sqrt{\prod_{i=1}^N b_{2i}}$ — нормированный оператор, которому соответствует относительное время $\vartheta = t/t_{\text{нор}} = t / \sqrt{b_{2N}}$; $b_{2N} = \prod_{i=1}^N b_{2i}$ —

коэффициент при старшем члене p^{2N} ненормированного полинома в знаменателе передаточной функции, состоящей из произведения вида (1.55) с параметрами b_{2i} и b_{1i} ; $d_{0i} = \sqrt{b_{2N}/b_{2i}}$; $d_{1i} = b_{1i} \sqrt{b_{2N}/b_{2i}}$ — коэффициенты в знаменателе нормированной передаточной функции i -го звена, абсолютные значения действительной и мнимой частей полюсов которой определяются соотношениями

$$\sigma_i = \frac{d_{1i}}{2}; \quad \omega_i = \frac{1}{2} \sqrt{4d_{0i} - d_{1i}^2}; \quad \prod_{i=1}^N (\sigma_i^2 + \omega_i^2) = 1.$$

Параметры, необходимые для синтеза оператора $H_{2N}(s)$ при взаимокоррекции, указаны в табл. 10.

В заключение рассмотрим порядок синтеза немонотонной переходной функции по следующим исходным данным: заданной величине коэффициента усиления K и допустимым значениям времени нарастания t_H и выброса \mathcal{E} .

При синтезе, ориентируясь на определенную элементную базу (т.е. считая известной частоту единичного усиления f_1), задаются степенью передаточной функции n или числом звеньев N , затем по таблицам определяют нормированное значение времени нарастания ϑ_H . На основе этих данных рассчитывают требуемое значение частоты единичного усиления по формуле

$$f_{1 \text{ рас}} \approx \frac{\vartheta_H}{2\pi t_H} \sqrt[n]{K}. \quad (1.62)$$

Для колебательных звеньев второго порядка $n = 2N$.

Если для данного n частота единичного усиления выбранной элементной базы $f_1 < f_{1 \text{ PAC}}$, то, увеличив n , производят повторный расчет $f_{1 \text{ PAC}}$ до тех пор, пока $f_1 > f_{1 \text{ PAC}}$. Если же для первоначального значения n получается $f_1 > f_{1 \text{ PAC}}$, то, уменьшая n итерацией, уточняют его значение.

Для окончательного значения n или $N = n/2$ составляют операторное выражение для переходной функции в виде (1.54) для $n = 3$, (1.56) или (1.61) соответственно при равномерной или неравномерной коррекции. Конкретные параметры (коэффициенты d_{2i} , d_{1i} и т.д. или b_i , ω_i) оператора $H_n(s)$ берутся из соответствующих таблиц.

При синтезе следует ориентироваться на меньшее значение выброса ξ , чем допустимое, так как влияние недоминирующих полюсов (которые на этапе синтеза, как правило, не учитываются) обычно приводит к увеличению амплитуды выбросов. Следует ограничить также добротность полюсов Q_{Π} , поскольку с ростом Q_{Π} возрастает чувствительность АУ к разбросу и нестабильности параметров схемы. Желательно ограничить добротность в пределах $Q_{\Pi} \leq \sqrt{2} \approx 0,7$.

1.8. Аппроксимация переходной функции в области больших времен

Переходная функция в области больших времен (низших частот) синтезируется так же, как в области малых времен, исходя из допустимых искажений выходного сигнала, определяемых соотношением (1.35). Искажения низкочастотной части спектра сигнала, которые проявляются в области больших времен в виде спада плоской вершины импульса и образования выбросов и выбегов (рис. 1.18), обусловлены действием разделительных вспомогательных элементов — конденсаторов и трансформаторов, включаемых между каскадами и АИМС и блокирующих конденсаторов, шунтирующих цепи смещения. Указанные искажения являются результатом изменения потенциальной энергии конденсаторов и трансформаторов, что приводит к уменьшению усиления сигналов.

Процесс перераспределения энергии в конденсаторах и трансформаторах продолжается и после прекращения входного импульса $\mathcal{X}_{\text{BX}}(t)$, так как требуется определенное время для рассеяния накопленной энергии. Переходный процесс, следующий за входным импульсом, приводит к появлению ложных сигналов, так называемых выбросов и выбегов на выходе АУ (см. рис. 1.18). Действительно, после прекращения входного импульса $\mathcal{X}_{\text{BX}}(t)$ продолжи-

тельностью t_u для промежутков времени $t > t_u$ согласно выражению (1.35) на выходе АУ появляется сигнал

$$\Delta y_{\text{вых}}(t) = K \int_0^{t_u} x_{\text{вх}}(\xi) h'(t-\xi) d\xi.$$

Выбросы и выбеги, вообще, зависят как от параметров вспомогательных элементов, так и от формы и продолжительности входных импульсов $x_{\text{вх}}(t)$.

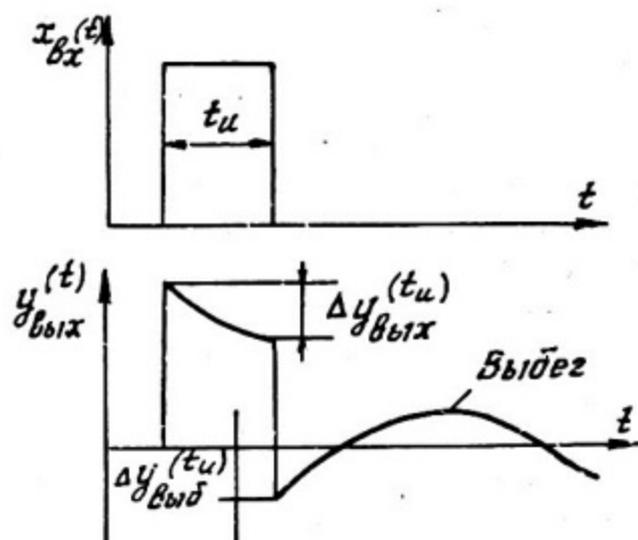


Рис. 1.18. Эпюра выходного сигнала АУ для иллюстрации искажений в области больших времен входного импульса прямоугольной формы

Совершенно очевидно, что если до прекращения выбросов и выбегов на вход АУ подаются последующие сигналы, то они будут дополнительно искажены выбросами и выбегами от предшествующих сигналов. Так, если после сигналов $x_{\text{вх}1}(t)$ с продолжительностью t_u на вход АУ поступает импульс $x_{\text{вх}2}(t)$, то в моменты времени $t = t_u + t'$ искажения на выходе АУ

$$\Delta y_{\text{вых}}(t) = K \int_0^{t_u} x_{\text{вх}1}(\xi) h'(t_u + t' - \xi) d\xi + K \int_{t_u}^{t_u + t'} x_{\text{вх}2}(\xi) h'(t_u + t' - \xi) d\xi.$$

Из этого соотношения следует, что искажения последующего импульса складываются из выбросов и выбегов $\Delta y_{\text{вых}1}(t) = K \int_0^{t_u} x_{\text{вх}1}(\xi) h'(t)$

$x(t_u + t' - \xi) d\xi$ и собственных искажений усиливаемого в данный момент импульса

$$\Delta y_{\text{вых}2}(t') = K \int_{t_u}^{t_u+t'} x_{\text{вх}2}(\xi) h'(t_u + t' - \xi) d\xi = K \int_0^{t'} x_{\text{вх}2}(\eta) h'(t - \eta) d\eta.$$

Выбеги и выбросы $\Delta y_{\text{вых}1}(t')$ всецело определяются предшествующими сигналами $x_{\text{вх}1}(t)$, причем как величина, так и форма этих искажений не изменяются с появлением новой последовательности сигналов $x_{\text{вх}2}(t)$. Совершенно также собственные искажения последующих сигналов $\Delta y_{\text{вых}2}(t')$ не зависят от предшествующих сигналов.

Из всего этого следует, что суммарные искажения сигналов в области больших времен зависят от параметров АУ, от формы и длительности усиливаемых сигналов, а также от амплитуды и закона распределения во времени предшествующих импульсов. Следовательно, искажения сигналов одной и той же формы и длительности могут быть разными в зависимости от предшествующих сигналов. Поэтому задача определения искажений сигналов в области больших времен обширна и многообразна. Решение этой задачи значительно упрощается при представлении переходной функции степенным рядом, позволяющим определить искажения импульсов произвольной формы с требуемой точностью.

При таком подходе математический синтез начинается с представления нормированной передаточной функции в виде ряда Маклорена по степеням времени t :

$$h(t) = \sum_{q=0}^{\infty} c_q \frac{t^q}{q!} = c_0 + c_1 t + c_2 \frac{t^2}{2!} + \dots + c_q \frac{t^q}{q!} + \dots \quad (1.63)$$

Представление передаточной функции $h(t)$ степенным рядом (1.63) примечательно тем, что коэффициенты разложения c_q связаны с соответствующими коэффициентами операторного выражения нормированной переходной функции, которое в области больших времен имеет следующий вид:

$$h(p) = \frac{p^n + a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} + \dots + a_{n-l} p^{n-l}}{p^n + b_{n-1} p^{n-1} + b_{n-2} p^{n-2} + \dots + b_1 p + b_0}. \quad (1.64)$$

Можно показать [3], что коэффициенты c_q определяются следующей формулой:

$$c_q = a_{n-q} - \sum_{k=0}^{q-1} c_k b_{n-q+k}. \quad (1.65)$$

В частности, коэффициенты при t и t^2 : $c_1 = a_{n-1} - b_{n-1}$;
 $c_2 = a_{n-2} - b_{n-2} - b_{n-1} (a_{n-1} - b_{n-1})$.

Если представить переходную функцию в виде ряда (1.63), то искажения сигнала любой формы $x_{вх}(t)$ будут определяться выражением

$$\Delta y_{вых}(t) = K \sum_{q=1}^{\infty} c_q \int x_{вх}(\xi) \frac{(t-\xi)^{q-1}}{(q-1)!} d\xi < \Delta y_{вых.доп}(t). \quad (1.66)$$

Математический синтез сводится к определению значений коэффициентов разложения c_q , удовлетворяющих неравенству (1.66). После чего на основании выражений (1.65), связывающих c_q с коэффициентами a_j и b_i передаточной функции, определяют значения последних и составляют передаточную функцию.

В большинстве практических случаев при определении собственных искажений сигналов оказывается достаточным использованием первых двух членов степенного ряда (1.63), т.е.

$$\Delta y_{вых}(t) \approx K \left\{ (a_{n-1} - b_{n-1}) \int_0^t x_{вх}(\xi) d\xi + [a_{n-2} - b_{n-2} - b_{n-1} \times \right. \\ \left. \times (a_{n-1} - b_{n-1}) \int_0^t (t-\xi) x_{вх}(\xi) d\xi \right\}. \quad (1.67)$$

Этой же приближенной формулой определяется первый выброс, который появляется по окончании входного сигнала. При этом амплитуда этого выброса $\Delta y_{выб}(t_u) = -\Delta y_{вых}(t_u)$. Последующие выбросы и выбеги определяются более сложными соотношениями, так как для их расчета требуется большее число членов степенного ряда (1.63).

Таким образом, для математического синтеза передаточной функции АУ в области больших времен на основании представления передаточной функции в степенной ряд (1.63) составляют систему уравнений вида (1.66) для собственных искажений сигналов, выбросов и выбегов. На основании этой системы уравнений определяют числовые значения коэффициентов a_j и b_i передаточной функции (1.64). При этом почти всегда число уравнений оказывается меньше числа неизвестных коэффициентов, что создает условия для оптимизации передаточной функции, т.е. выбора из множества передаточных функций ту, которая обеспечивает меньшие искажения в области больших времен. Уменьшение этих искажений связано с применением корректирующих конденсаторов в цепях питания каскадов или каналах обратной связи. В настоящее время корректирующие конденсаторы применяются редко, по-

этому нет смысла рассматривать особенности синтеза оптимальной передаточной функции в области больших времен. Желающие могут ознакомиться с этой техникой по материалам главы IX монографии [3].

В современных разработках для реализации АУ в большинстве случаев используют аналоговые ИМС, состоящие из каскадов с непосредственными связями. Поскольку внутри микросхемы нет ни разделительных элементов, ни блокирующих конденсаторов, то в ней не возникают искажения сигналов в области больших времен. Такие искажения возникают в случае включения разделительных конденсаторов в цепях соединения ИМС с источником сигналов, нагрузкой, с последующей ИМС и т.д. Разумеется, разделительные конденсаторы нельзя включать в указанные цепи, если АУ предназначено для воспроизведения как переменных составляющих сигналов, так и постоянных. Однако если АУ используется для усиления или преобразования только переменных составляющих сигналов, то включение конденсатора к выходу ИМС для разделения по постоянному току нагрузки или входной цепи последующей ИМС целесообразно. В этом случае отпадает необходимость решения целого ряда проблем, связанных с дрейфом выходного напряжения АИМС, так как разделительный конденсатор предотвращает передачу дрейфового сигнала с выхода АИМС в последующие цепи вследствие того, что эти сигналы изменяются настолько медленно, что не пропускаются разделительным конденсатором.

При использовании небольшого числа разделительных конденсаторов искажения в области больших времен с достаточной точностью определяются приближенным соотношением (1.67), которое было получено с учетом двух членов разложения (1.63). При этом если в цепи передачи сигналов обратной связи не включены конденсаторы, то все коэффициенты a_j в числителе (1.64) равны нулю, поэтому синтез производится на основании следующего неравенства:

$$\Delta y_{\text{вых}}(t) \approx -K \left[b_{n-1} \int_0^t x_{\text{вх}}(\xi) d\xi + (b_{n-2} - b_{n-1}^2) \int_0^t x_{\text{вх}}(\xi) \times (t - \xi) d\xi \right] < \Delta y_{\text{вых.доп}} \quad (1.68)$$

Если разделительные конденсаторы оказываются в цепях, охваченных обратной связью, то возможно самовозбуждение АУ в области низких частот (даже если в канале обратной связи нет разделительных конденсаторов). Поэтому параметры таких схем

должны, прежде всего, удовлетворять условиям устойчивости, которые наряду с неравенством (1.68) образуют систему уравнений, определяющих коэффициенты b_k . На синтез влияет и другая особенность АУ с обратной связью — возможность возникновения низкочастотных колебаний после окончания импульсного воздействия на входе АУ. Усилитель, содержащий разделительные конденсаторы в петле обратной связи, и в области больших времен может работать в колебательном режиме, когда корни характеристического уравнения — комплексные величины. Последствием такого режима работы является заметное превышение амплитуды выбегов над величиной искажений самих импульсов. Эти непрерывные колебания низкой частоты в АУ с обратной связью возникают из-за передачи по каналу обратной связи части выходной энергии на вход. Чтобы исключить возникновение таких колебаний или уменьшить их амплитуду, необходимо ускорить затухание паразитных колебаний в петле обратной связи. К числу таких колебаний относятся также выбеги, которые появляются после воздействия импульсов. Поэтому условие

$$a_{n-2} - b_{n-2} + b_{n-1} (b_{n-1} - a_{n-1}) > 0, \quad (1.69)$$

исключающее нарастание выбегов на выходе АУ, практически обеспечивает аperiodический режим работы АУ.

