ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В.Т. Сапунов

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ АКТИВНОЙ ЗОНЫ АТОМНЫХ РЕАКТОРОВ

Учебное пособие

Рекомендовано УМО «Ядерные физика и технологии» в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений

Москва 2008

УДК 621.039.548 (075) ББК 31.46я7 С 19

Сапунов В.Т. Расчет на прочность элементов активной зоны атомных реакторов: Учебное пособие. М.: МИФИ, 2008. 116 с.

Учебное пособие отражает содержание соответствующих разделов учебных курсов «Конструирование тепловыделяющих элементов ядерных реакторов» и «Расчеты на прочность в реакторостроении». Изложены основные сведения по описанию процесса деформирования расчетной модели тела при термомеханическом неизотермическом нагружении и наличии облучения и расчету кинетики напряженно-деформированного состояния элементов активной зоны атомных реакторов с учетом особенностей их нагружения и специфики поведения конструкционных и делящихся материалов в условиях облучения.

Предназначено для студентов старших курсов специальностей «Физика прочности» и «Основы конструирования физических установок», аспирантов и инженерно-технических работников, специализирующихся в области прочности и обоснования конструкций элементов активных зон энергетических реакторов.

Пособие подготовлено в рамках Инновационной образовательной программы

Рецензент д-р. техн. наук, проф. В.Б. Малыгин (МИФИ)

ISBN 978-5-7262-0907-4

© Московский инженерно-физический институт (государственный университет), 2008

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Введение				
	1.1.	Ядерная энергетика и перспективы ее развития	4		
	1.2.	Условия работы элементов активной зоны реакторов на быстрых нейтронах	6		
	1.3.	Место расчетно-теоретических исследований в обеспе- чении надежной работы элементов активной зоны	8		
2.	Расч	четная молель тела и определяющие уравнения при			
	стат	тическом изотермическом нагружении	12		
	2.1.	Расчетная модель тела в рамках механики сплошного твердого деформируемого тела	12		
	2.2.	Методы решения задач механики сплошного твердого деформируемого тела	18		
	2.3.	Три закона деформирования сплошного твердого тела.	20		
	2.4.	Определяющие уравнения при статическом изотерми- ческом нагружении	23		
3.	Математическое описание процесса деформирования при				
	термомеханическом неизотермическом нагружении и на-				
	лич	ии облучения	27		
	3.1.	Упругость. Пластичность	27		
	3.2.	Ползучесть. Радиационная и тепловая ползучесть	39		
		3.2.1. Радиационная ползучесть конструкционных ма-	45		
		3.2.2. Ралиационная ползучесть лелящихся материалов.	51		
	3.3.	Распухание лелящихся материалов	57		
		3.3.1. Распухание однородной топливной композиции	60		
		3.3.2. Распухание дисперсионного топлива	73		
		3.3.3. Распухание в неравномерных температурных полях	80		
	3.4.	Распухание конструкционных материалов	84		
4.	Ура	внения механического состояния	90		
5.	Определение кинетики напряженно-деформированного				
	сост	состояния элементов активной зоны для случая односто-			
	роні	него деформирования	93		
	5.1.	Метод переменных параметров упругости	94		
	5.2.	Метод дополнительных деформаций	99		
	Зак	слючение	111		
	Список литературы				

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Ядерная энергетика и перспективы ее развития

Одной из важнейших особенностей научно-технического прогресса XX — XXI вв. является все более широкое использование ядерной энергии в промышленной энергетике и в различных отраслях техники.

Ядерная энергетика в настоящее время находится в стадии перехода от становления к дальнейшему развитию, и поэтому ее характерной особенностью на данном этапе является многообразие типов и характеристик используемых энергетических реакторов.

На первых наиболее крупных промышленных АЭС использовались урано-графитовые реакторы с газовым охлаждением. Такие реакторы оказалось легче освоить благодаря накопленному к этому времени опыту работы с реакторами, предназначенными для получения плутония. Однако сравнительно низкий КПД, малые выгорания топлива, громоздкость реакторов ограничивали возможности их дальнейшего совершенствования.

В конце 70-х годов прошлого столетия во всем мире действовало 140 АЭС общей энергетической мощностью 74200 МВт, более 90 % которой (67760 МВт) приходилось уже на долю АЭС с водяными реакторами. Среди водяных реакторов, используемых на АЭС в настоящее время, наиболее распространены:

- реакторы, охлаждаемые водой под давлением по типу легководных корпусных ВВЭР (Россия) и PWR (США) и тяжеловодных канальных PHWR (Канада);

- реакторы с кипящей водой по типу корпусных BWR (США) и урано-графитовых канальных РБМК (Россия);

- канальные реакторы с тяжеловодным замедлителем по типу BLWR (Канада) и SGHWR (Англия).

Все перечисленные выше типы реакторов относятся к реакторам на тепловых нейтронах.

В настоящее время АЭС с реакторами на тепловых нейтронах (тепловыми реакторами), потребляющими запасы природного делящегося материала (урана), успешно конкурируют с обычными электростанциями. Однако в последние годы наблюдается существенный рост стоимости АЭС вследствие непрерывной инфляции и возросших требований к безопасности ядерной энергетики и охране окружающей среды. Кроме того, оценка возможного развития ядерной энергетики по уже определившейся тенденции роста мощностей показывает, что уже в этом веке дешевого природного урана будет недостаточно для обеспечения дальнейшего развития ядерной энергетики с использованием тепловых реакторов. Поэтому развитие атомной энергетики неразрывно связано с поисками повышения экономичности АЭС, например, за счет капитальных затрат на строительство АЭС и снижения топливной составляющей в стоимости вырабатываемой электроэнергии. Сокращение капитальных затрат непосредственно связано с наращиванием единичных мощностей блоков АЭС, а топливная составляющая зависит от стоимости загруженного в реактор топлива и связанных с ним устройств (твэлов, сборок и т.п.), глубины выгорания топлива (времени пребывания сборки с твэлами в реакторе) и от общего КПД ядерной установки. На настоящее время считается общепризнанным, что будущее атомной энергетики связано с реакторами на быстрых нейтронах, в которых ядерное горючее используется более эффективно. Несмотря на то, что реакторы на быстрых нейтронах дороже тепловых, усилия, направленные на их разработку вполне оправданы, так как только они способны наработкой плутония с соответствующей скоростью обеспечивать развитие ядерной энергетики в необходимом темпе, потребляя только отвальной уран и часть нарабатываемого в них плутония. При этом цена природного урана не будет существенно влиять на стоимость электроэнергии АЭС, так как энергоиспользование каждой тонны урана существенно возрастает, и для атомной энергетики станут экономически доступными те урановые ресурсы, которые сегодня еще не имеют промышленного значения.

Россия, США, Франция и Англия имеют значительный опыт эксплуатации экспериментальных и опытно-промышленных быстрых реакторов. Отметим, что эксплуатируемые установки в течение всего периода их использования одновременно являлись и являются основным инструментом в программах исследования поведения топлива и конструкционных материалов в рабочих условиях (под облучением), в изучении безопасности использования быстрых реакторов и в накоплении опыта их эксплуатации. Основные результаты, достигнутые на настоящее время:

- подтверждены возможности быстрого реактора как размножающей системы;

- доказана возможность надежной, стабильной и безопасной работы быстрого реактора с натриевым охлаждением;

- продемонстрирована возможность достижения глубоких выгораний ядерного топлива;

- показана удовлетворительная работа натриевого технологического оборудования и систем.

Перспективы успешного развития атомной энергетики на быстрых нейтронах зависят от решения ряда научных и технических проблем, среди которых наиболее важными являются вопросы выбора ядерного топлива и разработки конструкций твэлов, обеспечивающих надежную работу быстрого реактора на проектных параметрах.

1.2. Условия работы элементов активной зоны реакторов на быстрых нейтронах

Особенности работы тепловыделяющих элементов в реакторах на быстрых нейтронах по сравнению с их работой в реакторах на тепловых нейтронах обусловлены различием физических характеристик этих реакторов. В реакторах на быстрых нейтронах рабочая загрузка топливом, следовательно, и концентрация ядерного топлива в твэлах в несколько раз выше, чем в тепловых реакторах. Поэтому для обеспечения необходимой эффективности использования ядерного топлива, плотность тепловыделения в активной зоне быстрых реакторов должна быть более высокой, а выгорание топлива в твэлах — более глубоким. Только при таких условиях будет обеспечиваться экономичная работа АЭС с реакторами на быстрых нейтронах и достигаться приемлемый темп накопления вторичного топлива. Но такой режим эксплуатации приводит к довольно тяжелым условиям работы тепловыделяющих элементов быстрых реакторов. Отметим следующие наиболее характерные условия их работы:

- температура оболочки тепловыделяющего элемента в наиболее горячих точках достигает 700 — 750 °C; температура в центре топливного стержня (например, из двуокиси урана) превышает 2000 °C; радиальные температурные градиенты могут достигать примерно 500 °C/мм (осевые градиенты температур обычно значительно меньше радиальных). Такие рабочие температуры заставляют использовать в качестве материала для оболочек тепловыделяющих элементов жаростойкие нержавеющие стали;

- для съема тепла используется жидкий щелочной металл натрий, прокачиваемый под давлением порядка 10 атм со скоростью до 10 м/с; температура натрия на выходе из реактора достигает 500 — 550 °C. Натрий, как известно, является агрессивной средой с большим коррозионным действием, которое проявляется, в основном, в растворении и переносе масс компонентов стали (никеля, хрома, марганца, кремния) и в утонении оболочек тепловыделяющих элементов. Кинетика взаимодействия натриевого теплоносителя с компонентами стали весьма сложна и до настоящего времени выяснена не до конца. Возможно и изменение механических свойств конструкционных сталей под воздействием натрия;

- при работе реактора на быстрых нейтронах формируется поток нейтронов плотностью $\varphi = (10^{15} - 10^{16})$ нейтр./см²·с, что примерно на два порядка выше, чем в активной зоне реакторах на тепловых нейтронах при тех же энергонапряженностях. Интегральный (суммарный) поток нейтронов Ф за среднее время работы тепловыделяющих элементов, которое должно составлять ~ 10^4 ч, достигнет $(1 - 3) \cdot 10^{23}$ нейтр./см². Воздействие таких больших потоков нейтронов приводит к существенному изменению как кратковременных механических свойств конструкционных и делящихся материалов (таких, как пределы текучести и прочности и относительное удлинение), так и длительных (таких, как характеристики ползучести и длительной прочности). Кроме того, при больших интегральных потоках быстрых нейтронов существенно (до 20 % и более) изменяются объемы конструкционных материалов (сталей) — данное явление трактуется как распухание конструкционных материалов;

 накопление газообразных и твердых продуктов деления по мере выгорания ядерного топлива вызывает изменение его объема — имеет место распухание делящихся материалов. В некоторых случаях распухание ядерного топлива полностью определяет работоспособность тепловыделяющих элементов;

 оболочки тепловыделяющих элементов нагружены меняющимися во времени давлением газообразных продуктов деления и давлением распухающего топлива, внешним давлением теплоносителя, неоднородным температурным полем. Высокие нагрузки и рабочие температуры приводят к необходимости учета деформаций пластичности и ползучести;

- нагружение элементов активной зоны носит, как правило, переменный (нестационарный) характер. Это менее типично для стационарных реакторов АЭС, чем для энергетических реакторов транспортных установок или для исследовательских реакторов. Так, например, реакторы транспортных установок обычно рассчитываются на время эксплуатации, в течение которого число переходных режимов может достигать нескольких тысяч: это остановы, пуски, переходы с одного режима мощности на другой и т.п.

Такие тяжелые условия эксплуатации тепловыделяющих элементов приводят к необходимости тщательного учета и выполнения многих требований при их конструировании и при выборе делящихся и конструкционных материалов для обеспечения работоспособности активной зоны при заданных рабочих параметрах в течение времени, необходимого для достижения заданной, экономически обоснованной глубины выгорания ядерного топлива.

Тепловыделяющий элемент считается работоспособным, если в течение всего времени эксплуатации в реакторе он герметичен, а его геометрические размеры и форма не изменяются настолько, чтобы заметно ухудшились внешнее охлаждение и распределение температур внутри твэла. Соответственно, под разрушением тепловыделяющего элемента понимают не только нарушение целостности оболочки (разгерметизацию твэла), но также любое его состояние, требующее преждевременной выгрузки топлива из активной зоны.

1.3. Место расчетно-теоретических исследований в обеспечении надежной работы элементов активной зоны

Расчетно-теоретическому определению работоспособности элементов активной зоны должно предшествовать определение напряженного и деформированного состояний этих элементов с максимально возможным учетом особенностей их нагружения и влияния облучения (см. раздел 1.2), что, несомненно, является очень сложной задачей. С другой стороны, опытное определение кинетики напряженного и деформированного состояний, например, тепловыделяющего элемента в реакторных условиях вообще вряд ли возможно. Поэтому при экспериментальных исследованиях тепловыделяющих элементов выясняют, в основном, их общее поведение в реальных условиях эксплуатации и выявляют такие изменения, которые могут ограничить срок их службы.

На начальной стадии развития атомной энергетики (примерно до конца 60-х годов) предпочтение отдавалось, так называемому, глобальному (натурному) эксперименту, результат которого сводился к ответу: выдержал (или не выдержал) тот или иной материал или узел. Очевидно, что такие эксперименты давали только фактический материал, но предоставляли очень мало сведений для выявления природы явлений (процессов).

Создание мощных исследовательских реакторов, позволивших организовать многочисленные измерения различных параметров в процессе эксплуатации, способствовало появлению уже целенаправленного подхода к комплексному экспериментальному изучению поведения материалов и элементов конструкций. Получаемые при этом сведения позволяют оценивать общее поведение тех или иных конструкций тепловыделяющих элементов, суммарное воздействие факторов, определяющих их работоспособность, и делать некоторые выводы о конструктивных особенностях твэлов, выборе конструкционных и делящихся материалов, режимах эксплуатации и т.д. В последние годы бурно развиваются методы изучения свойств материалов и поведения тепловыделяющих элементов непосредственно в процессе их эксплуатации в реакторе. Эти методы позволяют не только получить корректные данные для выбора конструктивных параметров элементов активной зоны или их расчета, но и показывают действительное развитие отдельных процессов. Например, ранее расчетные схемы предполагали, что давление газообразных продуктов деления в твэлах с двуокисью урана нарастает монотонно в процессе выгорания топлива. Прямые же измерения показали, что давление в твэле растет скачкообразно, причем скачок давления происходит при остановке реактора и последующем выходе его на мощность, что, в свою очередь, указывает на связь давления с переформированием структуры топлива.

Однако экспериментальные исследования поведения тепловыделяющих элементов (или их составляющих) с использованием внутриреакторных методов длительны, трудоемки и требуют больших материальных затрат: стоимость каждого эксперимента достаточно высока, поскольку проводимые испытания, как правило, являются натурными, а экспериментальное оборудование чрезвычайно сложным.

Недостатком экспериментальных работ, проводимых в лабораторных условиях, является то, что в большинстве случаев изучаются не сами тепловыделяющие элементы, а их отдельные узлы, и оценивается, как правило, влияние лишь отдельных факторов, но не их одновременное воздействие.

В наибольшей степени прогресс в выборе различных конструкций твэлов и в изучении изменения свойств материалов под облучением тормозится из-за недостатка испытательных установок с высоким уровнем интенсивности потока быстрых нейтронов, необходимых для получения существенных результатов. Кроме того, интерпретация получаемых результатов часто оказывается очень сложной вследствие воздействия процессов и явлений друг на друга.

В настоящее время перспективные варианты тепловыделяющих элементов выбираются на основе результатов расчетнотеоретических исследований с возможно более полным учетом их условий работы. Основными этапами такого расчета являются: - выбор расчетной модели тела, учитывающей условия работы тепловыделяющих элементов;

 математическое описание процесса деформирования, имеющего место при эксплуатации твэлов, в рамках выбранной расчетной модели тела;

- решение полученных систем уравнений (определение кинетики напряженно-деформированного состояния твэлов);

- выбор критериев, определяющих нарушение условий надежной работы твэлов (критериев предельных состояний);

 прогнозирование работоспособности тепловыделяющих элементов и выбор основных конструкционных и эксплуатационных параметров.

Экспериментальные исследования, проведенные на основе такого расчета, будут носить уже характер контрольных испытаний, цель которых — проверить некоторые характеристики, предсказанные расчетом: например, изменения диаметра и длины оболочки тепловыделяющего элемента; величины остаточного прогиба и т.д. Ясно, что в таком сочетании с расчетом, объем экспериментальных работ уменьшится, и время на отработку перспективных тепловыделяющих элементов сократится. По мере накопления информации о поведении твэлов при экспериментальных исследованиях и в условиях эксплуатации расчетные модели и их математическое описание должны дополняться и совершенствоваться.

2. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ТЕЛА И ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ ИЗОТЕРМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

2.1. Расчетная модель тела в рамках механики сплошного твердого деформируемого тела

При проектировании любого объекта (машины, конструкции, узла и т.п.) одним из основных является вопрос о прочности и жесткости как объекта в целом, так и любого его элемента при заданных условиях нагружения. Легко видеть, что при имеющемся многообразии геометрических форм элементов конструкций и нагрузок, действующих на них, поставленная задача прочности и жесткости должна решаться для тела произвольной формы при произвольном внешнем нагружении.

Известно, что для оценки прочности тела необходимо определить внутренние силы (напряжения), возникающие в теле при действии на него внешнего нагружения. Оценивая внутренние силы, мы можем говорить о прочности — способности тела воспринимать внешние нагрузки, не разрушаясь («не разрушаясь» — можно понимать в буквальном смысле — не распадаясь на куски).

Под жесткостью тела будем понимать его способность воспринимать внешние нагрузки, не меняя существенным образом свою первоначальную форму. Для оценки жесткости тела, очевидно, необходимо определить его деформации или перемещения точек.

Суммируя сказанное, можно утверждать, что мы ставим задачу об определении внутренних сил (напряжений), деформаций и перемещений для точек тела произвольной формы при его произвольном нагружении. Ясно, что при определении и напряжений, и деформаций (перемещений) необходимо учитывать, что реальные элементы конструкций выполняются из разных материалов. В поставленной задаче это обстоятельство должно быть отражено в форме разных возможностей (способностей) тел сопротивляться действию внешних сил (деформированию). Другими словами, при решении задачи должны быть учтены свойства реального материала элемента конструкции (рис. 2.1).



Рис. 2.1

Для решения поставленной задачи возможны два подхода:

- физический, дающий представление о поведении реальных объектов на основе анализа микроструктуры материала;

- феноменологический (механический), стремящийся найти адекватное математическое описание совокупности опытных данных по поведению объекта, устанавливаемых макроэкспериментом.

В дальнейшем будем использовать только феноменологический подход.

Отметим, что феноменологический подход для решения вопроса прочности и жесткости элементов конструкций реализован в сопротивлении материалов, теории упругости, теории пластичности, теории ползучести, строительной механике стержневых и пространственных тонкостенных систем, механике разрушения и других дисциплинах, которые по традиции излагаются, изучаются и применяются в настоящее время раздельно. Однако очевидно, что единый феноменологический подход к одной и той же задаче (задаче прочности и жесткости) должен обеспечиваться единой схемой решения поставленной задачи.

Возможность построения единой схемы решения дает единая расчетная модель тела, принятая в механика деформируемого твердого тела, являющаяся частью механики сплошных сред. Такой моделью является сплошное твердое деформируемое тело.

Свое понятие (определение) твердого тела дает теоретическая механика (раздел физики), где под твердым телом, в отличие от газов и жидкостей, подразумевается система неизменно связанных между собой материальных точек. Поскольку при действии внешних сил на такое тело расстояния между отдельными его точками не изменяются, то внутренние силы не входят в уравнения, получаемые для описания поведения такого тела. Строение тела при этом не имеет никакого значения — рассматриваемое тело, по смыслу, является абсолютно твердым (материальной точкой).

Ставя задачу об определении внутренних сил, необходимо ввести в рассмотрение способность твердого тела деформироваться, как процесс изменения взаимных расстояний между точками тела при получении ими перемещений. При этом твердое деформируемое тело должно рассматриваться уже как система бесконечно большого числа материальных точек, взаимодействующих между собой определенным образом. Физическая точка зрения состоит в том, чтобы приписывать этим материальным точкам определенную индивидуальность, например, отождествляя их с реальными атомами или молекулами. Однако приходится признать, что на современном уровне наши знания еще недостаточны для построения механики деформируемого твердого тела, в которой было бы принято во внимание действительное строение реальных материалов.

Представление о деформируемом теле, как о сплошной среде, упрощает возможность математического описания поведения тела. Среду будем называть сплошной, если любой объем, выделенный из нее, содержит вещество, т.е. массу. Ясно, что такое представление о сплошной среде противоречит представлению об атомном строении вещества.

Понятие сплошной среды, в общем, не так просто, как может показаться на первый взгляд: можно строить разные модели сплошной среды, наделяя их разными свойствами. Простейшая модель (классическая) вводится следующим образом. Примем материальную точку за основное первичное понятие. В кинематике это понятие тождественно понятию геометрической точки. Точку можно представить сферой бесконечно малого радиуса. При стремлении радиуса к нулю единственной величиной, индивидуализирующей точку, остается радиус-вектор центра сферы (координаты центра). Представляя себе некоторую замкнутую область пространства, заполненную непрерывно такими точками, получим модель сплошной среды. Если $x_i(0)$ — исходные координаты точки, то при движении среды (деформировании) они приобретают значения $x_i(t)$. Поведение среды будет полностью определено, если функции $x_i(t)$ для каждой точки известны. Как пример более сложной модели сплошной среды можно рассмотреть вариант, когда материальная точка представляется в форме бесконечно малого эллипсоида. Для индивидуализации точки такого рода нужно уже задать не только ее координаты, но и направления осей. Очевидно, что кинематика такой среды строится более сложным образом.

В дальнейшем будем опираться только на классическую модель сплошной среды. Забегая вперед, отметим, что математически условие сплошности для деформируемого тела выражается рядом условий о непрерывности деформаций, перемещений и их производных и связи между ними.

Сплошную среду в дальнейшем будем считать однородной: свойства выделенных из нее одинаковых объемов одинаковы. Очевидно, что речь должна идти о свойствах, доступных определению средствами механического макроэксперимента. Кроме того, говоря об однородности или неоднородности, необходимо всегда уточнять, о каком масштабе идет речь. Введя представление о сплошности среды, уже допустили однородность на уровне размера, порядка атомного. Технический сплав (металл) состоит из зерен, размер которых бесконечно мал по сравнению с размерами изделий из этих сплавов. Соответственно, сплавы (металлы) можно считать однородной сплошной средой.

Итак, можем считать, что для дальнейшего рассмотрения в качестве модели принято однородное сплошное твердое деформируемое тело, где однородность, сплошность, твердость, деформируемость — свойства принятой модели реального тела (материала).

Можно утверждать, что перечисленных свойств недостаточно для описания поведения модели, адекватного поведению реального тела, поскольку здесь никак не отражены свойства, связанные с различной способностью разных материалов сопротивляться действию внешних сил. Соответственно, необходимо решить вопрос о том, о каких свойствах реальных материалов идет речь, принимая для простоты, что под внешней нагрузкой понимается либо статическое силовое нагружение (наличие внешних поверхностных или объемных сил), либо изотермическое температурное.

