МОСКОВСКИЙ
...ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Г. И. ПАНТЮХОВ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО МЕХАНИКЕ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ

ДЛЯ ПОДГОТОВИТЕЛЬНОГО ОТДЕЛЕНИЯ

МОСКВА 1978

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Г. И. ПАНТЮХОВ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО МЕХАНИКЕ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ

Для подготовительного отделения

Утверждено
в качестве учебного пособия
редсоветом института

МОСКВА 1978

УДК 53 (075)

Пантюхов Г.И. Сборник задач по механике и молекулярной физике. Для подготовительного отделения. М., Изд. МИФИ, 1978, 78 с.

Данное учебное пособие представляет собой сборник задач по механике и молекулярной физике, составленный на основе задач, предлагаемых слушателям подготовительного отделения МИФИ для самостоятельного решения.

В пособии представлены задачи в объеме программы курса физики для средней школы. Это позволяет использовать его на подготовительных курсах института и для самостоятельной подготовки к поступлению в вузы.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В сборнике, предназначенном для слушателей подготовительного отделения МИФИ, содержатся задачи по механике и молекулярной физике, отвечающие программе курса физики для подготовительных отделений технических вузов с учетом повышенных требований, предъявляемых к изучению физики в институте. Поэтому наряду с задачами относительно несложными, в сборник включено достаточное количество задач выше средней и повышенной трудности. Более половины задач составлено автором, остальные, интересные по физическому содержанию и зарекомендовавшие себя в методическом отношении, заимствованы из издающихся в стране пособий по физике для учащихся средних школ.

В решении задач слушатели должны активно использовать теоретические сведения из рекомендованной учебной литературы и лекций. Решая задачи, слушатели повышают уровень знаний и понимания теории и развивают навыки ее применения. Начиная решать задачу, нужно прежде всего разобраться в физической постановке рассматриваемого вопроса. Само решение проводится в общем виде, что способствует уверенному приобретению знаний и навыков как в применении наиболее общих закономерностей, так и в методике решения.

В каждом параграфе задачи расположены, по возможности, в порядке возрастающей трудности. В ряде задач необходимые данные следует заимствовать из таблиц в приложениях. Расчеты выполняют на логарифмической линейке с учетом правил приближенных вычислений.

Автор выражает признательность канд. техн. наук С.И. Миронову (МИЭТ), И.И. Стрижкину и Ю.А. Ильину (МИИГАИК), а также ассистенту кафедры физики Л.И. Грушевской (МИФИ), рецензировавшим данную работу и сделавшим ценные замечания.

ЗАДАЧИ

МЕХАНИКА

Глава I

КИНЕМАТИКА

§ 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КИНЕМАТИКИ. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ

1. Отвечая на вопросы пп. а) и б), указать, в каких случаях названные в них тела можно, а где – нельзя рассматривать как материальные точки:

а) прямую стальную трубу длиной 25 м, лежащую на горизонтальной поверхности, сдвинули в осевом направлении на b = 10 см за τ = 0,25 с. С какой средней скоростью $\langle v \rangle$ перемещалась труба в интервале времени τ ?

б) Ось железнодорожной колесной пары, катящейся без проскальзывания по прямолинейной колее в одном направлении, переместилась за τ = 1,5 мин на b = 900 м. С какой средней скоростью $\langle v \rangle$ двигалась в интервале времени τ ось колесной пары? Сколько оборотов (N) совершила при этом колесная пара? Диаметр колес d = 85 см.

2. Мячик подбросили от поверхности земли на высоту H = 4,0 м и поймали над местом бросания на высоте h = 1,5 м:

а) назвать и изобразить на чертеже траекторию мячика в системе отсчета "Земля";

б) найти путь s, пройденный мячиком за время его полета;

в) изобразить на чертеже перемещения мячика $\vec{l}_1$ за время подъема на максимальную высоту, $\vec{l}_2$ – за время падения и $\vec{l}_3$ – за время его полета. Установить и записать соотношение между $\vec{l}_1$, $\vec{l}_2$ и $\vec{l}_3$.

3. Материальная точка движется по прямолинейному отрезку длиной 10 см. Может ли пройденный ею путь быть равным 13 см за время, в течение которого она переместится на 10 см?

4. Нерастяжимую нить длиной b = 500 мм с подвешенным на ней маленьким шариком отклонили на угол α = 1,00 рад от положения равновесия и отпустили без начальной скорости. Изобразить на чертеже перемещения шарика $\vec{l}_1$, $\vec{l}_2$ и $\vec{l}_3$ за интервалы времени, в течение которых пройденные им от начала движения пути равны b, $2b$ и $3b$ соответственно. Найти l_1, l_2 и l_3, а также путь s, пройденный шариком к его первому возвращению в исходную точку.

5. Взлетая с Земли на расстоянии b = 2,7 км от наблюдателя и пролетая над ним на высоте $2b$, тело движется над горизонтальным участком Земли по траектории $y = A\sqrt{x}$ (ось абсцисс совпадает с поверхностью Земли). Найти перемещение тела $\vec{l}$ от начала движения до момента, когда оно удалится от наблюдателя на r = 7,8 км. Сделать пояснительный чертеж.

6. На край доски длиной b = 60 см, лежащей на столе, поместили небольшой брусок. Выдергивая доску из-под бруска в горизонтальном направлении, ее переместили на $1,5b$, когда брусок соскользнул с доски у ее противоположного края. Найти модуль l перемещения бруска относительно стола.

7. Едва касаясь грани призмы небольшим грузиком, его удерживают на высоте h = 20 см над поверхностью стола, по которой может скользить призма (рис. 1). Когда отпущенный грузик, соскользнув по грани призмы, ударяется о стол, призма перемещается на b = 5 см. Найти перемещение $\vec{l}$ грузика относительно стола, определив его модуль и угол γ (острый) между $\vec{l}$ и поверхностью стола. Грань призмы, по которой скользит грузик, наклонена к поверхности стола под углом α = 40°. Сделать пояснительный чертеж.

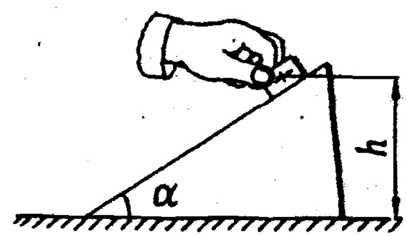


Рис. 1

8. Из игрушечной пушки, находящейся на полу, ствол которой наклонен к полу на угол $\alpha = 60^\circ$, выстрелили шариком. Испытывая отдачу, вначале покоившаяся пушка продвинулась на $d = 40$ мм, когда шарик вылетел из ствола, пройдя по нему расстояние $b = 40$ см. Определить перемещение шарика $\vec{l}$ по отношению к полу, абсолютную величину l и угол β между полом и направлением вылета шарика относительно пола. Сделать пояснительный чертеж.

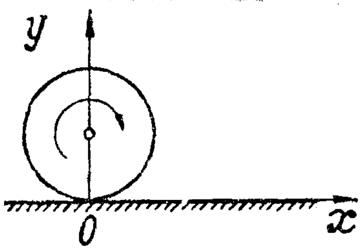


Рис. 2

9. Колесо начинает катиться без проскальзывания по горизонтальной поверхности, оставаясь в вертикальной плоскости. На чертеже изобразить в системе отсчета "Земля" перемещения $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3$ и $\vec{l}_4$ соответственно, за 1/4, 1/2, 3/4 и 1 оборот колеса той его точки, которой оно касалось горизонтальной поверхности в начальный момент движения. В декартовой системе координат xOy (на рис. 2 изображено начальное положение колеса) записать аналитические выражения для $\vec{l}_1$, $\vec{l}_2$, $\vec{l}_3$ и $\vec{l}_4$ и найти их абсолютные значения l_1, l_2, l_3, l_4. Радиус колеса $R = (1/\pi)$ м.

§ 2. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

10. На рис. 3 в системе декартовых координат xOy изображен прямолинейный участок железной дороги между A и B. Расстояния от A и B до пункта O равны соответственно $a = 40$ и $b = 30$ км. В момент $t = 0$ через B в A следует поезд с постоянной скоростью $v = 50$ км/ч. Определив проекции v_x и v_y скорости поезда на участке BA, установить зависимость от времени: а) проекций l_x и l_y перемещения поезда, б) его координат x, y и в) пути s, проходимого поездом. Под графиками $v_x(t)$ и $v_y(t)$ построить графики $l_x(t)$, $l_y(t)$ и $x(t), y(t)$ соответственно, а под графиком $v(t)$ – график $s(t)$.