Наиболее эффективным способом устранения указанных недостатков является полное исключение разделительных цепей в петле обратной связи. При необходимости, разделительные конденсаторы включают так, чтобы они не оказались в петле обратной связи. Если включение разделительного конденсатора на выходе АИМС неизбежно (например, для предотвращения передачи дрейфа выходного напряжения в последующие цепи), то сигнал обратной связи надо снять непосредственно с выхода АИМС до разделительного конденсатора. Такое подключение цепи обратной связи целесообразно также и потому, что при этом охватывается обратной связью и постоянная составляющая выходного напряжения, что способствует уменьшению его дрейфа.

Если невозможно вынести разделительные конденсаторы из петли обратной связи, то необходимо стремиться к уменьшению их числа до одного, а в крайнем случае — до двух. В последнем случае при глубокой обратной связи условие (1.69) выполняется только тогда, когда постоянные времени заряда разделительных конденсаторов оказываются существенно разными, что не так просто реализовать на практике.

Как видим, при составлении передаточной функции АУ в области больших времен математический синтез переплетается с

схемотехническим; требуется определить места включения разделительных конденсаторов, уменьшить по возможности их число и т.д. При синтезе в области малых времен такая возможность исключена, так как искажения определяются паразитными элементами

Контрольные вопросы по первой главе

1. Какими понятиями теории множеств пользуются при синтезе АУ?
2. В чем суть математического синтеза электронных устройств и как он формулируется?
3. Как решаются основные проблемы синтеза: аппроксимация, оптимизация и корректность решения?
4. Какими характеристиками АУ определяется точность воспроизведения входного сигнала на его выходе и как при их помощи определяют искажения сигнала?
5. Укажите особенности АЧХ фильтров нижних (ФНЧ), верхних (ФВЧ) частот и полосовых фильтров.
6. В чем суть оптимизации в пространстве параметров оператора?
7. Составьте план аппроксимации АЧХ полиномами Баттерворта и Чебышева для ФНЧ. В чем их отличие?
8. Каким образом из частотных характеристик прототипа ФНЧ можно получить характеристики ФВЧ и ПФ?
9. Как составляются передаточные функции ФНЧ и ПФ и как связаны полюсы этих функций с полюсами прототипа ФНЧ?
10. К чему сводится синтез АУ по требованиям к его переходной характеристике? Как при этом определяются коэффициенты a_i и b_k передаточной функции?
11. Какими параметрами при усилении или преобразовании импульсных сигналов аналоговыми устройствами определяются искажения этих сигналов в области малых времен?
12. К чему сводится задача синтеза передаточной функции АУ в области малых времен? Какие исходные данные требуются при этом и как они используются для синтеза?
13. Как производится оптимизация параметров оператора при монотонной переходной характеристике?
14. Какие режимы работы АУ Вы знаете, в чем их отличие?
15. Какие данные Вам необходимо знать для аппроксимации немонотонными переходными функциями, и как проводится эта процедура?
15. Можете Вы самостоятельно составить план синтеза немонотонной переходной функции при равномерной коррекции и взаимокоррекции?

Глава 2. СХЕМОТЕХНИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЭЛЕКТРОННЫХ АНАЛОГОВЫХ УСТРОЙСТВ

2.1. Этапы схемотехнического синтеза

Схемотехнический синтез или синтез электронной схемы, суть которого заключается в составлении электрошной цепи, соответствующей заданной математической модели, выполняется в два этапа. Первый из них называется структурным синтезом, а второй – параметрическим.

На этапе структурного синтеза, исходя из передаточной функции, которая была получена на стадии математического синтеза, устанавливается схема АУ, состоящая из соответствующих элементов и звеньев, на основе которых можно реализовать АУ с заданными характеристиками. Как правило, структурный синтез реализуется эвристическим способом.

На этапе параметрического синтеза, основываясь на системе уравнений, связывающих коэффициенты полиномов передаточной функции с параметрами реализуемой схемы с коэффициентами передаточной функции, полученной на стадии математического синтеза, определяют параметры активных звеньев, пассивных элементов, цепей обратных связей, корректирующих цепей и т.д., обеспечивающие реализацию АУ с заданными характеристиками.

Схемотехнический синтез переплетается с завершающей процедурой – анализом, целью которого является установление варианта схемы, обладающего наименьшей чувствительностью к разбросу, нестабильности параметров элементов схемы и превосходящего остальные варианты по технологическим, масс-габаритным и экономическим показателям. Таким образом, наряду с верификацией [2], т.е. анализом, с целью установления соответствия синтезированной схемы к требованиям ТЗ, производится оптимизация как структуры схемы, так и параметров элементов. Первая из этих операций производится при структурной верификации, когда анализируются различные варианты синтезированных структурных схем (для выбора оптимальной из них). Вторая операция реализуется при параметрической верификации, когда анализируются синтезированные схемы с целью оптимизации параметров элементов схемы, а также учета влияния параметров, которые не были учтены при упрощении синтеза.

2.2. Основные элементы аналоговых устройств и их характеристики

Основными элементами АУ прежде всего являются активные элементы. В качестве таких элементов при дискретной реализации АУ используются усилительные каскады, которые в области малых времен (высших частот) характеризуются передаточной функцией первой степени:

$$H(p) = \frac{K}{p\tau_g + i} \quad (2.1)$$

Здесь K — коэффициент усиления по напряжению или по току, а иногда крутизна характеристики каскада; τ_g — постоянная времени в области высших частот, характеризующая инерционность каскада.

В настоящее время в качестве активных элементов наиболее часто применяют аналоговые ИМС, представляющие собой многополосные усилительные звенья. В реальных условиях учитывать все полюсы и нули практически невозможно, поэтому на первом этапе синтеза принимаются во внимание из них только доминирующие. Современные АИМС разработаны и реализованы с таким расчетом, чтобы доминирующими были не более двух полюсов, что и является основанием для использования приближенной передаточной функции второй степени:

$$H(p) = \frac{K_{\text{ИМС}}}{p^2 b_{2\text{ИМС}} + p b_{1\text{ИМС}} + 1} \quad (2.2)$$

где $K_{\text{ИМС}}$ — коэффициент усиления АИМС; $b_{1\text{ИМС}}$ и $b_{2\text{ИМС}}$ — коэффициенты передаточной функции, определяемые через верхнюю граничную частоту $f_{g,\text{ИМС}}$ и частоту единичного усиления $f_{1\text{ИМС}}$ АИМС следующими приближенными соотношениями:

$$b_{1\text{ИМС}} \approx \frac{1}{2\pi f_{g,\text{ИМС}}} ; \quad b_{2\text{ИМС}} \approx \frac{K_{\text{ИМС}}}{(2\pi f_{1\text{ИМС}})^2} \quad (2.3)$$

Полюсы функции (2.2), определяемые из характеристического уравнения

$$p^2 b_{2\text{ИМС}} + p b_{1\text{ИМС}} + 1 = 0 ,$$

выражаются формулами

$$p_1 = -\frac{b_{1\text{ИМС}}}{2b_{2\text{ИМС}}} + \sqrt{\left(\frac{b_{1\text{ИМС}}}{2b_{2\text{ИМС}}}\right)^2 - \frac{1}{b_{2\text{ИМС}}}} \approx -\frac{1}{b_{1\text{ИМС}}} ;$$

$$p_2 = -\frac{b_{1нс}}{2b_{2нс}} - \sqrt{\left(\frac{b_{1нс}}{2b_{2нс}} - \frac{1}{b_{2нс}}\right)^2} \approx -\frac{b_{1нс}}{b_{2нс}}$$

Приближенные выражения полюсов получены на основании неравенства $b_{1нс}^2 \gg b_{2нс}$, что справедливо почти для всех АИМС.

Рассмотренные апериодические звенья и их модификации составляют основную элементную базу АУ с характеристиками ФНЧ. При этом соответствующие параметры и характеристики АУ обеспечиваются охватом обратной связью отдельных звеньев или групп, состоящих из нескольких звеньев, а также всего устройства в целом. В дискретных элементах имеется возможность решений этой задачи также выбором параметров каскадов. При реализации большинства усилителей с характеристиками ФНЧ (таких как широкополосные, импульсные и т.д.) для построения апериодических звеньев типа (2.1) и (2.2) не требуются реактивные элементы; их нежелательное влияние проявляется лишь из-за действия паразитных емкостей, а иногда, и паразитных индуктивностей (как, например, в высокочастотных АУ). В подобных устройствах реактивные элементы чаще всего в виде навесных конденсаторов или корректирующих конденсаторов внутри микросхемы, применяются только в корректирующих цепях, предназначенных для предотвращения самовозбуждения АУ, которое возможно из-за существенного фазового сдвига сигналов, циркулирующих по петле обратной связи.

В аналоговых устройствах, предназначенных для фильтрации сигналов (таких как ФНЧ, ФВЧ и ПФ), требуемые характеристики реализуются, как правило, применением реактивных элементов, конденсаторов и индуктивных звеньев. Воспользоваться же действующими в активных элементах паразитными реактивностями для формирования требуемых характеристик не рекомендуется, так как существенный разброс паразитных элементов заметно осложняет решение проблемы фильтрации на этой основе.

Схему элементов ФВЧ и ПФ можно получить из схемы ФНЧ-прототипа, произведя перестановку и замену реактивных элементов в соответствии с законом преобразования оператора Лапласа p или частоты ω (см. раздел 1.5). Так, например, модели элементов ФНЧ, описываемые выражением (2.1), в виде электрических цепей (рис. 2.1, а и в), в первой из которых в качестве реактивного элемента используется конденсатор C_{Π} , шунтирующий выход, а во второй — индуктивное звено L_{Π} , включенное последовательно с выходом. Для перехода из этих моделей к моде-

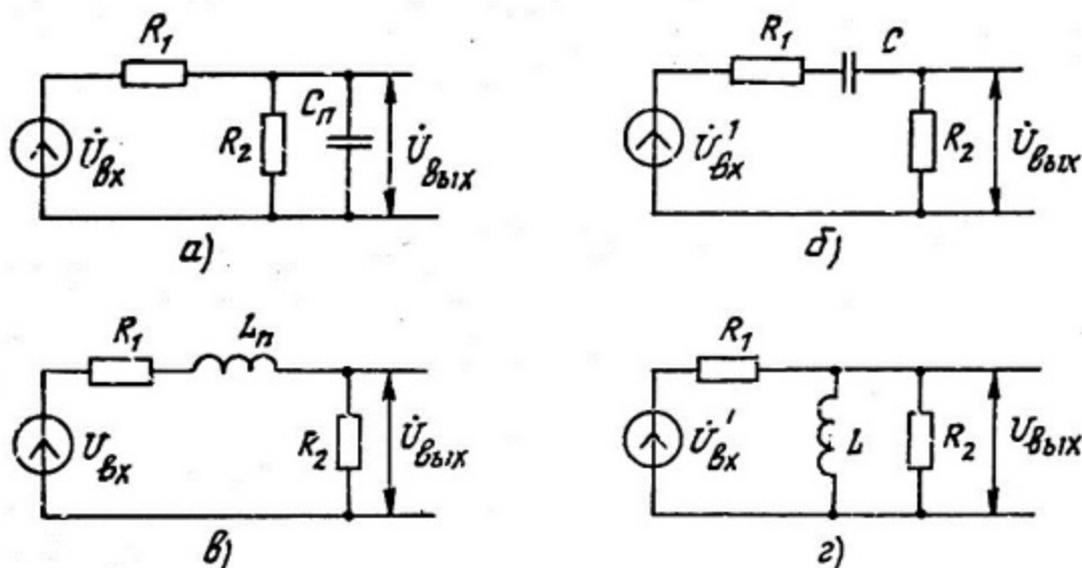


Рис. 2.1. Схемы звеньев ФНЧ-прототипа с конденсатором (а), индуктивным звеном (в) и соответствующие им элементы ФВЧ (б и г)

лям звеньев ФВЧ в соответствии с преобразованием $\bar{p} = \omega_H^2 / p$ необходимо производить замену емкости эквивалентной индуктивностью и наоборот. Так, например, конденсатор C_n , шунтирующий выход, т.е. параллельно включенный, надо заменить эквивалентной индуктивностью $L = 1 / (C_n \omega_H^2)$ (рис. 2.1, в), а последовательно включенную индуктивность L_n — емкостью $C = 1 / (L_n \omega_H^2)$ (рис. 2.1, б). Если речь идет о схмотехническом синтезе цепей, состоящих из разделительных элементов (конденсаторов, межкаскадных трансформаторов) и блокирующих конденсаторов, то на этапе составления конфигурации схемы указанные преобразования с прототипом не требуется производить, так как в этом случае место расположения и схемы включения реактивных элементов известны.

Для преобразования аperiodических звеньев прототипа ФНЧ в простейшие звенья ПФ конденсатор C_n , шунтирующий выход (см. рис. 2.1, а), надо заменить параллельным LC-контуром (рис. 2.2, а), а последовательно включенную индуктивность (см. рис. 2.1, в) — последовательным LC-контуром (рис. 2.2, б). Особенностью представленных звеньев ПФ является то, что они содержат индуктивный элемент, реализация которого в интегральном исполнении затруднительна. Поэтому, чтобы исключить индуктивный

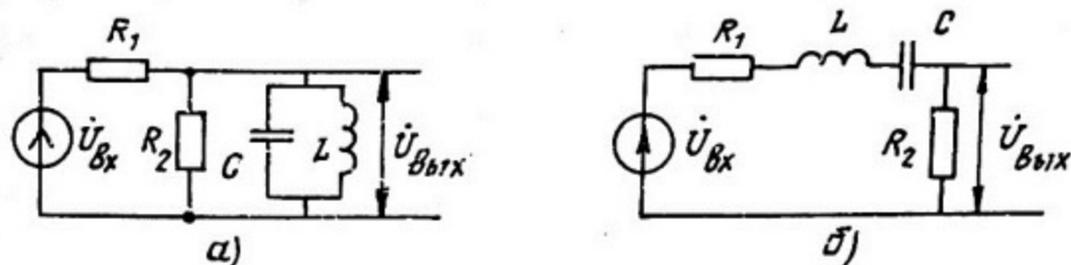


Рис. 2.2. Схемы звеньев полосового фильтра с параллельным (а) и последовательным (б) LC-контуром

элемент, звенья ПФ часто реализуют на основе элементов ФНЧ охватом их обратной связью. Структурная схема такого звена показана на рис. 2.3. В канале прямой передачи действует апериодическое звено А с передаточной функцией

$$H_A(p) = \frac{K_A}{pb_A + 1},$$

а в канал обратной связи включен интегратор И с передаточной функцией

$$H_{II}(p) = \frac{K_{II}}{pb_{II}}.$$

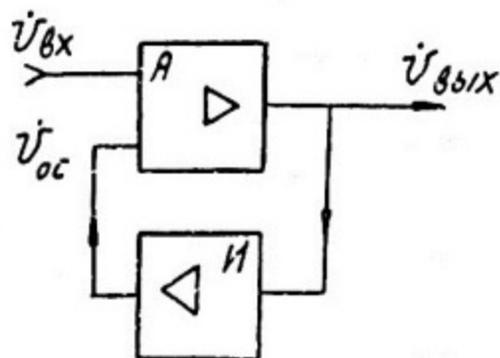


Рис. 2.3. Структурная схема RC-звена полосового фильтра, реализуемого охватом обратной связью звеньев ФНЧ-прототипа

При охвате этих звеньев отрицательной обратной связью получается простейшее звено ПФ с передаточной функцией

$$H_{пф}(p) = \frac{H_A(p)}{1 + H_{II}(p)H_A(p)} = \frac{K_A / (pb_A + 1)}{1 + \frac{K_{II} K_A}{pb_{II}(pb_A + 1)}} = \frac{pb_{II} K_A}{p^2 b_A b_{II} + pb_{II} + K_A K_{II}}.$$

Такие звенья, реализуемые без использования индуктивных элементов, составляют основу современных активных РС-фильтров.