Поскольку реальные тела реагируют на внешнее нагружение крайне сложным образом, естественно пытаться отразить не все

наблюдаемые явления, связанные с проявлением свойств материала, а, наоборот, по возможности упростить их, выделяя только некоторые особенности, характерные для многих реальных тел в определенном интервале нагрузок или температур. В качестве таких свойств реальных материалов прежде всего можно назвать:

- упругость (линейную или нелинейную);

- пластичность;
- ползучесть.

Основным источником сведений о механических свойствах реальных материалов служит опыт на одноосное растяжение призматического (цилиндрического) стержня (образца). Опираясь на этот опыт, дадим определения перечисленным свойствам реальных тел.

Упругостью (идеальной упругостью) будем называть однозначную зависимость между приложенной нагрузкой и вызванным этой нагрузкой изменением длины (удлинением) образца или, что то же самое, между напряжением σ и деформацией ε .



Если прикладывать к упругому телу нагрузки в различной последовательности, то конечное состояние не будет зависеть от порядка их приложения: оно определяется только конечным значением нагрузки. Из данного определения следует, что после снятия нагрузки деформированное упругое тело принимает первоначальную (рис. 2.2) форму и размеры.

Для огромного большинства материалов закон упругости можно считать линейным. Отметим, что свойство линейной упругости справедливо при относительно небольших нагрузках, пока напряжение не превысит определенного предела, называемого пределом упругости (пределом пропорциональности).

Если при монотонном возрастании нагрузки напряжение превышает предел текучести (условие перехода; предел текучести обычно отождествляется с пределом пропорциональности), зависимость между σ и ε становится нелинейной (рис. 2.3).

После снятия нагрузки, вызванные ею деформации частично сохраняются. Эти деформации называются пластическими, а соответствующее свойство материала — пластичностью. Отметим неоднозначность зависимости напряжения от деформации за пределом текучести: пластические





деформации зависят не только от величины действующих сил, но и от порядка их приложения (истории нагружения). Указанные признаки пластического деформирования являются основными; к второстепенным, которыми часто можно пренебречь, относятся деформационная анизотропия и т.п.

Ползучесть при одноосном растяжении определяется как процесс изменения деформации во времени при действии постоянной нагрузки $\sigma = \text{const}$ (процесс изотермический — T = const).

Ползучесть для конструкционных сталей наблюдается при повышенных температурах: для углеродистых сталей — при температуре 300 — 350 °С, для легированных выше 400 °С (рис. 2.4). Отметим, что мгновенная деформация ε_0 в



зависимости от величины напряжения σ может быть упругой, а может состоять из упругой части и пластической.

Подводя некоторый итог вышеприведенным описаниям свойств реального материала, можно утверждать, что в общем случае деформирование материала определяется величиной действующей нагрузки, порядком (последовательностью) приложения сил, входящих в эту нагрузку, продолжительностью их действия, скоростью их приложения и т.д. Легко видеть, что упругие деформации определяются только величиной действующих сил и не зависят от остальных факторов. Пластические деформации зависят уже от порядка приложения сил (истории нагружения) и, тем самым, можно утверждать, что при описании пластического деформирования фигурирует время, но оно лишено метрики: нет зависимости от продолжительности действия и скорости приложения нагрузки. Введение зависимости деформации от всех перечисленных факторов фактически означает введение размерного времени, что мы и имеем при ползучести.

Рассматриваемая модель может усложняться добавлением и некоторых других свойств. Например, наличие облучения материала потоком тепловых или быстрых нейтронов приводит к необходимости вводить такие свойства, как радиационная ползучесть, радиационный рост или распухание.

Если механические свойства образца, вырезанного из рассматриваемого материала, не зависят от его ориентации, материал называют изотропным (в противном случае — анизотропным). Поликристаллический металл при достаточно большом объеме (масштабный фактор) ведет себя как изотропное тело. В дальнейшем расчетную модель тела будем наделять свойством изотропности.

Сплошное твердое деформируемое тело			
однородность			
изотропность			
упругость			
пластичность			
ползучесть			

Рис. 2.5

Расчетная модель тела с позиций механики деформируемого тела представлена на рис. 2.5. Легко видеть, что категория таких свойств как сплошность, твердость и деформируемость неизменна в той мере, в какой неизменна сама модель сплошной среды, а категория свойств, связанных со способностью тела сопротивляться деформированию, может меняться нами в соответствии с тем, какие свойства реаль-

ного тела (материала) можно считать определяющими в каждом отдельном случае. Очевидно, что для детального исследования поведения материала в определенном интервале температур и нагрузок расчетную модель можно упростить, оставляя только одно из перечисленных свойств, например, упругость. Расчетная модель может и усложняться за счет добавления некоторых других свойств (радиационная ползучесть и т.д.). Отметим, что такая процедура упрощения/усложнения модели предполагает независимость существования каждого из перечисленных свойств модели.

2.2. Методы решения задач механики сплошного твердого деформируемого тела

Поставленная задача определения напряжений, деформаций и перемещений должна решаться для построенной модели тела с позиций принятого феноменологического (механического) подхода: для модели нужно найти адекватное математическое описание совокупности опытных данных, устанавливаемых макроэкспериментом для реального тела при его нагружении.

Предлагаемый способ решения задачи заключается в следующем. Пусть имеем совокупность опытных данных, определяющих поведение реальных элементов конструкций при определенных условиях нагружения. Необходимо, сформулировав на основе этих данных некоторые закономерности деформирования реальных объектов, применить их к расчетной модели и получить математическое описание поведения (процесса деформирования) принятой модели тела при тех же условиях нагружения.

Такой способ (метод) решения поставленной задачи носит название статико-кинематического. Статико-кинематический метод имеет своей основой следующие три закона деформирования сплошных твердых тел:

- закон равновесия;
- закон сплошности;
- физический закон.

Статико-кинематический метод рассматривает и описывает один отдельно взятый этап деформирования, которому соответствуют свои напряжения, деформации и перемещения.

Вторым методом, применяемым в механике деформируемого твердого тела для исследования деформирования расчетной модели, является энергетический метод. При использовании энергетического метода определяющие уравнения составляются не для одного (отдельного) этапа деформирования, а для описания процесса деформирования в определенном интервале.

Для описания процесса деформирования в целом требуются уже другие характеристики, а именно работа внутренних сил, накапливаемая на протяжении изучаемого интервала деформирования тела, потенциальная энергия и т.п. При этом оперируют энергетическими законами, в частности, механическим законом сохранения энергии.

Исторически статико-кинематический метод сложился раньше, чем энергетический, однако, поскольку энергия является более общей характеристикой деформирования, из энергетического подхода вытекают многие положения статико-кинематического. В настоящее время более широкое применение при решении задач имеет энергетический метод, поскольку его реализация в численных методах более проста.

2.3. Три закона деформирования сплошного твердого тела

Законами деформирования сплошного твердого тела будем называть упомянутые выше закон сплошности, закон равновесия и физический закон. Каждый из этих законов выражается определенными зависимостями между напряжениями, перемещениями и деформациями тела. Эти зависимости, которые будут представлены позднее, являются определяющими (базисными) зависимостями, т.е. такими, на которых основано решение задачи о деформировании сплошного твердого тела.

Закон равновесия сплошных твердых деформируемых тел отражает экспериментально известный факт, что при приложении к телу уравновешенной нагрузки (системы сил) оно имеет хотя бы одну форму равновесия. Закон равновесия для деформируемого тела определяется теми же уравнениями, что и для недеформируемого, но с тем отличием, что для деформируемого тела требуется выполнение условий равновесия для каждой частицы тела в отдельности. Здесь имеет место аналогия с изменяемой системой, для равновесия которой требуется равновесие каждого элемента системы.

Отметим, что при рассмотрении равновесия деформируемого тела должны рассматривать два случая:

- равновесие внутренних частиц (элементарных объемов) тела, находящихся под действием только внутренних сил, определяемых в задаче;

- равновесие частиц, часть поверхности которых является поверхностью тела, находящихся, с одной стороны, под действием внутренних сил, а с другой — под действием заданных внешних сил. Естественно, уравнения равновесия в этих двух случаях будут разными. Кроме того, поскольку деформируемое тело имеет бесконечное число степеней свободы соответственно бесконечно большому числу своих перемещающихся внутренних частиц, закон равновесия для каждой из них будет представляться не алгебраическими, а дифференциальными уравнениями. Уравнения равновесия элементарных объемов тела, примыкающих к поверхности тела, носят название граничных условий в напряжениях (поверхность тела — его граница).

Закон сплошности вытекает из самой сущности модели сплошного твердого тела и приводит к получению уравнений, связывающих деформации и производные от перемещений. В дальнейшем эти уравнения будем называть зависимостями Коши.

Отметим, что и закон равновесия, и закон сплошности должны выполняться для сплошного твердого деформируемого тела независимо от его механических свойств.

Физический закон утверждает наличие связи между напряжениями и деформациями. Уравнения, полученные на основании физического закона, часто называют уравнениями механического состояния. Они должны отражать механические свойства реального материала, которые могут быть представлены либо физическими постоянными, либо функциями некоторых параметров.



Все сказанное можно представить в виде схемы (рис. 2.6).

Очевидно, что уравнения механического состояния имеют разные формы в зависимости от того, какие свойства реального материала учитываются при рассмотрении вопросов прочности или жесткости элемента конструкции. Например, наделяя модель свойством упругости и не учитывая все остальные, будем иметь уравнения механического состояния в форме линейного физического закона (обобщенный закон Гука) с двумя упругими постоянными модулем упругости и коэффициентом Пуассона.

Из приведенной схемы следует, что граничные условия в напряжениях не входят в систему уравнений, определяющих процесс деформирования расчетной модели тела. Данное обстоятельство обусловлено назначением граничных условий: обеспечить соответствие между внутренними силами, определяемыми введенными законами деформирования расчетной модели тела, и внешними, заранее известными (заданными). Естественно, удовлетворению граничных условий должно предшествовать отыскание искомых внутренних сил.

Можно сказать, что граничные условия отражают конкретные условия поставленной задачи, поскольку именно с их помощью в рассмотрение вводится заданная внешняя нагрузка и контур тела, и любая задача механики деформируемого твердого тела является граничной задачей.

Последовательность решения поставленной задачи расчета на прочность и жесткость рассматриваемого элемента конструкции при использовании статико-кинематического метода будет следующей:

- выбор метода решения системы уравнений, описывающих проведение расчетной модели тела (например, аналитический или численный и т.п.);

- решение системы определяющих уравнений с отысканием напряжений, деформаций и перемещений;

- подчинение найденного решения граничным условиям и получение решения задачи о напряженно-деформированном состоянии рассматриваемого элемента конструкции;

- выбор критериев прочности и/или жесткости и оценка работоспособности элемента конструкции.

Приведенная общая схема решения задачи прочности и жесткости для любого элемента конструкции определяет и место каждой дисциплины в рамках механики деформируемого твердого тела, и взаимосвязь между ними. Например, если наделить модель тела только свойством упругости, можно построить аппарат теории упругости. Аналогично строится аппарат теории пластичности или теории ползучести. Очевидно, что для этих трех дисциплин реализация законов равновесия и сплошности приводит к одним и тем же уравнениям; сохраняются и все понятия напряженного и деформированного состояний. Отличаться же построенные математические аппараты будут только уравнениями механического состояния, которые в каждом случае нужно получать отдельно.

2.4. Определяющие уравнения при статическом изотермическом нагружении

Как уже отмечалось, реализация законов равновесия и сплошности приводит к одним и тем же уравнениям (дифференциальные уравнения равновесия, граничные условия, зависимости Коши), независимо от категории свойств, связанных со способностью тела сопротивляться деформированию (упругости, пластичности и т.п.). Представим эти уравнения.

Дифференциальные уравнения равновесия (уравнения Навье):

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 \quad ,$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0 \quad ,$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \quad .$$
(2.1)

Граничные условия в напряжениях:

$$\overline{X} = \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n ,$$

$$\overline{Y} = \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n ,$$

$$\overline{Z} = \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n .$$
(2.2)

Зависимости Коши:

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x} , \qquad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} ,$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y} , \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} ,$$

$$\varepsilon_{z} = \frac{\partial w}{\partial z} , \qquad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} .$$
(2.3)

Отметим, что точно также, независимо от категории свойств, связанных со способностью тела сопротивляться деформированию (упругости, пластичности и т.п.), сохраняются и все понятия и соотношения, определяющие напряженное и деформированное состояния в точке тела.

Уравнения, полученные на основании физического закона (уравнения механического состояния), должны отражать механические свойства реального материала. Очевидно, что уравнения механического состояния имеют разные формы в зависимости от того, какие свойства реального материала учитываются при рассмотрении вопросов прочности или жесткости элемента конструкции.

Упругость 🔿 линейный физический закон

Обобщенный закон Гука

с техническими упругими постоянными (модулем упругости и ко-эффициентом Пуассона):

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{x} - \nu \left(\sigma_{y} + \sigma_{z} \right) \right] + \alpha T ,$$

$$\cdots,$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} ,$$
(2.4)

или, в обратной форме (с постоянными Ламе)

$$\sigma_{x} = \lambda \theta + 2\mu \varepsilon_{x} - (2\mu + 3\lambda) \cdot \alpha T ,$$

$$\cdots,$$

$$\tau_{xy} = \mu \gamma_{xy} ,$$

$$\cdots$$

$$(2.4a)$$

Пластичность \Rightarrow теории пластичности

Теория пластического течения:

$$d\varepsilon_{x}^{p} = d\lambda(\sigma_{x} - \sigma) ,$$

$$\cdots,$$

$$d\gamma_{xy}^{p} = 2d\lambda\tau_{xy} ,$$

$$\cdots,$$

$$(2.5)$$

где $d\lambda$ — некоторый бесконечно малый скалярный множитель, являющийся функцией напряжений и приращений деформаций; $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ — среднее нормальное напряжение. В частности, используя для определения параметра $d\lambda$ энергетическое условие упрочнения, можем получить

$$d\lambda = \frac{3}{2} \cdot \frac{dA_p}{\sigma_i^2} \quad ,$$

где A_p — работа пластической деформации; σ_i — интенсивность нормальных напряжений.

Деформационная теория пластичности:

$$\varepsilon_x^p = \frac{3\varepsilon_i^p}{2\sigma_i} (\sigma_x - \sigma) , \qquad (2.6)$$

$$\gamma_{xy}^p = \frac{3\varepsilon_i^p}{\sigma_i} \tau_{xy} , \qquad (2.5)$$

где ε_i^p — интенсивность пластических деформаций.

Ползучесть ⇒ теории ползучести

Теория установившейся ползучести типа теории течения:

где $f(\sigma_i) = \frac{3}{2\sigma_i} \xi_i^c$ — функция, характерная для данного материала

при данной температуре; ξ_i^c — интенсивность скоростей деформаций ползучести.

Отметим, что в случае установившейся ползучести теория ползучести деформационного типа представляется теми же уравнениями, что и теория ползучести типа теории течения.

3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ И НАЛИЧИИ ОБЛУЧЕНИЯ

3.1. Упругость. Пластичность

Экспериментально установлено, что облучение обычно мало сказывается на значениях упругих постоянных E и v и на значении коэффициента линейного (термического) расширения α . В дальнейшем будем считать эти величины известными функциями только температуры, и соответственно, упругие деформации связывать с напряжениями (или приращения упругих деформаций с приращениями напряжений) с использованием линейного физического закона (обобщенного закона Гука).

Неупругое (пластическое) деформирование в элементах активной зоны может иметь место, как на кратковременных переходных режимах, так и при длительной работе реактора на постоянной мощности, причем на переходных режимах нагружение осуществляется при значительно меняющихся температурах, зачастую вызывающих изменение характеристик пластичности материала. На характеристики пластичности существенно влияет и облучение потоком нейтронов. Как правило, нагружение элементов активной зоны является сложным, так как температурное поле и силовые факторы в процессе работы реактора изменяются несогласованно.

Возможны два процесса пластического деформирования элементов активной зоны:

материал получает пластическую деформацию одного направления — одностороннее пластическое деформирование (разгрузки остаются упругими);

 материал получает циклическую пластическую деформацию — реверсивное пластическое деформирование.

В тонкостенных элементах активной зоны (оболочках тепловыделяющих элементов, чехлах пакетов и т.д.) в большинстве случаев наблюдаются односторонние пластические деформации. Более того, поскольку при циклическом пластическом деформировании материал оболочки твэла получает значительные повреждения, предусматриваются конструктивные решения, позволяющие избежать появление таких деформаций. Так, например, толщина оболочки тепловыделяющих элементов выбирается таким образом, чтобы значения термических напряжений не превышали предела упругости. В этом случае снимаются влияние малоцикловой усталости и релаксации напряжений на прочностные характеристики стали.

Отметим, что на настоящее время в большинстве работ исследуется влияние облучения на стандартные механические характеристики материала: предел текучести $\sigma_{\rm T}$, относительное удлинение δ и относительное поперечное сужение ψ .

Экспериментально выявлено, что влияние облучения на перечисленные характеристики пластического деформирования конструкционных материалов в целом определяется только уровнем радиационных повреждений (накопленными радиационными повреждениями). В простейшем варианте уровень радиационных повреждений можно связать с величиной интегрального потока нейтронов Ф с энергией $E > E_0$ (или E > 0). Влияние спектра и плотности потока нейтронов на характеристики пластического деформирования незначительно. Данное обстоятельство позволяет проводить соответствующие экспериментальные исследования на образцах, предварительно облученных до определенного уровня радиационных повреждений.

Из всего сказанного следует, что для описания пластического деформирования тонкостенных элементов активной зоны в качестве первого приближения наиболее оправдано использование теории пластического течения при неизотермическом нагружении. Предполагается, что для облученного материала справедливы исходные положения (закономерности пластического деформирования) теорий течения, и что процесс пластического деформирования) теорий течения, и что процесс пластического деформирования определяется только лишь накопленными радиационными повреждениями. Очевидно, что закономерности пластического деформирования для облученных материалов должны быть проверены и подтверждены соответствующими экспериментальными исследованиями, однако таких работ пока недостаточно.

Напомним, что исходные положения теорий течения формулируются следующим образом:

- тело изотропно;

 относительное изменение объема мало и является упругой деформацией, пропорциональной среднему нормальному напряжению;

 полные приращения деформаций складываются из приращений упругих и пластических деформаций. Приращения упругих деформаций связаны с приращениями напряжений обобщенным законом Гука;

- девиатор напряжений и девиатор приращений пластических деформаций пропорциональны.

При изотермическом нагружении и отсутствии облучения из перечисленных закономерностей пластического деформирования вытекает теория пластического течения в форме

$$d\varepsilon_x^p = d\lambda(\sigma_x - \sigma) ,$$

$$\cdots,$$

$$d\gamma_{xy}^p = 2d\lambda\tau_{xy} ,$$

$$\cdots,$$

$$(3.1)$$

где $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ — среднее нормальное напряжение; $d\lambda$ — некоторый бесконечно малый скалярный множитель, который можно представить, например, в следующем виде:

$$d\lambda = \frac{3}{2} \cdot \frac{dA_p}{\sigma_i^2} \quad , \tag{3.2}$$

где *d A*_{*p*} — приращение работы пластической деформации; σ_{*i*} — интенсивность нормальных напряжений.

Использование энергетического условия упрочнения

$$A_p = \varphi(\sigma_i) \tag{3.3}$$

позволяет записать приращение работы пластической деформации в форме

$$dA_p = \varphi'(\sigma_i) d\sigma_i \tag{3.4}$$

и, тем самым, полностью определить соотношения теории пластического течения при изотермическом нагружении и отсутствии облучения.

Энергетическое условие упрочнения $A_p = \varphi(\sigma_i)$ является функцией, характерной для данного материала (характеристикой материала), не зависящей от типа напряженного состояния. Вид этой функции полностью определяется, например, диаграммой растяжения. Соответственно, обобщение теории пластического течения на случай неизотермического нагружения при наличии облучения сводится к обобщению на этот случай соотношения (3.3), поскольку принимаем, что температурное нагружение и облучение сказываются именно на этой характеристике материала. Будем считать, что работа пластической деформации является функцией не только интенсивности напряжений σ_i , но и температуры T, и па-

раметра *H^p*, определяющего уровень накопленных радиационных повреждений:

$$A_p = \varphi\left(\sigma_i, T, H^p\right) \quad . \tag{3.5}$$

Соответственно, для приращения работы пластической деформации dA_p будем иметь

$$dA_p = \varphi'_{\sigma_i} d\sigma_i + \varphi'_T dT + \varphi'_{H^p} dH^p \quad , \tag{3.6}$$

где φ'_{σ_i} , φ'_T , φ'_{H^p} — производные функции φ по переменным σ_i , *T* и H^p .

Подставляя зависимости (3.6) и (3.2) в уравнения (3.1), получим соотношения, определяющие приращения пластических деформаций в случае неизотермического нагружения при наличии облучения

$$d\varepsilon_{x}^{p} = \frac{3}{2\sigma_{i}^{2}} \left[\varphi_{\sigma_{i}}^{\prime} d\sigma_{i} + \varphi_{T}^{\prime} dT + \varphi_{H^{p}}^{\prime} dH^{p} \right] (\sigma_{x} - \sigma) ,$$

$$\dots, \qquad (3.7)$$

$$d\gamma_{xy}^{p} = \frac{3}{\sigma_{i}^{2}} \left[\varphi_{\sigma_{i}}^{\prime} d\sigma_{i} + \varphi_{T}^{\prime} dT + \varphi_{H^{p}}^{\prime} dH^{p} \right] \tau_{xy} ,$$

Вводя обозначения:

$$\begin{split} F_{\sigma_i} &= \frac{3}{2\sigma_i^2} \; \phi'_{\sigma_i} \; ; \\ F_T &= \frac{3}{2\sigma_i^2} \; \phi'_T \; ; \\ F_{H^p} &= \frac{3}{2\sigma_i^2} \; \phi'_{H^p} \; , \end{split}$$

окончательно для приращений пластических деформаций в случае неизотермического нагружения при наличии облучения будем иметь:

$$d\varepsilon_{x}^{p} = \left[F_{\sigma_{i}}d\sigma_{i} + F_{T}dT + F_{H^{p}}dH^{p}\right](\sigma_{x} - \sigma) ,$$

$$\dots, \qquad (3.8)$$

$$d\gamma_{xy}^{p} = 2\left[F_{\sigma_{i}}d\sigma_{i} + F_{T}dT + F_{H^{p}}dH^{p}\right]\tau_{xy} ,$$

$$\dots$$

Уже упоминалось, что приращения упругих деформаций в случае неизотермического нагружения и наличия облучения определяются обобщенным законом Гука. Считая, что упругие постоянные ν и E(G) и коэффициент линейного (термического) расширения α являются известными функциями только температуры, можем записать:

$$d\varepsilon_{x}^{e} = \frac{1}{E} \Big[d\sigma_{x} - v \Big(d\sigma_{y} + d\sigma_{z} \Big) \Big] - \frac{1}{E^{2}} \Big[\sigma_{x} - v \Big(\sigma_{y} + \sigma_{z} \Big) \Big] \cdot \frac{dE}{dT} dT - \frac{1}{E} \Big(\sigma_{y} + \sigma_{z} \Big) \frac{dv}{dT} dT + d \big(\alpha T \big) \quad ,$$

$$\dots ,$$

$$d\gamma_{xy}^{e} = \frac{1}{G} d\tau_{xy} - \frac{1}{G^{2}} \tau_{xy} \cdot \frac{dG}{dT} dT \quad ,$$

$$(3.9)$$

Отметим, что в случае существенного изменения упругих постоянных при облучении материала, необходимо ввести их зависимость от облучения посредством, например, параметра H^e , определяющим накопление радиационных повреждений, вызывающих изменение упругих постоянных:

$$E = E\left(T, H^{e}\right) , \quad v = v\left(T, H^{e}\right)$$

Приращения упругих деформаций в этом случае будут определяться следующими соотношениями:

$$d\varepsilon_{x}^{e} = \frac{1}{E} \Big[d\sigma_{x} - v \Big(d\sigma_{y} + d\sigma_{z} \Big) \Big] - \frac{1}{E^{2}} \Big[\sigma_{x} - v \Big(\sigma_{y} + \sigma_{z} \Big) \Big] *$$

$$* \Big(\frac{\partial E}{\partial T} dT + \frac{\partial E}{\partial H^{e}} dH^{e} \Big) - \frac{1}{E} \Big(\sigma_{y} + \sigma_{z} \Big) \Big(\frac{\partial v}{\partial T} dT + \frac{\partial v}{\partial H^{e}} dH^{e} \Big) + d(\alpha T),$$

$$\dots,$$

$$d\gamma_{xy}^{e} = \frac{1}{G} d\tau_{xy} - \frac{1}{G^{2}} \tau_{xy} \left(\frac{\partial G}{\partial T} dT + \frac{\partial G}{\partial H^{e}} dH^{e} \right) ,$$

Приращения полных деформаций определим, суммируя приращения упругих (3.9) и пластических (3.8) деформаций:

$$d\varepsilon_{x} = \frac{1}{E} \Big[d\sigma_{x} - \nu \Big(d\sigma_{y} + d\sigma_{z} \Big) \Big] - \frac{1}{E^{2}} \Big[\sigma_{x} - \nu \Big(\sigma_{y} + \sigma_{z} \Big) \Big] \cdot \frac{dE}{dT} dT - \frac{1}{E} \Big(\sigma_{y} + \sigma_{z} \Big) \frac{d\nu}{dT} dT + d \left(\alpha T \right) + \Big[F_{\sigma_{i}} d\sigma_{i} + F_{T} dT + F_{H^{p}} dH^{p} \Big] \big(\sigma_{x} - \sigma \big) , \qquad (3.10)$$

$$d\gamma_{xy} = \frac{d\tau_{xy}}{G} - \frac{\tau_{xy}}{G^2} \cdot \frac{dG}{dT} dT + 2 \Big[F_{\sigma_i} d\sigma_i + F_T dT + F_{H^p} dH^p \Big] \tau_{xy} ,$$

Функции F_{σ_i} , F_T и F_{H^p} , входящие в уравнения (3.8) и (3.10), неизвестны. Очевидно, что возможность применения теории пластического течения в форме уравнений (3.10) определяется возможностью экспериментального определения этих функций. Вид функций F_{σ_i} , F_T и F_{H^p} не зависит от вида (типа) напряженного состояния, поскольку не зависит от вида напряженного состояния исходная функция $\phi = \phi (\sigma_i, T, H^p)$, характерная для данного материала. Соответственно, целесообразно определять эти функции из опытов на одноосное растяжение на облученных образцах.