11. На рис. 4 изображены графики зависимости от времени координат материальных точек A, B, C и D, движущих-

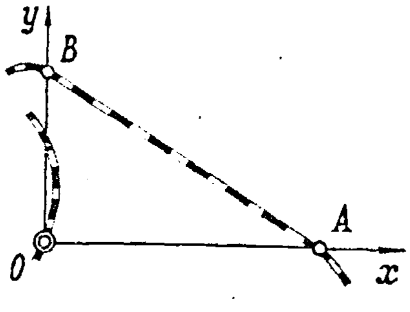


Рис. 3

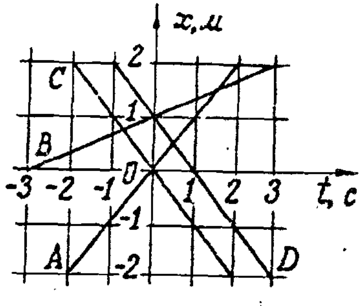


Рис. 4

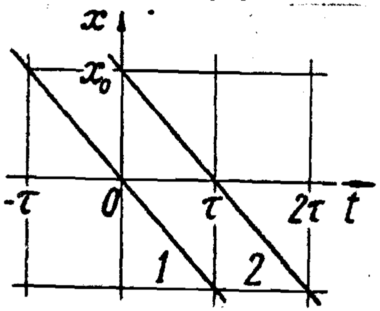


Рис. 5

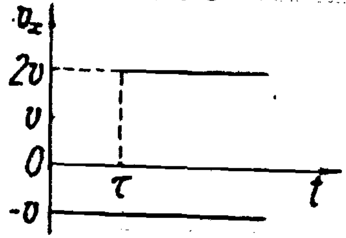


Рис. 6

ся вдоль координатной оси Ox. Описать характер движения материальных точек. Найти абсолютные значения скоростей, с которыми движутся точки A, B, C и D, и их проекции на ось Ox.

12. На рис. 5 изображены графики зависимости от времени координат двух материальных точек, движущихся по траекториям, параллельным координатной оси Ox (графики имеют одинаковый наклон к оси времени). Заимствуя необходимые данные из обозначений на рисунке, найти проекции v_{1x} и v_{2x} скоростей, с которыми движутся точки, и установить зависимость от времени их координат $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Найти расстояние b между материальными точками, если расстояние между их траекториями равно d.

13. Расстояние между городами A и B, соединенными прямой дорогой, b = 120 км. Из A в B вышла машина, движущаяся со скоростью v_1 = 60 км/ч. Через какое время τ после выхода первой должна выйти из A в B вторая машина, движущаяся со скоростью v_2 = 90 км/ч, чтобы обе машины прибыли в B одновременно? Решение задачи сопроводить построением соответствующих графиков.

14. Из города A в город B, расположенных на проходящей через них прямой дороге, отправляется идущая со скоростью v_1 = 40 км/ч грузовая машина. Спустя t_0 = 1,5 ч ей навстречу из B выходит легковая машина, движущаяся со скоростью v_2 = 80 км/ч. Определить, через какое время τ после отправления легковой машины и на каком расстоянии d от B обе машины встретились в пути, если известно, что грузовая машина прошла путь s = 100 км, когда легковая пришла в город A. Решить задачу, используя графики законов движения машин.

15. На рис. 6 изображены графики проекций скоростей двух машин, выезжающих из городов A и B по прямой дороге, проходящей через оба города, расстояние между которыми AB = = ℓ = 100 км. Определить, на каком удалении d друг от друга находятся машины, когда идущая с меньшей скоростью машина придет в город A. В обозначениях на рисунке τ = 30 мин, v = = 50 км/ч. Координатная ось Ox параллельна дороге, соединяющей города A и B. На одном чертеже построить для обеих машин графики зависимости от времени координат и под ними графики зависимости от времени путей, проходимых машинами.

16. Гребя против течения, рыбак обронил удочку, проплывая под мостом. Обнаружив пропажу через τ = 1/4 ч, рыбак повернул назад и, гребя с прежней силой, догнал плывущую по течению удочку на расстоянии b = 0,5 км от моста. Допустив, что удочка полностью увлекается течением, определить скорость реки v_0.

17. Через блок, вращающийся на закрепленной оси, перекинута нерастяжимая нить, к правому концу которой привязан груз, опускающийся вертикально со скоростью v_0 = 25 см/с, а на свисающую левую часть нити надета скользящая по нити муфточка, поднимающаяся вверх со скоростью v = 12 см/с. Найти скорость $\vec{v}'$, с которой муфточка скользит по нити.

18. Шарик вылетает из игрушечной пушки в горизонтальном направлении со скоростью v = 8 м/с относительно пола. При выстреле пушка испытывает отдачу и в момент вылета шарика из ствола движется по полу со скоростью v_0 = 1 м/с. Определить скорость v', с которой шарик вылетает из ствола относительно пушки.

19. Реку шириной d = 0,6 км лодочник переплывает за τ = 5 мин, выдерживая курс перпендикулярно к берегам реки. При этом течение реки, полностью увлекая лодку, сносит ее на b = 0,3 км, когда лодочник достигает противоположного берега. Найти скорость реки v_0 и скорость v' лодки относительно воды в реке. Определить также скорость v лодки относительно берегов.

20. С какой скоростью v' относительно воды должен перемещаться лодочник, чтобы кратчайшим путем переплыть реку шириной b = 90 м за τ = 2,5 мин? Скорость реки v_0 = 0,8 м/с. Какой курс к направлению переправы должен при этом выдерживать лодочник?

21. Из игрушечной пушки, находящейся на полу, стреляют шариком, вылетающим со скоростью v = 2,5 м/с под углом α = 60° к горизонту. При выстреле пушка испытывает отдачу, двигаясь со скоростью u = 0,7 м/с в момент вылета шарика. Определить скорость v' вылетающего шарика относительно пушки и угол β наклона ствола к горизонту. До выстрела пушка покоилась.

22. Воздушный шар поднимается в воздушном потоке, перемещающемся относительно земли в горизонтальном направлении. Пилот на воздушном шаре измерил скорость v' = 6 м/с ветра относительно шара, скорость удаления шара от земли $v_\perp$ = 5 м/с и его перемещения $v_\parallel$ = 6 м/с в горизонтальном направлении. Определить скорость ветра относительно земли.

§ 3. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ПЕРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

23. Частица движется вдоль оси Ox со скоростью, график которой в проекции на эту ось изображен на рис. 7,а. Один под другим построить графики зависимости от времени модуля скорости $v(t)$, проекции перемещения $\ell_x(t)$, пути $s(t)$, проходимого частицей, и ее координаты $x(t)$. В момент $t = 0$ частица находилась в начале координат. Найти средние значения $\langle v \rangle$ и $\langle v_x \rangle$ в интервале времени 1–3 с.

24. Проходя через начало координат в момент времени $t = 0$, частица движется вдоль координатной оси Ox со скоростью, график зависимости которой от времени в проекции на эту ось изображен на рис. 7,б. Один под другим построить графики зависимости от времени проекции перемещения $\ell_x(t)$, координаты $x(t)$, модуля скорости $v(t)$ частицы и пути $s(t)$, проходимого ею. Найти средние значения $\langle v \rangle$ и $\langle v_x \rangle$ в интервале времени 0–3τ.

25. На рис. 8 изображен график зависимости от времени координаты $x(t)$ точки, движущейся вдоль координатной оси Ox. Один под другим построить графики зависимости от времени проекций перемещения $\ell_x(t)$ и скорости $v_x(t)$, пути $s(t)$, проходимого точкой, и модуля ее скорости $v(t)$.

26. На рис. 9 изображен график зависимости времени пути $s(t)$, проходимого телом, движущимся вдоль координатной оси Ox из ее начала. Известно, что после остановки, изменив направление движения на противоположное, тело двигалось в положительном направлении оси Ox. Один под другим построить графики зависимости от времени модуля $v(t)$ и проекции $v_x(t)$ скорости тела на ось Ox, а также его координаты Ox.

27. Через секунду после начала движения скорость тела достигла 1 м/с и к концу каждой последующей секунды возрастала на 1 м/с. Можно ли утверждать, что подобное движение тела вдоль прямой линии всегда является равнопеременным? Ответ необходимо обосновать.