2.3. Реализация аналоговых устройств на АИМС с применением обратных связей

При использовании АИМС в качестве аналогового устройства задача разработчика сводится прежде всего к реализации на основе АИМС электронного устройства с заданными значениями коэффициента усиления, входного и выходного сопротивлений, переходной или частотной характеристик. Многие из этих параметров могут существенно отличаться от соответствующих параметров АИМС.

В большинстве случаев к аналоговым устройствам предъявляются достаточно жесткие требования к точности воспроизведения сигнала и стабильности его характеристик. Между тем из-за разброса параметров элементов микросхемы (транзисторов, резисторов) характеристики и параметры АИМС от партии к партии отличаются существенно. Они меняются также с изменением температуры окружающей среды. Таким образом, наряду с решением первой проблемы — построения на основе АИМС аналогового устройства с заданными параметрами — требуется еще обеспечить заданную точность воспроизведения характеристик (с учетом разброса параметров АИМС) и их стабильность в температурном диапазоне.

Наиболее эффективным средством решения указанных проблем является применение обратных связей. Соответствующим выбором вида обратной связи (по напряжению или по току, параллельную или последовательную) и ее глубины $F_{ГН}$ можно варьировать параметры и характеристики АИМС так, чтобы спроектированное на его основе аналоговое устройство имело заданные параметры и характеристики. Так как большинство АИМС обладает высоким коэффициентом усиления, соответствующим подбором глубины обратной связи можно реализовать АУ с параметрами, варьируемыми в широком диапазоне. При этом, чтобы обеспечить требуемую стабильность характеристик устройства и заданную точность, применяют отрицательную обратную связь, что реализуется путем подачи на инвертирующий вход АИМС сигнала обратной связи, представляющего собой часть выходного напряжения или выходного тока. Использование только отрицательной обратной связи связано также с решением проблемы устойчивости. Дело в том,

что даже при подаче сигнала обратной связи на инвертирующий вход обратная связь оказывается отрицательной только в области средних времен. В области же высших частот из-за фазовых сдвигов сигналов, обусловленных действием паразитных емкостей и инерционностью транзисторов, обратная связь становится комплексной. Поскольку АИМС представляют собой многокаскадные усилители, то фазовые сдвиги достигают заметной величины, что может приводить к самовозбуждению усилителя при охвате АИМС даже отрицательной обратной связью (в области средних частот). Для предотвращения самовозбуждения применяют корректирующие цепи, обычно содержащие конденсаторы небольшой емкости, при помощи которых ограничивают коэффициент усиления АИМС на частотах, на которых фазовые сдвиги, превышая 180° , могли бы послужить причиной самовозбуждения.

Рассмотрим влияние обратных связей на параметры синтезируемого АУ, которые определяются параметрами АИМС с учетом шунтирующего действия цепи обратной связи и глубиной обратной связи.

2.3.1. Последовательная отрицательная обратная связь. Этот вид обратной связи применяют в тех устройствах, в которых требуется увеличение входного сопротивления. Для охвата АИМС отрицательной обратной связью, как уже указывалось, сигнал обратной связи с выхода подается на инвертирующий вход. При этом, чтобы обеспечить увеличение входного сопротивления, усиливаемый сигнал подается на неинвертирующий вход АИМС. Таким включением реализуют последовательную обратную связь.

Обратная связь по напряжению

Если требуется спроектировать АУ с низким выходным сопротивлением, то применяют обратную связь по напряжению. Структурная схема АУ с последовательной обратной связью по напряжению показана на рис. 2.4. В этой схеме обратная связь по напряжению реализуется подачей части выходного напряжения на инвертирующий вход посредством резистивного делителя напряжения.

В рассматриваемом АУ глубина обратной связи определяется формулой $F_{гн} = 1 + \gamma_{и} K_{и\delta c}$, где $\gamma_{и} = \frac{R}{R_1 + R_2}$ — коэффициент передачи сигнала по цепи обратной связи;

$$K_{и\delta c} \equiv \frac{U_{н.\delta c}}{U_{г}} = K_{и\delta c} \frac{R_{вх}}{R_{вх\delta c} + R_{г}} \times \frac{R_{н}}{R_{вых.\delta c} + R_{н}} \quad (2.4)$$

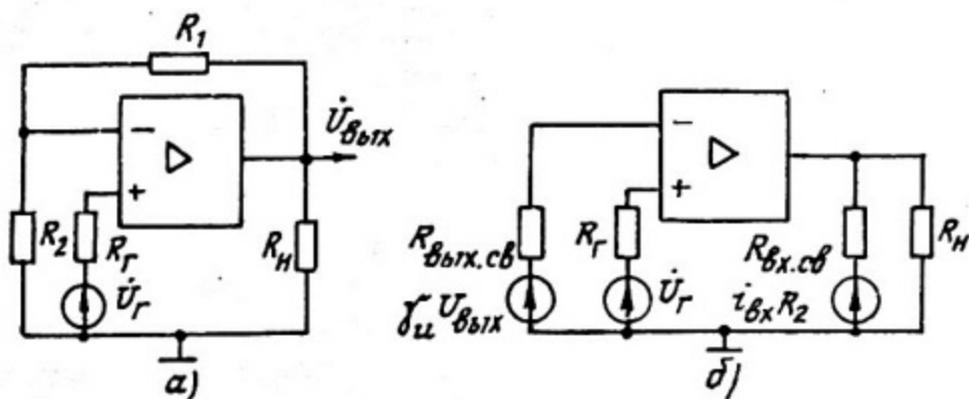


Рис. 2.4. Структурные схемы АУ с последовательной обратной связью по напряжению с замкнутой (а) и разомкнутой (б) цепями обратной передачи

коэффициент усиления (преобразования) АУ по напряжению без обратной связи, но с учетом пассивного влияния цепи обратной связи; $K_{иС}$ — коэффициент усиления АИМС, значение которого указывается в справочниках и измеряется при работе от источника напряжения ($R_r = 0$) в режиме холостого хода ($R_H \gg R_{вых}$).

Влияние пассивного действия цепи обратной связи учитывается соответствующими поправками при определении входного $R_{вх.бс}$ и выходного $R_{вых.бс}$ сопротивлений АУ без обратной связи. При определении первой величины учитывается, что пассивное действие цепи обратной связи $R_1 - R_2$ на входе характеризуется выходным сопротивлением канала обратной связи $R_{вых.св} = R_1 // R_2$, которое действует в цепи инвертирующего входа. Это приводит к увеличению входного сопротивления АУ без обратной связи $R_{вх.бс}$ (по сравнению с входным сопротивлением АИМС $R_{вх}$) на величину $R_{вых.св}$, т.е.

$$R_{вх.бс} = R_{вх} + R_{вых.св} = R_{вх} + R_1 // R_2.$$

Пассивное влияние цепи обратной связи на выходе АУ учитывается шунтированием выхода АИМС входным сопротивлением канала обратной связи: $R_{вх.св} = R_1 + R_2$. Это приводит к уменьшению выходного сопротивления АУ без обратной связи $R_{вых.бс}$ по сравнению с выходным сопротивлением АИМС $R_{вых}$:

$$R_{вых.бс} = R_{вых} // R_{вх.св} = R_{вых} // (R_1 + R_2).$$

Поскольку коэффициент усиления АИМС измеряется в режиме холостого хода ($R_H \rightarrow \infty$) подачей входного сигнала непосредственно на вход ($R_r = 0$), то при практических расчетах коэффициент усиления без обратной связи $K_{u\delta c}$ дополняется поправочными коэффициентами, определяемыми величинами R_r , $R_{\delta x.\delta c}$, R_H , $R_{\delta вых.\delta c}$ (см. выражение для $K_{u\delta c}$).

Входное сопротивление АУ с обратной связью определяется известным соотношением

$$R_{\delta x.y} = R_{\delta x.\delta c} \frac{F_{0H}}{F_{\infty H}} = R_{\delta x.\delta c} (1 + \gamma_u K_{u\delta c}^0). \quad (2.5)$$

Здесь $F_{0H} = (F_{rH})_{R_r=0} = 1 + \gamma_u K_{u\delta c}^0$ - глубина обратной связи при работе от источника напряжения; $F_{\infty H} = (F_{rH})_{R_r \rightarrow \infty} = 1$ - глубина обратной связи при работе от источника тока (при этом цепь обратной связи размыкается, поэтому обратная связь не действует ($F_{\infty H} = 1$));

$$K_{u\delta c}^0 = (K_{u\delta c})_{R_r=0} = K_{ис} \frac{R_{\delta x}}{R_{\delta x} + R_1 \parallel R_2} \times \frac{R_{\delta x.c\delta}}{R_{\delta вых} + R_{\delta x.c\delta}} \times \frac{R_H}{R_{\delta вых.\delta c} + R_H}$$

коэффициент усиления без обратной связи при работе от источника напряжения ($R_r = 0$)

Выходное сопротивление АУ

$$R_{\delta вых.y} = R_{\delta вых.\delta c} \frac{F_{r0}}{F_{r\infty}} = \frac{R_{\delta вых.\delta c}}{1 + \gamma_u K_{u\delta c}^{\infty}}, \quad (2.6)$$

где $F_{r0} = (F_{rH})_{R_H=0} = 1$ - глубина обратной связи при коротком замыкании на выходе (при этом цепь обратной связи закорачивается, поэтому обратная связь не действует и $F_{r0} = 1$); $F_{r\infty} = (F_{rH})_{R_H \rightarrow \infty} = 1 + \gamma_u K_{u\delta c}^{\infty}$ - глубина обратной связи при холостом ходе на выходе; $K_{u\delta c}^{\infty} = K_{ис} \frac{R_{\delta x}}{R_{\delta x.\delta c} + R_r} \times \frac{R_{\delta x.c\delta}}{R_{\delta вых} + R_{\delta x.c\delta}}$ - коэффициент усиления по напряжению при холостом ходе на выходе.

Коэффициенты усиления по напряжению и по току, а также крутизна характеристики выходного тока рассчитываются по следующим формулам:

$$K_u \equiv \frac{u_H}{u_r} = \frac{K_{u\delta c}}{1 + \gamma_u K_{u\delta c}}; \quad K_i \equiv \frac{i_H}{i_r} = \frac{K_{i\delta c}}{1 + \gamma_u K_{u\delta c}};$$

$$S_{cx} \equiv \frac{i_H}{u_r} = \frac{K_u}{R_H} = \frac{S_{cx. \delta c}}{1 + \gamma_u K_{u \delta c}} \quad (2.7)$$

В АУ с относительно глубокой обратной связью, у которых по замкнутой цепи обратной связи коэффициент петлевого усиления $K_{пет} = \gamma_u K_{u \delta c} \gg 1$, выражение для K_u можно упростить (учитывая, что $F_{ГН} \approx \gamma_u K_{u \delta c}$), представив его в виде

$$K_u = 1/\gamma_u = 1 + R_1/R_2.$$

Это же соотношение можно получить и более простым способом. На входах АУ действуют сигналы u_r и $u_{oc} = \gamma_u u_H$, разность которых ничтожно малой величины, поскольку АИМС обладает высоким коэффициентом усиления. Следовательно, можно считать, что $u_{\delta x} = \gamma_{\delta x} (u_r - \gamma_u u_H) \approx 0$. Из этого приближения следует, что

$$\frac{u_H}{u_r} \approx \frac{1}{\gamma_u}, \text{ т.е. } K_u \equiv \frac{u_H}{u_r} \approx \frac{1}{\gamma_u} = 1 + \frac{R_1}{R_2}; \left(\gamma_{\delta x} = \frac{R_{\delta x}}{R_{\delta x. \delta c} + R_r} \right).$$

При обратной связи по напряжению стабилизируется выходное напряжение и соответственно коэффициент усиления по напряжению. Отклонение коэффициента усиления от требуемой величины, обусловленное разбросом параметров АИМС, и его нестабильность, вызываемая изменением температуры окружающей среды, уменьшаются пропорционально глубине обратной связи. Эти величины рассчитываются по формуле

$$\frac{\Delta K_u}{K_u} = \frac{1}{F_{ГН}} \left[\frac{\Delta K_{u \delta c}}{K_{u \delta c}} - \frac{\Delta \gamma_u}{\gamma_u} (F_{ГН} - 1) \right] \approx \frac{1}{F_{ГН}} \left(\frac{\Delta K_{u \delta c}}{K_{u \delta c}} \right) - \frac{\Delta \gamma_u}{\gamma_u}$$

подстановкой относительной величины $\Delta K_{u \delta c} / K_{u \delta c}$, определяемой либо разбросом параметров, либо их температурным дрейфом.

Если АУ предназначен для усиления или преобразования постоянных сигналов, то для уменьшения отклонения выходного напряжения от нуля и снижения его дрейфа стремятся сохранить симметрию по входной цепи путем соответствующего подбора параметров цепи обратной связи. Для этой цели в рассматриваемом АУ необходимо выполнение условия $R_1 \parallel R_2 = R_r$ с тем, чтобы ослабить влияние входного тока смещения АИМС, который приводит к отклонению выходного напряжения от нуля, приведенному ко входу, и дрейфу, определяемые произведениями

$$I_{\delta x.см} (R_T - R_1 // R_2); \frac{\Delta I_{\delta x.см}}{\Delta T} (R_T - R_1 // R_2) (T_1 - T_2),$$

где T_1 и T_2 - граничные значения температуры в заданном диапазоне.

Обратная связь по току

Если наряду с повышением входного сопротивления требуется увеличить и выходное сопротивление, то АУ охватывается обратной связью по току, подачей на инвертирующий вход АИМС сигнала обратной связи $u_{oc} = i_H R_1$, пропорционального току нагрузки i_H . Структурная схема АУ с последовательной обратной связью по току показана на рис. 2.5. В этом АУ глубина обратной связи определяется выражением $F_{ПН} = 1 + R_1 S_{сх.бс} = 1 + R_1 K_{u.бс} / R_H$, где $K_{u.бс} = K_{ис} [R_{\delta x} / (R_{\delta x.бс} + R_H)] \times [R_H / (R_{\delta вых.бс} + R_H)]$ - коэффициент усиления по напряжению без учета активного действия обратной связи; $R_{\delta x.бс} = R_{\delta x} + R_{\delta вых.св} = R_{\delta x} + R_1$; $R_{\delta вых.бс} = R_{\delta вых} + R_{\delta x.св} = R_{\delta вых} + R_1$ - входное и выходное сопротивления АУ без обратной связи (но с учетом пассивного влияния канала обратной связи).