Как уже отмечалось, влияние облучения на процесс пластического деформирования в рамках рассматриваемой теории течения связывается только с уровнем накопленных радиационных повреждений, который будем определять величиной интегрального потока нейтронов Φ с энергией E, превышающей некоторую пороговую энергию E_0 , т.е. будем считать $\Phi = H^p$.

Для определения функции $F_{\sigma_i} = F_{\sigma_i} \left(\sigma_i, T, H^p \right)$ необходимо иметь кривые кратковременного ($dt \approx 0$) деформирования образцов (чтобы избежать появления деформаций ползучести), предварительно облученных до определенных уровней радиационных повреждений H_1^p , H_2^p , H_3^p ,..., полученные при различных темпе-

ратурах $T_1, T_2, T_3, ...$ Процесс нагружения образца в каждом случае идет при $dT = dH^p = 0$ и, поскольку рассматриваемый процесс нагружения — одноосное растяжение ($\sigma_i = \sigma_x = \sigma_0$, $\varepsilon_x = \varepsilon_0$), то для его описания с использованием имеющихся зависимостей для приращений полных деформаций (3.10) имеем:

$$d\varepsilon_0 = \frac{d\sigma_0}{E} + F_{\sigma_0} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sigma_0 d\sigma_0$$

Из полученного соотношения следует

$$F_{\sigma_0} = \frac{3}{2\sigma_0} \cdot \frac{1}{d\sigma_0} \left(d\varepsilon_0 - \frac{d\sigma_0}{E} \right) = \frac{3}{2\sigma_0} \left(\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} \right)$$

где $E' = d\sigma_0 / d\varepsilon_0$ — касательный модуль для соответствующей кривой деформирования $\sigma_0 = \sigma_0(\varepsilon_0)$, полученной, как уже отмечалось, при условиях T = const, $H^p = \text{const}$ (рис. 3.1).



В случае сложного напряженного состояния вид функции $F_{\sigma_i}(\sigma_i, T, H^p)$ сохраняется (вид функции не зависит от типа напряженного состояния):

$$F_{\sigma_i} = \frac{3}{2\sigma_i} \left(\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} \right) \quad , \tag{3.11}$$

где $E' = d\sigma_i / d\varepsilon_i$ — касательный модуль для соответствующей кривой деформирования $\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon_i)$.

Для определения функции $F_T(\sigma_i, T, H^p)$ следовало бы провести серию кратковременных испытаний на растяжение облученных до определенного уровня радиационных повреждений образцов при постоянном напряжении и переменной температуре, т.е. при $d\sigma_0 = dH^p = 0$. В этом случае в соответствии с уравнениями (3.10) можно получить

$$d\varepsilon_0 = -\frac{1}{E^2} \cdot \frac{dE}{dT} \cdot \sigma_0 dT + d(\alpha T) + F_T \cdot \frac{2}{3} \cdot \sigma_0 dT$$

откуда следует

$$F_T = \frac{3}{2\sigma_0} \left[\frac{d\varepsilon_0}{dT} + \frac{1}{E^2} \cdot \frac{dE}{dT} \sigma_0 - \frac{d}{dT} (\alpha T) \right] \quad . \tag{3.12}$$

В соотношении (3.12) величина $d\varepsilon_0/dT$ зависит от σ_0 , T и H^p и должна определяться по кривой $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(T)$, полученной при условиях $\sigma_0 = \text{const}$ и $H^p = \text{const}$. Но если кривые деформирования $\sigma_0 = \sigma_0(\varepsilon_0)$ для различных значений T и H^p известны, то экспериментально полученные зависимости $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(T)$ практически отсутствуют даже для необлученных материалов. Поэтому обычно используют приближенный способ построения этих кривых по сетке кривых деформирования (рис. 3.2).



Рис. 3.2

Сечение $\sigma_0 = \text{const}$ определяет деформации, соответствующие заданным температурам для заданного уровня облучения $H^p = \text{const}$. Далее по точкам строят кривые $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(T)$.

Возможна другая, отличная от (3.12), форма представления функции F_T с введением обозначений

$$d\varepsilon^{0} = d\varepsilon_{0} - d(\alpha T) ; \qquad (3.13)$$
$$\beta = \frac{d\varepsilon^{0}}{dT} = \frac{d\varepsilon_{0}}{dT} - \frac{d}{dT}(\alpha T) ,$$

где ε^0 — силовая деформация, равная разности общей ε_0 и температурной αT деформаций; β — коэффициент температурной податливости, определяемый по кривой $\varepsilon^0 = \varepsilon^0(T)$, построенной при условиях $\sigma_0 = \text{const}$, $H^p = \text{const}$ (рис. 3.3).



В этом случае

$$F_T = \frac{3}{2\sigma_0} \left[\beta + \frac{1}{E^2} \cdot \frac{dE}{dT} \sigma_0 \right] \,.$$

Кривая $\varepsilon^0 = \varepsilon^0(T)$ может быть построена по кривой $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(T)$

вычитанием соответствующего температурного слагаемого. В случае сложного напряженного состояния будем иметь

$$F_T = \frac{3}{2\sigma_i} \left[\beta + \frac{1}{E^2} \cdot \frac{dE}{dT} \sigma_i \right] \quad , \tag{3.14}$$

где

$$\beta\left(\sigma_{i}, T, H^{p}\right) = \frac{d\varepsilon_{i}^{0}}{dT} = \frac{d\varepsilon_{i}}{dT} - \frac{d}{dT}\left(\alpha T\right)$$
Для определения функции $F_{H^p}(\sigma_i, T, H^p)$ следовало бы провести серию кратковременных испытаний образцов на растяжение при постоянных напряжении и температуре ($d\sigma_0 = dT = 0$), но при разных уровнях радиационных повреждений. В этом случае в соответствии с уравнениями (3.10) можно получить

$$d\varepsilon_0 = F_{H^p} \cdot \frac{2}{3} \sigma_0 dH^p$$

и, соответственно

$$F_{H^{p}} = \frac{3\gamma}{2\sigma_{0}} \quad , \tag{3.15}$$

где $\gamma = d\varepsilon_0 / dH^p$ — коэффициент радиационной податливости, определяемый по кривой $\varepsilon_0 = \varepsilon_0 (H^p)$, построенной при $\sigma_0 = \text{const}$, T = const (рис. 3.4).

Построение кривых $\varepsilon_0 = \varepsilon_0 (H^p)$ непосредственно по результатам испытаний не представляется возможным, поскольку невозможно набрать существенные дозы облучения H^p за короткие интервалы времени, но их можно построить приближенным



способом по сетке кривых деформирования $\sigma_0 = \sigma_0(\varepsilon_0)$ по аналогии с построением кривой $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(T)$ (см. рис. 3.2).

Для сложного напряженного состояния функция F_{H^p} имеет вид:

$$F_{H^{p}} = \frac{3\gamma}{2\sigma_{i}} \quad ; \quad \gamma \left(\sigma_{i}, T, H^{p}\right) = d\varepsilon_{i} / dH^{p} \quad . \tag{3.16}$$





Напомним, что при изотермическом нагружении обобщенная кривая деформирования $\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon_i)$ в теории пластического течения определяется обычной кривой деформирования $\sigma_0 = \sigma_0(\varepsilon_0)$, причем для сложного напряженного состояния (рис. 3.5) имеем

$$\sigma_i = \sigma_0$$
, $\varepsilon_i^p + (\sigma_i / E) = \varepsilon_0$.

Здесь $\varepsilon_i^p = f(\sigma_i)$ — накопленная пластическая деформация, определяемая соотношением $\varepsilon_i^p = \int d\varepsilon_i^p$, где

$$d\varepsilon_{i}^{p} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\left(d\varepsilon_{x}^{p} - d\varepsilon_{y}^{p}\right)^{2} + (...)^{2} + (...)^{2} + \frac{3}{2} \left[\left(d\gamma_{xy}^{p}\right)^{2} + (...)^{2} + (...)^{2} \right]},$$

 $d\varepsilon_i^p$ — интенсивность приращений пластических деформаций.

При неизотермическом нагружении и наличии облучения естественно предположить существование обобщенной поверхности деформирования $\varepsilon_i^p = f(\sigma_i, T, H^p)$. Можно считать, что, например, сетка кривых деформирования при различных температурах представляет собой совмещенные в одной плоскости сечения этой поверхности деформирования плоскостями T = const (то же самое можно предположить в отношении сетки кривых деформирования при различных уровнях радиационного повреждения).

Таким образом, представленные построения позволяют определить функции F_{σ_i} , F_T и F_{H^p} из простейших экспериментов на одноосное растяжение, и соотношения (3.8), описывающие приращения пластических деформаций при неизотермическом нагружении и наличии облучения, могут использоваться в полной мере.

Определение функций F_{σ_i} , F_T и F_{H^p} показано с использова-

нием диаграмм деформирования, представленных графически. Очевидно, что возможна схематизация этих диаграмм с последующей их заменой аналитическими зависимостями (степенными или линейными), имеющими простое математическое выражение и в то же время достаточно хорошо совпадающими с экспериментальными данными. Параметры таких зависимостей (предел текучести, показатель степени или модули упрочнения) должны определяться по кривым деформирования облученного материала. При этом, как уже отмечалось, достаточно иметь результаты внереакторных исследований предварительно облученных образцов.

Необходимо отметить, что соотношения (3.11), (3.14), (3.16), определяющие функции F_{σ_i} , F_T и F_{H^p} , справедливы для процесса нагружения, когда $d\sigma_i > 0$, dT > 0, $dH^p > 0$. При разгрузке $(d\sigma_i < 0, dT < 0, dH^p < 0)$ эти функции следует считать тождественно равными нулю. Более сложные случаи, когда, например, $d\sigma_i > 0, dT < 0, dH^p < 0$, нужно рассматривать отдельно.

3.2. Ползучесть. Радиационная и тепловая ползучесть

В настоящее время для построения теорий ползучести при сложном напряженном состоянии широко используются положения теорий пластичности, поскольку опытные данные (относящиеся в большинстве своем к установившейся ползучести) показывают, что ползучесть также определяется касательными напряжениями и протекает, в общем, по законам пластической деформации.

Экспериментальные данные по установившейся ползучести при изотермическом нагружении могут быть обобщены следующими положениями, вводимыми аналогично тому, как это было сделано в теории пластического течения:

- тело изотропно;

- относительное изменение объема является упругой деформацией;

- девиатор напряжений и девиатор приращений деформаций ползучести пропорциональны.

Использование перечисленных положений позволяет построить аппарат теории установившейся ползучести типа теории течения и описать приращения деформаций ползучести при изотермическом нагружении следующими соотношениями:

$$\xi_x^c = \frac{d\varepsilon_x^c}{dt} = f(\sigma_i)(\sigma_x - \sigma) ,$$

$$\dots, \qquad (3.17)$$

$$\eta_{xy}^c = \frac{d\gamma_{xy}^c}{dt} = 2f(\sigma_i)\tau_{xy} ,$$

где *t* — время; $f(\sigma_i) = 3\xi_i^c / 2\sigma_i$ — функция, характерная для данного материала при данной температуре; ξ_i^c — интенсивность скоростей деформаций ползучести. Функция $f(\sigma_i)$ по определению является характеристикой материала. Вид этой функции не зависит от типа напряженного состояния и может быть определен из опытов на одноосное растяжение.

Обобщим соотношения (3.17) на случай неизотермического нагружения. Будем считать, что в этом случае функция Φ является функцией не только интенсивности напряжений σ_i , но и температуры T, и времени t. Соответственно, соотношения (3.17) будут иметь вид:

$$d\varepsilon_{x}^{c} = \Phi(\sigma_{i}, T, t)(\sigma_{x} - \sigma)dt ,$$

$$\dots,$$

$$d\gamma_{xy}^{c} = 2 \Phi(\sigma_{i}, T, t)\tau_{xy} dt ,$$

$$(3.18)$$

Вид функции $\Phi(\sigma_i, T, t)$ определяется из опытов на одноосное растяжение при постоянных напряжении и температуре: $\sigma_x = \sigma_0 = \text{const}$, T = const, $\varepsilon_x = \varepsilon_0$. В этом случае из уравнений (3.18) имеем:

$$\frac{d\varepsilon_0^c}{dt} = \xi_0^c = \Phi(\sigma_0, T, t) \cdot \frac{2}{3}\sigma_0 \quad ,$$

откуда следует, что

$$\Phi(\sigma_0, T, t) = \frac{3}{2\sigma_0} \xi_0^c \quad . \tag{3.19}$$

Здесь ξ_0^c — скорость установившейся ползучести, описываемая, например, степенной зависимостью

$$\xi_0^c = A(T)B(t)\sigma_0^{n(T)} . (3.20)$$

где A(T) и n(T) — некоторые функции температуры; B(t) — функция времени. Чаще всего в качестве функции A(T) принимают температурную зависимость типа

$$A(T) = \exp(-Q/RT) ,$$

где Q — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная. Показатель степени n во многих случаях можно считать постоянным.

В случае сложного напряженного состояния вид функции Ф сохраняется. Используя степенную зависимость (3.20), будем иметь:

$$\Phi(\sigma_i, T, t) = \frac{3}{2\sigma_i} \xi_i^c = \frac{3}{2} A(T) B(t) \sigma_i^{n(T)-1} .$$
 (3.21)

где ξ_i^c — интенсивность скоростей деформаций ползучести.

Возможна другая форма записи уравнений рассматриваемой теории ползучести с введением следующего обозначения:

$$\Phi(\sigma_i, T, t) = \frac{3}{2\sigma_i} F_c^t(\sigma_i, T, t) \quad . \tag{3.22}$$

Легко видеть, что новая функция $F_c^t(\sigma_i, T, t)$ определяется непосредственно через скорость деформации установившейся ползучести при одноосном растяжении, т.е. $F_c^t(\sigma_0, T, t) = \xi_0^c$ и, соответственно,

$$F_{c}^{t}(\sigma_{i}, T, t) = \xi_{i}^{c} = A(T)B(t)\sigma_{i}^{n(T)} .$$
(3.23)

С учетом введенного обозначения (3.22) уравнения теории ползучести типа теории течения (3.18) принимают вид:

$$d\varepsilon_{x}^{c} = \frac{3}{2\sigma_{i}}F_{c}^{t}(\sigma_{i}, T, t)(\sigma_{x} - \sigma)dt ,$$

$$\dots,$$

$$d\gamma_{xy}^{c} = \frac{3}{\sigma_{i}}F_{c}^{t}(\sigma_{i}, T, t)\tau_{xy}dt ,$$

$$\dots,$$

$$(3.24)$$

В дальнейшем будем использовать именно эту форму записи уравнений теории ползучести типа теории течения, определяя функцию $F_c^t(\sigma_i, T, t)$ соотношением (3.23).

Уравнения теории установившейся ползучести типа теории упрочнения при сложном напряженном состоянии строятся на основе тех же исходных положений, что и при получении уравнений теории течения. Отличие заключается в том, что в соответствии с теорией упрочнения скорость деформации ползучести при одноосном растяжении ξ_0^c характеризуется не временем t, как в теории течения, а накопленной деформацией ползучести

$$\varepsilon_0^c = \int d\varepsilon_0^c = \int_0^t \left(d\varepsilon_0^c / dt \right) dt$$

В этом случае, используя, как и ранее, степенную зависимость типа (3.20), можем записать

$$\xi_0^c = A(T) B\left(\varepsilon_0^c\right) \sigma_0^{n(T)} . \tag{3.25}$$

В расчетах чаще всего используют степенную зависимость $B(\varepsilon_0^c) = (\varepsilon_0^c)^{-\lambda(T)}$, где $\lambda(T)$ — показатель степени упрочнения — функция температуры.

Для сложного напряженного состояния уравнения теории установившейся ползучести типа теории упрочнения имеют вид (3.24), но с заменой функции $F_c^t(\sigma_i, T, t)$ на функцию $F_c(\sigma_i, T, \varepsilon_i^c)$, определяемую соотношением

$$F_c\left(\sigma_i, T, \varepsilon_i^c\right) = A(T) B\left(\varepsilon_i^c\right) \sigma_i^{n(T)} .$$
(3.26)

Окончательно можем сказать, что уравнения (3.24) вместе с зависимостями (3.23) или (3.26) определяют обобщение теории установившейся ползучести (типа теории течения или упрочнения) на случай неизотермического нагружения.

Экспериментальные исследования закономерностей процесса ползучести в условиях облучения связано с большими трудностями. Однако, имеющиеся на настоящее время опытные данные позволяют утверждать, что скорость ползучести материалов при облучении зависит не только от уровня накопленных к данному моменту времени радиационных повреждений, вызывающих изменения процесса ползучести, но и от скорости накопления этих повреждений, зависящей от условий облучения в момент деформирования. Указанные обстоятельства диктуют необходимость проведения именно внутриреакторных испытаний, если речь идет о длительных механических характеристиках материала.

Построение теории установившейся ползучести, учитывающей наличие облучения при неизотермическом нагружении, в рамках рассматриваемого математического аппарата, описывающего процесс деформирования, сводится к обобщению на этот случай соотношений (3.23) или (3.26), поскольку принимаем, что облучение сказывается именно на скорости ползучести материала. Соответст-

венно, функции F_c^t и F_c , определяемые ранее соотношениями (3.23) и (3.26), для облучаемого материала заменим на следующие:

$$F_c^t = F_c^t \left(\sigma_i, T, t, H^c, \eta^c\right)$$
— для теории течения; (3.27)

$$F_c = F_c \left(\sigma_i, T, \varepsilon_i^c, H^c, \eta^c\right)$$
 — для теории упрочнения. (3.28)

В принятых соотношениях (3.27) и (3.28) параметр H^c определяет уровень, накопленных к данному моменту времени радиационных повреждений, а параметр η^c — скорость накопления этих повреждений, причем $\int_0^t \eta^c dt = H^c$. В дальнейшем параметр H^c будем связывать с интегральным потоком нейтронов Φ с энергией $E > E_0$ (или E > 0), а параметр η^c — с плотностью потока φ .

Конкретный вид функций F_c^t и F_c , определяемых соотношениями (3.27) и (3.28), должен отыскиваться из серии испытаний на ползучесть при одноосном растяжении при неизотермическом нагружении и облучении.

Результаты внутриреакторных исследований процесса ползучести конструкционных и делящихся материалов (топлив) показали значительное увеличение скорости ползучести под облучением при достаточно низких температурах, в то время как при более высоких температурах влияние облучения оказалось незначительным. Исследования в этом направлении позволили выделить некоторую «пороговую» температуру $T_{\phi} \approx 0.5 T_{\Pi\Pi}$ (ϕ — индекс радиационной ползучести; $T_{\Pi\Pi}$ — температура плавления материала), ниже которой ползучесть определяется «радиационной» составляющей, а выше — «тепловой» составляющей ползучести. Тепловая составляющая ползучести (тепловая или термическая ползучесть) мало зависит от облучения и достаточно хорошо описывается степенными зависимостями (3.23) или (3.26). Что касается радиационной составляющей ползучести), то здесь определяющие соотношения оказались отличными от предполагаемых соотношений (3.27) или (3.28), причем различными для конструкционных и делящихся материалов.

3.2.1. Радиационная ползучесть конструкционных материалов

Первые результаты по радиационной ползучести конструкционных материалов были получены в реакторах на тепловых нейтронах. Они показали, что ползучесть конструкционных материалов (сталей) при облучении сопровождается изменением объема материала в области температур T < 370 °C и интегральных потоков $\Phi < 10^{22}$ нейтр./см², что не соответствует одному из исходных положений теории ползучести. Дальнейшее изучение закономерностей радиационной ползучести в указанных условиях привело к установлению линейной связи между интенсивностью скоростей деформаций ползучести ξ_i^c и интенсивностью напряжений σ_i

$$\xi_i^c = A_{\varphi} \sigma_i \quad , \tag{3.29}$$

а также между гидростатической (средней) скоростью деформации ползучести ξ^{c} и гидростатическим напряжением σ

$$\xi^c = B_{\phi} \sigma \quad , \tag{3.30}$$

где A_{ϕ} и B_{ϕ} — функции температуры, плотности потока нейтронов и времени.