28. Частица движется вдоль координатной оси Ox со скоростью, как показано на рис. 10,а,б. Под графиками $v_x(t)$ построить один под другим графики проекций ускорения $a_x(t)$ и скорости $v_x(t)$, координаты $x(t)$ частицы, если при $t = 0$ $x_0 = v_0\tau$ (рис. 10,а), $x_0 = (v_0\tau)/2$ (рис. 10,б), а также пути $s(t)$, проходимого частицей, и модулей скорости $v(t)$ и ускорения $a(t)$.

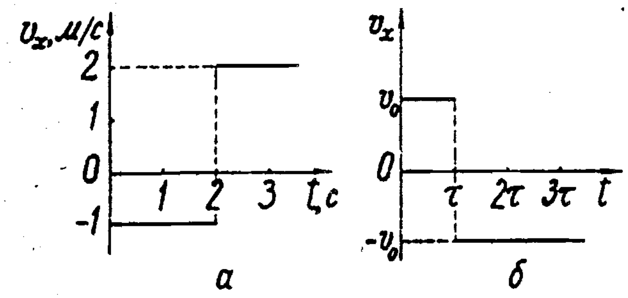


Рис. 7

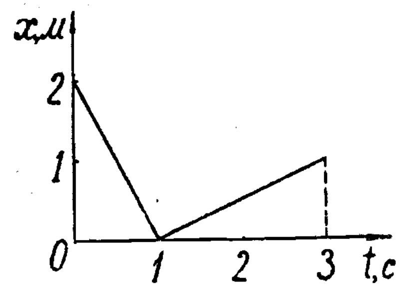


Рис. 8

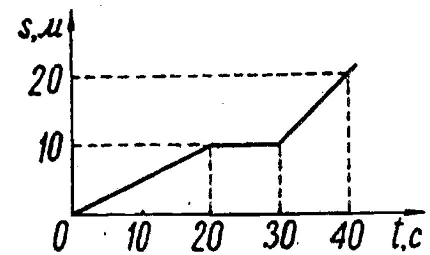


Рис. 9

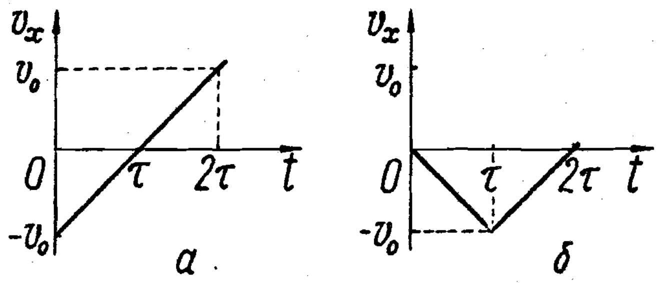


Рис. 10

29. По условию задачи 28 найти средние значения $\langle v_x \rangle$ и $\langle v \rangle$ в интервале времени 0–2τ.

30. Тело движется вдоль координатной оси $0x$ с ускорением, график зависимости которого от времени в проекции на ось $0x$ изображен на рис. 11. Установить характер движения тела, если известно, что при $t=0$ тело находилось в начале координат и двигалось со скоростью $\vec{v}_0$, проекция которой на ось $0x$ равна $a_0\tau$; $2a_0\tau$.

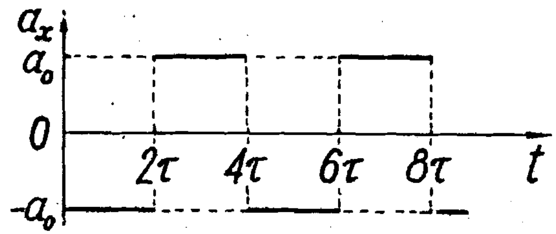


Рис. 11

31. Соответствуют ли графики зависимости от времени (рис. 12,а,б) проекции скорости $v_x(t)$ (отрезок прямой) и координаты $x(t)$ (участок параболы) движению вдоль координатной оси $0x$ одной и той же материальной точки?

32. На рис. 13,а–в изображены графики скорости тела в проекции на координатную ось $0x$, вдоль которой оно движется. Под графиками $v_x(t)$ построить один под другим графики проекций ускорения $a_x(t)$ и перемещения $\ell_x(t)$ тела.

33. График координаты $x(t)$ тела, движущегося вдоль координатной оси $0x$ (рис. 14), изображается двумя участками парабол с вершинами в точке $t' = 2$ с, $x' = 0$. Один под другим построить графики проекций скорости $v_x(t)$ и ускорения $a_x(t)$ тела.

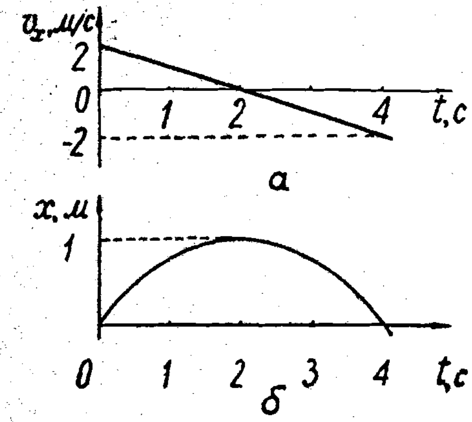


Рис. 12

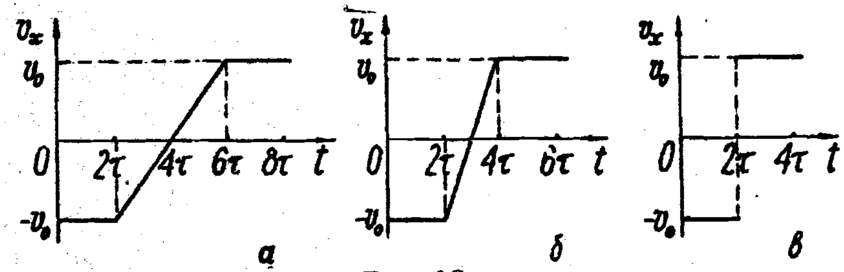


Рис. 13

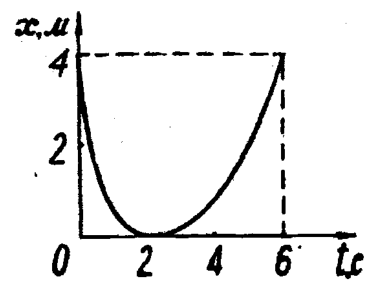


Рис. 14

34. На рис. 15 изображены графики скорости тела в проекции на ось Ox, вдоль которой оно движется. По графикам рис. 15,а,б построить зависимость проекции скорости тела в функции от проекции его перемещения $v_x(\ell_x)$, а по графику рис. 15,в – зависимость $v_x(s)$, где s – проходимый телом путь.

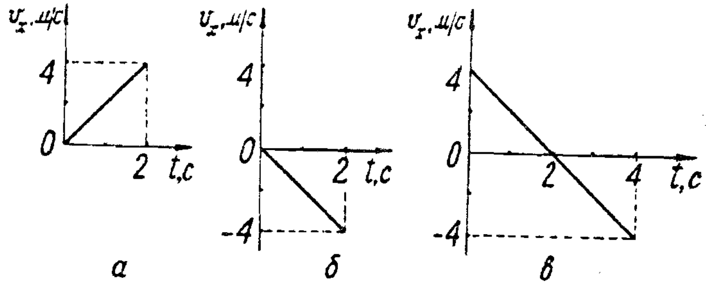


Рис. 15

35. Тело, пущенное по наклонной плоскости вверх от ее основания со скоростью $v_1 = 1{,}5$ м/с, соскользнуло с нее в той же точке основания со скоростью $v_2 = 1{,}0$ м/с, двигаясь вверх и вниз с постоянными ускорениями. Найти среднее значение модуля скорости тела $\langle v \rangle$ за время движения по наклонной плоскости.

36. Двигаясь равноускоренно под уклон, поезд прошел участок спуска со средней скоростью $\langle v \rangle = 54$ км/ч, увеличив скорость на $\Delta v = 36$ км/ч в конце спуска по сравнению со скоростью перед началом спуска. Найти скорость v_c, с которой двигался поезд посередине участка спуска.