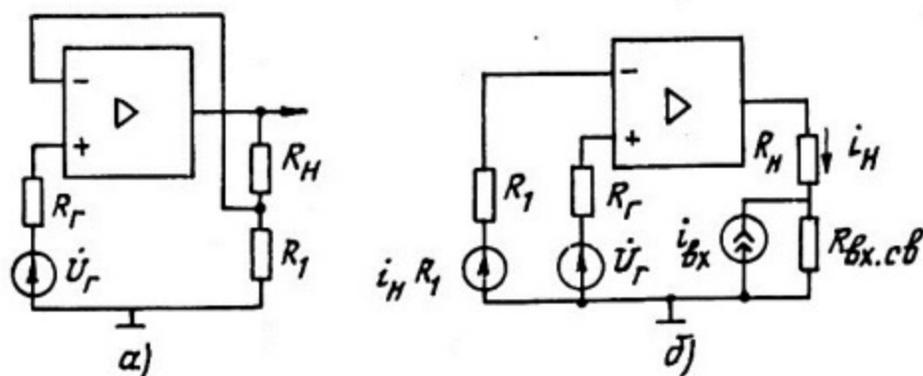


Рис. 2.5. Структурные схемы АУ с последовательной обратной связью по току с замкнутой (а) и разомкнутой (б) цепями обратной передачи

Основные параметры АУ, построенного на АИМС с последовательной обратной связью по току, рассчитываются по формулам

$$R_{\delta x.у} = R_{\delta x.бс} \frac{F_{0H}}{F_{\infty H}} = (R_{\delta x} + R_1) \left(1 + K_{ис} \frac{R_{\delta x}}{R_{\delta x.бс}} \times \frac{R_1}{R_{\delta вых.бс} + R_H} \right) \approx$$

$$\approx R_{\delta x} R_1 K_{ис} / (R_{\delta вых} + R_1 + R_H); \quad (2.8)$$

$$R_{\text{вых.у}} = R_{\text{вых.бс}} F_{\text{ГО}} / F_{\text{Г∞}} = R_{\text{вых.бс}} \left(1 + K_{\text{ис}} \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх.бс}} + R_{\text{Г}}} \times \frac{R_1}{R_{\text{вых.бс}}} \right) \approx \frac{R_{\text{вх}} R_1}{R_{\text{вх}} + R_1 + R_{\text{Г}}} K_{\text{ис}} ; \quad (2.9)$$

$$K_{\text{у}} = K_{\text{у.бс}} / F_{\text{ГН}} \approx R_{\text{Н}} / R_1 ; K_{\text{з}} = K_{\text{з.бс}} / F_{\text{ГН}} ; S_{\text{сх}} = S_{\text{сх.бс}} / F_{\text{ГН}} ; \quad (2.10)$$

где $K_{\text{з.бс}} = K_{\text{у.бс}} R_{\text{Г}} / R_{\text{Н}} ; S_{\text{сх.бс}} = K_{\text{у.бс}} / R_{\text{Н}}$.

Как и в предыдущем АУ, при глубокой обратной связи выражение для $K_{\text{у}}$ упрощается и принимает вид $K_{\text{у}} \approx R_{\text{Н}} / R_1$. Эту приближенную формулу можно получить также, считая $u_{\text{вх}} \sim u_{\text{Г}} - i_{\text{Н}} R_1 \approx 0$ и соответственно $u_{\text{Г}} \approx i_{\text{Н}} R_1 = u_{\text{Н}} R_1 / R_{\text{Н}}$. Из последнего соотношения следует, что

$$K_{\text{у}} \equiv u_{\text{Н}} / u_{\text{Г}} \approx R_{\text{Н}} / R_1.$$

Отклонение коэффициента усиления и его нестабильность, как и в предыдущем случае, определяются выражением

$$\frac{\Delta K_{\text{у}}}{K_{\text{у}}} \approx \frac{1}{F_{\text{ГН}}} \left(\frac{\Delta K_{\text{у.бс}}}{K_{\text{у.бс}}} \right) - \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_{\text{Н}}}{R_{\text{Н}}} \right).$$

Для сохранения симметрии по входной цепи сопротивление резистора R_1 в цепи обратной связи выбирают из условия $R_1 \parallel (R_{\text{Н}} + R_{\text{вых}}) = R_{\text{Г}}$.

2.3.2. Параллельная отрицательная обратная связь. Для уменьшения входного сопротивления АУ охватывают параллельной обратной связью по инвертирующему входу (чтобы обратная связь была отрицательной). На этот вход подается также усиливаемый сигнал.

Обратная связь по напряжению

В АУ с низкоомным выходом используется обратная связь по напряжению подачей на инвертирующий вход через резистор R_1 части выходного напряжения. Структурная схема такого АУ показана на рис. 2.6.

В АУ с параллельной обратной связью по напряжению глубина обратной связи определяется соотношением

$$70 \quad F_{\text{ГН}} = 1 + \frac{R_{\text{Г}}}{R_1} K_{\text{у.бс}},$$

где $K_{u\text{бс}} = K_{uc} \frac{R_{\text{вх.бс}}}{R_{\text{вх.бс}} + R_{\Gamma}} \times \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}} + R_{\text{см}}} \times \frac{R_{\text{вх.св}}}{R_{\text{вых}} + R_{\text{вх.св}}} \times \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{вых.бс}} + R_{\text{н}}}$ — коэффициент усиления без обратной связи; $R_{\text{вх.бс}} = (R_{\text{вх}} + R_{\text{см}}) \parallel R_1$ — входное сопротивление АУ без обратной связи, но с учетом шумящего действия канала обратной связи с выходным сопротивлением $R_{\text{вых.св}} = R_1$, а также влияния симметрирующего резистора $R_{\text{см}}$; $R_{\text{вых.бс}} = R_{\text{вых}} \parallel R_{\text{вх.св}} = R_{\text{вых}} \parallel (R_1 + R_{\Gamma})$ — выходные сопротивления АИМС и АУ без обратной связи.

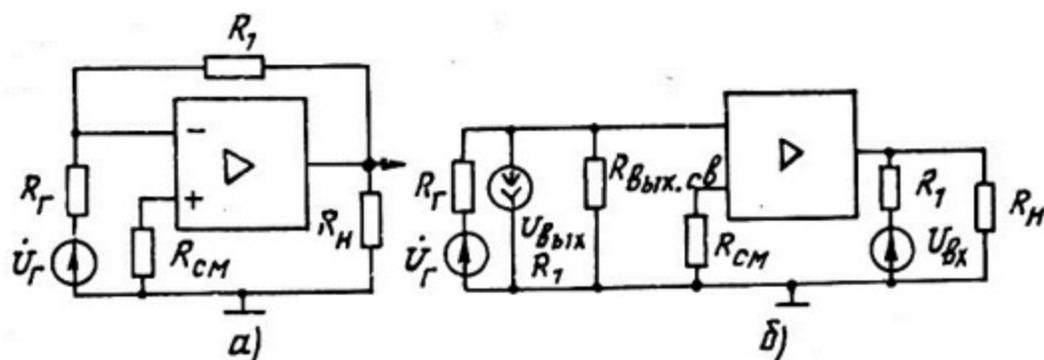


Рис. 2.6. Структурные схемы АУ с параллельной обратной связью по напряжению с замкнутой (а) и разомкнутой (б) цепями обратной передачи

Параметры АУ с параллельной обратной связью по напряжению определяются выражениями:

$$R_{\text{вх.у}} = R_{\text{вх.бс}} F_{0\text{н}} / F_{\infty\text{н}} = R_{\text{вх.бс}} \left/ \left[1 + \frac{K_{uc} R_{\text{вх.бс}} R_{\text{вх}} R_{\text{н}}}{R_1 (R_{\text{вх}} + R_{\text{см}}) (R_{\text{вых}} + R_{\text{н}})} \right] \right. \approx \frac{R_1}{K_{uc}} \left(1 + R_{\text{см}} / R_{\text{вх}} \right) \left(1 + R_{\text{вых}} / R_{\text{н}} \right); \quad (2.11)$$

$$R_{\text{вых.у}} = R_{\text{вых.бс}} F_{\Gamma 0} / F_{\Gamma \infty} = R_{\text{вых.бс}} \left/ \left[1 + K_{uc} \frac{R_{\Gamma} R_{\text{вх.бс}}}{R_1 (R_{\text{вх.бс}} + R_{\Gamma})} \times \frac{R_{\text{вх.св}}}{(R_{\text{вх}} + R_{\text{см}}) (R_{\text{вых}} + R_{\text{вх.св}})} \right] \right. \approx \frac{R_{\text{вых}}}{K_{uc}} \left(1 + \frac{R_{\text{см}}}{R_{\text{вх}}} \right) \frac{R_1}{R_{\Gamma} \parallel R_{\text{вх.бс}}}; \quad (2.12)$$

$$K_u = \frac{K_{u\text{бс}}}{F_{\Gamma\text{н}}} \approx \frac{R_1}{R_{\text{н}}}; \quad K_i = \frac{K_{i\text{бс}}}{F_{\Gamma\text{н}}} \approx \frac{R_1}{R_{\text{н}}}; \quad S_{\text{сх}} = \frac{K_u}{R_{\text{н}}} \approx \frac{R_1}{R_{\Gamma} \cdot R_{\text{н}}} \quad (2.13)$$

Несоответствие и нестабильность коэффициента усиления уменьшаются пропорционально глубине обратной связи. Для симметрирования усилителя в цепь неинвертирующего входа, который в АУ с параллельной обратной связью не используется, включается резистор $R_{см} = R_1 \parallel R_r$.

Обратная связь по току

Применяется для повышения выходного сопротивления и стабилизации тока нагрузки. Структурная схема АУ показана на рис. 2.7. В этом АУ обратная связь реализуется подачей сигнала, пропорционального выходному току, на инвертирующий вход, куда одновременно поступает усиливаемый сигнал u_r . Канал обратной связи представляет собой делитель тока с коэффициентом передачи $\gamma_i = R_2 / (R_1 + R_2)$.

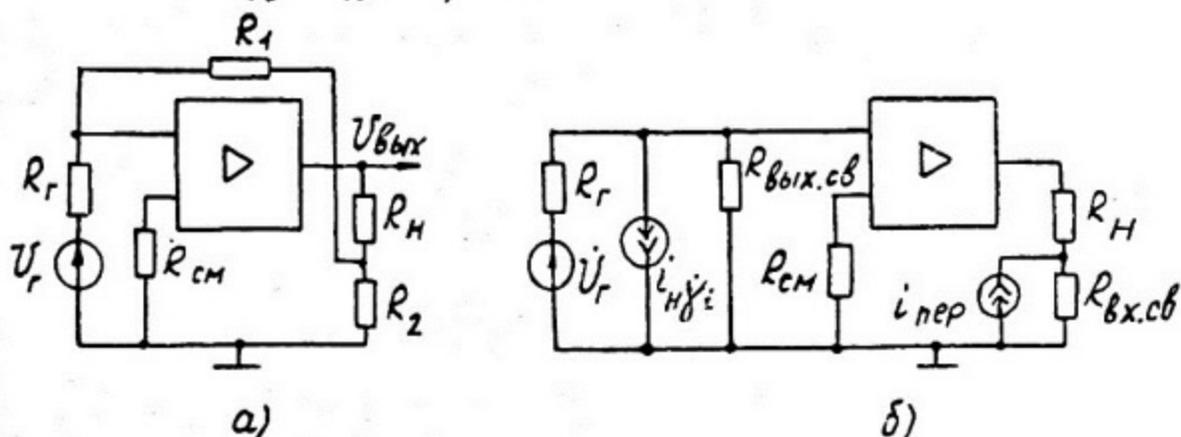


Рис. 2.7. Структурная схема АУ с параллельной обратной связью по току с замкнутой (а) и разомкнутой (б) цепями обратной передачи

В АУ с параллельной обратной связью по току глубину обратной связи можно выразить простой формулой:

$$F_{гн} = 1 + \gamma_i K_{i \delta c}$$

Однако пользоваться этой формулой неудобно, так как в справочниках указывается коэффициент усиления по напряжению $K_{иc}$, а не по току. Поэтому на основании известного соотношения, выразив коэффициент усиления по току через $K_{и \delta c}$, т.е.

$$K_{i \delta c} = K_{и \delta c} R_r / R_n,$$

получим удобную для расчетов формулу

$$F_{гн} = 1 + \gamma_i K_{и \delta c} R_r / R_n,$$

где $K_{u\delta c} = K_{uc} \frac{R_{\delta x \delta c}}{R_{\delta x \delta c} + R_r} \times \frac{R_{\delta x}}{R_{\delta x} + R_{cm}} \times \frac{R_H}{R_{\delta x \delta c} + R_H}$ — коэффициент усиления без обратной связи; $R_{\delta x \delta c} = (R_{\delta x} + R_{cm}) // (R_1 + R_2)$; $R_{\delta x \delta c} = R_{\delta x} + R_2 // (R_1 + R_r)$ — входное и выходное сопротивления тоже без учета активного действия обратной связи.

Основные параметры АУ с параллельной обратной связью определяются выражениями

$$R_{\delta x y} = R_{\delta x \delta c} F_{OH} / F_{\infty H} = R_{\delta x \delta c} \left[1 + \gamma_i K_{uc} \frac{R_{\delta x \delta c} R_{\delta x}}{(R_{\delta x} + R_{cm})} \times \frac{1}{(R_{\delta x} + R_2 + R_H)} \right] \approx \frac{R_{\delta x} + R_2 + R_H}{\gamma_i K_{uc}} \times \left(1 + \frac{R_{cm}}{R_{\delta x}} \right); \quad (2.14)$$

$$R_{\delta x y} = R_{\delta x \delta c} F_{rO} / F_{r\infty} = R_{\delta x \delta c} \left[1 + \gamma_i K_{uc} \frac{R_r R_{\delta x} \delta c}{(R_{\delta x} \delta c + R_r)} \times \frac{R_{\delta x}}{(R_{\delta x} + R_{cm}) R_{\delta x \delta c}} \right] \approx (R_{\delta x \delta c} // R_r) \gamma_i K_{uc} R_{\delta x} / (R_{\delta x} + R_{cm}); \quad (2.15)$$

$$K_u = \frac{K_{u\delta c}}{F_{rH}} \approx -\frac{R_H}{R_r} \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right), K_i = \frac{K_{i\delta c}}{F_{rH}} \approx 1 + \frac{R_1}{R_2}; S_{cx} = \frac{K_u}{R_H} \quad (2.16)$$

Симметрирование по входной цепи производят включением в неинвертирующий вход резистора $R_{cm} = R_r // (R_1 + R_2)$.