Закономерности (3.29) и (3.30) могут быть использованы для построения теории ползучести, учитывающей изменение объема. Действительно, считая, что девиаторы скоростей деформаций ползучести и напряжений пропорциональны, легко получить:

$$\xi_x^c - \xi^c = \frac{3}{2} A_{\varphi} (\sigma_x - \sigma) ,$$

$$\eta_{xy}^c = 3 A_{\varphi} \tau_{xy} ,$$

$$\dots$$

После простых преобразований с использованием соотношения (3.30) будем иметь:

$$\xi_x^c = \frac{3}{2} A_{\varphi} \sigma_x + \left(B_{\varphi} - \frac{3}{2} A_{\varphi} \right) \cdot \sigma \quad ,$$

$$\dots ,$$

$$\eta_{xy}^c = 3 A_{\varphi} \tau_{xy} \quad ,$$

$$\dots$$

$$(3.31)$$

Функции A_{φ} и B_{φ} , входящие в уравнения построенной теории ползучести, должны быть определены из сравнения результатов внутриреакторных испытаний на ползучесть и поведения модели, описываемой уравнениями (3.31), при одноосном растяжении. Так, из соотношений (3.31) при одноосном растяжении для скорости деформации ползучести в продольном направлении ξ_{01}^{c} и скорости деформации ползучести в поперечном ξ_{02}^{c} можно получить:

$$\xi_{01}^{c} = \left(A_{\varphi} + \frac{B_{\varphi}}{3}\right) \cdot \sigma_{0} \quad , \qquad (3.32)$$
$$\xi_{02}^{c} = \left(-\frac{A_{\varphi}}{2} + \frac{B_{\varphi}}{3}\right) \cdot \sigma_{0} \quad .$$

Вводя обозначение $x = \xi_{01}^c / \xi_{02}^c$ и рассматривая соотношения (3.32), как систему уравнений относительно A_{ϕ} и B_{ϕ} , будем иметь

$$A_{\varphi} = \frac{2}{3} \cdot \frac{x-1}{x} \cdot \frac{\xi_{01}^{c}}{\sigma_{0}} , \qquad (3.33)$$
$$B_{\varphi} = 3A_{\varphi} \cdot \frac{0.5x+1}{x-1} .$$

Анализ экспериментальных данных по радиационной ползучести аустенизированной нержавеющей стали 316 (США) при одноосном растяжении в спектрах тепловых и быстрых нейтронов (T = 250 - 350 °C) позволил получить следующие соотношения:

$$A_{\varphi} = \psi \quad , \quad B_{\varphi} = 15\psi \quad ,$$

$$\psi = \left[\frac{A_1\gamma\phi}{A_2}\exp\left(-\frac{\gamma\phi t}{A_2}\right) + A_3\gamma\phi\right]\exp\left(A_4 - A_5T\right) \quad .$$
 (3.34)

В соотношениях (3.34) имеем, что φ — плотность потока нейтронов с энергией E > 0, нейтр./см² с; γ — поправочный коэффициент, учитывающий энергетический спектр нейтронов, приближенно равен 2,3 \overline{E} , где \overline{E} — средняя энергия нейтронов, МэВ. Постоянные A_i (i = 1, 2, ... 5) имеют следующие значения:

$$A_1 = 0,257 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2/\text{кг}$$
;
 $A_2 = 1,47 \cdot 10^{21}$ нейтр./см²;
 $A_3 = 0,268 \cdot 10^{-28} \text{ см}^4/\text{нейтр.·кг}$;
 $A_4 = 1,405$;
 $A_5 = 0,0027$.

Отметим, что соотношение $B_{\phi} = 15 A_{\phi}$, следующее из (3.34), может быть получено из (3.33) при $1/x = \xi_{02}^c / \xi_{01}^c = 0.75$, в то время как в предположении отсутствия изменения объема имеем $\xi_{02}^c / \xi_{01}^c = -0.5$.

Приведенные рассуждения показывают, что построение теории радиационной ползучести, учитывающей изменение объема конструкционного материала при его деформировании, особого труда не составляет. Однако при таком описании процесса деформирования меняются подходы, принятые ранее при описании пластичности и тепловой ползучести, что, в общем, нецелесообразно, поскольку меняется общая схема расчета. В связи с этим считается возможным выделение изменения объема из процесса радиационной ползучести, отождествляя это изменение объема с распуханием конструкционного материала в низкотемпературной области, вызываемого наличием напряженного состояния (см. раздел 3.4). Добавим, что последующие изучения радиационной ползучести конструкционных материалов на быстрых реакторах показали, что в спектре быстрых нейтронов при интегральных потоках $\Phi < 10^{22}$ нейтр./см² радиационная ползучесть не сопровождается изменением объема.

На настоящее время общепризнанными являются следующие закономерности радиационной ползучести конструкционных материалов при одноосном растяжении, подтвержденные исследованиями на быстрых реакторах:

- линейная зависимость скорости радиационной ползучести от напряжения в интервале до $\sigma_0 = 10 - 14 \text{ кг/мм}^2$. При больших напряжениях связь между скоростью радиационной ползучести и напряжением становится нелинейной;

- слабая зависимость скорости радиационной ползучести от температуры в интервале T = 200 - 500 °C;

- линейная зависимость скорости радиационной ползучести от интенсивности повреждений материалов, определяемой плотностью и спектральными характеристиками потока нейтронов.

Перечисленные закономерности можно реализовать в форме следующих уравнений:

$$\xi_{0\phi}^{c} = \left(B + C\sigma_{0}^{2}\right)\overline{E}\phi\sigma_{0} \quad , \qquad (3.35)$$

$$\varepsilon_{0\phi}^{c} = A \overline{E} \, \varphi \, \sigma_{0} + \left(B + C \, \sigma_{0}^{2} \right) \overline{E} \, \varphi \, \sigma_{0} \, t \quad , \qquad (3.36)$$

где σ_0 — растягивающее растяжение, кг/см²; $\xi_{0\phi}^c$ и $\varepsilon_{0\phi}^c$ — скорость деформации и деформация установившейся радиационной ползучести в направлении растяжения; *A*, *B* и *C* — постоянные. Остальные обозначения аналогичны введенным ранее в соотношениях (3.34). В частности, для стали 316 в аустенизированном состоянии в интервале температур T = 250 - 450 °C постоянные A и C не определены, а постоянная B принимает значения

$$B = 0,572 \cdot 10^{-28}$$
 при $T = 380 - 450$ °C ,
 $B = 0,672 \cdot 10^{-28}$ при $T = 250 - 380$ °C .

Для этой же стали в холоднодеформированном состоянии в интервале температур T = 250 - 380 °C имеем:

$$A = 0,172 \cdot 10^{-21}$$
, $B = 0,529 \cdot 10^{-28}$, $C = 0,146 \cdot 10^{-34}$

при наибольшем напряжении растяжения $\sigma_0 = 15,2 \text{ кг/мм}^2$.

На рис. 3.6 показаны зависимости тепловой ξ_0^c (линия 1) и радиационной ползучести $\xi_{0\phi}^c$ (линии 2 — 5) от температуры при одноосном растяжении для стали 316. Построения проведены при $\sigma_0 = 10^3$ кг/см², $\phi = 5 \cdot 10^{15}$ нейтр./см² с , $\overline{E} = 0.8$ МэВ.



Линии 3 и 4 построены по соотношению (3.35). Пунктирные линии 5 и 2 — с использованием зависимостей (3.31) и (3.34): линия 5 представляет уравнение

$$\xi_{0\varphi}^c = A_{\varphi}\sigma_0 = \psi \sigma_0$$

следующее из (3.31) без учета объемных изменений; линия 2 представляет уравнение

$$\xi_{01}^{c} = \left(A_{\varphi} + \frac{B_{\varphi}}{3}\right) \cdot \sigma_{0} = 6 \psi \sigma_{0} \quad ,$$

следующее из (3.31) с учетом объемных изменений.

Соотношение (3.35) определяет скорость радиационной ползучести конструкционных материалов при одноосном растяжении. Для сложного напряженного состояния можем записать

$$F_c^t = F_c = \xi_{i\phi}^c = \left(B + C\,\sigma_i^2\right)\overline{E}\,\phi\,\sigma_i \quad , \tag{3.37}$$

и, тем самым, соотношения (3.24) обобщены на случай радиационной ползучести рассматриваемых материалов. Отметим, что окончательный вид функций $F_c^t = F_c$ (3.37) существенно отличается от предполагаемого (3.27) или (3.28).

Изучение факторов, влияющих на скорость радиационной ползучести $\xi_{0\phi}^c$ (помимо тех, что представлены в формуле (3.35)), привело к необходимости учитывать скорость вакансионного распухания конструкционных материалов \dot{S} , обусловленного большими интегральными потоками нейтронов $\Phi > 10^{23}$ нейтр./см². Вопросы, связанные с распуханием конструкционных материалов, будут рассмотрены в разделе 3.4, однако здесь приведем соотношение, учитывающее влияние упомянутого фактора:

$$\xi_{0S}^{c} = \xi_{0\phi}^{c} + D\sigma_{0}\dot{S} \quad , \tag{3.38}$$

где \dot{S} — скорость вакансионного распухания конструкционных материалов, % / ч ; D — постоянная материала (для аустенизиро-

ванных сталей 304 и 316 имеем $D \approx 0,29 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{кг}$). Вклад второго слагаемого становится значительным при скорости распухания $\dot{S} > 3 \cdot 10^{-4} \text{ %/ч}$.

3.2.2. Радиационная ползучесть делящихся материалов

Эффект увеличения скорости ползучести делящихся материалов (топлив) под действием потока нейтронов впервые наблюдался в 1955/56 годах, когда была обнаружена заметная ползучесть урановых образцов при малых напряжениях и температуре порядка 100 °C при облучении потоком нейтронов с плотностью $\varphi = = 1,3 \cdot 10^{12}$ нейтр./см² · с, в то время как для необлученных образцов при той же температуре и бо́льших напряжениях деформации ползучести отсутствовали. Первые результаты по исследованию ползучести керамического топлива (1963 г.) также показали значительное увеличение скорости ползучести под облучением.

Для делящихся материалов так же, как и для конструкционных, при наличии облучения можно выделить две области температур, в которых скорость ползучести описывается различными соотношениями. В области высоких температур $T > T_{\phi} = 0,5 T_{\Pi \Lambda}$ ползучесть мало зависит от облучения и определяется уравнениями тепловой ползучести, и здесь можно говорить только об увеличенной облучением скорости ползучести. В области низких температур $T < T_{\phi} \approx 0,5 T_{\Pi \Lambda}$ ползучесть полностью определяется наличием облучения, и эту ползучесть, как и для конструкционных материалов, будем называть радиационной.

Основные усилия исследователей в последнее время направлены на изучение радиационной ползучести керамического топлива:

- двуокиси (диоксида) урана, как материала, наиболее широко использующегося в твэлах реакторов различного типа;

- смешанного окисного урано-плутониевого топлива UO_2 — PuO_2 , применение которого вызвано необходимостью замыкания цикла использования ядерного горючего.

Подавляющее большинство исследования радиационной ползучести указанных видов топлива связано с изучением зависимости

установившейся ползучести при одноосном растяжении от основных эксплуатационных параметров (температуры, напряжения, плотности делений и т.д.) и структурных особенностей делящегося материала (начальной пористости, размера зерна и т.д.).

Обобщая результаты исследований различных авторов, можно сделать следующие качественные заключения о характере установившейся ползучести керамического топлива под облучением при одноосном растяжении:

- в области низких температур скорость радиационной ползучести прямо пропорциональна напряжению (при $\sigma_0 < 5,0$ кг/мм²). В области высоких температур зависимость скорости ползучести под облучением от напряжения, так же, как и зависимость скорости ползучести без облучения, определяется степенной зависимостью типа $\xi_{0\phi}^c \sim \sigma_0^n$. Показатель степени при напряжении здесь меняется от n = 1 для низких напряжений до n = 4,5 для высоких;

- в области низких температур скорость радиационной ползучести прямо пропорциональна плотности делений;

- скорость радиационной ползучести в области низких температур не зависит или слабо зависит от температуры. При высоких температурах зависимость скорости ползучести от температуры аналогична зависимостям, полученным вне поля реакторного облучения;

- скорость радиационной ползучести окисного топлива увеличивается с ростом начальной пористости

$$\xi^c_{0\varepsilon} = \xi^c_{0\varphi} \Big(1 + 0.125 \varepsilon^2 \Big) \ , \label{eq:eq:electric}$$

где є — пористость, % (є = 100 – ρ , ρ — плотность топлива в процентах от теоретической); $\xi_{0\varepsilon}^c$ и $\xi_{0\phi}^c$ — скорости радиационной ползучести при пористости є и с нулевой пористостью соответственно;

- скорость радиационной ползучести смешанного окисного топлива зависит от содержания и степени гомогенности двуокиси плутония. Наиболее простая эмпирическая зависимость, описывающая скорость установившейся радиационной ползучести при одноосном растяжении имеет вид:

$$\xi_{00}^c = AF\sigma_0 \quad , \tag{3.39}$$

где F — плотность делений, дел./см³ · с; σ_0 — растягивающее напряжение, кг/мм²; $\xi_{0\phi}^c$ — скорость радиационной ползучести, 1/ч. Постоянная A здесь принимает значения:

- для двуокиси урана UO_2

$$A = (5,1 \pm 0,73) \cdot 10^{-20}$$
 при $250 < T < 850 \,^{\circ}\text{C}$;

- для смешанного топлива UO₂ — PuO₂

$$A = 1,78 \cdot 10^{-19}$$
 при $700 < T < 900$ °C ;
 $A = 5,3 \cdot 10^{-20}$ при $T < 300$ °C .

Имеют место и более сложные эмпирические зависимости, описывающие скорость установившейся ползучести окисного топлива во всем интервале температур и учитывающие некоторые структурные особенности материалов. Например, для двуокиси урана UO₂ получено¹

$$\xi_{0\phi}^{c} = \frac{A_{1} + A_{2}F}{(A_{3} + \rho)G^{2}} \cdot \sigma_{0} \exp\left(-\frac{Q_{1}}{RT}\right) + \frac{A_{4}}{A_{5} + \rho} \cdot \sigma_{0}^{4,5} \exp\left(-\frac{Q_{2}}{RT}\right) + A_{6}\sigma_{0}F \exp\left(-\frac{Q_{3}}{RT}\right) , \qquad (3.40)$$

 $^{^1}$ Olsen C.S. Steady-State Creep Model for UO₂. Trans. Amer. Nucl. Soc. 1975. P. 210 – 211.

где A_i (i = 1, 2, ..., 6) — постоянные ($A_1 = 1, 4 \cdot 10^{10}$, $A_2 = 4, 63 \cdot 10^{-9}$, $A_3 = -87,7$, $A_4 = 2, 17 \cdot 10^{10}$, $A_5 = -90,5$, $A_6 = 1, 32 \cdot 10^{-24}$); Q_j (j = 1, 2, 3) — энергии активации, ккал/моль ($Q_1 = 90$, $Q_2 = 132$, $Q_3 = 5,2$); $R = 2 \cdot 10^{-3}$ ккал/град·моль — универсальная газовая постоянная; σ_0 — растягивающее напряжение, кг/мм². Наилучшее совпадение с экспериментальными данными соотношение (3.40) дает в следующих интервалах изменения параметров:

92 <
$$\rho$$
 < 98 — плотность в процентах от теоретической;
4 < G < 35 — размер зерна, мкм;
8,4 · 10¹¹ < F < 1,2 · 10¹⁴ — плотность делений, дел./см³ · с;
713 < T < 2073 — температура, К.

Для смешанного топлива UO_2 — PuO_2 имеет место эмпирическая зависимость 1

$$\xi_{0\varphi}^{c} = A\sigma_{0}F \exp\left(-Q/RT\right) , \qquad (3.41)$$

полученная в результате обработки испытаний материала при значении постоянной $A = 28 \cdot 10^{-16}$, плотности $\rho = 95\%$, энергии активации Q = -13,7 ккал/моль и температуре 573 < T < 1373 К. Остальные величины, входящие в соотношение (3.41), имеют тот же смысл, что и в соотношении (3.40).

Соотношения (3.39) — (3.41) определяют скорость радиационной ползучести делящихся материалов при одноосном растяжении. Для сложного напряженного состояния на примере простейшей зависимости (3.39) можем записать

$$F_c^t = F_c = \xi_{i\phi}^c = AF\sigma_i \quad , \tag{3.42}$$

¹ Roberts J.T.A., Voglewede J.C. Application of deformation Maps to the Study of In-Reactor Behavior of Oxide Fuels // J. Amer. Cer. Soc. 1973. V. 56. N_{2} 9. P. 472 – 474.

и, тем самым, соотношения (3.24) обобщены на случай радиационной ползучести топлив. Отметим, что и здесь окончательный вид функций $F_c^t = F_c$ существенно отличается от того, что предполагалось.

Эмпирические соотношения (3.39) — (3.41), описывающие скорость радиационной ползучести топлив (так же, как и соотношения (3.34) — (3.36), описывающие скорость радиационной ползучести конструкционных материалов), являются далеко не единственными, использующимися для описания поведения расчетной модели тела при неизотермическом нагружении и наличии облучения. Выбор в пользу той или иной зависимости определяется только практическими соображениями. Упомянутые выше соотношения рассмотрены здесь в качестве примеров, и, кроме того, они достаточно просты и удобны для использования. Однако для определения коэффициентов, входящих в зависимости подобного рода, требуется проведение большого количества внутриреакторных испытаний. Более того, очевидно, что при использовании эмпирических соотношений достоверные результаты с их применением можно ожидать только в рамках тех значений параметров, которые имели место при проведении экспериментов. При любом их изменении должен ставиться вопрос о достоверности прогнозирования поведения материала. В этом отношении предпочтительнее было бы использовать математические модели (теории), построенные на механизмах, объясняющих явление радиационной ползучести, поскольку, с одной стороны, они допускают общую аналитическую постановку задачи, а с другой — позволяют предсказывать (прогнозировать) поведение топлива в более широких интервалах изменения параметров, в том числе и в областях, плохо изученных экспериментально.

В основе большинства физических механизмов радиационной ползучести, предложенных на настоящее время, лежит образование, миграция и аннигиляция точечных дефектов. Трудности применения таких моделей связаны с тем, что дислокационная структура облученных материалов изучена недостаточно. Для расчета радиационной ползучести с применением физических моделей необходимо экспериментальное определение таких характеристик облученного материала, как плотность дислокаций, плотность скопления точечных дефектов, расстояние между препятствиями и т.п., что само по себе является сложной задачей.

Возможен и другой, механический подход к построению механизмов радиационной ползучести, когда действие облучения на ядерное топливо оценивается его интегральными эффектами, пренебрегая при этом микроструктурными особенностями топлива.

Как результат использования модели, построенной на механизмах, объясняющих явление радиационной ползучести, можно привести расчетную формулу¹ для скорости радиационной ползучести двуокиси (диоксида) урана

$$\xi_{0\phi}^{c} = \left[\frac{A_{1}}{E}\sigma_{0}R_{c} + A_{2}\sigma_{0}\sqrt{R_{c}}\exp\left(-\frac{5200}{T}\right)\right]\left(1 + 0.31\varepsilon^{1.8}\right) \quad .$$

где $A_1 = 2,7 \cdot 10^{-14}$; $A_2 = 7,3 \cdot 10^{-12}$; $R_c = F/100$ при T < 900 °C (F — плотность делений, дел./см³ · c); ε — пористость, %. Приведенное соотношение описывает с максимальной погрешностью 12 % экспериментальные данные при следующих интервалах изменения параметров: $\sigma = 10 - 40$ МПа (1 — 4 кг/мм²); $F = 7 \cdot 10^{12}$ — 2,5 · 10¹⁴ дел./см³ · c; $\varepsilon = 3 - 11$ %.

Отметим, что деформации радиационной ползучести очень чувствительны к небольшим изменениям напряжения, температуры и плотности делений, к отклонениям в составе материала и технологии его приготовления. Все это усиливает характерный для ползучести большой случайный разброс экспериментальных данных и приводит к некоторой неопределенности в расчетах работоспособности тепловыделяющих элементов и, соответственно, к резервированию их прочности, что, естественно, снижает экономическую эффективность реактора.

¹ Соколов А.Н. Экспериментальное и расчетное обоснование использования оксидного топлива с низким сопротивлением деформированию в твэлах энергетических реакторов. Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. к. т. н. М.: МИФИ, 2005.

3.3. Распухание делящихся материалов

При действии нейтронов в кристаллической решетке делящегося материала появляются различного рода дефекты, приводящие к изменению размеров топлива, которое может идти без изменения первоначального объема — радиационный рост, или с его увеличением — распухание делящегося материала.

Радиационный рост — эффект изменения формы кристаллических твердых тел в условиях облучения без приложения внешней нагрузки, не сопровождающийся заметным изменением объема. Впервые это явление наблюдалось в начале 50-х годов прошлого столетия, когда выяснилось, что стержни из урана под облучением ведут себя самым неожиданным (в свете имеющих тогда место представлений) образом, а именно — непрерывно изменяют свою форму. При выгорании до 0,1 % т.а. деформация текстурированных урановых прутков вследствие радиационного роста достигала 180 %.

Радиационному росту, кроме урана, подвержены еще ряд реакторных материалов, например, графит, цирконий и циркониевые сплавы. Для циркониевых сплавов направление радиационного роста определяется текстурой материала.

Ранее предполагалось, что основная причина радиационного роста упомянутых материалов — анизотропия их кристаллографической структуры, однако имеют место данные о том, что эффект анизотропного изменения размеров в результате облучения проявляется также и для металлов с г.ц.к.- и о.ц.к.-структурами, предварительно подвергнутых пластическому деформированию. Увеличение скорости ползучести поликристаллического урана в 50 — 100 раз при облучении в реакторе некоторые исследователи объясняют взаимодействием отдельных кристаллов, растущих под облучением. Таким образом, эффект радиационного роста может проявляться у многих материалов, и соответственно, радиационный рост относится к числу проблем, возникших в связи с необходимостью обеспечения размерной стабильности тепловыделяющих элементов ядерных реакторов.

Радиационный рост материала *S_R* зависит от интегрального потока нейтронов (флюенса) и температуры:

$$S_R = S_R(\Phi, T) \quad ,$$

причем функция S_R определяется экспериментально. Отметим, что поскольку изменение размеров урана, графита, циркония (циркониевых сплавов) наблюдается в интервале температур до 300 — 400 °C, проблема радиационного роста материалов наиболее важна для реакторов, охлаждаемых водой, и для некоторых типов газовых реакторов.

С точки зрения оценки прочности тепловыделяющих элементов быстрых реакторов больший интерес представляет явление распухания — относительное увеличение первоначального объема топлива.

В настоящее время установлено, что распухание делящегося материала вызывается совокупностью процессов, из которых, как основные, можно выделить следующие:

а) увеличение суммарного объема продуктов деления относительно разделившегося объема топлива — так называемое, «холодное» или «твердое» распухание;

б) формоизменение урана, связанное с ростом отдельных зерен в результате выбивания атомов из узлов кристаллической решетки и попадания продуктов деления внутрь решетки. При этом появляются большие микронапряжения, создающие микротрещины и пустоты;

в) образование пор в результате скопления мигрирующих вакансий;

г) увеличение объема пор (пустот) вследствие давления газовых продуктов деления, накопившихся в этих порах.

Обобщение экспериментальных данных по распуханию делящихся материалов в зависимости от уровня рабочих температур показывает, что можно выделить три области.

1. Область низких температур $T \le 0.3 T_{\Pi\Pi}$ (для высокотемпературного топлива это соответствует области $T \le 550 - 600$ °C). Распухание в этой области определяется процессами а) и б), но доминирует процесс а), причем в поведении всех продуктов деления (и газообразных, и твердых) нет принципиальных отличий. Газооб-

разные продукты деления вносят в распухание небольшой вклад (примерно 1/4) вследствие их ограниченной термической подвижности и высоких механических свойств материала. Поскольку газообразные продукты деления обладают весьма низким пределом растворимости, насыщение достигается уже при небольших глубинах выгорания топлива (примерно долей процента). После этого начинается их выделение на различного рода центрах — центрах порообразования. Местами сосредоточения газов являются также и технологические поры в топливе.