37. От основания наклонной плоскости пустили вверх катиться шарик, дважды побывавший на расстоянии $b = 60$ см от основания наклонной плоскости – в конце второй и третьей секунд ($t_1 = 2{,}0$ с, $t_2 = 3{,}0$ с). Допуская движение шарика равнопеременным с постоянным ускорением, найти его абсолютную величину a и начальную скорость v_0, сообщенную шарику.

38. Нарушив правила движения, водитель автомашины проехал мимо поста ГАИ со скоростью $v_0 = 90$ км/ч и продолжал далее ехать с той же скоростью. Через $\tau = 20$ с вслед за нарушителем вышла милицейская машина, которая нагнала нарушителя в $b = 2{,}0$ км от поста, двигаясь равноускоренно. Найти скорость v, с которой двигалась милицейская машина, когда она поравнялась с машиной нарушителя*.

39. Из одного пункта в одном направлении начали одновременно двигаться два тела – одно равномерно со скоростью $v_0 = 10$ м/с, другое равноускоренно без начальной скорости. Через $\tau = 10$ с оба тела поравнялись. Определить расстояние d, разделявшее оба тела, когда они двигались с одинаковой скоростью, и модуль скорости в их относительном движении v', когда они поравнялись.

40. Из одного пункта в одном направлении вышли два тела с интервалом времени $\tau_0 = 10$ с. Первое тело двигалось равноускоренно. Второе тело, двигаясь равномерно, поравнялось с первым лишь один раз – на расстоянии $b = 20$ м от начального пункта. Определить скорость v_0, с которой двигалось первое тело, когда с ним поравнялось другое тело, вышедшее из начального пункта позднее.

41. Когда до финиша оставалось $b = 100$ м, один из двух велосипедистов, шедших рядом со скоростью $v_0 = 45$ км/ч, стал отрываться от идущего с постоянной скоростью гонщика и, равномерно увеличивая скорость, пересек финишную черту на $\tau = 0{,}40$ с раньше отставшего велосипедиста. Определить скорость v_f, с которой первый велосипедист пересек финишную черту.

* Решение задач 38–41 сопроводите построением необходимых графиков движения.

42. Скорость горизонтального перемещения масс воздуха в пределах от поверхности земли до высоты H = 100 м над ее поверхностью нарастает равномерно от 0 на поверхности земли до v_0 = 10 м/с на высоте H. От поверхности земли поднимается воздушный шар, полностью увлекаясь потоком воздуха и поднимаясь с ускорением a = 0,50 м/с^2 относительно воздуха. Определить направление (по отношению к вертикали) полета воздушного шара в пределах указанной высоты и скорость v_H, с которой он движется, достигнув высоты H.

43. Скорость течения воды в реке равномерно нарастает от нулевого значения у берегов до v_0 = 10 м/с посередине реки. Рыбак переплывает реку со скоростью u = 1,5 м/с относительно воды, держа курс перпендикулярно берегам. Определить, на сколько (b) снесет лодку рыбака течением реки, когда он достигнет противоположного берега. Ширина реки d = 90 м, течение полностью увлекает лодку рыбака.

§ 4. ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ. ВРАЩЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

44. Колесо с N = 6 равноотстоящими спицами вращается с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной оси, проходящей через его центр. На фотографии вращающегося колеса, полученной с экспозицией τ = 2,5 мс, угловое размытие изображения спиц составляет η = 0,26 углового расстояния между ними. Найти частоту вращения колеса (n об/мин).

45. Найти интервал углов $\Delta\varphi$, через который встречаются часовая и минутная стрелки правильно идущих часов. Указать момент времени t_1, когда впервые после полуночи положения часовой и минутной стрелок совпадут.

46. На сколько ΔT звездные сутки короче средних солнечных, длительность которых составляет T_0 = 86400 с?

47. Вершина вулкана Килиманджаро, расположенного вблизи экватора, возвышается на h = 4,50 км над уровнем плоскогорья, на котором находится вулкан. Определить разность линейных скоростей Δv, с которыми движутся вершинная часть и основание вулкана вокруг географической оси. Длительность звездных суток T = 8,62·10^4 с.

48. Лента конвейера, натянутая на барабан радиусом R = 100 мм, движется со скоростью v_0 = 124 см/с. Определить скорость v', с которой лента проскальзывает по поверхности соприкосновения с барабаном, вращающимся с частотой n = 120 об/мин.

49. Люлька "колеса обозрения" радиусом R = 20 м движется с постоянной по модулю скоростью v = 1,5 м/с. Найти угловую скорость ω, с которой люлька поворачивается вокруг рамы колеса.

50. Через блок радиусом R = 30 мм перекинута нерастяжимая нить, к концам которой привязаны грузы. Когда блок поднимается вертикально, один из грузов приближается к земле со скоростью v_1 = 100 см/с, а другой удаляется от нее с вдвое большей скоростью. Найти угловую скорость вращения блока ω и скорость его подъема v_0. Нить по желобу блока не проскальзывает.

51. Карусельный диск диаметром d = 1,1 м вращается в горизонтальной плоскости с частотой n = 0,12 с$^{-1}$ вокруг оси, проходящей через его центр. По радиальному желобу диска скользит деталь (рис. 16) и в момент выпадения движется относительно земли со скоростью v = 50 см/с. Найти модуль скорости v', с которой деталь движется вдоль желоба в момент выпадения, и направление движения выпавшей детали в системе отсчета "Земля", определив угол α между вектором скорости $\vec{v}$ и осью желоба.

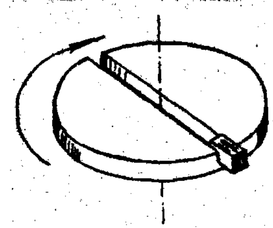
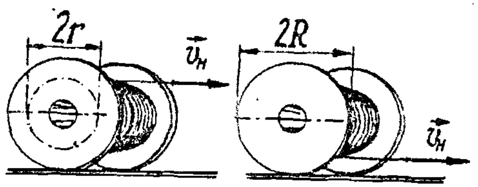


Рис. 16

52. Тонкий обруч радиусом R = 30 см катится без проскальзывания по плоской поверхности со скоростью v = 60см/с. Найти угловую скорость ω, с которой обруч вращается вокруг оси, проходящей через его геометрический центр, а также линейную скорость v', с которой точки обода движутся вокруг этой оси.

53. Тонкий обруч катится без проскальзывания с постоянной скоростью $\vec{v}$ по горизонтальной поверхности. Найти скорости по отношению к земле той точки обода, которой он касается горизонтальной поверхности в начальный момент через 1/4, 1/2, 3/4 и 1 полный оборот обруча.

54. С какой скоростью $v_к$ катится по столу катушка, когда конец горизонтальной нити, намотанной на катушку, перемещают со скоростью $v_н$ = 20 см/с? Радиус средней части катушки r = 10 мм, внешней – R = 30 мм. Катушка катится без проскальзывания. Рассмотреть случаи а и б, показанные на рис. 17. Провести опыт с катушкой.



а б

Рис. 17

55. Платформа радиусом R = 2,0 м приводится во вращение в горизонтальной плоскости с частотой n = 2,5 об/мин вокруг оси, проходящей через центр платформы. По краю платформы идет человек со скоростью v' = 1,0 м/с относительно платформы. Найти ускорение $\vec{a}$, с которым он перемещается по отношению к земле, двигаясь в направлении и против направления вращения платформы.

56. Искусственный спутник движется вокруг Земли по круговой орбите на высоте, равной радиусу планеты $R = 6{,}4 \cdot 10^3$ км, совершая один оборот за T = 4,0 ч. В системе отсчета, перемещающейся вместе с Землей в ее орбитальном движении вокруг Солнца, определить модули скорости $\vec{v}$ и ускорения $\vec{a}$ спутника.

57. Две частицы одновременно приходят в движение с одинаковым начальным ускорением: первая – по прямой линии – продолжает двигаться с постоянным ускорением, вторая – равномерно ускоряясь по окружности. Найти отношение абсолютных значений ускорений $\eta = a_2/a_1$ частиц в момент, когда одна из них, двигаясь по окружности, совершит четверть оборота.

58. Материальная точка начинает двигаться без начальной скорости по окружности радиусом R = 20 см с тангенциальным ускорением a_τ = 5 см/с^2. Какой путь s пройдет материальная точка за время t_0, когда абсолютные значения нормального и тангенциального ускорений станут одинаковыми. Найти t_0.