В зависимости от характеристик и особенностей источника входных сигналов и нагрузки, условий работы и эксплуатации АУ, используя обратные связи для регулировки входного и выходного сопротивления АИМС, стабилизации характеристик АУ, уменьшения линейных и нелинейных искажений, можно обеспечить оптимальные условия работы АУ.

2.4. Коррекция переходных и частотных характеристик аналоговых устройств и корректирующие цепи

2.4.1. Методы коррекции. Применение обратных связей позволяет получить требуемый коэффициент усиления с заданной стабильностью, входное и выходное сопротивления АУ. Наряду с указанными параметрами, характеризующими АУ в установившемся режиме, определенные требования предъявляются к частотным или

переходным характеристикам АУ. Между тем включение обратных связей не только не обеспечивает автоматически решение указанной задачи, оно, наоборот, приводит к заметным искажениям сигналов в области высших частот или малых времен. Часто применение обратных связей сопровождается самовозбуждением АУ. Причиной всего этого является действие паразитных емкостей и индуктивностей, а также инерционность транзисторов в канале петлевого усиления, в результате чего образуются фазовые сдвиги в области высших частот, сопровождаемые существенными частотными искажениями, а чаще всего самопроизвольной генерацией сигналов высокой частоты. Последняя наблюдается в АУ, у которых коэффициент петлевого усиления оказывается больше единицы на частотах, на которых фазовый сдвиг выходного сигнала превышает 180° . При усилении импульсных сигналов паразитные элементы и инерционность транзисторов приводят к задержке выходного сигнала и, соответственно, сигнала обратной связи (являющегося частью выходного). При этом на входе АУ сигнал, определяемый разностью усиленного сигнала \dot{U}_r и сигнала обратной связи \dot{U}_{oc} , возрастает, что приводит к образованию недопустимого большой амплитуды выбросов на вершине выходного импульса. И в данном случае не так уж редко наблюдается самовозбуждение АУ.

Проблема реализации частотных и переходных характеристик с заданной точностью на практике решается применением корректирующих цепей, параметры которых выбирают так, чтобы искажения частотных характеристик в области высших частот или переходной характеристики в области малых времен не превышали допустимые. При выполнении этих условий полностью исключается самовозбуждение АУ, так как это более жесткие требования, чем критерия устойчивости. Выбор параметров корректирующих цепей ниже производится исходя из требований к переходной характеристике, определяемых временем нарастания t_H и выбросом ϵ . Аналогично определяют эти параметры в случае задания частотных характеристик.

Основные методы коррекции, применяемые на практике, следующие:

- 1) снижение коэффициента усиления в области высших частот при помощи интегрирующих цепей, увеличивающих постоянные времени отдельных каскадов;
- 2) ускорение передачи сигнала обратной связи при помощи реактивных цепей, включаемых в петлю обратной связи;

3) включение быстродействующего (высокочастотного) параллельного канала, уменьшающего фазовый сдвиг в области высших частот и повышающего частоту единичного усиления;

4) включение дополнительных каналов обратной связи.

Указанные методы коррекции обеспечивают разнесение постоянных времени, что приводит к удалению наибольшего полюса от начала координат и, наоборот, к стягиванию полюса меньшей величины к нулю.

2.4.2. Коррекция при помощи интегрирующих цепей. Наиболее часто применяют интегрирующие RC-цепи, реализуемые при помощи корректирующего конденсатора $C_{кор}$ и резистора, либо в виде сопротивления внутреннего элемента, либо дополнительного резистора $R_{кор}$. Суть этого метода заключается в том, что корректирующий конденсатор, шунтируя выход какого-либо каскада, ограничивает коэффициент усиления АИМС на частотах, на которых фазовые сдвиги, превышая 180° , могли бы послужить причиной самовозбуждения или привели бы к заметным искажениям усиленного импульса (из-за возникновения колебательного процесса в устройстве).

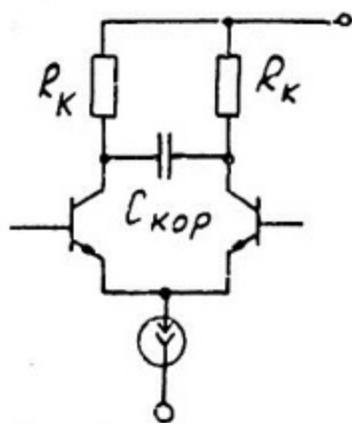


Рис. 2.8. Схема подключения корректирующего конденсатора между выходами дифференциального каскада

Простейший способ коррекции реализуется подключением корректирующего конденсатора $C_{кор}$ к выходу одного из каскадов АИМС, либо между выходами дифференциального каскада, как это показано на рис. 2.8. (при таком включении эффективная емкость корректирующей цепи удваивается). Такая корректирующая цепь настолько снижает добротность каскада, что увеличение глубины обратной связи F (за счет коррекции) не приводит к уменьшению искажений фронта, поэтому ее применение нецелесообразно.

Лучшие результаты получаются при подключении корректирующего конденсатора между входом и выходом одного из инвертирующих каскадов или секции. При этом емкость корректирующего конденсатора, действуя как проходная емкость, оказывается охваченной обратной связью, что приводит к увеличению ее эффективной величины пропорционально коэффициенту усиления каскада или секции.

Рассмотрим действие такого способа коррекции на примере АИМС, состоящей из двух секций с двухполосной передаточной функцией

$$K_{ис}(p) = \frac{K_{ис}}{p^2 b_{2ис} + p b_{1ис}}$$

При допустимой величине выброса $\epsilon_{доп}$, определяющей значение коэффициента d_1 , АИМС без коррекции можно охватить обратной связью с глубиной не более величины

$$F_{\delta_k} = \frac{b_{1ис}^2}{d_1^2 b_{2ис}} \quad (2.17)$$

При этом время нарастания фронта уменьшается до уровня

$$t_{н.бк} = \lambda_{фр} \frac{b_{1ис}}{F_{\delta_k}} = \lambda_{фр} d_1^2 \frac{b_{2ис}}{b_{1ис}} \quad (2.18)$$

При подключении корректирующего конденсатора (рис. 2.9) между выходом и входом, например, второй секции микросхемы 153 УД2,

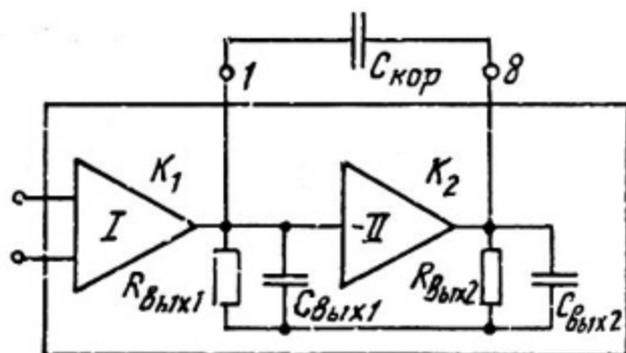


Рис. 2.9. Схема подключения корректирующего конденсатора $C_{кор}$ между входом и выходом одного из инвертирующих секций (каскада)

входная емкость этой секции возрастает на величину $C_{кор} [K_2(p) + 1]$ а выходная емкость — на величину $C_{кор}$. Таким образом, коэффициенты передаточной функции канала прямой передачи становятся равными следующим величинам:

$$b_{2кор} = b_{2ис} \left[1 + C_{кор} \left(\frac{1}{C_{вых1}} + \frac{1}{C_{вых2}} \right) \right];$$

$$b_{1кор} = b_{1ис} + C_{кор} [R_{вых1} (K_2 + 1) + R_{вых2}] \approx b_{1ис} + C_{кор} R_{вых1} K_2$$

При этом передаточная функция устройства с обратной связью

$$H(p) = \frac{K_{\text{ос}}(p)}{1 + \gamma_{\text{св}} K_{\text{ос}}(p)} = \frac{K_{\text{ос}}/F}{p^2 b_{2\text{кор}}/F + p b_{1\text{кор}}/F + 1} \quad (2.19)$$

Нормировав эту функцию подстановкой $s = p t_{\text{нор}}$, получим

$$H_c(s) = \frac{K_c d_{\text{ос}}}{s^2 + s d_{1c} + d_{\text{ос}}},$$

где $d_{1c} = \frac{b_{1\text{кор}}}{F t_{\text{нор}}} d_{\text{ос}}$; $d_{\text{ос}} = \frac{t_{\text{нор}}^2}{b_{2\text{кор}}/F}$; $t_{\text{нор}} = \frac{t_H}{\gamma_H}$.

Приравняв коэффициенты передаточной функции схемы $H_c(s)$ и функции

$$H(s) = \frac{K}{s^2 + s d_1 + 1}, \quad (2.20)$$

полученной на этапе математического синтеза, составим систему из двух уравнений, на основании которых рассчитывают F и $C_{\text{кор}}$.

$$1) d_{1c} = \frac{b_{1\text{кор}}}{F t_{\text{нор}}} = d_1 = \frac{2}{\sqrt{1 + (\pi / \ln. 1/\varepsilon)^2}};$$

$$2) d_{\text{ос}} = \frac{t_{\text{нор}}^2}{b_{2\text{кор}}} F = d_0 = 1.$$

На основании этой системы уравнений для заданных значений t_H и ε рассчитывают емкость корректирующего конденсатора и глубину обратной связи:

$$C_{\text{кор}} = \frac{b_{2\text{ис}} d_1 / t_{\text{нор}} - b_{1\text{ис}}}{R_{\text{вых}1} K_2 - b_{2\text{ис}} d_1 / (t_{\text{нор}} C_{\text{ис}})} = \frac{b_{2\text{ис}} d_1 \gamma_H / t_{\text{нор}} - b_{1\text{ис}}}{R_{\text{вых}1} K_2 - b_{2\text{ис}} d_1 \gamma_H / (t_H C_{\text{ис}})}; \quad (2.21)$$

$$F = \frac{b_{2\text{кор}}}{t_{\text{нор}}^2} = \frac{b_{2\text{ис}} (1 + C_{\text{кор}}/C_{\text{ис}})}{(t_H / \gamma_H)^2} = F_{\text{БК}} \frac{1 + C_{\text{кор}} R_{\text{вых}1} K_2 / b_{1\text{ис}}}{1 + C_{\text{кор}}/C_{\text{ис}}}. \quad (2.22)$$

Время нарастания фронта, определяемое параметрами корректированного АИМС, равняется

$$t_H = \lambda_{\varphi} \frac{b_{1\text{кор}}}{F} = \lambda_{\varphi} d_1^2 \frac{b_{2\text{кор}}}{b_{1\text{кор}}} = t_{H\text{БК}} \frac{1 + C_{\text{кор}}/C_{\text{ис}}}{1 + C_{\text{кор}} R_{\text{вых}1} K_2 / b_{1\text{ис}}}, \quad (2.23)$$

$$\text{где } \frac{1}{C_{ис}} = \frac{1}{C_{вых1}} + \frac{1}{C_{вых2}}; \quad t_{н.бк} = \lambda_{\phi} d_1^2 \frac{b_{2ис}}{b_{1ис}}$$

Если емкость $C_{кор}$, рассчитанная по формуле (2.21), оказывается отрицательной величиной из-за того, что $b_{1ис} > b_{2ис} d_1/t_{нор} = b_{2ис} \times d_1^2 v_n/t_n$, то это свидетельствует о возможности решения задачи без корректирующего конденсатора. Этот случай имеет место тогда, когда требуемое значение времени нарастания t_n оказывается больше наименьшей величины времени нарастания без коррекции $t_{н.бк}$, определяемого (2.18). Если же $C_{кор} < 0$ из-за того, что $R_{вых1} K_2 < b_{2ис} d_1 / (t_{нор} C_{ис}) = b_{2ис} d_1^2 v_n / (t_n C_{ис})$, то следует ориентироваться на более высокочастотную АИМС, поскольку на первоначально выбранной АИМС невозможно получить столь малое время нарастания t_n .

Включение корректирующего конденсатора $C_{кор}$ приводит к уменьшению добротностей каскадов, а следовательно, и их произведения

$$k_{\phi p}^2 \approx \frac{K}{b_2} = \frac{K_{бс}}{b_{2кор}} = \frac{K_{бс}}{b_{2ис} [1 + C_{кор} (1/C_{вых1} + 1/C_{вых2})]},$$

которое связано с частотой единичного усиления $f_{1кор}$ приближенным соотношением

$$f_{1кор} \approx \frac{k_{\phi p}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{бс}}{b_{2ис} [1 + C_{кор} (1/C_{вых1} + 1/C_{вых2})]}} \quad (2.24)$$

Следовательно, подключение корректирующего конденсатора, шунтирующего выход каскада или секции, непременно приводит к уменьшению частоты единичного усиления:

$$f_{1кор} \approx \frac{f_{1ис}}{\sqrt{1 + C_{кор} (1/C_{вых1} + 1/C_{вых2})}},$$

где $f_{1ис} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_{ис} / b_{2ис}}$ — частота единичного усиления некорректированного АИМС.

С увеличением емкости корректирующего конденсатора становится возможным повышение глубины обратной связи, при которой амплитуда выбросов не превышает допустимую величину (см. соотношение (2.21)).

До определенной величины емкости $C_{кор}$ уменьшается и время нарастания фронта (см. выражение (2.23)). Однако умень-

шение t_H с увеличением $C_{кор}$ происходит все медленнее, и, когда $C_{кор}$ на порядок превышает паразитные емкости $C_{вых1}$ и $C_{вых2}$, время нарастания t_H , приближаясь к своей наименьшей величине

$$t_{H.наим} \approx \lambda_{\phi} \frac{b_{2лс}}{\alpha_i^2 K_2 R_{вых2}} \left(\frac{1}{C_{вых1}} + \frac{1}{C_{вых2}} \right),$$

практически перестает уменьшаться. Дальнейшее увеличение $C_{кор}$ дает возможность увеличить глубину обратной связи с соблюдением условия $\varepsilon \leq \varepsilon_{доп}$. Однако это достигается ценой заметного снижения добротности синтезируемого устройства.

Таким образом, при подключении корректирующего конденсатора как проходную емкость, во-первых, при заданной глубине обратной связи требуется емкость $C_{кор}$ в K_2 раз меньшей величины, чем при непосредственном шунтировании каскада конденсатором, и, во-вторых, время нарастания фронта t_H оказывается меньше $t_{H.БК}$. Достоинством является также относительная простота конструктивной реализации коррекции.

Недостатком указанного способа коррекции является то, что он приводит к снижению импульсной добротности устройства и частоты единичного усиления $f_{1кор}$, а поэтому к уменьшению скорости нарастания выходного импульса $U_{V_{вых}}$. Ограничена также возможность уменьшения времени нарастания фронта; оно может быть сокращено до величины $t_{H.наим}$.