2. Область средних температур $0.3T_{\Pi\Pi} \le T \le 0.5T_{\Pi\Pi}$ (для высокотемпературного топлива $600 \le T \le 1200$ °C). В распухание, наряду с процессами а) и б), вносят вклад процессы в) и г). С увеличением температуры вклад процесса б) уменьшается вследствие возрастающего эффекта отжига, а вклад процесса г) увеличивается.

3. Область высоких температур $T > 0.5 T_{\Pi \Lambda}$ (для высокотемпературного топлива T > 1200 - 1400 °C). Распухание можно рассматривать как процесс, определяемый только накоплением продуктов деления, т.е. процессы а) и г), причем доминирует процесс г). Остальные процессы дают, в целом, незначительный вклад в величину распухания (порядка долей процента), а их учет значительно усложняет расчеты. Существенным является условие малой подвижности пор, что соответствует условию малых радиальных температурных градиентов.

В зависимости от требований, предъявляемых к тепловыделяющим элементам конкретных реакторов, ядерное топливо может использоваться в двух вариантах:

- топливный стержень твэла представляет собой однородную топливную композицию делящегося материала (в случае, когда важна объемная концентрация делящихся атомов, например, в реакторах на быстрых нейтронах);

 топливный стержень твэла представляет собой дисперсионный материал — композицию, в которой зерна делящегося материала равномерно распределены в ядерно-неактивной матрице (металлической или керамической). С точки зрения прочности влияние распухания топлива на работоспособность оболочки тепловыделяющего элемента в этих двух случаях будет различным. В первом случае процесс распухания во многом определяет напряженное и деформированное состояние оболочки, а во втором — оболочка играет роль чехла, удерживающего лишь вышедшие из топлива газообразные продукты деления. Соответственно, рассмотрим два различных подхода к проблеме распухания делящихся материалов: распухание однородной топливной композиции и распухание дисперсионного ядерного топлива.

3.3.1. Распухание однородной топливной композиции

Для анализа процесса распухания однородной топливной композиции при облучении используются или эмпирические соотношения, полученные при обработке экспериментальных данных, или математические модели (теории), построенные на механизмах, объясняющих данное явление.

Большинство теоретических работ, в которых изучается процесс распухания однородной топливной композиции, основываются либо на вакансионном механизме, объясняющем распухание увеличением размеров пор за счет притока вакансий, либо на механизме «квазистатических газовых пор», когда распухание объясняется ростом пор под действием давления газообразных продуктов деления, накапливающихся в порах.

В теориях вакансионного механизма предполагается, что давление газообразных продуктов деления в порах полностью уравновешено поверхностным натяжением материала, а рост пор происходит только за счет диффузионного притока вакансий, причем скорость этого притока достаточно велика. Модель позволяет учесть условия зарождения газовых пор, их миграцию при значительных градиентах температур, взаимодействие с дислокациями и границами зерен, а также объяснить ряд экспериментальных фактов, однако для получения практически приемлемых результатов необходима информация по ряду физических параметров топливных материалов, трудно определяемых экспериментально.

В теориях газовых пор принимается, что образовавшиеся газообразные продукты деления достаточно быстро накапливаются в порах и после определенной глубины выгорания топлива создают давление, под действием которого окружающий пору материал деформируется, что и приводит к росту общего объема топлива. Определение распухания на основе этой модели, как будет показано ниже, требует знания только лишь характеристик ползучести топлива, которые можно получить экспериментально с достаточной степенью достоверности.

Данные экспериментальных исследований подтверждают возможность использования модели газовых пор для оценки распухания металлического, карбидного и дисперсионного топлив при средних и повышенных температурах и достаточно глубоких выгораниях при условии достаточно малой подвижности пор (малых температурных градиентов).

Перечислим основные положения, принимаемые в теории сферических газовых пор.

1. Все поры сферические, имеют одинаковые размеры и равномерно распределены по объему топлива.

2. Объем топлива условно разделен на регулярно расположенные полиэдрические элементарные ячейки, каждая из которых содержит одну пору (рис. 3.7).

3. Подвижность твердых продуктов деления небольшая, так что накопление твердых и «замороженных» газовых продуктов (не ушедших в поры) вызывает однородное изменение объема



делящейся композиции в ячейке — твердое или холодное распухание.

4. Газообразные продукты деления, образующиеся в материале элементарной ячейки, могут диффундировать только в свою пору, так что во всех порах накапливается одинаковое количество газа.

5. В случае однородного поля температур и делений каждая ячейка деформируется одинаково. В этом случае для свободного топливного стержня произвольной формы (односвязного или мно-госвязного) выполняется условие совместности деформаций, и между отдельными ячейками не возникает дополнительных сил взаимодействия.

6. На поверхности сферы с объемом, равным объему полиэдрической элементарной ячейки, содержащей одну пору, приложено лишь гидростатическое давление p_b , которым нагружено топливо в целом.

При выполнении указанных положений определение распухания S(t) однородной топливной композиции сводится к нахождению деформаций толстостенной сферы, нагруженной меняющимися во времени внутренним p_a и внешним p_b давлениями. Давление p_a определяется количеством образовавшихся в процессе выгорания газообразных продуктов деления, собравшихся в порах, и находится из уравнения состояния газов. Изменение во времени давления p_a определяется также изменением объема внутренней полости сферы как за счет процесса ее деформирования, так и за счет получения материалом сферы изменяющегося во времени объемного расширения — твердого распухания $S_T(t)$. В дальнейшем величины p_a , p_b и $S_T(t)$ считаем известными.

Внутренний исходный радиус сферы a_0 принимаем равным характерному размеру исходных пор в топливе. Например, для урана этот размер можно принять $a_0 = 0,1$ мкм, поскольку число пор с таким радиусом в 1 см³ топлива на 5 — 6 превышает число пор других размеров. Наружный исходный радиус сферы b_0 может быть выбран либо из условия, что объем сферы равен объему полиэдрической ячейки, либо из условия, что поверхность полиэдрической ячейки заменяется вписанной сферической поверхностью. В первом случае $(a_0 / b_0)^3 = \varepsilon$, во втором — $(a_0 / b_0)^3 \approx 1,35\varepsilon$, где $\varepsilon = V_{\Pi} / V_1$ — начальная пористость материала (V_1 — исходный объем топлива, содержащий некоторое число пор с общим объемом V_{Π}). В дальнейшем будем принимать

$$(a_0/b_0)^3 = \varepsilon^*$$
, $\varepsilon^* = (1-1,35)\varepsilon$. (3.43)

Поскольку активной нагрузкой в данной задаче является давление накапливающихся в порах газовых продуктов деления p_a , возрастающее по мере выгорания топлива, можно выделить следующие стадии распухания топлива: вязкоупругую, вязкопластическую и чисто пластическую.

Вязкоупругая стадия распухания. Запишем систему уравнений, определяющих напряженное и деформированное состояние сферы. Вследствие центральной симметрии поставленной задачи $(r, 9, \phi)$ — сферические координаты) угловые деформации γ_{r9} , $\gamma_{9\phi}$, $\gamma_{\phi r}$ и касательные напряжения τ_{r9} , $\tau_{9\phi}$, $\tau_{\phi r}$ равны нулю. Линейные деформации ε_r , ε_9 , ε_{ϕ} отличны от нуля (причем $\varepsilon_9 = \varepsilon_{\phi}$) и определяются только радиальным перемещением u. Для нормальных напряжений имеем соответственно, что σ_r , σ_9 , σ_{ϕ} отличны от нуля и $\sigma_9 = \sigma_{\phi}$. Все определяемые величины являются функциями текущего радиуса r и времени t.

Равновесие элемента объема в данном случае определяется одним уравнением

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - 2 \frac{\sigma_{\vartheta} - \sigma_r}{r} = 0 \quad , \tag{3.44}$$

а скорости деформаций — следующими соотношениями:

$$\xi_r = \frac{\partial v}{\partial r} , \quad \xi_{\vartheta} = \xi_{\varphi} = \frac{v}{r} , \qquad (3.45)$$

где $v = \partial u / \partial t$ — скорость радиального перемещения.

Поскольку рассматриваем вязкоупругую стадию распухания, скорости деформаций представим в виде сумм

$$\begin{aligned} \xi_r &= \xi_r^e + \xi_r^c + (1/3)\dot{S}_{\rm T} \quad ,\\ \xi_{\vartheta} &= \xi_{\vartheta}^e + \xi_{\vartheta}^c + (1/3)\dot{S}_{\rm T} \quad , \end{aligned} \tag{3.46}$$

где ξ^e и ξ^c — скорости упругих деформаций и деформаций ползучести; $\dot{S}_{\rm T}$ — скорость твердого распухания. Поскольку твердое распухание $S_{\rm T}$ определяется изменением объема, коэффициент 1/3 в соотношении (3.46) взят из расчета, что сумма соответствующих этому процессу трех линейных деформаций будет равна $S_{\rm T}$.

Скорости упругих деформаций определим в соответствии с линейным физическим законом

$$\xi_{r}^{e} = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial \sigma_{r}}{\partial t} - 2\nu \frac{\partial \sigma_{9}}{\partial t} \right) ,$$

$$\xi_{9}^{e} = \frac{1}{E} \left[(1 - \nu) \frac{\partial \sigma_{9}}{\partial t} - \nu \frac{\partial \sigma_{r}}{\partial t} \right] ,$$
(3.47)

а скорости деформаций ползучести — в соответствии с уравнениями теории течения при неизотермическом нагружении в условиях облучения (3.24)

$$\xi_r^c = \frac{3}{2\sigma_i} F_c^t (\sigma_r - \sigma) \quad , \quad \xi_{\vartheta}^c = \frac{3}{2\sigma_i} F_c^t (\sigma_{\vartheta} - \sigma) \quad . \tag{3.48}$$

Принимая во внимание соотношения (3.23) и (3.27), функцию F_c^t представим в виде обобщенной степенной зависимости

$$F_{c}^{t} = \xi_{i}^{c} = A \Big(T, t, H^{c}, \eta^{c} \Big) \sigma_{i}^{n(T)} \quad , \tag{3.49}$$

где A и n функции, определяемые экспериментально. В дальнейшем, поскольку величины H^c и η^c можно представить как некоторые функции температуры и времени, будем считать A = A(T, t).

Система уравнений (3.44) — (3.49) должна быть дополнена условием упругого изменения объема (в состоянии ползучести материал несжимаем):

$$\xi_r + 2\xi_{\vartheta} = \xi_r^e + 2\xi_{\vartheta}^e + \dot{S}_{\mathrm{T}} = \frac{1 - 2\nu}{E} \frac{\partial}{\partial t} (\sigma_r + 2\sigma_{\vartheta}) + \dot{S}_{\mathrm{T}}$$
(3.50)

и граничными условиями на внутренней (r = a) и внешней (r = b) поверхностях сферы

$$\sigma_r(a,t) = -p_a + (2\gamma/a) ,$$

$$\sigma_r(b,t) = -p_b .$$
(3.51)

Здесь a(t) и b(t) — значения радиусов в текущий момент времени; величина $2\gamma/a$ определяет силы поверхностного натяжения на внутренней поверхности поры.

Поставленную задачу деформирования сферы будем решать в упрощенном варианте, пренебрегая упругими деформациями по сравнению с деформациями ползучести (тем самым предполагая достаточно развитое распухание) и принимая коэффициент Пуассона равным 0,5. В этом случае условие несжимаемости материала (3.50) принимает вид

$$\xi_r + 2\xi_{\vartheta} = \frac{\partial v}{\partial t} + 2\frac{v}{r} = \dot{S}_{\mathrm{T}} \quad . \tag{3.52}$$

Полученное уравнение (3.52) можно рассматривать как неоднородное дифференциальное уравнение относительно скорости радиального перемещения v(r, t). Решение этого уравнения позволяет получить

$$v(r,t) = \frac{B(t)}{r^2} + \frac{r}{3} \cdot \dot{S}_{\rm T} \quad . \tag{3.53}$$

С учетом соотношения (3.53) скорости деформаций можно переписать в форме

$$\xi_r = \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{1}{3} \dot{S}_{\rm T} - 2 B r^{-3} , \qquad (3.54)$$

$$\xi_{\vartheta} = \xi_{\varphi} = \frac{v}{r} = \frac{1}{3} \dot{S}_{\rm T} + B r^{-3} ,$$

и тем самым, деформированное состояние сферы определено одной, но пока неизвестной функцией B(t). Отметим, что соотношения (3.54) определяют скорости и полных деформаций, и деформаций ползучести, поскольку, в силу сделанного упрощения, они теперь равны. Определение интенсивности скоростей деформаций ползучести с использованием (3.54) позволяет получить

$$\xi_i^c = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\left(\xi_r - \xi_{\vartheta}\right)^2 + \left(\xi_{\vartheta} - \xi_{\phi}\right)^2 + \left(\xi_{\varphi} - \xi_r\right)^2} = 2Br^{-3} \quad . \quad (3.55)$$

Для определения напряженного состояния сферы нужно интегрировать дифференциальное уравнение (3.44) с выполнением граничных условий (3.51). Поскольку в дифференциальное уравнение входят две неизвестные величины (напряжения σ_r , σ_{ϑ}), необходимо дополнительно получить соотношение, связывающее эти неизвестные. С этой целью сопоставим зависимости (3.49) и (3.55). Будем иметь

$$F_c^t = \xi_i^c = A(T, t)\sigma_i^{n(T)} = 2Br^{-3} \quad . \tag{3.56}$$

В рассматриваемой задаче $\sigma_i = \sigma_{\vartheta} - \sigma_r$ (поскольку $\sigma_{\vartheta} > \sigma_r$), и из соотношения (3.56) имеем

$$\left(\sigma_{\vartheta} - \sigma_r\right)^n = 2Br^{-3} / A \quad . \tag{3.57}$$

Дальнейшие преобразования будем проводить с использованием безразмерных величин.

Для приведения соотношения (3.57) к безразмерному виду, представим его в форме

$$\left(\frac{\sigma_{\vartheta} - \sigma_r}{\sigma_{\mathrm{T}}}\right)^n = 2\left(A\sigma_{\mathrm{T}}^n\right)^{-1} \cdot \frac{B}{b_0^3} \cdot \left(\frac{b_0}{r}\right)^3 \quad . \tag{3.58}$$

где $\sigma_{\rm T}$ — предел текучести, и введем обозначения

$$\chi^{e} = (\sigma_{9} - \sigma_{r}) / \sigma_{T} ,$$

$$\widetilde{A} = A \sigma_{T}^{n} ,$$

$$\widetilde{B} = B / b_{0}^{3} ,$$

$$\rho = r / b_{0} .$$
(3.59)

С введенными обозначениями соотношение (3.57) принимает вид

$$\chi^{e} = \left(2\,\widetilde{B}\,\widetilde{A}^{-1}\right)^{1/n} \rho^{-3/n} \quad , \tag{3.60}$$

а дифференциальное уравнение равновесия (3.44) —

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial \rho} = 2 \sigma_{\rm T} \chi^e \rho^{-1} \quad . \tag{3.61}$$

Построим решение уравнения (3.61). Известно (теорема Лейбница — Ньютона), что в качестве первообразной функции может быть взят определенный интеграл с постоянным (выбираемым произвольно) нижним и переменным верхним пределами. В соответствии с этой теоремой запишем

$$\sigma_r = -2 \,\sigma_{\rm T} \int\limits_{\rho}^{\widetilde{b}} \chi^e \rho^{-1} d\rho - p_b$$

Здесь переменным принят нижний предел, постоянным — верхний, и, соответственно, введен знак минус. Верхний предел выбран так, чтобы сразу выполнить граничное условие (3.51) на внешнем радиусе $\sigma_r = -p_b$ при r = b или $\rho = \tilde{b}$, где $\tilde{b} = b/b_0$. Удовлетворяя второе граничное условие (3.51) на внутренней поверхности сферы при $\rho = \tilde{a}$, где $\tilde{a} = a/b_0$, приходим к соотношению

$$p_a - p_b - 2\gamma / a = 2 \sigma_{\rm T} \int_{\widetilde{a}}^{\widetilde{b}} \chi^e \rho^{-1} d\rho$$

которое, после подстановки вместо величины χ^e ее значения в соответствии с (3.60) и вычисления определенного интеграла, приводится к виду

$$p_a - p_b - 2\gamma / a = \frac{2}{3} \sigma_{\mathrm{T}} n \cdot \left[\left(\widetilde{b} \, \widetilde{a}^{-1} \right)^{3/n} - 1 \right] \cdot \left(2 \widetilde{A}^{-1} \widetilde{B} \, \widetilde{b}^{-3} \right)^{1/n} . \quad (3.62)$$

В уравнение (3.62) входят неизвестные функции времени \tilde{a} (или a), \tilde{b} и \tilde{B} , определяющие деформирование рассматриваемой толстостенной сферы. Очевидно, все эти три функции не могут быть независимыми, поскольку изменения радиусов сферы в данный момент времени определяются радиальными перемещениями точек поверхностей. Соответственно, скорости изменения радиусов могут быть определены через скорость радиального перемещения v(r,t) или, что то же самое, через функцию B(t). Например, скорость изменения радиуса внешней поверхности сферы можно записать в виде

$$\frac{db}{dt} = v(b,t) = \frac{B(t)}{b^2} + \frac{b}{3} \cdot \dot{S}_{T}$$

или в безразмерной форме

$$\frac{d\widetilde{b}}{dt} = \frac{\widetilde{B}(t)}{\widetilde{b}^2} + \frac{\widetilde{b}}{3} \cdot \dot{S}_{\mathrm{T}} \quad . \tag{3.63}$$

Таким образом, уравнение (3.62) можно рассматривать как уравнение относительно функции $\tilde{B}(t)$ и, тем самым, задача о вязкоупругой стадии деформировании толстостенной сферы в общем виде решена. Однако напомним, что основной вопрос, который необходимо решить в данной задаче, это вопрос об определении распухания топлива. Поскольку распухание топлива в рассматриваемой постановке — процесс, связанный с деформированием сферы (с ее объемным расширением), целесообразно использовать уравнение (3.62), представляя величины \tilde{a} (*a*), \tilde{b} и \tilde{B} (или их сочетания типа $\tilde{b}\tilde{a}^{-1}$, $\tilde{B}\tilde{b}^{-3}$ и т.д.) непосредственно через функцию распухания S(t).

Распухание топлива как функцию времени определим соотношением

$$S(t) = (V_2 - V_1)/V_1$$

где V_1 — исходный объем топлива; V_2 — объем топлива в текущий момент времени t. С учетом значений объемов (объем сферы $V = 4\pi R^3 / 3$) функция S(t) принимает вид:

$$S = (b^3 - b_0^3) / b_0^3 = \tilde{b}^3 - 1 \quad . \tag{3.64}$$

Из полученного соотношения (3.64) непосредственно следует, что $\tilde{b}^3 = 1 + S$.

Аналогичное соотношение для \tilde{a} можно получить следующим образом. Если V_1 — исходный объем топлива, а V_{Π} — суммарный объем пор, то сама делящаяся композиция в исходный момент времени имеет объем $V_f = V_1 - V_{\Pi}$. К моменту времени t за счет относительного изменения объема делящейся композиции от накопления твердых и не ушедших в поры газовых продуктов деления (за счет твердого распухания S_T) будем иметь $V_f = V_f (1 + S_T)$ или с учетом значения объемов

$$(b^3 - a^3) = (b_0^3 - a_0^3)(1 + S_T)$$

Преобразуя полученное соотношение к безразмерному виду и учитывая при этом зависимости (3.43) и (3.64), будем иметь

$$\widetilde{a}^{3} = 1 + S - (1 - \varepsilon^{*})(1 + S_{T}) = \Gamma^{-1}$$
, (3.65)

где $\Gamma = [1 + S - (1 - \varepsilon^*)(1 + S_T)]^{-1}.$

Используя теперь соотношения (3.64) и (3.65), легко получить сочетание $\tilde{b}\tilde{a}^{-1}$, необходимое для преобразования уравнения (3.62). Действительно,

$$\widetilde{a}^{3}/\widetilde{b}^{3} = \Gamma^{-1}/\widetilde{b}^{3} \quad ,$$

и соответственно,

$$(\tilde{b}\,\tilde{a}^{-1})^3 = (1+S)\Gamma$$
 . (3.66)

Входящая в уравнение (3.62) размерная величина *а* также может быть представлена через функцию распухания с использованием соотношений (3.65) и (3.43):

$$a = b_0 \Gamma^{-1/3} = a_0 \left(\epsilon^* \Gamma \right)^{-1/3} \quad . \tag{3.67}$$

И, наконец, последнее нужное сочетание неизвестных $\tilde{B}\tilde{b}^{-3}$ представим через функцию распухания S(t), рассматривая зависимости (3.63) и (3.64). Дифференцируя (3.64), находим скорость изменения радиуса внешней поверхности сферы:

$$\frac{d\widetilde{b}}{dt} = \frac{1}{3\widetilde{b}^2} \cdot \frac{dS}{dt}$$

Сравнивая полученное соотношение с уже имеющимся (3.63), получаем требуемое сочетание

$$3\widetilde{B}\widetilde{b}^{-3} = \frac{1}{1+S} \cdot \frac{dS}{dt} - \dot{S}_{\mathrm{T}} \quad . \tag{3.68}$$

Подстановка формул (3.66) — (3.68) в уравнение (3.62) позволяет представить его в форме, определяющей процесс распухания однородной топливной композиции согласно принятой модели сферических газовых пор:

$$\frac{dS}{dt} = (1+S)\dot{S}_{\rm T} + \zeta(1+S) \cdot \left[\frac{p_a - p_b - (2\gamma/a_0)(\varepsilon^*\Gamma)^{1/3}}{[(1+S)\Gamma]^{1/n} - 1}\right]^n , \qquad (3.69)$$

где $\zeta = 1,5^{n+1} \cdot \widetilde{A}(n \sigma_{T})^{-n}$ — некоторая комплексная характеристика ползучести материала.

Уравнение (3.69) решается относительно функции распухания S(t) численными методами при выполнении начального условия $S = S_0$ при $t = t_0$. Отметим, что если не учитывать роль сил поверхностного натяжения на внутренней поверхности сферы (поры), то для определения распухания знание конкретного значения исходного радиуса поры a_0 не требуется.

Вязкопластическая стадия распухания. При достаточно большой скорости выгорания топлива и сравнительно невысокой рабочей температуре (таких, при которых давление $p_a(t)$ повышается достаточно быстро), на некоторой стадии работы реактора у внутренней поверхности сферы может появиться зона пластических деформаций $a \le r \le d$. Момент времени, отвечающий появлению первых «мгновенных» пластических деформаций, обозначим как $t_{\rm T}$.