59. Маневровый локомотив, двигавшийся со скоростью v = = 36 км/ч, выехав на закругленный горизонтальный участок пути радиусом R = 200 м, начал равномерно сбавлять скорость и, проехав s = 100 м, остановился. Найти модули полного ускорения ($\vec{a}$) и нормальной ($\vec{a}_n$) и тангенциальной ($\vec{a}_\tau$) составляющих полного ускорения локомотива посередине участка торможения.

60. Тонкий обруч радиусом R = 30 см катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью v_0 = 60 см/с. Найти ускорение $\vec{a}_0$ произвольной точки обруча в системе отсчета, связанной с землей, и ускорение $\vec{a}$ в системе отсчета, движущейся поступательно вместе с обручем.

§ 5. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

61. Подброшенному вверх телу сообщили у поверхности земли начальную вертикальную скорость v_0 = 20 м/с. Найти интервал времени τ, разделяющий моменты, когда тело находится на высоте H = 15 м над поверхностью земли*.

62. Шарик, отпущенный без начальной скорости, после упругого удара о неподвижную плиту поднимается на первоначальную высоту H = 4,9 м. Выбрав в качестве положительного вертикальное направление координатной оси Oz (с нача-

* В задачах этого параграфа, кроме задачи 67, сопротивление воздуха движению тел не учитывать.

лом на поверхности земли), построить один под другим графики зависимости от времени проекций ускорения $a_z(t)$, скорости $v_z(t)$ и его перемещения $\ell_z(t)$, координаты $z(t)$, модуля скорости $v(t)$ и пути $s(t)$, проходимого шариком. Рассмотреть движение шарика до его второго удара о плиту.

63. Двум телам, находящимся на одной высоте, сообщили одинаковую начальную скорость $v_0 = 9,8$ м/с в вертикальном направлении – одному вверх, другому – вниз. Определить интервал времени τ, через который тела ударятся о землю.

64. Два тела, начав одновременно падать на землю, одновременно же ударились и о ее поверхность. Одно тело было отпущено без начальной скорости на высоте Н = 9,8 м. Какую начальную вертикальную скорость v_0 сообщили другому телу, находившемуся на вдвое большей высоте? Решение сопроводить построением необходимых графиков.

65. Два тела, одно из которых находится на высоте Н = = 9,8 м, другое – на высоте 2 Н, отпускают без начальной скорости. На сколько (τ) следует отпустить одно тело раньше другого, чтобы оба тела упали на землю одновременно?

66. Первое тело подбросили вертикально ввех со скоростью $v_{10} = 30$ м/с. Какую скорость v_{20} нужно сообщить второму телу, брошенному из той же точки вслед за первым через $\tau = 2,0$ с, чтобы тела столкнулись на максимальном удалении от места бросания? С какой скоростью v_2 движется второе тело перед столкновением? Ускорение свободного падения положить $g \approx 10$ м/с^2.

67. Тело, подброшенное у поверхности земли вертикально вверх на высоту Н = 5 м, упало на землю через $\tau = 2,5$ с. Найти среднее значение модуля скорости $\langle v \rangle$ подброшенного тела за время его движения. Какой была бы средняя скорость $\langle u \rangle$ движения тела, подброшенного на ту же высоту в отсутствие сопротивления воздуха?

68. Двигатели метеоракеты с вертикальным взлетом работают $\tau_1 = 10$ с, в течение которых ракета движется с ускорением $a = 4g$:

1) определить высоту h_1, на которой находится ракета, когда ее двигатели прекращают работу, и максимальную высоту Н подъема ракеты;

2) что длится дольше – подъем ракеты на максимальную высоту или падение ее за Землю? Проверить правильность ответа, определив время подъема τ и падения τ' ракеты.

69. Шарик, отпущенный без начальной скорости на высоте Н = 4,9 м над горизонтальной неподвижной плитой, после каждого не вполне упругого удара о нее поднимается на максимальную высоту, вдвое меньшую той, с которой он перед тем падал. В системе координат, указанной в задаче 64, построить графики зависимости от времени проекций ускорения $a_z(t)$ и скорости $v_z(t)$, модуля скорости $v(t)$ и координаты $z(t)$ шарика.

70. Два тела брошены от поверхности земли с одинаковой начальной скоростью $v_0 = 9,8$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (первое тело) и к вертикали (второе тело). Сравнить дальности ℓ_1, ℓ_2 и времена τ_1, τ_2 их полета, а также максимальные высоты H_1, H_2 подъема обоих тел.

71. Тело брошено от поверхности земли под углом $\alpha_0 = 75°$ к горизонту. Какую часть η времени полета тело движется со скоростью, не превышающей половину начальной? Можно ли ответить на вопрос задачи, если тело брошено под углом $\alpha \geqslant 60°$?

72. Небольшое тело брошено с начальной скоростью $v_0 = 9,8$ м/с под углом $\alpha = 53°$ к горизонту. С какой скоростью v движется тело через $\tau = 1,2$ с после бросания? На какой высоте h по сравнению с начальным уровнем находится оно в этот момент?

73. Дальность полета и максимальная высота брошенного тела одинаковы. Под каким углом α к горизонту брошено тело?

74. На штырь, вбитый в стенку, мальчик забрасывает кольцо, отпуская его с минимальной скоростью $v_{мин}$ на той же высоте, на которой находится штырь. Под каким углом α к горизонту было брошено кольцо? Найти $v_{мин}$, если расстояние от места бросания кольца до штыря $b = 5,0$ м.

75. Тело брошено со скоростью $v_0 = 12$ м/с под углом $\alpha = 50°$ к горизонту. Через какое время t' направление движения тела станет перпендикулярным к первоначальному?

76. Мяч, брошенный мальчиком от земли под углом α = 45° к горизонту, упруго отразился от вертикальной стенки, находящейся на расстоянии b = 1,9 м от него, и упал на горизонтальную поверхность земли за мальчиком на расстоянии b' = 3,0 м от него. Сделав пояснительный чертеж, определить начальную скорость мяча v_0.

77. С вышки под углом α = 45° к горизонту и начальной скоростью v_0 = 9,8 м/с бросают вверх камень. На каком расстоянии b от основания вертикальной вышки он упадет на горизонтальную поверхность земли? Высота вышки H = 10 м.

78. Стальной шарик падает с высоты H = 10 см на упругую плиту, наклоненную под углом α = 30° к горизонту. Определить расстояние от места первого до места второго ударов шарика о плиту. Какое время длится полет шарика между первыми двумя его ударами о плиту? Решить задачу в системе декартовых координат xOy, изображенной на рис. 18.

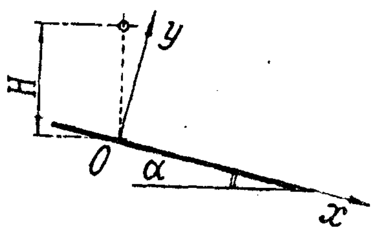


Рис. 18

Глава II

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

§ 1. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА. СИЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

79. На рис. 19,а–е изображены системы взаимодействующих тел. Установить и назвать силы, действующие на указанные тела со стороны других тел. Прибегнув к графическому способу, показать на чертеже с помощью соответствующих стрелок силы, действующие на каждое тело, обозначенное на рис. 19. (На рис. 19,а – пружина растянута; б – пружина сжата; поверхности соприкасающихся тел – шероховатые; в – брусок, находящийся на грани призмы, движется в горизонтальном направлении; г – пружина сжата, муфта движется с постоянной по модулю скоростью; е – нить нерастяжимая.)

80. На рис. 20,а изображена платформа с грузом, стоящая на горизонтальной прямолинейной железнодорожной колее, а на рис. 20,б – та же платформа, пришедшая в движение с ускорением, направленным вправо: груз, лежащий на платформе, "наезжает" на наблюдателя, находящегося на платформе. На тех же рисунках изображены координатные оси в системах отсчета K и K', связанных соответственно с землей и платформой:

1) назвать силы, действующие на груз со стороны **взаимодействующих** с ним тел в системе отсчета K ("Земля") и K' ("платформа") во время ускоренного движения платформы;

2) одинаково ли хорошо объясняют указанные Вами силы взаимодействия "поведение" груза в обеих системах отсчета?

3) Можно ли утверждать, что в системе отсчета K' выполняется первый закон Ньютона? Выполнялся ли бы он, если б поверхность платформы была гладкой? Можно ли систему отсчета K' назвать инерциальной? Почему?