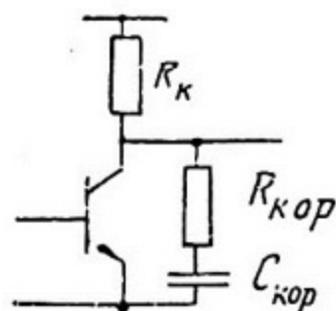


Рис. 2.10. Схема подключения корректирующей цепи $R_{кор}-C_{кор}$ к выходу усилительного каскада

На практике встречается корректирующая цепь, состоящая из конденсатора $C_{кор}$ и последовательно включенного резистора $R_{кор}$ (рис. 2.10). Такая цепь, шунтируя на высоких частотах выход одного из каскадов или секции АИМС (например первой секции), приводит к уменьшению коэффициента усиления, а также фазового сдвига. Благодаря такому комплексному корректирующему действию удастся схватить АИМС более глубокой обратной связью без увеличения амплитуды выбросов.

Передаточную функцию усилителя с обратной связью можно получить, сначала определив изменение передаточной функции скорректированного каскада. Из схемы замещения такого каскада сле-

дует, что при включении корректирующей цепи $C_{кор} - R_{кор}$ передаточная функция каскада определяется выражением

$$K_1(p) = K_1 \frac{p\tau_{кор} + 1}{p^2\tau_{кор}\tau_1 + p[\tau_{кор} + \tau_1(1 + C_{кор}/C_{вых1})] + 1},$$

где $\tau_{кор} = C_{кор} R_{кор}$ — постоянная времени заряда корректирующего конденсатора; $\tau_1 = C_{вых1} R_{вых1}$ — постоянная времени каскада без корректирующей цепи; $K_1 = S_{кз1} R_{вых1}$ — коэффициент усиления каскада в области средних времен; $C_{вых1}$ — эквивалентная емкость, имитирующая действие всех элементов, вносящих искажения в области малых времен.

Включение цепи $C_{кор} - R_{кор}$ приводит к появлению дополнительных нуля и полюса в передаточной функции канала прямой передачи:

$$K_{бс}(p) = K_1(p)K_2(p) = \frac{K_{бс}(p\tau_{кор} + 1)}{\left\{ p^2\tau_{кор}\tau_1 + p[\tau_{кор} + \tau_1(1 + \frac{C_{кор}}{C_{вых1}})] + 1 \right\} (p\tau_2 + 1)}$$

Выбрав постоянную времени корректирующей цепи $\tau_{кор}$ равной постоянной времени второй секции τ_2 ($\tau_{кор} = \tau_2$), можно исключить повышение степени характеристического уравнения (за счет сокращения нуля с полюсом), представив передаточную функцию усилителя с обратной связью в виде

$$K(p) = \frac{K}{p^2 \frac{b_{2ис}}{F} + p \frac{1}{F} (b_{1ис} + C_{кор} R_{вых1}) + 1}.$$

Заметим, что при этом дополнительная степень свободы, которая образуется из-за включения $R_{кор}$, используется для выполнения условия $\tau_{кор} = \tau_2$. Остальные два уравнения получают на стадии синтеза: 1) $b_{2ис}/F = [t_n / (\lambda_\phi d_1)]^2$; 2) $(b_{1ис} + C_{кор} R_{вых1})/F = t_n / \lambda_\phi$. Основные параметры этого вида коррекции определяются следующими соотношениями:

1) емкости корректирующего конденсатора

$$C_{кор} = (\lambda_\phi d_1^2 b_{2ис} / t_n - b_{1ис}) \frac{1}{R_{вых1}}; \quad (2.25)$$

2) сопротивления резистора в цепи коррекции

$$R_{кор} = \tau_2 / C_{кор}; \quad (2.26)$$

3) допустимой глубины обратной связи F , при которой $\epsilon \leq \epsilon_{доп}$:

$$F = \frac{b_{2ис}}{[t_n / (\lambda_\phi d_1)]^2}. \quad (2.27)$$

При этом время нарастания фронта определяется формулой

$$t_H = \lambda_{\Phi} d_1^2 \frac{b_{2ис}}{b_{1ис} + C_{кор} R_{вых1}} = \frac{t_{H. \delta K}}{1 + C_{кор} R_{вых1} / b_{1ис}} \quad (2.28)$$

При использовании корректирующей цепи $C_{кор}-R_{кор}$ импульсная добротность усилителя, а следовательно, и частота единичного усиления $f_{1кор}$ не уменьшаются, что является достоинством этого способа. Однако при коррекции цепью $C_{кор}-R_{кор}$ усилитель оказывается чувствительным к разбросу параметров, а также влиянию недоминирующих полюсов, что и ограничивает круг применения такой коррекции. Недостатком является и то, что требуется корректирующий конденсатор значительно большей емкостью ($\sim 100 - 1000$ пФ).

2.4.3. Коррекция при помощи ускоряющей цепи в канале передачи сигнала обратной связи.

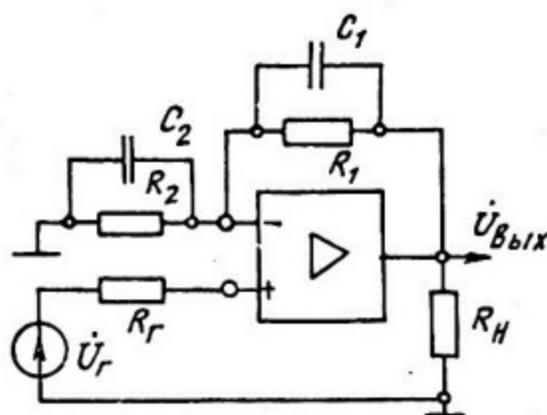


Рис. 2.11. Структурная схема аналогового устройства с ускоряющим конденсатором в канале передачи сигнала обратной связи

Особенности такого способа коррекции удобно рассматривать на примере усилителя с последовательной обратной связью, в канале обратной передачи которого применяется резистивно-емкостный делитель, обеспечивающий ускорение передачи сигнала обратной связи с выхода на вход АИМС. Структурная схема такого АУ показана на рис. 2.11. В этой схеме форсирование сигнала обратной связи обеспечивается ускоряющим конденсатором C_1 . Емкость же C_2 , представляющая собой паразитную емкость, наобо-

Поскольку возникновение колебательного процесса, сопровождаемое образованием выбросов (так же как и самовозбуждение), обусловлено запаздыванием сигнала обратной связи, то можно предотвратить эти явления, форсировав передачу сигнала обратной связи. Для этого в петлю обратной связи, которая образуется каналами прямой и обратной передач, включают ускоряющую цепь, представляющую собой резистивно-емкостные элементы. Такие цепи можно включать как в канал прямой передачи, так и в канал обратной передачи.

рот, замедляет нарастание сигнала обратной связи. Но поскольку в практических схемах она всегда имеется, то ее действие необходимо учитывать. При подключении такой цепи к низкоомному выходу АИМС передаточную функцию петли обратной связи можно представить в виде

$$K_{\text{ПЕТ}}(p) = \gamma_{\text{СВ}}(p) K_{\text{ПР}}(p) = \frac{K_{\text{ПЕТ}}(p a_{1\text{ПЕТ}} + 1)}{p^3 b_{3\text{ПЕТ}} + p^2 b_{2\text{ПЕТ}} + p b_{1\text{ПЕТ}} + 1},$$

где $K_{\text{ПЕТ}} = \gamma_{\text{СВ}} K_{\text{ПР}}$; $\gamma_{\text{СВ}} = R_2 / (R_1 + R_2)$; $b_{3\text{ПЕТ}} = b_{2\text{ИС}} \tau_{\text{УС}}$;
 $b_{2\text{ПЕТ}} = b_{2\text{ИС}} + b_{1\text{ИС}} \tau_{\text{УС}}$; $b_{1\text{ПЕТ}} = b_{1\text{ИС}} + \tau_{\text{УС}}$; $a_{1\text{ПЕТ}} = \tau_{\text{ОС1}}$;
 $\tau_{\text{УС}} = (R_1 \parallel R_2)(C_1 + C_2) = \gamma_{\text{СВ}} R_1 (C_1 + C_2)$; $\tau_{\text{ОС1}} = R_1 C_1$.

Передаточная функция АУ с обратной связью

$$K(p) = \frac{K_{\text{ПР}}(p)}{1 + K_{\text{ПЕТ}}(p)} = \frac{K(p \tau_{\text{УС}} + 1)}{p^3 b_{3\text{ПЕТ}} / F + p^2 b_{2\text{ПЕТ}} / F + p(b_{1\text{ПЕТ}} + K_{\text{ПЕТ}} a_{1\text{ПЕТ}}) / F + 1}$$

Из этого выражения следует, что коррекция с ускоряющей цепью приводит к образованию нуля ($-1/\tau_{\text{УС}}$) и дополнительного полюса. При этом для расчета параметров корректирующей цепи и глубины обратной связи F составляют систему уравнений, предварительно нормировав передаточную функцию введением оператора

$s = p \sqrt{b_{3\text{ПЕТ}} / (F \tau_{\text{УС}})} = p t_{\text{НОР}}$ и представлением ее в следующем виде:

$$K(s) = K \frac{s + q_{0\text{С}}}{s^3 + s^2 d_{2\text{С}} + s d_{1\text{С}} + d_{0\text{С}}}. \quad (2.29)$$

Здесь $d_{0\text{С}} = t_{\text{НОР}}^3 / \left(\frac{b_{3\text{ПЕТ}}}{F} \right) \equiv q_{0\text{С}}$; $q_{0\text{С}} = t_{\text{НОР}} / \tau_{\text{УС}}$; $d_{1\text{С}} = t_{\text{НОР}}^2 \times$
 $\times (b_{1\text{ПЕТ}} + K_{\text{ПЕТ}} d_{1\text{ПЕТ}}) / b_{3\text{ПЕТ}}$; $d_{2\text{С}} = t_{\text{НОР}} b_{2\text{ПЕТ}} / b_{3\text{ПЕТ}}$; $t_{\text{НОР}} = \sqrt{b_{3\text{ПЕТ}} / (F \tau_{\text{УС}})}$,

где $d_{0\text{С}}$, $d_{1\text{С}}$, $d_{2\text{С}}$, $q_{0\text{С}}$ - нормированные коэффициенты передаточной функции (2.29), определяемые параметрами АИМС и корректирующей цепи. Для расчета параметров схемы на основании данных, представленных в табл. 11, составляют систему, содержащую четыре уравнения:

$$1. q_{0\text{С}} \equiv t_{\text{НОР}} / \tau_{\text{УС}} = q_0; \quad 2. d_{0\text{С}} \equiv t_{\text{НОР}}^3 / \frac{b_{3\text{ПЕТ}}}{F} = d_0;$$

$$3. d_{1c} \equiv \frac{1}{F\tau_{yc}} (b_{1\text{ПЕТ}} + K_{\text{ПЕТ}}\tau_{oc1}) = d_1; \quad 4. d_{c2} \equiv t_{\text{НОР}} b_{2\text{ПЕТ}} / b_{3\text{ПЕТ}} = d_2.$$

В этих уравнениях числовые значения коэффициентов $d_0 = g_0; d_1; d_2$ и нормированной величины v_H берут из табл. 11 (основываясь на допустимых значениях t_H и ε). Учитывая, что $g_{pc} = d_{oc}$, из первого и второго уравнений устанавливают связь нормированного коэффициента $t_{\text{НОР}} = t_H / v_H$ с параметрами схемы: $t_{\text{НОР}} = \sqrt{b_{3\text{ПЕТ}} / (F\tau_{yc})}$.

Следует подчеркнуть, что образуемые нуль и полюс приводят к увеличению числа уравнений, для удовлетворения которых требуются дополнительные степени свободы. Таковыми являются параметры корректирующей цепи: емкость ускоряющего конденсатора C_1 , сопротивление R_1 или R_2 , глубина обратной связи F . По величине F рассчитывают коэффициент передачи $\gamma_{св} = (F-1)/K_{\text{пр}}$, а затем и сопротивление одного из резисторов R_1 или R_2 так, чтобы $\gamma_{св} \equiv (F-1)/K_{\text{пр}} = R_2 / (R_1 + R_2)$. Поскольку степеней свободы всего три (C_1, F, R_1 или R_2), а уравнений четыре, то возможности этого метода коррекции оказываются ограниченными; приемлемое решение получается лишь в тех случаях, когда требуемое значение времени нарастания $t_H > v_H \times (d_2 - d_0) b_{2\text{ис}} / b_{1\text{ис}}$.

2.4.4. Коррекция включением быстродействующего параллельного канала. Суть этого метода заключается в уменьшении искажений в области малых времен (высших частот), вносимых какой-либо секцией или каскадом АИМС, включением внешнего быстродействующего (высокочастотного) канала параллельно секции или каскаду АИМС. При этом полюс, характеризующий секцию или каскад, удаляется от начала координат, что способствует повышению степени устойчивости усилителя с обратной связью и реализации частотных и переходных характеристик с заданными параметрами.

На рис. 2.12,а показана структурная схема АИМС с быстродействующим каналом, подключенным параллельно первой секции. Быстродействующий канал с конденсатором $C_{\text{кор}}$ на выходе обеспечивает коррекцию, действуя только во время передачи крутых перепадов, так как конденсатор $C_{\text{кор}}$, заряжаясь, отключает канал в области средних и больших времен. Представленная на рис. 2.12,а микросхема с быстродействующим каналом образует канал прямой передачи, передаточную функцию которого можно

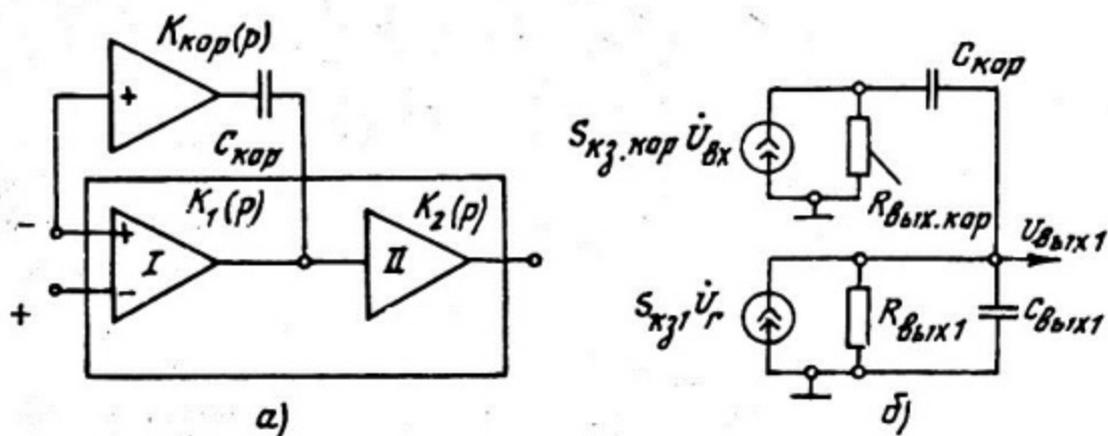


Рис. 2.12. Аналоговое устройство на АИМС с параллельным быстродействующим каналом:

а - структурная схема; б - схема замещения

определить, представив быстродействующий канал и шунтированную им секцию АИМС в виде источников тока $S_{кз.кор} \dot{U}_r$ и $S_{кз1} \dot{U}_r$ с выходными сопротивлениями $R_{вых.кор}$ и $R_{вых1}$ так, как это показано на рис. 2.12,б ($C_{вых1}$ - суммарная паразитная емкость, шунтирующая выходы вспомогательного канала и первой секции АИМС). На основании этой схемы замещения составляют передаточную функцию первой секции с быстродействующим каналом, а затем и канала прямой передачи -

$$K_{пр}(p) = K_{пр} \frac{p a_{1пр} + 1}{p^3 b_{3пр} + p^2 b_{2пр} + p b_{1пр} + 1}, \quad (2.30)$$

где $a_{1пр} = \tau_{кор} \left(1 + \frac{S_{кз.кор}}{S_{кз1}} \right)$; $\tau_{кор} = C_{кор} R_{вых.кор}$; $b_{3пр} = b_{2ис} \tau_{кор}$;

$$b_{2пр} = b_{2ис} + \tau_{кор} \left(b_{1ис} + \tau_2 \frac{R_{вых1}}{R_{вых.кор}} \right); \quad b_{1пр} = b_{1ис} + \tau_{кор} \left(1 + \frac{R_{вых1}}{R_{вых.кор}} \right).$$

На основании представленных соотношений можно сделать следующие заключения.