Рассмотрим условие появления «мгновенных» пластических деформаций на внутренней поверхности сферы, используя условие пластичности Мизеса. В соответствии с этим условием в момент появления пластических деформаций интенсивность напряжений должна быть равна пределу текучести

$$\sigma_i = \sigma_{\rm T}$$
 при $r = a$, $t = t_{\rm T}$,

или в безразмерной форме —

$$\chi^{e}\left(\widetilde{a}, t_{\mathrm{T}}\right) = 1 \quad , \tag{3.70}$$

поскольку, как уже отмечалось, $\sigma_i = \sigma_{\vartheta} - \sigma_r$, а $\chi^e = (\sigma_{\vartheta} - \sigma_r) / \sigma_T$ в соответствии с введенным обозначением (3.59). Условие пластичности (3.70) должно рассматриваться совместно с уравнением (3.62), так как именно оно определяет решение задачи. Перепишем это уравнение в виде

$$p_a - p_b - 2\gamma/a = \frac{2}{3}\sigma_{\mathrm{T}}n \cdot \left[\left(\widetilde{b}\ \widetilde{a}^{-1}\right)^{3/n} - 1\right] \cdot \left(2\widetilde{A}^{-1}\widetilde{B}\right)^{1/n} \cdot \widetilde{b}^{-3/n}$$

и выделим в нем величину $\chi^e = \left(2 \widetilde{B} \widetilde{A}^{-1}\right)^{1/n} \rho^{-3/n}$ в соответствии с выражением (3.60). Получим

$$p_{a} - p_{b} - 2\gamma/a = \frac{2}{3} \sigma_{\mathrm{T}} n \cdot \left[\left(\widetilde{b} \ \widetilde{a}^{-1} \right)^{3/n} - 1 \right] \cdot \chi^{e}(\rho, t) \cdot \rho^{3/n} \cdot \widetilde{b}^{-3/n}$$

Отсюда находим

$$\chi^{e} = \frac{3}{2\sigma_{\mathrm{T}}n} \cdot \frac{p_{a} - p_{b} - 2\gamma a}{1 - \left(\widetilde{a} \ \widetilde{b}^{-1}\right)^{3/n}} \quad . \tag{3.71}$$

Подстановка формул (3.66) и (3.67) в полученное соотношение (3.71) позволяет представить величину χ^e через определяемую в задаче функцию распухания S(t):

$$\chi^{e} = \frac{3}{2\sigma_{\rm T}n} \cdot \frac{p_a - p_b - (2\gamma/a_0) \cdot (\epsilon^* \Gamma)^{1/3}}{1 - [(1+S)\Gamma]^{-1/n}} \quad . \tag{3.72}$$

Окончательно, условие пластичности (3.70) будет иметь вид:

$$\frac{3}{2\sigma_{\rm T}n} \cdot \frac{p_a - p_b - (2\gamma/a_0) \cdot (\epsilon^* \Gamma)^{1/3}}{1 - [(1+S)\Gamma]^{-1/n}} = 1 \qquad (3.73)$$

Уравнение (3.73) определяет момент времени $t = t_{\rm T}$, отвечающий появлению первых «мгновенных» пластических деформаций на внутренней поверхности сферы, и, начиная с этого момента,
распухание нужно находить уже из решения вязкопластической задачи.

Появление пластических деформаций при определенной рабочей температуре в значительной мере зависит от скорости выгорания топлива: для рассматриваемого топлива при данной температуре существует некоторая предельная (минимальная) скорость выгорания, и при скоростях выгорания, меньших предельной, деформации сферических ячеек остаются упругими, сколько бы долго ни продолжался процесс выгорания. Это связано с тем, что для скоростей выгорания, меньших предельной, скорость деформации ячейки превышает скорость накопления газовых продуктов деления. В этом случае, начиная с какого-то момента времени $t < t_T$, давление в сферической ячейке будет падать. Если же скорость выгорания превышает предельную, то и скорость накопления газовых продуктов деления превышает скорость деформации ячейки, и через время $t = t_T$ выгорания топлива в сферической ячейке успевают появиться пластические деформации (до спада давления).

Для повышенных рабочих температур значения предельных скоростей выгорания весьма невелики. Поэтому пластические деформации в распухающем топливе возможны лишь в активных зонах, рассчитанных на короткие кампании и форсированные режимы выгорания топлива. В длительных кампаниях с малыми скоростями выгорания топлива распухание сферических ячеек остается упругим.

Для невысокой рабочей температуры пластические деформации в распухающем топливе могут появиться при сравнительно небольших скоростях выгорания.

Учитывая сказанное, при рассмотрении вязкопластической стадии распухания ограничимся только получением условия появления первых пластических деформаций.

3.3.2. Распухание дисперсионного топлива

Дисперсионное ядерное топливо — композиция, в которой зерна делящегося материала равномерно распределены в ядернонеактивной матрице (металлической или керамической), обладающей повышенными механическими (прочностью, ползучестью) и удовлетворительными теплофизическими (прежде всего, теплопроводностью) свойствами.

Основным преимуществом тепловыделяющих элементов дисперсионного типа в отличие от твэлов, сердечники которых из однородного металлического или керамического ядерного топлива, является их повышенная радиационная стойкость при длительной эксплуатации в реакторе, обусловленная локализацией продуктов деления в топливных частицах или около них. Разобщенность продуктов деления и непрерывность стойкой и прочной матрицы позволяют предотвратить повреждение всего сердечника тепловыделяющего элемента.

В основу описания процесса распухания дисперсионного топлива обычно закладывается модель сферических ячеек. Считают, что дисперсионная композиция состоит из одинаковых, регулярно расположенных по объему топлива ячеек, которые в дальнейшем будем называть матричными ячейками. Каждая матричная ячейка представляет собой толстостенную сферическую оболочку из неделящегося материала, в полости которой находится шаровое зерно делящегося материала (топливное зерно). Размер (диаметр) топливного зерна имеет порядок десятков и даже сотен микрон.

Будем считать, что температура и плотность делений распределены равномерно как по объему зерна и матрицы в отдельных матричных ячейках, так и по всему объему сердечника тепловыделяющего элемента. В этом случае все матричные ячейки деформируются одинаково (условия совместности деформаций удовлетворяются), они не взаимодействуют друг с другом, и каждую из них можно рассматривать независимо от остальных. Указанные предпосылки обычно приемлемы в условиях быстрых реакторов и дисперсионного топлива с матрицей, имеющей достаточно высокую теплопроводность — перепады температуры по сечению тепловыделяющего элемента будут небольшими. В этом случае в первом приближении возможно усреднение температуры и плотности делений по поперечному сечению. В направлении оси тепловыделяющего элемента возможно изменение этих величин с относительно небольшими градиентами, что позволяет рассматривать отдельные сечения независимо друг от друга.

В исходном состоянии зерно делящегося материала и матрица считаются механически сцепленными между собой по общей поверхности. Рассмотрение совместной работы топливного зерна и матрицы показывает, что для дисперсионной композиции возможны три различные модели распухания.

Модель 1. Матрица вследствие теплосмен растрескивается. И газообразные продукты деления получают возможность свободно выходить под оболочку тепловыделяющего элемента. При этом матрица никак не сдерживает распухание топливного зерна.

Модель 2. Топливное зерно вследствие теплосмен отслаивается от матрицы, газообразные продукты деления собираются в сферическом зазоре. Давление газов сдерживается матрицей. В процессе выгорания топлива топливное зерно распухает, уменьшая зазор, и, тем самым, увеличивая давление на матрицу.

Модель 3. Полость между зерном и матрицей не образуется, газообразные продукты деления остаются в топливном зерне. При этом давление газообразных продуктов деления сдерживается материалом зерна, подкрепленным материалом матрицы.

Модель 3 отражает наилучшие условия работы дисперсионного топлива, а модель 1 — наихудшие.

При рассмотрении каждой из перечисленных моделей распухания необходимо учитывать экспериментально известный факт: продукты деления локализуются либо в самих топливных зернах, либо в сферических поясках матрицы вокруг зерен. Отметим, что второй вариант более реален (рис. 3.8).



Рис. 3.8

Ширина таких поясков примерно равна длине свободного пробега продуктов деления в материале матрицы λ_m (*b* и *с* — внутренний и внешний радиусы матричной ячейки). Очевидно, что материал матрицы в таком пояске повреждается продуктами деления, и его механические свойства ухудшаются (в частности, скорость ползучести существенно возрастает). В этом случае матрицу необходимо рассматривать как бы состоящую из двух слоев: неповрежденного слоя $(c-b^*)$ с определенными (начальными) характеристиками материала и поврежденного (b^*-b) с ухудшенными характеристиками. Необходимым условием наиболее полного сохранения первоначальных свойств матрицы является непрерывность ее неповрежденной части: расстояние между частицами топлива должно быть таким, чтобы не происходило касание или, тем более, перекрывание поврежденных поясков.

В случае, когда радиационные повреждения значительно (в 10 — 100 раз) увеличивают скорость ползучести, материал пояска практически не оказывает сопротивления деформированию и его объем нужно исключить из несущего объема матричной ячейки. Если же средняя длина свободного пробега продуктов деления в материале топлива λ_f значительно меньше радиуса b, а длина пробега продуктов деления в материале матрицы λ_m значительно меньше размера (c-b), то влиянием поврежденного пояска можно пренебречь. Это можно сделать также при условии $\lambda_f \approx b$ и $\lambda_m <<(c-b)$. В остальных случаях учет поврежденного пояска матрицы обязателен.

В качестве примера рассмотрим распухание дисперсионного топлива с использованием модели 3 в случае, когда влиянием поврежденного пояска матрицы можно пренебречь (рис. 3.9).



Рис. 3.9

Для рассматриваемого варианта будем считать характерным следующее поведение топлива:

 поры в топливном зерне сферические, одинаковые по размерам и регулярно расположенные;

- газообразные продукты деления скапливаются в порах зерна;

- деформация отдельной элементарной сферической ячейки топливного зерна, содержащей в себе только одну пору, определяется положениями теории сферических газовых пор;

- деформация топливного зерна повторяет деформацию отдельной элементарной сферической ячейки.

В этом случае совместная деформация топливного зерна и матрицы определяется решением следующих уравнений:

- уравнения изменения объема S(t) сферической ячейки топливного зерна, нагруженной давлениями p_a и p_b ;

- уравнения изменения объема $S_d(t)$ матричной ячейки, нагруженной давлениями p_b и p_c , где $S_d(t)$ — искомая функция распухания дисперсионного топлива. Поскольку матричная ячейка представляет собой толстостенную сферу, здесь можно использовать все соотношения, полученные выше при рассмотрении модели сферических газовых пор, учитывая лишь некоторые особенности, связанные с изменением расчетной схемы.

Решения указанных уравнений должны быть состыкованы условием равенства радиальных перемещений на поверхности раздела топливного зерна и материала матрицы.

Рассмотрим вязкоупругую стадию деформирования (распухания) дисперсионного топлива.

Начальный радиус внутренней поверхности матричной ячейки примем равным b_0 , где b_0 — характерный размер топливного зерна для рассматриваемой дисперсионной композиции. Начальный радиус внешней поверхности c_0 определим соотношением, аналогичным (3.43),

$$(b_0 / c_0)^3 = \varepsilon_d^* = 1 - \varepsilon_m \quad ,$$
 (3.74)

где $\varepsilon_m = V_m / V_1$ — объемная доля материала матрицы (V_1 — объем матричной ячейки, V_m — объем материала матрицы).

Условие равенства радиальных перемещений на поверхности раздела зерна и матрицы в момент времени *t* запишем в форме

$$b_1 = b$$
 , (3.75)

где b_1 — радиус внешней поверхности распухающего топливного зерна; b — радиус внутренней поверхности распухающей матричной ячейки. Величину b_1 определим в соответствии с соотношением (3.64)

$$b_1 = b_0 (1+S)^{1/3}$$
, (3.76)

а величину *b* — по аналогии с соотношением (3.67)

$$b = b_0 \left(\varepsilon_d^* \cdot \Gamma_d\right)^{-1/3} \quad , \tag{3.77}$$

где введено обозначение

$$\Gamma_d = [1 + S_d - (1 - \varepsilon_d^*)(1 + S_m)]^{-1} \quad . \tag{3.78}$$

Входящие в соотношение (3.78) величины $S_d(t)$ и $S_m(t)$ определяют соответственно распухание матричной ячейки (распухание всей дисперсионной композиции) и твердое распухание материала матрицы от накопления продуктов деления. Функция $S_m(t)$, как и введенная раньше функция $S_T(t)$, описывающая твердое распухание делящегося материала, является известной функцией, определяемой отдельно от рассматриваемого вопроса распухания дисперсионной композиции.

Используя формулу (3.74), приведем соотношение (3.77) к виду

$$b = b_0 \left[\Gamma_d^{-1} (1 - \varepsilon_m)^{-1} \right]^{1/3} \quad . \tag{3.79}$$

Соответственно, с учетом (3.76) и (3.79) условие равенства радиальных перемещений на поверхности раздела зерна и матрицы в момент времени t (3.75) принимает вид:

$$S = \left[\Gamma_d \left(1 - \varepsilon_m\right)\right]^{-1} - 1 \quad . \tag{3.80}$$

Полученное соотношение связывает распухание топливного зерна S(t) и распухание дисперсионной композиции $S_d(t)$ (посредством Γ_d) и, таким образом, имеем полную систему уравнений для определения функции $S_d(t)$. Выпишем эту систему уравнений. Будем иметь

1.
$$\frac{dS}{dt} = F(S, S_d, t) \quad ,$$

где
$$F(S, S_d, t) =$$

= $(1+S)\dot{S}_{T} + \zeta_f (1+S) \cdot \left[\frac{p_a - p_b - (2\gamma/a_0)(\varepsilon^* \Gamma)^{1/3}}{[(1+S)\Gamma]^{1/n_f} - 1} \right]^{n_f}$;
2. $\frac{dS_d}{dt} = F_d(S, S_d, t)$,

где $F_d(S, S_d, t) =$ = $(1 + S_d)\dot{S}_m + \zeta_m(1 + S_d) \cdot \left[\frac{p_b - p_c}{[(1 + S_d)\Gamma_d]^{1/n_m} - 1}\right]^{n_m}$

(силы поверхностного натяжения исключены, поскольку радиус внутренней поверхности матричной ячейки достаточно велик);

3.
$$S = \left[\Gamma_d \left(1 - \varepsilon_m\right)\right]^{-1} - 1$$
.

В приведенных соотношениях индексы f и m при величинах ζ и n использованы для обозначения характеристик ползучести топлива и материала матрицы соответственно. Давление p_a , как и ранее определяется из уравнения состояния газов, собравшихся в порах, а давление p_c — из условий нагружения тепловыделяющего элемента в целом.

Приведенная система уравнений решается следующим образом. Из уравнения 1 находится значение давления p_b и подставляется в уравнение 2. Из полученного таким образом соотношения с помощью уравнения 3 исключается функция распухания S(t). В результате имеем дифференциальное уравнение, определяющее искомое распухание дисперсионного топлива $S_d(t)$, которое решается численно.

3.3.3. Распухание в неравномерных температурных полях

Использование рассмотренных выше моделей сферических газовых пор для определения распухания однородной топливной композиции или сферических ячеек для определения распухания дисперсионной композиции предполагает наличие равномерных полей температур и делений в поперечных сечениях тепловыделяющего элемента.

Неравномерные поля температур и делений приводят к неравномерному распуханию делящихся материалов и, соответственно, к появлению дополнительных макронапряжений, аналогичных температурным. Это связано с тем, что при неравномерном распухании отдельные сегменты топливного сердечника не смогут свободно расширяться и будут взаимодействовать друг с другом.

Наличие неравномерных полей температур может быть обусловлено как высокими тепловыми нагрузками, вызывающими большие температурные перепады по сечению тепловыделяющего элемента (радиальная неравномерность), так и месторасположением твэла в активной зоне реактора — для периферийных тепловыделяющих элементов характерна окружная неравномерность. Ниже будет рассмотрен более простой случай радиальной неравномерности распределения температур.

Как пример, рассмотрим неравномерное распухание цилиндрического сердечника из двуокиси урана UO₂. Ввиду плохой теплопроводности двуокиси урана градиент температуры по радиусу сердечника тепловыделяющего элемента, как правило, достаточно велик: при температуре в центре сердечника более 1800 °С радиальный градиент температуры составляет ~ 500 °С/мм. При таких условиях происходят существенные изменения в структуре топлива, и его распухание полностью определяется этими структурными изменениями. Эксперименты показывают, что в топливном сердечнике из двуокиси урана UO_2 идет интенсивная миграция пор с накопившимися газовыми продуктами деления в направлении температурного градиента к центру стержня. Это приводит к формированию компактного сердечника с образованием центральной полости по всей длине тепловыделяющего элемента (или к ее расширению, если сердечник был составлен из полых таблеток с начальным диаметром d₀ центральной полости), и к выходу значительной части газообразных продуктов деления из топлива в упомянутую полость. Переформирование структуры топлива проходит в первые же часы работы реактора, и поэтому в большинстве случаев стадию перестройки топлива в расчетах можно не учитывать.

Анализ перестроенной структуры топливного сердечника из двуокиси урана UO₂ показывает наличие трех зон (рис. 3.10):

1 — зона столбчатых зерен со средней плотностью 10 — 10,8 г/см³ (*T* > 1800 °С);

2 — зона равноосных зерен увеличенного размера (1450 < *T* <1750 °С);

3 — зона исходной структуры (*T* <1450 °C).

Отмечается, что в процессе перестройки топлива почти полностью устраняется его начальная пористость. Отсюда следует, что стремление иметь начальную пористость двуокиси урана



Рис. 3.10

для сбора газообразных продуктов деления с целью уменьшения распухания совершенно неэффективно.

Образование центральной полости (или увеличение диаметра уже имеющейся) связано так же с явлениями радиального и осевого переноса топлива вследствие его испарения в горячей центральной части сердечника и осаждения (конденсации) на более холодных поверхностях трещин, образующихся при сменах работы реактора, и на концах топливного стержня. Диаметр центральной полости d_1 может быть определен из соотношения¹

$$d_{1} = d_{\rm cT} \sqrt{1 + \frac{\rho_{0}}{0.98\rho_{\rm T}} \left(\frac{d_{0}^{2}}{d_{\rm cT}^{2}} - 1\right)} \quad , \tag{3.81}$$

где ρ_0 и $\rho_{\rm T}$ — исходная и теоретическая плотность топлива; d_0 — диаметр центральной полости до облучения; $d_{\rm cT}$ — диаметр зоны столбчатых зерен.

Изменение диаметра центральной полости топливного сердечника тепловыделяющего элемента реактора БОР-60 вследствие радиального и осевого массопереноса показано на рис. 3.11.



¹ Цыканов В.А. и др. Результаты радиационных испытаний окисного топлива и твэлов для быстрого реактора // Реакторное материаловедение (труды конференции). 1978. Т. 4. С. 143 — 163.

Точками показаны экспериментальные значения, сплошной линией — расчет в соответствии с соотношением (3.81), пунктирной — исходное значение диаметра d_0 ; h — расстояние от центральной плоскости активной зоны.

Кинетика газовыделения из окисного топлива изучена достаточно хорошо. Результаты исследований показывают, что в тепловыделяющих элементах с выгоранием 5 % и выше газовыделение составляет 80 - 90 % от количества образовавшегося газа. Давление газа *p* на оболочку с увеличением выгорания *B* возрастает по линейному закону (рис. 3.12; точками показаны экспериментальные данные).



Рис. 3.12

На настоящее время еще не предложены расчетные модели, удовлетворительно описывающие распухание окисного топлива с учетом всех особенностей его поведения под облучением, и поэтому распухание сердечников оценивается, как правило, на основе эмпирических соотношений, наиболее простое из которых имеет вид

$$\frac{dS}{dt} = k \cdot \dot{B} \quad , \tag{3.82}$$

где k — коэффициент пропорциональности; \dot{B} — скорость выгорания тяжелых ядер, %/ч. Для двуокиси урана UO₂ коэффициент пропорциональности k принимает следующие значения: k = 0.4 %

до заполнения начальной пористости двуокиси урана, k = 1,6 % после ее заполнения. Средняя скорость распухания двуокиси урана UO₂ принимается обычно равной 1%, а смешанного топлива UO₂ + (15 – 20 %) PuO₂ — 0,9 % на 1% выгорания топлива.

3.4. Распухание конструкционных материалов

Радиационное распухание конструкционных материалов — одна из самых новых проблем реакторного материаловедения. Установлено (1967 — 1969 гг.), что под действием больших интегральных потоков быстрых нейтронов в конструкционных материалах (аустенитных нержавеющих сталях) элементов активной зоны реактора возникают пористость и макроскопические изменения размеров с увеличением объема материала. Интенсивное образование пор в процессе облучения объясняют неодинаковой способностью дислокаций поглощать вакансии и межузельные атомы, что вызывает преимущественное осаждение вакансий на порах, а межузельных атомов — на дислокациях. Это в конечном итоге приводит к увеличению объема — вакансионному распуханию.

Как правило, для появления макроскопического распухания интегральный поток нейтронов должен превышать некоторый предел, величина которого зависит от состава материала, его обработки и температуры облучения. Радиационное распухание аустенитных нержавеющих сталей наблюдается при температурах выше 350 — 370 °C и при потоках $\Phi > (10^{21} - 10^{22})$ нейтр./см² с энергией нейтронов $E \ge 0,1$ МэВ, а для чистых металлов — при потоках на один-два порядка ниже. Изменение интенсивности потока быстрых нейтронов в несколько раз не влияет на величину распухания аустенитных сталей.

Анализ экспериментальных данных показывает, что распуханием можно объяснить все размерные изменения оболочек твэлов из аустенитных нержавеющих сталей при температурах вплоть до 550 °C и около 80 — 100 % изменений при температурах выше 550 °C — механическая деформация с учетом ошибки измерений обычно не превышает 0,5 — 1,0 %. Следовательно, если считать распухание изотропным, то его оценку по изменению диаметра оболочки $\Delta V / V = 3\Delta d / d$ можно рассматривать как информацию, дополняющую данные по распуханию, полученные прямыми методами: методом гидростатического взвешивания или методом изучения образцов в просвечивающем электронном микроскопе.

В целом, несмотря на успехи последних лет, теория радиационного распухания конструкционных материалов далека от совершенства, и ее применение сводится, как правило, к качественным представлениям. При практических расчетах распухание сталей обычно определяется с помощью эмпирических уравнений с экстраполяцией экспериментальных данных в требуемую область параметров. Естественно, что для практических надобностей наибольший интерес представляет количественные зависимости распухания от основных изменяемых параметров — температуры T и интегрального потока быстрых нейтронов Φ .

Экспериментальные данные по радиационному распуханию оболочек твэлов из аустенитных нержавеющих сталей приведены на рис. 3.13 и 3.14. Рис. 3.13 представляет зависимость распухания S_k от температуры T при различных значениях интегрального потока быстрых нейтронов Φ (E > 0,1 МэВ) для стали 0X18H10T (• — $\Phi = 3 \cdot 10^{22}$ нейтр./см²) и стали 0X16H15M3Б (\Box и о — $\Phi = (5,7 - 7,1)$ и (7,9 — 8,2) $\cdot 10^{22}$ нейтр./см² соответственно).



На рис. 3.14 представлена зависимость распухания S_k от величины интегрального потока Φ при температуре T = 500 °C для стали 0Х16H15M3Б (о) и стали 316 (\Box).



Как следует из приведенных данных, распухание аустенитных нержавеющих сталей может достигать достаточно больших значений. Подобная нестабильность размеров требует учитывать распухание при конструировании элементов активной зоны посредством увеличения зазоров между тепловыделяющими элементами, уменьшения плотности топлива в твэле и т.д.

В имеющихся на настоящее время эмпирических соотношениях распухание, как функция

температуры, выражается обычно через набор экспоненциальных множителей, описывающих некоторую кривую с более или менее пологим максимумом: для нержавеющих сталей максимум приходится на область температур $T \approx 500 - 550$ °C (см. рис. 3.13). Зависимость распухания от потока нейтронов для температурной области, соответствующей максимальному распуханию, определяется степенной функцией типа $S_k \sim \Phi^n$, где n — показатель степени, обычно принимаемый равным 1,5 — 2,0. Экспериментальные данные, приведенные на рис. 3.14, описываются степенной зависимостью с показателем степени n = (2, 7 - 3, 0).