4) Можно ли утверждать, что в системе отсчета K' ("платформа") помимо указанных Вами сил взаимодействия на груз действует еще одна сила? Признаете ли Вы эту силу, действующую в системе K' на груз, реальной? Удовлетворяет ли эта сила утверждению, содержащемуся в третьем законе Ньютона?

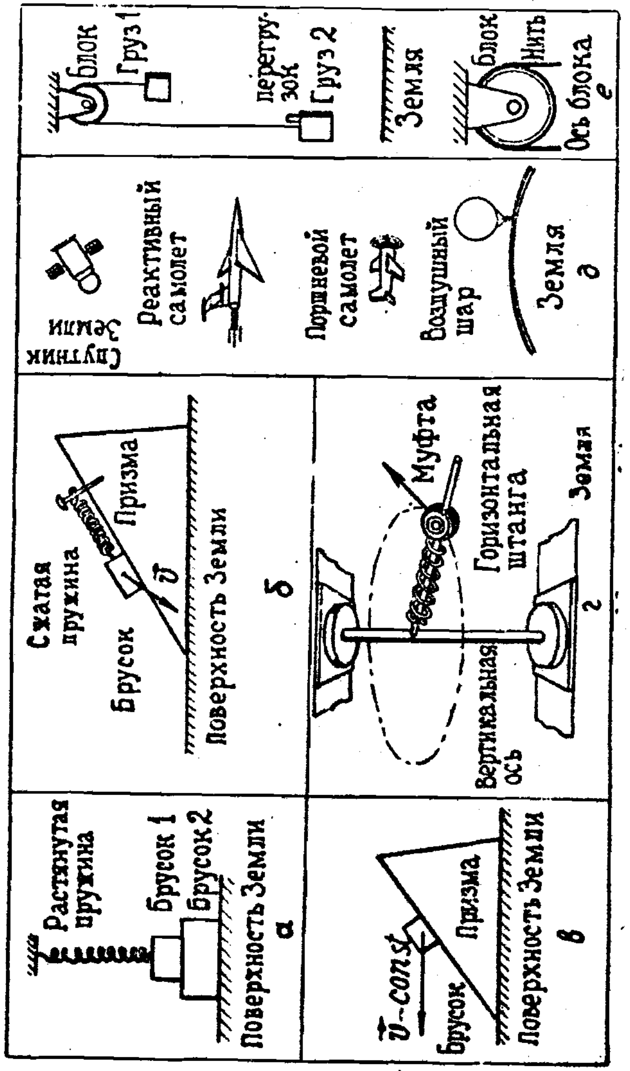


Рис. 19

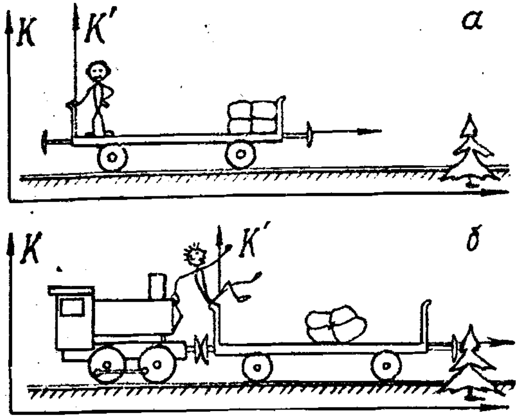


Рис. 20

81. Объяснить, почему отклоняется от вертикального положения нить с подвешенным на ней грузом, если нить потянуть за свободный конец в горизонтальном направлении.

82. Объяснить, каким образом возникает сила, разгоняющая и удерживающая человека на шероховатой поверхности горизонтальной карусели, когда последняя приходит во вращение вокруг вертикальной оси.

83. Небольшое тело начинает соскальзывать без начальной скорости с вершины закрепленной полусферы по ее гладкой поверхности и, наконец, отрывается от нее, продолжая свободный полет. Объяснить, почему по мере соскальзывания тела сила его давления на сферу уменьшается.

§ 2. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ. СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

2.1. Сила тяжести. Сила упругости. Закон Гука

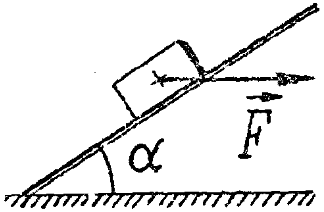


Рис. 21

84. На брусок массой $m = 0{,}50$ кг, соскальзывающий по гладкой наклонной плоскости, подействовали постоянной горизонтальной силой $\vec{F}$, как показано на рис. 21. Найти ускорение $\vec{a}$ бруска, если: а) $F = 6{,}5$ Н; б) $F = 4{,}1$ Н. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 43^\circ$.

85. На верхний конец вертикальной жесткой штанги, установленной на тележке, надета муфта массой $m = 0{,}90$ кг. Найти силу $\vec{F}$, с которой муфта действует на штангу, когда тележка движется по горизонтальной поверхности с постоянным по модулю ускорением $a = 6{,}8$ м/с^2.

86. Тележка с укрепленным на ней отвесом движется по наклонной плоскости с ускорением $a = 2{,}5$ м/с^2, направленным вверх параллельно линии наибольшего ската. Найти угол β между нитью отвеса и перпендикуляром к наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 37^\circ$.

87. Если пережечь нить Н, связывающую грузы 1 и 2, висящие на резиновом шнуре, верхний груз 1 приходит в движение с ускорением $a_1 = 4{,}7$ м/с^2 (рис. 22,а). Найти ускорение $\vec{a}_2$, с которым придет в движение груз 2 после пережигания нити Н, если подвешенные к тому же резиновому шнуру грузы поменять местами (рис. 22,б).

88. Тонкую нерастяжимую нить длиной $\ell = 10$ м с подвешенным к ее нижнему концу небольшим шариком отклонили от вертикали на угол $\alpha = 45^\circ$. Какую скорость $\vec{v}$ нужно сообщить шарику, чтобы он стал двигаться в горизонтальной плоскости? Каковы период T движения шарика и сила F натяжения нити, если масса шарика $m = 50$ г?

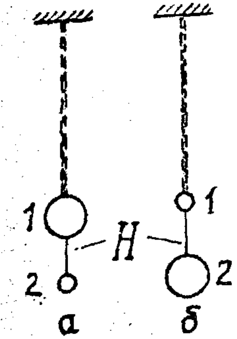


Рис. 22

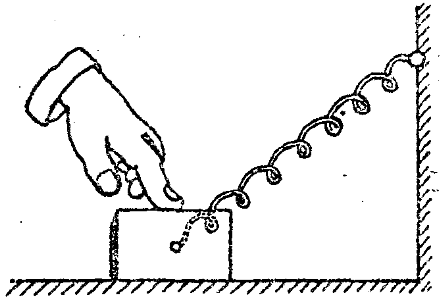


Рис. 23

89. Концы легкой пружинки шарнирно прикреплены к стенке и бруску массой $m = 0{,}25$ кг, который удерживают на горизонтальной поверхности, растянув в пружинку вдвое против ее длины $\ell_0 = 10$ см в недеформированном состоянии (рис.23). В этом положении ось пружины образует угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Найти ускорение a бруска сразу после того, как он будет отпущен. Жесткость пружины $k = 80$ Н/м.

90. Г-образная жесткая штанга вращается в горизонтальной плоскости вокруг оси О, проходящей через один ее конец (рис. 24, вид сверху). Концы пружинки шарнирно прикреплены к оси и муфточке массой $m = 0{,}25$ кг, скользящей без трения по колену штанги, на которое она надета. Найти длину

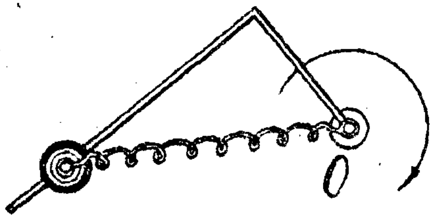


Рис. 24

пружинки ℓ, когда система вращается с угловой скоростью $\omega = 12$ рад/с. Длина нерастянутой пружинки $\ell_0 = 17$ см, жесткость $K = 0{,}32$ кН/м. Найти силу давления $\vec{Q}$ муфточки на штангу.

91. Два одинаковых бруска массой $m = 1{,}0$ кг каждый соединены однородным стержнем такой же массы, параллельным горизонтальной поверхности, по которой движется система под действием горизонтальной силы $F = 18$ Н, приложенной к правому бруску вдоль оси стержня (рис. 25). Найти силу $\vec{Q}$, с которой стержень действует на левый брусок.