1. Включение быстродействующего канала при определенных условиях существенно повышает быстродействие канала прямой передачи и, соответственно, частоту единичного усиления. В этом можно убедиться, определив произведение импульсных добротности

стей усилительных элементов, образующих канал прямой передачи,

$$k_{\text{ФР}}^2 \equiv K_{\text{ПР}} \frac{\alpha_{1\text{ПР}}}{b_{3\text{ПР}}} = K_{\text{ПР}} \frac{1 + S_{\text{КЗ.КОР}}/S_{\text{КЗ1}}}{b_{2\text{ИС}}} = k_{\text{ФР.ИС}}^2 \left(1 + \frac{S_{\text{КЗ.КОР}}}{S_{\text{КЗ1}}}\right)$$

и частоту единичного усиления

$$f_{1\text{КОР}} \approx \frac{1}{2\pi} k_{\text{ФР}} = \frac{1}{2\pi} k_{\text{ФР.ИС}} \sqrt{1 + \frac{S_{\text{КЗ.КОР}}}{S_{\text{КЗ1}}}} \approx f_{1\text{ИС}} \sqrt{1 + \frac{S_{\text{КЗ.КОР}}}{S_{\text{КЗ1}}}}$$

Увеличение быстродействия и частоты $f_{1\text{КОР}}$ тем существеннее, чем больше крутизна характеристики быстродействующего канала в режиме короткого замыкания $S_{\text{КЗ.КОР}}$ по сравнению с аналогичной величиной $S_{\text{КЗ1}}$ для шунтированной секции или каскада АИМС.

2. Быстродействующий параллельный канал одновременно оказывает корректирующее действие по следующим трем причинам:

– во-первых, включение этого канала приводит к образованию полюса, достаточно удаленного от начала координат. Причем чем больше отношение $R_{\text{ВЫХ1}}/R_{\text{ВЫХ.КОР}}$, тем большей величины дополнительный полюс $R_{\text{ДОП}}$, и, соответственно, степень устойчивости усилителя при его охвате обратной связью. Поэтому, чтобы повысить эффективность корректирующего действия быстродействующего канала, его следует подключать параллельно секции или каскаду с высокоомным выходом. Сам же параллельный канал строят с низкоомным выходом;

– во-вторых, остальные полюсы, уменьшаясь по абсолютной величине, стягиваются к началу координат, что также способствует повышению степени устойчивости канала прямой передачи при охвате обратной связью. При этом и данный эффект тем более проявляется, чем меньше $R_{\text{ВЫХ.КОР}}$;

– в-третьих, образуется нуль ($\alpha = -1/\alpha_{1\text{ПР}}$), что способствует уменьшению в канале прямой передачи фазового сдвига в области высших частот, и тем самым тоже повышению степени устойчивости.

Параметры параллельного канала рассчитывают на основании системы уравнений, которую составляют на стадии синтеза. При этом, если имеется возможность спроектировать параллельный канал с параметрами $R_{\text{ВЫХ.КОР}}$ и $S_{\text{КЗ.КОР}}$, величины которых

удовлетворяют указанной системе уравнений, то задача решается однозначно, так как из четырех уравнений определяются четыре величины: $R_{\text{вых.кор}}$, $S_{\text{кз.кор}}$, $S_{\text{кор}}$ и F . Однако во многих случаях параметры канала $R_{\text{вых.кор}}$ и $S_{\text{кз.кор}}$ являются заданными величинами, определяемыми из схемы уже выбранного параллельного канала. В этом случае система уравнений становится неопределенной, поэтому нельзя считать заданными параметры усилителя с обратной связью t_H и ε . Их определяют на основании приведенной системы уравнений с последующей проверкой, удовлетворяют ли полученные значения t_H и ε допустимым величинам.

2.4.5. Коррекция при помощи дополнительных цепей обратной связи. Такой вид коррекции реализует охватом дополнительной обратной связью отдельных каскадов или секций АИМС (помимо общей обратной связи). Благодаря действию дополнительной обратной связи происходит разнесение постоянных времени цепей в петле обратной связи и, соответственно, сдвиг полюсов передаточной функции $K_{\text{пет}}(p)$ так, что становится возможным охватить усилитель более глубокой общей связью. Этому способствует также образование цепей с опережающим фазовым сдвигом, что приводит к уменьшению суммарного фазового сдвига.

В заключение отметим особенности рассмотренных методов коррекции. Первый и последний способы часто приводят к снижению импульсной добротности усилителя и, следовательно, к уменьшению частоты единичного усиления $f_{1\text{кор}}$. При коррекции посредством ускоряющей цепи в петле обратной связи добротность и частота $f_{1\text{кор}}$ не уменьшаются. Коррекция при помощи быстродействующего канала является наиболее эффективным способом построения быстродействующих и высокочастотных АУ на основе АИМС. Включение такого канала способствует повышению импульсной добротности АУ, увеличению частоты единичного усиления в $\sqrt{1+S_{\text{кз.кор}}/S_{\text{кз}}}$ раз. Почти во столько же раз повышается скорость нарастания выходного импульса $v_{U_{\text{вых}}}$.

Представленными соотношениями можно воспользоваться и при определении параметров корректирующих цепей, применяемых для получения частотных характеристик с требуемой точностью. При этом вместо нормированного времени $t_{\text{нор}}$ используют обратную величину граничной частоты $\omega_{\text{гр}}$ (т.е. заменяют $t_{\text{нор}}$ на $1/\omega_{\text{гр}}$), а искажения характеризуют неравномерностью АЧХ или нелинейностью ФЧХ (вместо выброса ε переходной характеристики).

2.5. Синтез структурной схемы аналогового устройства

Как отмечалось, на первом этапе схемотехнического синтеза на основании передаточной функции АУ эвристически синтезируют его схему. Эту процедуру можно реализовать каскадным включением звеньев или включением взаимосвязанных звеньев.

При каскадной реализации передаточную функцию АУ представляют в виде произведения передаточных функций отдельных звеньев. На основании полученного произведения определяют число звеньев и их тип. Затем, каскадным соединением этих звеньев синтезируют структурную схему проектируемого АУ. Особенностью такой реализации является то, что не применяются перекрестные обратные связи или обратные связи, охватывающие устройство в целом (рис. 2.13). Используются только обратные связи в отдельных звеньях для получения соответствующих характе-

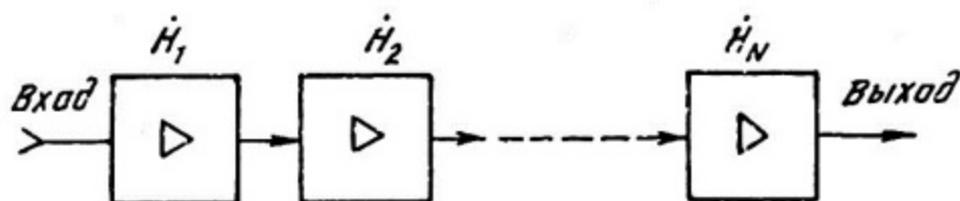


Рис. 2.13. Структурная схема АУ при каскадной реализации

ристик (см., например, звено ПФ на рис. 2.3), а также для стабилизации их параметров. Каскадную реализацию можно иллюстрировать на примере структурной схемы импульсного усилителя, синтезированной на основе двухсекционных АИМС с обратной связью и с коррекцией интегрирующим конденсатором $C_{кор}$ (см. рис. 2.9). Передаточная функция такой АИМС определяется выражением (2.19). При каскадном соединении N таких элементов с одинаковыми параметрами нормированную передаточную функцию АУ можно представить в следующем виде:

$$H_c(s) = K_1^N \frac{1}{(s^2 + sd_{\varepsilon_c} + 1)^N}, \quad (2.31)$$

где $s = p \sqrt{b_{2кор}/F}$; $d_{\varepsilon_c} = \frac{b_{1кор}}{F} / \sqrt{\frac{b_{2кор}}{F}} = b_{1кор} / \sqrt{F b_{2кор}}$.

Разумеется, при каскадной реализации можно синтезировать схему АУ и из звеньев с неодинаковыми параметрами.

При синтезе схемы АУ, состоящей из взаимосвязанных звеньев, необходимость в представлении передаточной функции АУ в виде произведения передаточных функций отдельных звеньев отпадает. Дело в том, что из-за обратной связи между звеньями, группами звеньев, а часто и общей обратной связи, охватывающей устройство в целом (рис. 2.14), определение передаточных функций отдельных звеньев (с учетом взаимодействий между ними) практически невозможно на этапе синтеза схемы. Поэтому структурная схема АУ составляется непосредственно на осно-

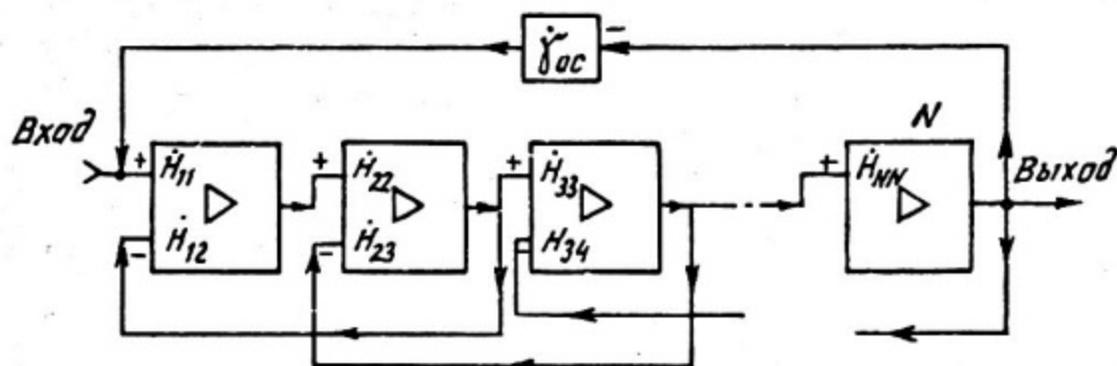


Рис. 2.14. Структурная схема АУ при непосредственной реализации

ве передаточной функции АУ в целом, включением групповых, перекрестных и общей обратных связей, так как это показано на рис. 2.14. При непосредственной реализации (так иногда называют синтез схемы с взаимосвязанными звеньями) получаются множество структурных схем, отличающихся друг от друга конфигурацией цепей обратных связей; ими могут быть охвачены разные группы звеньев и группы неодинаковым числом звеньев, могут отличаться и звенья, охваченные перекрестными связями. Этой неоднозначностью и надо воспользоваться для выбора оптимальной структуры схемы на втором этапе, когда определяются конкретные параметры и характеристики АУ.

Современные АУ реализуются по структуре взаимосвязанных звеньев, так как при этом удается заметно улучшить характеристики АУ и снизить их чувствительность к изменению параметров схемы. Это является результатом следующих особенностей АУ при непосредственной реализации.

Во-первых, включение дополнительных цепей обратных связей создает реальные возможности оптимизации структурной схемы как по характеристикам, так и по их чувствительности к разбросу

и изменениям параметров. Для практической реализации оптимизации используются дополнительные степени свободы, которые появляются вследствие включения цепей групповых и общих обратных связей.

Во-вторых, при прочих равных условиях использование групповых и общих обратных связей обеспечивает меньшие линейные искажения и более высокую стабильность характеристик АУ, так как при этом обратные связи оказываются более глубокими и охватывают большее число звеньев.

Основной причиной ограниченного использования синтеза структурной схемы в виде взаимодействующих звеньев является сложность расчетов. В этом нетрудно убедиться на примере схемы на рис. 2.14. Передаточная функция этой схемы определяется сложными соотношениями:

$$\dot{H} = \frac{\dot{H}_{г.р.с}}{1 + \dot{\gamma}_{ос} \dot{H}_{г.р.с}}; \quad (2.32)$$

$$\dot{H}_{г.р.с} = \frac{\prod_{k=1}^N H_{kk}}{1 + \sum_{k=1}^{N-1} T_{k,k+1} + \sum_{k=1}^{N-3} T_{k,k+1} \sum_{q=k+2}^{N-1} T_{q,q+1} + \sum_{k=1}^{N-5} T_{k,k+1} \sum_{q=k+2}^{N-3} T_{q,q+1} \sum_{m=q+2}^{N-1} T_{m,m+1} + \dots} \quad (2.33)$$

Здесь $\dot{H}_{г.р.с}$ — операторное выражение передаточной функции синтезированной схемы, но с учетом групповых перекрестных связей с коэффициентами петлевого усиления $T_{k,k+1}$, $T_{q,q+1}$, $T_{m,m+1}$ и т.д. Эти коэффициенты, характеризующие перекрестные связи, определяются выражением

$$T_{k,k+1} = \dot{H}_{k,k+1} \dot{H}_{(k+1),k+1}; \quad T_{q,q+1} = \dot{H}_{q,q+1} \dot{H}_{(q+1),q+1}; \quad T_{m,m+1} = \dot{H}_{m,m+1} \dot{H}_{(m+1),m+1}.$$

Учитывая, что коэффициенты по каналам прямой передачи H_{jj} и передачи сигнала обратной связи $\dot{H}_{j,j+1}$ определяются часто передаточными функциями второго порядка, то сложность полученных соотношений очевидна.