Простейшая из эмпирических зависимостей, описывающая распухание конструкционных сталей, имеет вид:

$$S_k = S_k(T, \Phi) = A_{0S} A_S(T) \Phi^{\lambda_S}$$
, (3.83)

где A_{0S} , λ_S — опытные коэффициенты, постоянные для данного материала; $A_S(T)$ — экспериментально определяемая функция температуры (*T*, K). Для аустенитных сталей 304 и 316 при $\Phi \le 7 \cdot 10^{22}$ нейтр./см² получено:

$$A_{0S} = 0.43 \cdot 10^{-50}$$
, $\lambda_S = 1.71$,
 $A_S(T) = 10^{(1.55 \cdot 10^4/T) - (5.99 \cdot 10^6/T^2)}$

Имеют место и более сложные уравнения, призванные точнее описывать распухание сталей, которые, наряду с температурой и потоком нейтронов, используют такие параметры, как число смещений на атом, скорость накопления смещений на атом и др. Расхождения результатов, получаемых по различным эмпирическим зависимостям, довольно велики. Данное обстоятельство можно объяснить неточностями определения самой величины распухания, изменениями температуры и спектра потока нейтронов в процессе эксплуатации реактора и т.д.

Соотношения типа (3.83) не учитывают влияние на распухание сталей такого фактора, как наличие напряженного состояния, что весьма важно знать при расчетном определении работоспособности элементов активной зоны, в частности, оболочек тепловыделяющих элементов. Попытки учесть воздействие трехосного напряженного состояния на распухание привели к появлению соотношений типа

$$S_{\sigma} = S_k + S_{\varphi}$$

или

$$\frac{dS_{\sigma}}{dt} = \frac{\partial S_k}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{\partial S_k}{\partial \Phi} \cdot \frac{d\Phi}{dt} + F_{\phi} \quad , \tag{3.84}$$

где S_{σ} — распухание стали под напряжением; $S_k(T, \Phi)$ — «свободное» распухание стали; $S_{\phi} = S_{\phi}(T, \sigma, \phi, t)$ — распухание, определяемое изменением объема при наличии гидростатического растяжения σ и обусловленное радиационной ползучестью; $F_{\phi} = dS_{\phi}/dt$ — функция, характеризующая это распухание (скорость распухания). В соответствии с соотношениями (3.29) и (3.30) имеем

$$F_{\varphi} = 3\xi^c = 3B_{\varphi}\sigma \quad . \tag{3.85}$$

Поскольку слагаемое F_{ϕ} (или S_{ϕ}) связано с радиационной ползучестью, свой вклад оно вносит при невысоких температурах $T < 0.5 T_{\Pi \Lambda}$.

При повышенных температурах $T \ge 0.5 T_{\Pi\Pi}$ соотношение (3.84) предлагается дополнять слагаемым F_{ϕ}^{*} , учитывающим рост пор на границах и внутри зерен под действием гидростатического растяжения σ . В общем случае будем иметь

$$\frac{dS_{\sigma}}{dt} = \frac{\partial S_k}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{\partial S_k}{\partial \Phi} \cdot \frac{d\Phi}{dt} + F_{\phi} + F_{\phi}^* \quad . \tag{3.86}$$

Уравнение (3.86) решается численно.

При разработке первых вариантов конструкций тепловыделяющих элементов для реакторов на быстрых нейтронах БР-5, БОР-60 и др. распухание оболочки не рассматривалось как один из возможных факторов уменьшения длительности кампании. Накопленный опыт эксплуатации тепловыделяющих элементов быстрых реакторов позволяет считать, что при выгорании до 10 % распухание материала оболочки твэла может отразиться на работоспособности твэлов, но в определенной мере оно допустимо, поскольку распухание оболочки приводит к снижению давления топлива на оболочку. Однако следует иметь в виду возможность возникновения дополнительных напряжений в оболочках тепловыделяющих элементов и чехлах топливных сборок из-за неравномерности распухания вследствие неравномерного распределения температур. Они могут вызвать искривления твэлов (чехлов) по высоте и иные, более сложные изменения геометрии тепловыделяющих элементов одновременно и по высоте, и по поперечному сечению.

Отметим, что поскольку с увеличением интегральных потоков быстрых нейтронов насыщения радиационного распухания конструкционных сталей не наблюдается, этот процесс продолжает привлекать большое внимание исследователей. И если для первого этапа изучения распухания характерным было выявление природы процесса и влияния на него структуры сталей, созданной предварительной обработкой (холодное деформирование, старение, термомеханическая обработка и т.д.), то в настоящее время интенсивно изучается влияние легирования. Как показывают многие исследования, радиационное распухания конструкционных сталей может быть существенно подавлено благоприятным сочетанием легирующих компонентов (никеля, кремния, титана, бора и др.).

4. УРАВНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ

Рассмотрением вопроса о распухании конструкционных материалов активной зоны реакторов на быстрых нейтронах закончено описание процессов деформирования, имеющих место при эксплуатации тепловыделяющих элементов и топливных сборок, в рамках выбранной расчетной модели тела. Получены уравнения, связывающие бесконечно малые приращения деформаций, напряжения и бесконечно малые приращения напряжений при термомеханическом неизотермическом нагружении в условиях облучения, и уравнения, определяющие радиационное распухание делящихся и конструкционных материалов.

Запишем приращения общих деформаций как сумму всех имеющих место приращений деформаций в форме:

$$d\varepsilon_{x} = d\varepsilon_{x}^{e} + d\varepsilon_{x}^{p} + d\varepsilon_{x}^{c} + d\varepsilon_{x}^{V} ,$$

$$\cdots,$$

$$d\gamma_{xy} = d\gamma_{xy}^{e} + d\gamma_{xy}^{p} + d\gamma_{xy}^{c} ,$$
(4.1)

где первые три слагаемых определяют соответственно приращения упругих деформаций, пластических и деформаций ползучести, а последнее — приращение деформаций объема.

Отметим, что принятая процедура суммирования приращений деформаций, соответствующих различным процессам деформирования, предполагает независимость этих процессов друг от друга и исключает их возможное взаимовлияние, что нуждается в дополнительном экспериментальном подтверждении.

Представленные уравнения (4.1) носят название уравнений механического состояния. Рассмотрим каждое из слагаемых, входящих в эти уравнения:

- приращения упругих деформаций определим соотношениями (3.9), исключив из них величину $d(\alpha T)$, которая определяет температурное изменение объема и, соответственно, должна войти в слагаемые типа $d\varepsilon^V$, определяющие приращения деформаций объема; - приращения пластических деформаций определим уравнениями (3.8), где функции F_{σ_i} , F_T и F_{H^p} строятся при наличии обобщенной поверхности деформирования $\varepsilon_i^p = f(\sigma_i, T, H^p)$ и представляются соотношениями (3.11), (3.14) и (3.16);

- приращения деформаций ползучести определим уравнениями (3.24). При описании ползучести при неизотермическом нагружении без облучения или тепловой (термической) ползучести в условиях облучения функции F_c^t и F_c представляются соотношениями типа (3.23) и (3.26). При описании радиационной ползучести конструкционных и делящихся материалов имеем, что $F_c^t = F_c$ и для представления этих функций используются зависимости типа (3.37), (3.38) и (3.42).

- изменение объема в рамках принятой расчетной модели тела связано с суммой упругих линейных деформаций (в состоянии пластичности и ползучести материал несжимаем), с температурным расширением и с распуханием материала (делящегося или конструкционного). Поскольку в принятых соотношениях для приращений общих деформаций (4.1) приращения линейных упругих деформаций уже суммируются, слагаемые типа $d\varepsilon^V$, определяющие приращения деформаций объема, будут иметь вид:

$$d\varepsilon_x^V = d\varepsilon_y^V = d\varepsilon_z^V = d(\alpha T) + (dS/3) \quad . \tag{4.2}$$

Слагаемое dS в соотношениях (4.2) определяется в зависимости от рассматриваемого элемента активной зоны. Например, при расчете оболочки тепловыделяющего элемента без учета влияния напряженного состояния на распухание стали («свободное» распухание) имеем

$$dS = dS_k = \frac{\partial S_k}{\partial T} dT + \frac{\partial S_k}{\partial \Phi} d\Phi \quad . \tag{4.3}$$

Полагая, что влияние напряженного состояния на распухание стали определяется только шаровым тензором напряжений σ (гидростатическим напряжением), величину dS в соответствии с (3.86) можем записать в виде

$$dS = dS_{\sigma} = \frac{\partial S_k}{\partial T} dT + \frac{\partial S_k}{\partial \Phi} d\Phi + (F_{\phi} + F_{\phi}^*) dt \quad . \tag{4.4}$$

Распухание однородной топливной композиции определяется зависимостью (3.69), которая представляет скорость распухания в виде следующей функции:

$$dS/dt = F_S(T, t, S, \sigma)$$

В этом случае имеем

$$dS = F_S(T, t, S, \sigma) dt \quad . \tag{4.5}$$

Таким образом, уравнения механического состояния (4.1), представляющие приращения общих деформаций при термомеханическом неизотермическом нагружении в условиях облучения с учетом распухания материала, можно считать полностью определенными и готовыми к использованию при расчете кинетики напряженно-деформированного состояния элементов активной зоны реакторов на быстрых нейтронах.

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕТИКИ НАПРЯЖЕННО– ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ АКТИВНОЙ ЗОНЫ ДЛЯ СЛУЧАЯ ОДНОСТОРОННЕГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Напряженно-деформированное состояние элементов активной зоны как задача механики деформируемого твердого тела определяется:

- дифференциальными уравнениями равновесия;

- зависимостями Коши (или типа Коши, если речь идет о скоростях деформаций);

- уравнениями механического состояния.

Решение перечисленных уравнений должно удовлетворять начальным условиям процесса деформирования при $t = t_0$ и граничным условиям в любой момент времени $t \ge t_0$.

Очевидно, что поставленная задача определения кинетики напряженно-деформированного состояния элементов активной зоны может решаться только численно. Для реализации численного расчета процесс нагружения во времени будем разбивать на ряд малых конечных этапов, один из которых (*n*-й) представим в виде: $\Delta_n t = t_n - t_{n-1}$. Пусть на *n*-м этапе нагружения напряжения и деформации получат некоторые конечные приращения: $\Delta \sigma_x$, $\Delta \sigma_y$,..., $\Delta \tau_{zx}$ и $\Delta \varepsilon_x$, $\Delta \varepsilon_y$,..., $\Delta \gamma_{zx}$. Приращения напряжений должны отвечать дифференциальным уравнениям равновесия и граничным условиям, и реализовать эти требования не представляет особого труда. Действительно, можем записать:

- для дифференциальных уравнений равновесия

$$\frac{\partial}{\partial x} (\Delta \sigma_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\Delta \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial z} (\Delta \tau_{xz}) + \Delta X = 0 \quad , \qquad (5.1)$$

- для граничных условий

$$(\Delta \sigma_x) l + (\Delta \tau_{xy}) m + (\Delta \tau_{zx}) n = \Delta \overline{X} \quad , \tag{5.2}$$

Нет никаких трудностей при записи в аналогичном виде (через конечные приращения деформаций) зависимостей Коши. Здесь можем записать

$$\Delta \varepsilon_{x} = \frac{\partial}{\partial x} (\Delta u) ,$$

$$\dots,$$

$$\Delta \gamma_{zx} = \frac{\partial}{\partial x} (\Delta v) + \frac{\partial}{\partial y} (\Delta u) ,$$
(5.3)

где Δu , Δv , ... — приращения перемещений на *n*-м этапе нагружения.

. . . ,

В конечных приращениях деформаций и напряжений должны быть представлены и уравнения механического состояния, однако здесь имеются вполне определенные трудности. Поскольку уравнения (4.1) записаны в бесконечно малых приращениях, для их представления в конечных приращениях необходима процедура интегрирования на *n*-м этапе нагружения. Этот вопрос нужно рассматривать отдельно, и способ его решения определяет метод решения задачи в целом.

5.1. Метод переменных параметров упругости

Уравнения механического состояния (4.1) с учетом соотношений (3.9), (3.8), (3.24), (4.2) и (4.3) представим в виде:

$$d\varepsilon_{x} = (1/E) \Big[d\sigma_{x} - v \Big(d\sigma_{y} + d\sigma_{z} \Big) \Big] + \varphi_{x\sigma} d\sigma_{i} + \varphi_{xT} dT + + \varphi_{xH} dH^{p} + \varphi_{xc} dt ,$$

$$\dots, \qquad (5.4)$$

$$d\gamma_{xy} = (1/G) d\tau_{xy} + \varphi_{xy\sigma} d\sigma_{i} + \varphi_{xyT} dT + \varphi_{xyH} dH^{p} + \varphi_{xyc} dt ,$$

В уравнениях (5.4) в рассмотрение введены следующие функции, которые в дальнейшем будем называть «деформационными»:

$$\varphi_{x\sigma} = F_{\sigma_i} (\sigma_x - \sigma) ,$$

$$\varphi_{xT} = \frac{d}{dT} (\alpha T) - \frac{1}{E^2} \cdot \frac{dE}{dT} \left[\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z) \right] -$$

$$- \frac{1}{E} \cdot \frac{d\nu}{dT} (\sigma_y + \sigma_z) + F_T (\sigma_x - \sigma) + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial S_k}{\partial T} ,$$

$$\varphi_{xH} = F_{H^p} (\sigma_x - \sigma) + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial S_k}{\partial \Phi} ,$$

$$\varphi_{xc} = \frac{3}{2\sigma_i} F_c^t (\sigma_x - \sigma) ,$$
(5.5)

Деформационные функции (5.5) выписаны для приращения деформации $d\varepsilon_x$. При записи деформационных функций φ_{xT} и φ_{xH} принято, что рассматривается элемент из конструкционного материала, распухание которого не зависит от напряженного состояния, причем $d\Phi = dH^p$. Для остальных приращений деформаций деформационные функции записываются аналогичным образом.

Принимая во внимание, что

$$\sigma_i = (1/\sqrt{2})\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (...)^2 + (...)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} ,$$

можно получить

$$d\sigma_i = \frac{3}{2\sigma_i} \left[(\sigma_x - \sigma) d\sigma_x + \ldots + 2\tau_{zx} d\tau_{zx} \right] \quad . \tag{5.6}$$

Подставляя полученное значение (5.6) дифференциала $d\sigma_i$ в уравнения для приращений деформаций (5.4), получим, группируя слагаемые при приращениях напряжений $d\sigma_x$, $d\sigma_y$ и т.д.:

$$d\varepsilon_{x} = c_{11}d\sigma_{x} + c_{12}d\sigma_{y} + \dots + c_{16}d\tau_{zx} + \varphi_{xT}dT + + \varphi_{xH}dH^{p} + \varphi_{xc}dt ,$$

$$\dots, \qquad (5.7)$$

$$d\gamma_{xy} = c_{41}d\sigma_{x} + c_{42}d\sigma_{y} + \dots + c_{46}d\tau_{zx} + \varphi_{xyT}dT + + \varphi_{xyH}dH^{p} + \varphi_{xyc}dt ,$$

Выпишем значения некоторых введенных коэффициентов c_{ij} (*i*, *j* = 1, 2, ..., 6) при приращениях напряжений:

. . .

$$c_{11} = \frac{1}{E} + \frac{3F_{\sigma_i}}{2\sigma_i} \cdot (\sigma_x - \sigma)^2 ,$$

$$c_{12} = -\frac{\nu}{E} + \frac{3F_{\sigma_i}}{2\sigma_i} \cdot (\sigma_x - \sigma)(\sigma_y - \sigma) ,$$

$$c_{13} = -\frac{\nu}{E} + \frac{3F_{\sigma_i}}{2\sigma_i} \cdot (\sigma_x - \sigma)(\sigma_z - \sigma) ,$$

$$c_{14} = \frac{3F_{\sigma_i}}{\sigma_i} \cdot (\sigma_x - \sigma)\tau_{xy} ,$$
(5.8)

Коэффициенты c_{ij} обладают свойством симметрии, т.е. $c_{ij} = c_{ji}$. Эти коэффициенты называют параметрами упругости, поскольку представление уравнений механического состояния в форме соотношений (5.7) схожа с записью линейного физического закона с дополнительными деформациями (последние три слагаемых) для упругого тела с универсальной анизотропией. Введенные параметры упругости c_{ij} (5.8) зависят от напряженного состояния и, соответственно, являются переменными (функциями координат точки и времени).

Для представления уравнений механического состояния (5.7) в конечных приращениях проинтегрируем их по времени на *n*-м этапе нагружения. Для первого уравнения будем иметь:

$$\Delta \varepsilon_x = \int_{t_{n-1}}^{t_n} c_{11} \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} dt + \dots + \int_{t_{n-1}}^{t_n} c_{16} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial t} dt + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \varphi_{xT} \frac{\partial T}{\partial t} dt + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \varphi_{xH} \frac{\partial H^p}{\partial t} dt + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \varphi_{xC} dt \quad .$$

Применим в этой записи теорему о среднем

$$\int_{a}^{b} f(x)\phi(x)dx = f(\xi) \cdot \int_{a}^{b} \phi(x)dx = \langle f \rangle \cdot \int_{a}^{b} \phi(x)dx$$

где $a < \xi < b$ — произвольное значение переменной внутри интервала интегрирования; $f(\xi) = \langle f \rangle$ — «среднее» значение функции f(x). Использование теоремы о среднем позволяет получить

где $\langle c_{ij} \rangle$ — средние значения переменных параметров упругости; $\langle \phi_{xT} \rangle$, $\langle \phi_{xH} \rangle$, $\langle \phi_{xc} \rangle$ и т. д. — средние значения деформационных функций; $\Delta \sigma_x = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} dt$ и т.д. — приращения напряжений на

n-м этапе нагружения $\Delta_n t = t_n - t_{n-1}$.

Уравнения механического состояния (5.9) совместно с дифференциальными уравнения равновесия (5.1), зависимостями Коши (5.3) и граничными условиями (5.2) позволяют однозначно найти конечные приращения деформаций, напряжений и перемещений на данном этапе нагружения. При этом, как уже отмечалось, задача решается для упругого анизотропного тела с переменными параметрами упругости и с дополнительными деформациями.

Параметры упругости и дополнительные деформации уточняются в процессе решения методом последовательных приближений. В первом приближении (имеется в виду первое приближение на *n*-м этапе нагружения) принимается, что все они соответствуют напряженному и деформированному состояниям, известным из расчета предыдущего этапа нагружения:

$$\langle c^{(1)}(n) \rangle = c(n-1)$$
,
 $\langle \phi^{(1)}(n) \rangle = \phi(n-1)$.

Далее определяются приращения деформаций и напряжений и сами деформации и напряжения в конце этапа нагружения. По этим деформациям и напряжениям находят новые значения переменных параметров упругости $c^{(1)}(n)$ по формулам (5.8) и новые значения деформационных функций $\phi^{(1)}(n)$ по формулам (5.5). Во втором и последующих приближениях, используя линейную аппроксимацию, будем принимать

$$\langle c^{(2)}(n) \rangle = \frac{1}{2} \left[c(n-1) + c^{(1)}(n) \right] ,$$

 $\langle \phi^{(2)}(n) \rangle = \frac{1}{2} \left[\phi(n-1) + \phi^{(1)}(n) \right] ,$

Процесс итераций продолжается до тех пор, пока все параметры упругости и деформационные функции некоторых двух последовательных приближений не совпадут с достаточной (заданной) точностью во всех расчетных точках тела. При малых этапах нагружения для большинства практических задач достаточно двух-трех приближений.

5.2. Метод дополнительных деформаций

Процедура приведения уравнений механического состояния (4.1) к форме, связывающей конечные приращения деформаций и напряжений на данном этапе нагружения, может быть построена несколько иначе, чем в разделе 5.1.

Будем исходить из имеющихся соотношений для $d\varepsilon_x$, $d\varepsilon_y$ и т.д. в форме (5.4). Интегрируя эти соотношения по времени для *n*-го этапа нагружения и используя теорему о среднем, имеем

$$\Delta \varepsilon_{x} = \frac{1}{\langle E \rangle} \Big[\Delta \sigma_{x} - \langle v \rangle \Big(\Delta \sigma_{y} + \Delta \sigma_{z} \Big) \Big] + \langle \phi_{x\sigma} \rangle \Delta \sigma_{i} + \langle \phi_{xT} \rangle \Delta T + + \langle \phi_{xH} \rangle \Delta H^{p} + \langle \phi_{xc} \rangle \Delta_{n} t ,$$

$$\dots, \qquad (5.10)$$

$$\Delta \gamma_{xy} = \frac{1}{\langle G \rangle} \Delta \tau_{xy} + \langle \phi_{xy\sigma} \rangle \Delta \sigma_{i} + \langle \phi_{xyT} \rangle \Delta T + + \langle \phi_{xyH} \rangle \Delta H^{p} + \langle \phi_{xyc} \rangle \Delta_{n} t ,$$

где $\langle E \rangle$, $\langle G \rangle$ и $\langle v \rangle$ — средние значения модулей упругости и коэффициента Пуассона на рассматриваемом этапе нагружения, причем $\langle E \rangle = E$, $\langle G \rangle = G$ и $\langle v \rangle = v$, если на данном этапе температура не сказывается на этих величинах.

Система уравнений (5.10) определяет связь между конечными приращениями деформаций и напряжений в форме линейного физического закона для упругого изотропного тела с переменными значениями модулей упругости и коэффициента Пуассона и с дополнительными деформациями. Совместно с уравнениями (5.1) — (5.3), эти уравнения обеспечивают решение поставленной задачи определения конечных приращений деформаций, напряжений и перемещений на данном этапе нагружения. Отметим, что деформационные функции пластичности $\varphi_{x\sigma}$, $\varphi_{xy\sigma}$ и др., в отличие от остальных деформационных функций, зависят от определяемых приращений напряжений (причем и величина $\Delta \sigma_i$ заранее неизвестна), и поэтому здесь возникают некоторые трудности при построении процесса последовательных приближений, на которых останавливаться не будем.

Проведенные построения метода переменных параметров упругости и метода дополнительных деформаций предполагают использование уравнений механического состояния в форме (4.1), когда входящие в них слагаемые определяются соотношениями (3.9), (3.8), (3.24), (4.2) и (4.3). Возможны другие формы записи уравнений механического состояния, приводящие соответственно к другим разновидностям метода дополнительных деформаций, которые могут быть применены для определения напряженнодеформированного состояния элементов активной зоны реактора как при их одностороннем нагружении, так и при циклическом.

Перепишем уравнения механического состояния (4.1) в следующем виде

$$d\varepsilon_{x} = d\varepsilon_{x}^{e} + d(\alpha T) + d\varepsilon_{x}^{p} + d\varepsilon_{x}^{c} + d\varepsilon_{x}^{S} , \qquad (5.11)$$

$$\cdots,$$

$$d\gamma_{xy} = d\gamma_{xy}^{e} + d\gamma_{xy}^{p} + d\gamma_{xy}^{c} , \qquad \cdots$$

Здесь приращения температурных и объемных деформаций, связанных с распуханием конструкционного (или делящегося) материала, выделены в отдельные слагаемые. Слагаемые типа $d\varepsilon^{S}$ имеют вид:

$$d\varepsilon_x^S = d\varepsilon_y^S = d\varepsilon_z^S = dS/3 \quad , \tag{5.12}$$

где для конструкционного материала величина $dS = dS_k$ определяется соотношением (4.3).