92. На верхний и нижний торцы вертикально расположенного однородного бруска массой $m = 8{,}0$ кг действуют направленными вертикально вверх силами $F_1 = 24$ и $F_2 = 40$ Н соответственно. Найти ускорение бруска $\vec{a}$ и силу $\vec{N}$, с которой верхняя половина стержня действует на нижнюю.

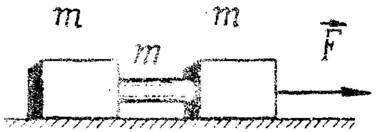


Рис. 25

93. На краю гладкого горизонтального стола смонтирован легкий блок, вращающийся на горизонтальной оси. Если один из двух грузов, привязанных к концам тонкой нерастяжимой нити, которая перекинута через блок, поместить на доску и отпустить, то система приходит в движение, а нить при этом натягивается с силой $T = 0{,}78$ Н. Если поменять грузы местами, то ускорение системы изменится в $n = 3{,}9$ раз. Найти массы грузов m_1 и m_2, а также силу давления Q блока на ось.

94. Два бруска с массами $m_1 = 1{,}5$ кг и $m_2 = 2{,}5$ кг, соединенные пружинкой, тянут за нить, привязанную к бруску массой m_1, натягивая ее параллельно гладкой горизонтальной поверхности, по которой скользят бруски. Когда нить оказалась натянутой с силой $F = 57$ Н, а бруски двигались с одинаковым ускорением, она разорвалась. Найти ускорения a_1 и a_2 обоих брусков сразу после разрыва нити.

95. Легкий горизонтальный стержень с насаженными на его концах небольшими шариками массами $m_1 = 0{,}10$ кг и $m_2 = 0{,}20$ кг образуют жесткую конструкцию с вертикальной осью, закрепленной в подшипниках. Расстояния шариков до оси $R_1 = 30$ см и $R_2 = 20$ см. Определить силу F, действующую на ось со стороны стержня, когда система вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 12$ рад/с вокруг вертикальной оси.

96. Через легкий блок, вращающийся без трения на закрепленной горизонтальной оси, перекинута тонкая нерастяжимая нить, к концам которой привязаны цилиндры одинаковой массой $M = 150$ г каждый. Найти ускорение a, с которым система придет в движение, если на один из цилиндров положить груз массой $m = 10$ г. Определить также силу T натяжения нити, силу давления N груза на цилиндр и силу N_0 давления блока на ось во время движения системы.

2.2. Сухое трение (трение покоя, скольжения). Сила сопротивления

97. Брусок массой $m = 2$ кг, лежащий на шероховатой горизонтальной поверхности, приходит в движение с ускорением $a = 3$ м/с^2, если на него действовать горизонтальной силой $F = 11$ Н. Каково наименьшее значение горизонтальной силы F_0, действуя которой, брусок можно еще сдвинуть с места?

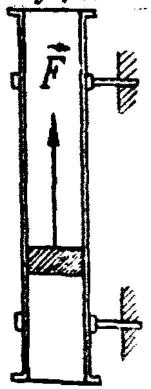


Рис.26

98. Поршень может скользить по вертикально закрепленной трубе (рис. 26), опускаясь с ускорением $\vec{a}_0 = \vec{g}/10$ ($\vec{g}$ – ускорение свободного падения), если на него не действовать извне. Найти ускорение поршня $\vec{a}$, если на него действовать вертикальной силой $\vec{F}$ ($F = 0{,}16$ кН). Масса поршня $m = 10$ кг, сила трения между стенками трубы и поршнем не зависит от его скорости.

99. Брусок массой $m_1 = 0{,}50$ кг лежит на доске массой $m_2 = 1{,}5$ кг, которая может скользить по гладкой горизонтальной поверхности. Найти ускорение доски a, если

тонкую нить, привязанную к бруску, потянуть в горизонтальном направлении с силой: $F_1 = 0{,}90$ Н; $F_2 = 1{,}9$ Н; $F_3 = 2{,}9$ Н. Коэффициент трения бруска о доску $k = 0{,}22$.

100. Какой минимальной силой F_0 нужно действовать под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту на брусок массой $m = 1{,}0$ кг, лежащий на шероховатой горизонтальной поверхности, чтобы сдвинуть его с места (рис. 27,а)? Коэффициент трения бруска о поверхность $k = 0{,}50$. Найти ускорение бруска a, если силой F_0 действовать, как показано на рис. 27,б,в. Как ведет себя брусок в случае, изображенном на рис. 27,г?

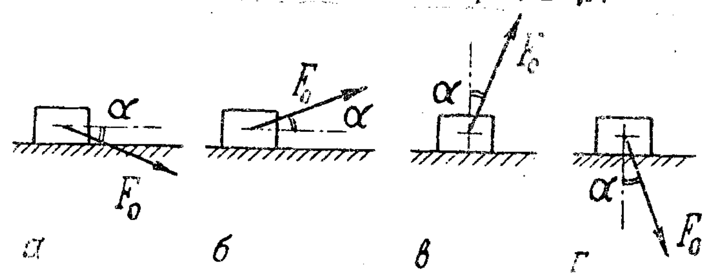


Рис. 27

101. Диск с лежащей на его шероховатой поверхности небольшой монеткой приводится во вращение в горизонтальной плоскости с исчезающе малым угловым ускорением. Найти угловую скорость ω_0 вращения диска, по достижении которой монетка, находящаяся на расстоянии $\ell = 17$ см от оси вращения диска, начнет скользить по его поверхности. Коэффициент трения монетки о диск $k = 0{,}21$. Построить график зависимости силы трения, действующей на монетку массой m, от угловой скорости вращения диска ω.

102. Брусок массой m лежит на доске, угол α наклона которой к горизонту можно изменять. Построить график зависимости от α ($0 \le \alpha \le 90^\circ$) силы трения f, действующей на брусок со стороны доски. Коэффициент трения бруска о доску k. Рассмотреть случаи $k < 1$, $k = 1$, $k > 1$.

103. На каком максимальном расстоянии s от вершины полусферы радиусом $R = 45$ см, отсчитанном вдоль ее поверхности, можно положить небольшое тело, чтобы оно не соскользнуло? Коэффициент трения тела о поверхность сферы $k = 0{,}75$.

104. Доска массой $m_1 = 1{,}7$ кг с лежащим на ней кирпичом массой $m_2 = 3{,}0$ кг может без трения скользить по горизонтальной поверхности. Какой горизонтальной силой F нужно действовать на кирпич, чтобы он стал скользить по доске? Коэффициент трения кирпича о доску $k = 0{,}91$.

105. Дождевая капля падает на землю с постоянной скоростью $v = 9$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали. Найти скорость u горизонтально движущихся масс воздуха, частично увлекающих дождевые капли, и скорость капли v' относительно движущегося воздуха.

106. Капелька тумана падает в воздухе со скоростью $v_1 = 1$ мм/с, капелька вдвое больших размеров – со скоростью $v_2 = 2$ мм/с. Установить, зависит ли коэффициент сопротивления β от размеров капель. Сила сопротивления движению капелек малых размеров пропорциональна скорости их движения.

2.3. Сила гравитации, сила тяжести. Вес, невесомость

107. Найти массу Солнца M и его среднюю плотность ρ по известным расстоянию r от Солнца до Земли и длительности земного года T. Угловой диаметр Солнца $\alpha = 16'$.

108. Найти массу Земли M, зная ее средний радиус R и ускорение свободного падения $g_0 = 9{,}83$ м/с^2 на географическом полюсе планеты. Значение гравитационной постоянной приведено в таблицах.

109. Определить ускорение свободного падения $g_Л$ у поверхности Луны по известным радиусам Луны и Земли $R_Л$ и $R_З$, а также ускорению свободного падения g_0 на географическом полюсе Земли. Масса Земли в $\eta = 81$ раз больше массы Луны. Найти первую космическую скорость v_{10} вблизи поверхности Луны.

110. Известна фраза: "... спутник выведен на круговую орбиту вокруг Земли...". Указать и назвать систему отсчета, в которой движение спутника Земли может происходить по круговой орбите.

Как выглядит траектория полета такого спутника Земли (на небольшой высоте) в проекции на поверхность планеты в системе отсчета, связанной с вращающейся планетой?