2.6. Определение параметров схемы аналогового устройства

После синтеза структурной схемы составляют ее передаточную функцию, которая в операторной форме будет иметь вид

$$H_c(p) = K \frac{p^m a_{mc} + p^{m-1} a_{(m-1)c} + \dots + p^z a_{zc} + \dots + p a_{1c} + a_{0c}}{p^n b_{nc} + p^{n-1} b_{(n-1)c} + \dots + p^k b_{kc} + \dots + p b_{1c} + b_{0c}}. \quad (2.34)$$

Коэффициенты полиномов числителя a_{zc} и знаменателя b_{kc} находятся в функциональной связи с параметрами активных звеньев, пассивных элементов, цепей обратных связей, корректирующих цепей и т.д., на основе которых синтезирована структурная схема АУ. Задача этого этапа заключается в том, чтобы установить конкретные значения указанных параметров, обеспечивающих реализацию АУ с требуемыми характеристиками. Эта задача может быть решена сопоставлением коэффициентов функции (2.34) с числовыми значениями коэффициентов g_z и d_k передаточной функции

$$H(s) = K \frac{s^m + s^{m-1} g_{m-1} + \dots + s^z g_z + \dots + s g_1 + g_0}{s^n + s^{n-1} d_{n-1} + \dots + s^k d_k + \dots + s d_1 + d_0}, \quad (2.35)$$

полученной на стадии математического синтеза. Поскольку в функции (2.35) вместо оператора p обычно используется оператор $s = p t_{\text{нор}}$, нормированной величиной $t_{\text{нор}} = t / T_H$ либо $t_{\text{нор}} = \omega / \omega_{\text{гр}}$, то такую же нормировку следует присвоить над схемной функцией (2.34), представив ее в виде

$$H_c(s) = K \frac{s^m + s^{m-1} g_{(m-1)c} + \dots + s^z g_{zc} + \dots + s g_{1c} + g_{0c}}{s^n + s^{n-1} d_{(n-1)c} + \dots + s^k d_{kc} + \dots + s d_{1c} + d_{0c}}. \quad (2.36)$$

Коэффициенты g_{zc} и d_{kc} этой функции связаны с коэффициентами a_{zc} и b_{kc} в выражении (2.34) следующими соотношениями:

$$g_{zc} = \frac{a_{zc}}{a_{mc}} t_{\text{нор}}^{m-z}; \quad d_{kc} = \frac{b_{kc}}{b_{nc}} t_{\text{нор}}^{n-k}; \quad [z=0, 1, \dots, m-1; k=0, 1, \dots, n-1]. \quad (2.37)$$

После нормировки, приравняв между собой соответствующие коэффициенты передаточных функций (2.35) и (2.36), получим

две системы уравнений, на основе которых можно определить требуемые значения параметров активных и пассивных элементов, цепей обратных связей и т.д. Первая система уравнений составляется для числителей функций (2.35) и (2.36) и используется для определения параметров цепей, обеспечивающих нули передаточной функции в соответствии с числовыми значениями коэффициентов g_{τ} в выражении (2.35):

$$g_{(m-1)c} = g_{m-1}; \dots; g_{\tau c} = g_{\tau}; \dots; g_{1c} = g_1; g_{0c} = g_0. \quad (2.38)$$

На основе этой системы синтезируют корректирующие звенья так, чтобы выполнялись условия (2.38), обеспечивающие нули передаточной функции заданных значений.

Вторую систему уравнений составляют для коэффициентов характеристических уравнений, т.е. для знаменателей (2.35) и (2.36):

$$d_{(n-1)c} = d_{n-1}; \dots; d_{kc} = d_k; \dots; d_{1c} = d_1; d_{0c} = d_0. \quad (2.39)$$

При решении последнего уравнения ($d_{0c} = d_0$) следует иметь в виду, что в физически реализуемых устройствах с характеристикой ФНЧ $g_0 = d_0$, поэтому должны быть равными и коэффициенты g_{0c} и d_{0c} , получаемые при схемотехническом синтезе. Обычно последнее равенство, т.е. $g_{0c} = d_{0c}$, используют для установления взаимосвязи нормировочного коэффициента $t_{нор}$ с параметрами синтезированной схемы. Действительно, подставив в равенство $g_{0c} = d_{0c}$ выражения g_{0c} и d_{0c} , определяемые соотношениями (2.37) для $\tau = k = 0$, имеем

$$a_{0c} t_{нор}^m / a_{mc} = b_{0c} t_{нор}^n / b_{nc}.$$

Из этого равенства следует, что

$$t_{нор} = \sqrt[n-m]{\frac{b_{nc} a_{0c}}{b_{0c} a_{mc}}}.$$

Учитывая, что при математическом синтезе $t_{нор}$ принимается равным t_H / v_H (для переходных характеристик) или $v_{\omega} / \omega_{гр}$ (для частотных характеристик ФНЧ), можно установить взаимосвязь коэффициентов передаточной функции (2.34) с исходными данными (t_H или $\omega_{гр}$) в следующем виде:

$$\frac{t_H}{\varphi_H} = \sqrt[n-m]{\frac{b_{nc} a_{oc}}{b_{oc} a_{mc}}} \quad \text{или} \quad \frac{\omega_{гр}}{\varphi_\omega} = \sqrt[n-m]{\frac{b_{oc} a_{mc}}{b_{nc} a_{oc}}} \quad (2.40)$$

Если передаточная функция не содержит нули, то $g_0 = 1$, и тогда равенство $g_{oc} = d_{oc}$ принимает вид $d_{oc} = 1$. На основе системы (2.39) устанавливают параметры активных и пассивных элементов схемы, глубину обратных связей так, чтобы выполнялись условия, обеспечивающие полюсы передаточной функции требуемых значений.

Очевидно, что схемотехнический синтез АУ на основе систем уравнений (2.38) и (2.39) имеет однозначное решение в том случае, когда соответствующим подбором элементов схемы, корректирующих звеньев и цепей передачи сигналов обратной связи будут обеспечены степени свободы, по числу равные количеству уравнений в указанных системах. При неудовлетворении хотя бы одного из уравнений характеристики синтезируемого АУ не будут соответствовать заданным.

Наиболее просто определяются параметры АУ при каскадной реализации. Эта процедура особенно упрощается, если АУ синтезируется на АИМС с одинаковыми параметрами. Так, например, передаточная функция АУ, синтезированного на нескольких АИМС с корректирующим конденсатором $C_{кор}$, определяется сравнительно простым соотношением

$$H_c(p) = K_1^N \frac{1}{(p^2 b_{2кор} / F + p b_{1кор} / F + 1)^N},$$

которое после нормировки ($s = p t_{кор}$) можно представить в виде

$$H_c(s) = \frac{K_1^N d_{oc}^N}{(s^2 + s d_{\varepsilon c} + d_{oc})^N} \quad (2.41)$$

Здесь $d_{\varepsilon c} = t_{кор} b_{1кор} / b_{2кор}$; $d_{oc} = t_{кор}^2 \left(\frac{b_{2кор}}{F} \right)$.

Связь между коэффициентами $b_{1кор}$ и $b_{2кор}$ с параметрами АИМС с коррекцией можно установить на основании соотношений, которые приведены в п. 2.4.2.

Передаточная функция, полученная на этапе математического синтеза для данного АУ, выражается соотношением

$$H(s) = K_1^N \frac{1}{(s^2 + sd_\varepsilon + 1)^N}, \quad (2.42)$$

где $s = p t_{\text{НОР}}$; $t_{\text{НОР}} = t_H / \nu_H$.

Числовые значения коэффициентов ν_H и d_ε определяют из табл. 9 исходя из исходных величин времени нарастания t_H и выброса ε (допустим $d_\varepsilon = \sqrt{2}$). Система уравнений, получаемая из сопоставления (2.41) с (2.42), получается следующая:

1. $d_{\varepsilon c} \equiv t_{\text{НОР}} b_{1\text{КОР}} / b_{2\text{КОР}} = d_\varepsilon \equiv \sqrt{2}$;
2. $d_{0c} \equiv t_{\text{НОР}}^2 / \left(\frac{b_{2\text{КОР}}}{F} \right) = 1$.

Подставив в эти уравнения $t_{\text{НОР}} = t_H / \nu_H$, из первого определяют емкость корректирующего конденсатора $C_{\text{КОР}}$ (см. выражение (2.21)), из второго глубину обратной связи $F = b_{2\text{КОР}} \nu_H^2 / t_H^2$.

При каскадной реализации не всегда АУ состоит из звеньев с одинаковыми параметрами. Так, например, АУ с частотной характеристикой ФНЧ, аппроксимированной полиномом Баттерворта (допустим четвертой степени), описывается передаточной функцией следующего вида:

$$H(s) = \frac{K}{(s^2 + sd_1' + 1)(s^2 + sd_1'' + 1)},$$

где $s = p t_H \omega_{\text{ГР}} / \omega_{\text{ГР}} = p \sqrt{2} / \omega_{\text{ГР}}$; $d_1' = 1,8477$, $d_1'' = 0,7653$ (см. табл. 2). Такое АУ можно синтезировать на двух АИМС с передаточными функциями второго порядка. При синтезе надо ориентироваться на колебательный режим работы (так как d_1' и d_1'' меньше двух), что можно обеспечить охватом обратной связью каждую из этих АИМС. Таким образом, передаточная функция, описывающая схему АУ, будет иметь вид

$$H_c(p) = \frac{K}{\left(p^2 \frac{b_{2\text{КОР}}'}{F} + p \frac{b_{1\text{КОР}}'}{F_1} + 1 \right) \left(p^2 \frac{b_{2\text{КОР}}''}{F} + p \frac{b_{1\text{КОР}}''}{F} + 1 \right)},$$

нормировав которую, получим

$$H_c(s) = \frac{K}{(s^2 + sd_{1c}' + d_{0c}') (s^2 + sd_{1c}'' + d_{0c}'')},$$

где $s = p/\omega_{гр}$; $d'_{1с} = b'_{1кор} / (\omega_{гр} b'_{2кор})$; $d'_{ос} = F_1 / (\omega_{гр}^2 b'_{2кор})$;
 $d''_{1с} = b''_{1кор} / (\omega_{гр} b''_{2кор})$; $d''_{ос} = F_2 / (\omega_{гр}^2 b''_{2кор})$.

Система уравнений имеет вид

$$d'_{1с} \equiv \frac{b'_{1кор}}{\omega_{гр} b'_{2кор}} = 1,8477; \quad d''_{1с} \equiv \frac{b''_{1кор}}{\omega_{гр} b''_{2кор}} = 0,7653,$$

$$d'_{ос} \equiv \frac{F_1}{\omega_{гр}^2 b'_{2кор}} = 1; \quad d''_{ос} \equiv \frac{F_2}{\omega_{гр}^2 b''_{2кор}} = 1.$$

Из четырех уравнений определяют параметры корректирующих цепей (через отношения $b'_{1кор}/b'_{2кор}$ и $b''_{1кор}/b''_{2кор}$) и глубину обратной связи для каждого звена: F_1 и F_2 .

При непосредственной реализации за счет цепей перекрестных и общих обратных связей (см. рис. 2.14) появляются дополнительные степени свободы, которые следует использовать для минимизации чувствительности характеристик АУ к разбросу и неустойчивости параметров схемы. При этом условия минимизации составляют как при параметрической оптимизации, так и структурной. Первая из них связана с распределением значений факторов обратных связей, охватывающих разные звенья, таким образом, чтобы обеспечить минимум чувствительности. Структурная же оптимизация связана с выбором структуры АУ (конкретно, структуры обратных связей), обеспечивающей минимум чувствительности. Полученные таким образом условия минимизации дополняют первоначальную систему уравнений, тем самым обеспечивая однозначное определение параметров схемы.

Контрольные вопросы по второй главе

1. В чем суть структурного и параметрического синтезов?
2. Как проводятся структурная и параметрическая верификации?
3. Какими параметрами характеризуются АИМС в области высших частот?
4. С какой целью применяются обратные связи в АИМС? Какие виды обратных связей используют при реализации АУ?
5. Как влияют различные виды обратных связей на параметры АУ и как определяется их действие?

6. При каких видах обратных связей происходит увеличение $R_{\delta x, y}$, $R_{\delta y, x}$, а при каких, наоборот, их уменьшение?

7. На стабильность каких параметров влияют обратные связи по напряжению и по току?

8. Какое действие оказывают обратные связи на частотные и переходные характеристики АУ? При каких условиях возможно самовозбуждение АУ?

9. Какие Вы знаете методы коррекции характеристик АИМС? В чем физический смысл действия корректирующих цепей?

10. Какие схемы коррекции интегрирующей цепи предпочтительны и почему? Составьте систему уравнений, на основе которой определяют параметры АУ с корректирующим конденсатором

$C_{кор}$.

11. Какое действие оказывает ускоряющая цепь в канале передачи сигнала обратной связи? Составьте систему уравнений для АУ с ускоряющей цепью. Имеет ли эта система однозначное решение? Как решается эта система в случае, когда число определяемых параметров меньше четырех?

12. Как действует быстродействующий параллельный канал и к каким эффектам приводит включение такого канала? Как повысить эффективность коррекции при включении быстродействующего канала? Составьте систему уравнений для определения параметров схемы АУ с быстродействующим каналом. Когда эта система имеет однозначное решение? А если невозможно получить однозначное решение, то как определяют параметры схемы?

13. Какие способы реализации структурной схемы АУ Вы знаете? Сопоставьте эти способы и укажите их особенности.

14. Какие процедуры необходимо производить при каскадной реализации структурной схемы АУ? Можно ли осуществить каскадную реализацию на элементах с неодинаковыми параметрами и как?

15. Как синтезируют структурную схему АУ при непосредственной реализации и как при этом производят структурную оптимизацию? В чем преимущества такого вида синтеза схем и какие сложности при этом возникают?

16. В какой последовательности реализуется процедура, связанная с определением параметров схемы АУ после ее синтеза? Какие данные при этом используются?

Список рекомендуемой литературы

1. Справочник. Системы автоматизированного проектирования в радиоэлектронике/Е.В. Авдеев, А.Т. Еремин, И.П. Норенков, М.И. Песков. М.: Радио и связь, 1986. - 366 с.

2. Ланне А.А. Оптимальный синтез линейных электронных схем. М.: Связь, 1978. - 334 с.

3. Агаханян Т.М. Линейные импульсные усилители. М.: Связь, 1970. - 472 с.

4. Джонсон Д., Джонсон Дж., Мур Г. Справочник по активным фильтрам: Пер. с англ./Под ред. И.Н. Теплоука. М.: Энергоатомиздат, 1983. - 129 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава 1. Математический синтез электронных аналоговых устройств	4
1.1. Основные положения теории математического синтеза электронных устройств	4
1.2. Основы математического синтеза электронных устройств	7
1.3. Математический синтез аналоговых устройств на основе требований к частотным характеристикам	11
1.4. Математический синтез аналоговых устройств с частотными характеристиками ФНЧ	16
1.5. Преобразование частоты — синтез АУ с частотными характеристиками ФВЧ и ПФ	25
1.6. Математический синтез аналоговых устройств на основе требований к переходным характеристикам	33
1.7. Аппроксимация переходной функции в области малых времен	34
1.8. Аппроксимация переходной функции в области больших времен	52
Контрольные вопросы по первой главе	58
Глава 2. Схемотехнический синтез электронных аналоговых устройств	59
2.1. Этапы схемотехнического синтеза	59
2.2. Основные элементы аналоговых устройств и их характеристики	60
2.3. Реализация аналоговых устройств на АИМС с применением обратных связей	64
2.4. Коррекция переходных и частотных характеристик аналоговых устройств и корректирующие цепи	73
2.5. Синтез структурной схемы аналогового устройства	87
2.6. Определение параметров схемы аналогового устройства	90
Контрольные вопросы по второй главе	94
Список рекомендуемой литературы	96

31341, КНХР, 1989, 0.35

НБ МИФИ



BUJL002U