Приращения упругих деформаций определим линейным физическим законом, записав его в форме

$$d\varepsilon_{x} = d\left\{ \left[\sigma_{x} - \nu \left(\sigma_{y} + \sigma_{z} \right) \right] / E \right\} ,$$

$$d\gamma_{xy} = d\left(\tau_{xy} / G \right) , \qquad (5.13)$$

Приращения пластических деформаций и деформаций ползучести, представляемые ранее соотношениями (3.8) и (3.24), также перепишем в несколько иной форме.

В соответствии с (3.8) вычислим интенсивность приращений пластических деформаций. Получим

$$d\varepsilon_i^p = \left(\sqrt{2}/3\right) \sqrt{\left(d\varepsilon_x^p - d\varepsilon_y^p\right)^2 + \left(\dots\right)^2 + \left(\dots\right)^2 + \left(3/2\right) \left[\left(d\gamma_{xy}^p\right)^2 + \dots\right]} = 2\left(F_{\sigma_i} d\sigma_i + F_T dT + F_{H^p} dH^p\right) d\sigma_i / 3 \quad ,$$

откуда следует, что

$$\left(F_{\sigma_i}d\sigma_i + F_T dT + F_{H^p} dH^p\right) = 3d\varepsilon_i^p / 2\sigma_i \quad . \tag{5.14}$$

Подставив полученное соотношение (5.14) в уравнения (3.8), получим приращения пластических деформаций в виде:

$$d\varepsilon_x^p = \frac{3}{2} \cdot \frac{d\varepsilon_i^p}{\sigma_i} (\sigma_x - \sigma) ,$$

$$\cdots,$$

$$d\gamma_{xy}^p = \frac{3d\varepsilon_i^p}{\sigma_i} \tau_{xy} ,$$

$$\cdots,$$

$$(5.15)$$

Аналогично, вычисляя интенсивность приращений деформаций ползучести в соответствии с уравнениями (3.24), будем иметь

$$d\varepsilon_i^c = F_c^t dt \quad . \tag{5.16}$$

Учитывая полученное соотношение (5.16) в уравнениях (3.24), приращения деформаций ползучести перепишем в виде:

$$d\varepsilon_{x}^{c} = \frac{3}{2} \cdot \frac{d\varepsilon_{i}^{c}}{\sigma_{i}} (\sigma_{x} - \sigma) ,$$

$$\cdots,$$

$$d\gamma_{xy}^{c} = \frac{3d\varepsilon_{i}^{c}}{\sigma_{i}} \tau_{xy} ,$$

$$\cdots,$$

$$(5.17)$$

Таким образом, бесконечно малые приращения деформаций будем определять теперь уравнениями механического состояния (5.11) с учетом соотношений (5.12), (5.13), (5.15) и (5.17).

При определении кинетики напряженно-деформированного состояния элементов активной зоны процесс нагружения во времени, как и ранее, будем разбивать на ряд малых конечных этапов, из которых *n*-й представим в виде: $\Delta_n t = t_n - t_{n-1}$.

Запишем зависимости, связывающие полные деформации ε_x , ε_y ,... и напряжения σ_x , σ_y ,... в конце *n*-го этапа нагружения (или для момента времени t_n), в следующем виде:

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{x} - \nu \left(\sigma_{y} + \sigma_{z} \right) \right] + \alpha T + \varepsilon_{x(n-1)}^{\Sigma} + \Delta \varepsilon_{x(n)}^{\Sigma} ,$$

$$\cdots,$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} + \gamma_{xy(n-1)}^{\Sigma} + \Delta \gamma_{xy(n)}^{\Sigma} ,$$

$$\cdots,$$
(5.18)

где $\varepsilon_{x(n-1)}^{\Sigma} = \varepsilon_{x(n-1)}^{p} + \varepsilon_{x(n-1)}^{c} + \varepsilon_{x(n-1)}^{S}$, $\varepsilon_{y(n-1)}^{\Sigma}$ и т.д. — сумма пластической деформации, деформации ползучести и объемной деформации, связанной с распуханием материала, на момент времени t_{n-1} ; $\Delta \varepsilon_{x(n)}^{\Sigma} = \Delta \varepsilon_{x(n)}^{p} + \Delta \varepsilon_{x(n)}^{c} + \Delta \varepsilon_{x(n)}^{S}$, $\Delta \varepsilon_{y(n)}^{\Sigma}$ и т.д. — сумма приращений пластической деформации, деформации ползучести и объемной деформации, связанной с распуханием материала, за рассматриваемый этап нагружения (за время $\Delta_{n}t = t_{n} - t_{n-1}$).

При формировании соотношений (5.18) учтено, что:

- суммирование упругих деформаций от начала нагружения до конца его *n*-го этапа (до момента времени t_n) приводит к обычной линейной связи между деформациями и напряжениями в рассматриваемый момент времени, причем E и v (и соответственно, G) — упругие постоянные, взятые для температуры $T(t_n)$ в конце этапа нагружения в данной точке тела, — величины, переменные по объему тела;

- температурные деформации в момент времени t_n определяются только соответствующим значением температуры $T(t_n)$.

Приращения пластических деформаций за рассматриваемый этап нагружения определим в соответствии с соотношениями (5.15), используя теорему о среднем:

$$\Delta \varepsilon_x^p = \frac{3}{2} \cdot \Delta \varepsilon_i^p \langle \frac{\sigma_x - \sigma}{\sigma_i} \rangle ,$$

$$\ldots ,$$

$$\Delta \gamma_{xy}^p = 3 \Delta \varepsilon_i^p \langle \frac{\tau_{xy}}{\sigma_i} \rangle ,$$

Считая, что процесс нагружения разбит на достаточно малые этапы нагружения, и исходя, соответственно, из возможности линейной аппроксимации функций на каждом этапе, можем записать

$$\Delta \varepsilon_x^p = \frac{3}{4} \cdot \Delta \varepsilon_i^p \left[\frac{\sigma_x - \sigma}{\sigma_i} + \frac{\sigma_x(n-1) - \sigma(n-1)}{\sigma_i(n-1)} \right]$$

$$\Delta \gamma_{xy}^{p} = \frac{3}{2} \Delta \varepsilon_{i}^{p} \left[\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{i}} + \frac{\tau_{xy}(n-1)}{\sigma_{i}(n-1)} \right] , \qquad (5.19)$$

Аналогично определим приращения деформаций ползучести в соответствии с соотношениями (5.17)

$$\Delta \varepsilon_{x}^{c} = \frac{3}{4} \cdot \Delta \varepsilon_{i}^{c} \left[\frac{\sigma_{x} - \sigma}{\sigma_{i}} + \frac{\sigma_{x}(n-1) - \sigma(n-1)}{\sigma_{i}(n-1)} \right] ,$$

$$\Delta \gamma_{xy}^{c} = \frac{3}{2} \Delta \varepsilon_{i}^{c} \left[\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{i}} + \frac{\tau_{xy}(n-1)}{\sigma_{i}(n-1)} \right] ,$$

$$(5.20)$$

В соотношениях (5.20) и (5.21) имеем, что $\Delta \varepsilon_i^p = \varepsilon_{i(n)}^p - \varepsilon_{i(n-1)}^p$ — приращение накопленной пластической деформации, а $\Delta \varepsilon_i^c = \varepsilon_{i(n)}^c - \varepsilon_{i(n-1)}^c$ — приращение деформации ползучести за этап на-гружения $\Delta_n t = t_n - t_{n-1}$.

Приращения объемных деформаций вследствие распухания определим согласно (5.12)

$$\Delta \varepsilon_x^S = \Delta \varepsilon_y^S = \Delta \varepsilon_z^S = \Delta S / 3 \quad , \tag{5.21}$$

где, например, для конструкционного материала, распухание которого не зависит от напряженного состояния, имеем

$$\Delta S = \Delta S_k = \langle \frac{\partial S_k}{\partial T} \rangle \Delta T + \langle \frac{\partial S_k}{\partial \Phi} \rangle \Delta \Phi \quad ,$$

а для конструкционного материала, распухание которого зависит от напряженного состояния, —

$$\Delta S = \Delta S_{\sigma} = S_{\sigma(n)} - S_{\sigma(n-1)} \quad ,$$

причем функция $S_{\sigma}(t)$ определяется в соответствии с соотношением (3.86).

Для делящегося материала, например, однородной топливной композиции, имеем, что

$$\Delta S = S_{(n)} - S_{(n-1)} \quad ,$$

где функция S(t) находится из уравнения (3.69).

Соотношения (5.18) вместе с дифференциальными уравнениями равновесия, зависимостями Коши и граничными условиями, записанными для конца *n*-го этапа нагружения, однозначно определяют напряжения, деформации и перемещения в момент времени $t = t_n$. При этом решается упругая задача для изотропного тела с дополнительными деформациями при переменных по объему тела параметрах упругости E, v и G. Величины $\varepsilon_{x(n-1)}^{\Sigma}$, $\varepsilon_{y(n-1)}^{\Sigma}$ и т.д. в соотношениях (5.18) известны из расчета на предыдущем этапе нагружения, величины $\Delta \varepsilon_{x(n)}^{\Sigma}$, $\Delta \varepsilon_{y(n)}^{\Sigma}$ и т.д. — уточняются методом последовательных приближений.

В первом приближении на *n*-м этапе нагружения приращения деформаций и соответственно суммы приращений деформаций $\Delta \varepsilon_{(n)}^{\Sigma(1)}$ берем из решения на предыдущем этапе нагружения, т.е. принимаем $\Delta \varepsilon_{(n)}^{\Sigma(1)} = \Delta \varepsilon_{(n-1)}^{\Sigma}$ (индексы деформаций здесь и далее опускаем). Решение упругой задачи позволяет найти напряжения $\sigma_x^{(1)}, \sigma_y^{(1)}, \dots$ и деформации $\varepsilon_x^{(1)}, \varepsilon_y^{(1)}, \dots$ первого приближения, используя которые, определим приращения деформаций второго приближения, причем для каждой из составляющих сделаем это отдельно.

1. Поскольку приращения пластических деформаций согласно соотношениям (5.19) определяются приращением накопленной

пластической деформации $\Delta \varepsilon_i^p$, для расчета необходимо иметь диаграмму $\sigma_i - \varepsilon_i$, соответствующую температуре $T(t_n)$ и уровню радиационных повреждений $H^p(t_n)$ (рис. 5.1).



Рис. 5.1

Положение точки $A_{(n)}^{(1)}$ на диаграмме определяется известными значениями интенсивности напряжений $\sigma_i^{(1)}$, вычисляемой по найденным напряжениям первого приближения, и накопленной пластической деформации первого приближения, взятой из решения на предыдущем этапе нагружения, т.е. $\varepsilon_{i(n)}^{p(1)} = \varepsilon_{i(n)}^{p}$. Приращение накопленной пластической деформации второго приближения на *n*-ом этапе нагружения $\Delta \varepsilon_{i(n)}^{p(2)}$ определим следующим образом:

$$\Delta \varepsilon_{i(n)}^{p(2)} = \frac{1}{E} \left(\sigma_i^{(1)} - \sigma_{i,B}^{(1)} \right) ,$$

где $\sigma_{i,B}^{(1)}$ — интенсивность напряжений, соответствующая точке $B_{(n)}^{(1)}$ диаграммы. По накопленной пластической деформации второго приближения $\varepsilon_{i(n)}^{p(2)} = \varepsilon_{i(n-1)}^{p} + \Delta \varepsilon_{i(n)}^{p(2)}$ на диаграмме $\sigma_i - \varepsilon_i$ находим интенсивность напряжений второго приближения $\sigma_i^{(2)} = \sigma_{i,B}^{(2)}$ (точка $B_{(n)}^{(2)}$ диаграммы). Затем, согласно уравнениям (5.19), определяем приращения пластических деформаций второго приближения на *n*-м этапе нагружения

$$\Delta \varepsilon_{x(n)}^{p(2)} = \frac{3}{4} \cdot \Delta \varepsilon_{i(n)}^{p(2)} \left[\frac{\sigma_{x}^{(1)} - \sigma^{(1)}}{\sigma_{i}^{(2)}} + \frac{\sigma_{x(n-1)} - \sigma_{(n-1)}}{\sigma_{i(n-1)}} \right]$$

...,
$$\Delta \gamma_{xy(n)}^{p(2)} = \frac{3}{2} \Delta \varepsilon_{i(n)}^{p(2)} \left[\frac{\tau_{xy}^{(1)}}{\sigma_{i}^{(2)}} + \frac{\tau_{xy(n-1)}}{\sigma_{i(n-1)}} \right] ,$$

2. Приращение накопленной деформации ползучести второго приближения на рассматриваемом этапе нагружения $\Delta \varepsilon_{i(n)}^{c(2)}$ определим с использованием соотношения (5.16)

$$\Delta \varepsilon_{i(n)}^{c(2)} = \frac{\Delta_n t}{2} \left[F_c^t \left(\sigma_i^{(2)}, T, H^c, t_n \right) - F_c^t \left(\sigma_{i(n-1)}, T, H^c, t_{n-1} \right) \right]$$

Соответственно, для приращений деформаций ползучести второго приближения, используя уравнения (5.20), можем записать

$$\Delta \varepsilon_{x(n)}^{c(2)} = \frac{3}{4} \cdot \Delta \varepsilon_{i(n)}^{c(2)} \left[\frac{\sigma_{x}^{(1)} - \sigma^{(1)}}{\sigma_{i}^{(2)}} + \frac{\sigma_{x(n-1)} - \sigma_{(n-1)}}{\sigma_{i(n-1)}} \right] ,$$

$$\Delta \gamma_{xy(n)}^{c(2)} = \frac{3}{2} \Delta \varepsilon_{i(n)}^{c(2)} \left[\frac{\tau_{xy}^{(1)}}{\sigma_i^{(2)}} + \frac{\tau_{xy(n-1)}}{\sigma_{i(n-1)}} \right] ,$$

. . .

3. Для конструкционного материала, распухание которого не зависит от напряженного состояния, величина ΔS_k и приращения деформаций не изменяются в процессе последовательного приближения для данного этапа нагружения. Если же распухание конструкционного материала зависит от напряженного состояния, то, записывая уравнение (3.86) в конечных разностях и решая его, находим распухание $S_{\sigma(n)}^{(2)}$ в конце этапа нагружения, затем приращение распухания $\Delta S_{\sigma} = S_{\sigma(n)}^{(2)} - S_{\sigma(n-1)}$ и далее — приращения объемных деформаций.

Определив приращения каждой из составляющих деформаций в отдельности, находим значения сумм приращений деформаций $\Delta \varepsilon_{(n)}^{\Sigma(2)}$ второго приближения. Решение упругой задачи с дополнительными деформациями $\Delta \varepsilon_{(n-1)}^{\Sigma}$ и найденными значениями сумм приращений деформаций $\Delta \varepsilon_{(n)}^{\Sigma(2)}$ второго приближения позволяет определить напряжения и деформации второго приближения и перейти к определению приращений деформаций третьего приближения и т.д.

Процесс последовательных приближений считаем законченным, если для всех расчетных точек тела одновременно выполняется условие

$$\left|\sigma_{i}^{(m)}-\sigma_{i}^{(m-1)}\right|<\varepsilon_{\sigma}\sigma_{i}^{(m)}$$

где *т* — номер приближения; ε_{σ} — заданная погрешность вычислений.
Возможна несколько иная форма записи уравнений механического состояния (5.18), приводящая к другой схеме определения напряженно-деформированного состояния на этапе нагружения. Подставив в (5.18) соотношения (5.19), (5.20) и (5.21), описывающие приращения деформаций, и проделав некоторые преобразования, получим

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E_{*}} \left[\sigma_{x} - v_{*} \left(\sigma_{y} + \sigma_{z} \right) \right] + \phi_{x} + \psi_{x} ,$$

$$\cdots,$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G_{*}} \tau_{xy} + \phi_{xy} + \psi_{xy} ,$$
(5.22)

В уравнениях (5.22) введены следующие величины:

. . .

- E_* , v_* , G_* — переменные параметры упругости, зависящие от напряженно-деформированного состояния на этапе нагружения;

- функции ϕ_x , ϕ_y ,..., ϕ_{zx} — дополнительные деформации, также зависящие от напряженно-деформированного состояния на этапе нагружения;

- функции $\psi_x, \psi_y, ..., \psi_{zx}$ — дополнительные деформации, постоянные на рассматриваемом этапе нагружения.

Введенные величины определяются следующими соотношениями:

- переменные параметры упругости

$$\frac{1}{E_*} = \frac{1}{E} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_i^p + \Delta \varepsilon_i^c}{\sigma_i} ,$$

$$v_* = E_* \left(\frac{v}{E} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_i^p + \Delta \varepsilon_i^c}{\sigma_i} \right)$$

$$\frac{1}{G_*} = \frac{1}{G} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_i^p + \Delta \varepsilon_i^c}{\sigma_i} ;$$

,

- функции ϕ_x , ϕ_y , ..., ϕ_{zx}

$$\varphi_{x} = \frac{1}{3}\Delta S + \frac{3}{4} \left(\Delta \varepsilon_{i}^{p} + \Delta \varepsilon_{i}^{c} \right) \cdot \frac{\sigma_{x(n-1)} - \sigma_{(n-1)}}{\sigma_{i(n-1)}}$$

$$\cdots,$$

$$\varphi_{xy} = \frac{3}{2} \left(\Delta \varepsilon_{i}^{p} + \Delta \varepsilon_{i}^{c} \right) \cdot \frac{\tau_{xy(n-1)}}{\sigma_{i(n-1)}} ,$$

$$\cdots,$$

- функции ψ_x , ψ_y ,..., ψ_{zx}

$$\Psi_{x} = \alpha T + \varepsilon_{x(n-1)}^{\Sigma}$$

$$\cdots,$$

$$\Psi_{xy} = \gamma_{xy(n-1)}^{\Sigma},$$

При использовании соотношений (5.22) решается упругая задача с переменными параметрами упругости и с дополнительными деформациями. Величины $\Delta \varepsilon_i^p$, $\Delta \varepsilon_i^c$, ΔS и σ_i , необходимые для решения, определяются с использованием метода последовательных приближений.

Рассмотренные модификации метода дополнительных деформаций показывают возможности уменьшения объема вычислений за счет сокращения величин, определяемых в процессе последовательных приближений на каждом этапе нагружения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Общая схема определения работоспособности элемента активной зоны реактора сводится к определению кинетики напряженнодеформированного состояния этого элемента в процессе работы в реакторе и к оценке его работоспособности по тем или иным критериям. В качестве критериев обычно используются или деформационный критерий (оценка по накопленным деформациям), или критерий длительной прочности (оценка по коэффициенту повреждаемости материала).

При математическом описании процесса деформирования выбранной расчетной модели тела и, соответственно, определении кинетики напряженно-деформированного состояния элементов активной зоны учитываются следующие факторы нагружения:

- давление теплоносителя и газообразных продуктов деления, вышедших из топлива под оболочку твэла;

- давление распухающего топлива;
- стационарные и нестационарные температурные поля;
- распухание конструкционного материала.

При этом учитывается влияние на физико-механические свойства конструкционных и делящихся материалов таких факторов облучения, как спектр нейтронов, интенсивность потока нейтронов и величина интегрального потока.

Очевидно, что точность расчетно-теоретического прогнозирования работоспособности элементов активной зоны реактора будет определяться правильностью выбираемых критериев работоспособности, корректностью расчетной модели, описывающей кинетику напряженно-деформированного состояния этих элементов, и точностью свойств и характеристик материалов, закладываемых в расчет.

Анализ многочисленных экспериментальных данных свидетельствует о том, что имеющиеся математические модели, описывающие кинетику напряженно-деформированного состояния элементов активной зоны реактора, достаточно полно учитывают факторы и явления, определяющие работоспособность этих элементов. Можно утверждать, что влияние моделей на правильность прогнозирования работоспособности не является определяющим. То же самое можно сказать и о выборе методов и допущений при решении соответствующих систем интегро-дифференциальных уравнений. Вместе с тем нужно отметить, что справедливость используемых гипотез (исходных положений), являющихся основой построения математических моделей (изотропность материала, упругое изменение объема при рассмотрении процессов пластичности и ползучести, пропорциональность девиаторов напряжений и приращений деформаций при сложном напряженном состоянии и т.д.), требует дополнительных экспериментальных подтверждений.

Можно утверждать, что на настоящее время основные неопределенности прогнозирования работоспособности элементов активной зоны реактора при выбранных критериях работоспособности связаны с неточностями (неопределенностями) экспериментального определения свойств и характеристик материалов, закладываемых в расчет. Данное обстоятельство, в свою очередь, является следствием как вероятностного по своей природе характера этих свойств (разброс значений той или иной характеристики материала при заданных параметрах эксперимента), так и необходимости их экстраполяции на области параметров, неизученные экспериментально. Соответственно, при оценке работоспособности элемента активной зоны, например, твэла, необходимо знать не только «номинальные» значения параметра состояния оболочки (накопленную деформацию), но и числовую характеристику неопределенности этого параметра (дисперсию или среднеквадратичное отклонение), связанную с неточностями экспериментального определения характеристик материала.

Статистическая оценка работоспособности твэлов быстрых реакторов¹ позволила выделить основные свойства и характеристики материалов (характеристики радиационной и тепловой ползучести и распухания стали и топлива) и некоторые конструктивные параметры (зазор «топливо-оболочка», толщина оболочки с учетом

¹ Прошкин А.А., Лихачев Ю.И. и др. Статистическая оценка работоспособности ТВЭЛ быстрых реакторов. Препринт ФЭИ. Обнинск, 1975.

коррозии и др.), неопределенности в задании которых более всего сказываются на расчете кинетики напряженно-деформированного состояния и, соответственно, на точности прогнозирования работоспособности твэлов. Наибольший вклад в общую дисперсию деформации оболочки твэла дают характеристики радиационной и тепловой ползучести стали и топлива, на втором месте — характеристики распухания этих же материалов. Между тем имеющийся опыт экспериментального и расчетно-теоретического изучения поведения твэлов показывает исключительно важное значение учета именно этих свойств. Очевидно, что уточнения в определении характеристик ползучести, длительной прочности и распухания позволили бы существенно повысить надежность прогнозирования работоспособности твэлов, обеспечивая работу активной зоны реактора при заданных рабочих параметрах в течение времени, необходимого для достижения экономически обоснованного выгорания ядерного топлива.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Лихачев Ю.И., Пупко В.Я. Прочность тепловыделяющих элементов ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1975.
- Цыканов В.А., Давыдов Е.Ф. Радиационная стойкость тепловыделяющих элементов ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1977.
- 3. Лихачев Ю.И., Пупко В.Я., Попов В.В. Методы расчета на прочность тепловыделяющих элементов ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1982.
- 4. Сапунов В.Т. Расчет на прочность элементов активной зоны атомных реакторов: Учебное пособие. М.: МИФИ, 1980.

Владимир Тимофеевич Сапунов

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ АКТИВНОЙ ЗОНЫ АТОМНЫХ РЕАКТОРОВ

Учебное пособие

Редактор М.В. Макарова Оригинал-макет изготовлен В.Т. Сапуновым

Подписано в печать 15.04.2008. Формат 60х84 1/16 Уч.-изд. л. 7,25 Печ. л. 7,25 Тираж 200 экз. Изд. № 4/118 Заказ №

Московский инженерно-физический институт (государственный университет). 115409, Москва, Каширское шоссе, 31

Типография издательства «Тровант». г. Троицк Московской обл.