Может ли спутник Земли двигаться по круговой орбите, центр которой находился бы, например, на географической оси планеты, но не в ее центре? Почему?

111. Найти высоту полета h спутника над поверхностью Земли, движущегося по круговой орбите со скоростью, вдвое ($n = 2$) меньшей первой космической скорости вблизи поверхности Земли. Найти также период обращения T этого спутника.

112. Два спутника выведены на экваториальные круговые орбиты. Высота полета одного спутника больше, другого – меньше высоты полета геостационарного спутника. В системе отсчета, связанной с орбитальным движением Земли, оба спутника движутся в направлении вращения планеты. Какими будут представляться движения обоих спутников в системе отсчета "Земля"?

113. В течение непродолжительного времени, когда космический корабль совершает маневр по переходу с одной орбиты на другую, его двигатели развивают постоянную силу тяги $F = 75$ Н. Найти вес тела G массой $m = 15$ кг, находящегося на корабле, во время маневра корабля, полная масса которого $M = 4{,}5$ т. Изменением массы корабля во время маневра пренебречь. Сравнить G с весом тела G_0 на Земле.

114. Найти силу G, с которой груз массой $m = 200$ кг давит на пол грузового лифта, движущегося с ускорением $\vec{a}_1 = 0{,}2\vec{g}$; $\vec{a}_2 = -0{,}2\vec{g}$, где $\vec{g}$ – ускорение свободного падения ($g = 9{,}8$ м/с^2). С каким ускорением $\vec{a}_0$ может тормозиться поднимающийся лифт, при котором груз, лежащий на полу лифта, не отстает от него?

2.4. Разные задачи

115. Тонкая нерастяжимая нить, которой брусок привязан к призме, параллельна гладкой ее грани, на которой находится брусок. Брусок начинает скользить, когда призма движется с горизонтальным ускорением $a_1 = 2{,}1$ м/с^2, перпендикулярным к ребрам призмы. С каким минимальным горизонтальным ускорением $\vec{a}_2$ должна двигаться призма, чтобы брусок отстал от ее грани?

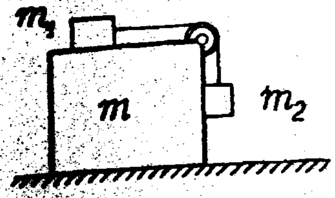


Рис. 28

116. У верхнего ребра прямоугольного бруска массой $m = 3{,}0$ кг, находящегося на горизонтальной поверхности, укреплен на оси легкий блок, через который перекинута тонкая нерастяжимая нить с привязанными к ее концам грузами с массами $m_1 = 1{,}0$ кг и $m_2 = 0{,}20$ кг (рис. 28). Свисающий конец нити вертикален, а груз на нем касается вертикальной грани. Пренебрегая трением между всеми соприкасающимися поверхностями, найти силу $\vec{F}$, которой нужно действовать на брусок, чтобы тела системы двигались с одинаковым ускорением.

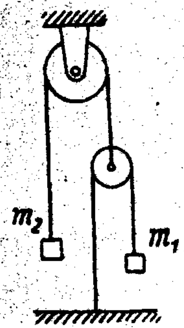


Рис. 29

117. Через легкие блоки, один из которых смонтирован у потолка, а другой может перемещаться, переброшены тонкие нерастяжимые нити с грузами $m_1 = 0{,}50$ кг и $m_2 = 2{,}00$ кг, как показано на рис. 29. Найти ускорения $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ соответствующих грузов в проекции на направление ускорения свободного падения. Найти также натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым привязаны соответственно грузы с массами m_1 и m_2.

118. Брусок массой $m = 550$ г соскальзывает по грани призмы, образующей с горизонтальной поверхностью, на которой находится призма, угол $\alpha = 37{,}0°$. Найти ускорение призмы a_0 и бруска a' относительно призмы. Масса призмы $m_0 = 800$ г. Силами трения по поверхностям соприкосновения тел пренебречь.

119. Брусок, склеенный из одинаковых половин, скользит по гладкой горизонтальной поверхности с ускорением $a = 2{,}5$ м/с^2, когда к нижней его половине приложена горизонтальная сила $F = 3{,}2$ Н. Найти силу $\vec{Q}$, с которой верхняя половина бруска действует на нижнюю.

120. Один конец легкой пружинки надет на вертикальную ось, проходящую через центр горизонтального диска, другой – прикреплен к бруску, лежащему на нем. Растягивая горизонтальную пружинку, брусок отводят в сторону на такое максимальное расстояние $\ell = 15$ см от центра неподвижного диска, на котором он еще остается в покое. Брусок начинает скользить, если диск после этого разогнать очень медленно до угловой скорости вращения $\omega = 6{,}5$ рад/с вокруг вертикальной оси. Найти коэффициент трения k бруска о поверхность диска.

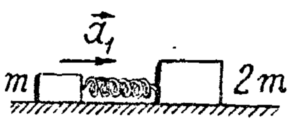


Рис. 30

121. Два бруска массами m и $2m$, соединенные легкой пружинкой, движутся по горизонтальной гладкой поверхности вправо (рис. 30). В некоторый момент ускорение $\vec{a}_1$ легкого бруска направлено в сторону его движения. Найти ускорение $\vec{a}_2$, с которым в этот момент движется другой брусок. Растянута или сжата пружина в этот момент?

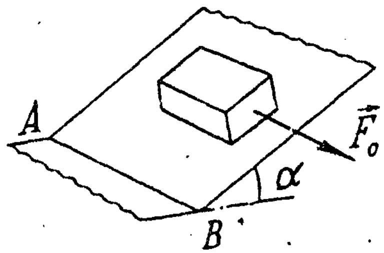


Рис. 31

122. Брусок массой $m = 0{,}25$ кг лежит на шероховатой плоской поверхности, наклоненной к горизонту под углом $\alpha = 17^\circ$ (рис. 31). С какой минимальной горизонтальной силой F_0, параллельной ребру AB двугранного угла, следует натянуть тонкую нить, привязанную к бруску, чтобы он стал скользить по шероховатой поверхности? Коэффициент трения скольжения бруска о поверхность $k = 0{,}61$.

123. Диск может вращаться вокруг оси, перпендикулярной к его поверхности и проходящей через его центр, образующей с вертикалью угол $\alpha = 13^\circ$. На расстоянии $\ell = 18$ см от оси вращения на шероховатой поверхности диска лежит небольшая монетка, которая соскальзывает, когда диск вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 2{,}9$ рад/с. Найти коэффициент трения k между монеткой и поверхностью диска.

124. Шарик подброшен у поверхности земли вертикально вверх с некоторой начальной скоростью. Построить примерный график зависимости от проходимого пути модуля ускорения $(a(s))$, с которым движется шарик.

125. Два тела одинаковой массой $m = 10$ кг, связанные тонкой нерастяжимой нитью длиной $\ell = 10$ м, падают вблизи поверхности на полюсе планеты, при этом нить остается вертикальной. Найти натяжение нити T. Радиус планеты $R = 6{,}4 \times 10^3$ км, ускорение свободного падения на полюсе планеты $g \approx 10$ м/с^2.

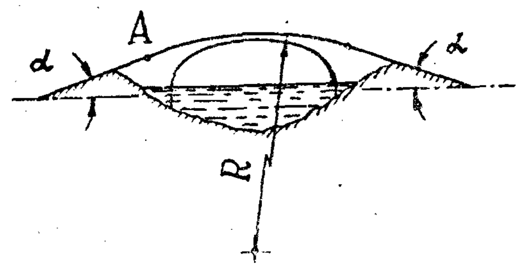


Рис. 32

126. Въезжая на мост, автомобиль массой $m = 6{,}7$ т движется с постоянной скоростью. В точке A (рис. 32), где прямолинейный участок подъема с наклоном $\alpha = 18^\circ$ к горизонту плавно переходит в арку моста с постоянным радиусом кривизны, давление автомобиля на асфальт уменьшается на $\eta = 25\%$. Найти силу давления Q автомобиля на мост в его вершинной части.

127. Объяснить, каким образом удается избежать резкого толчка, который испытывает железнодорожный вагон на стрелочном переходе, следуя с достаточно большой скоростью.

128. Какую силу тяги T и в каком направлении долж развить бортовые двигатели космического корабля полной мас сой $M = 5{,}0$ т, чтобы в течение небольшого времени обесп чить его движение со скоростью на $\Delta v = 28$ м/с большей пе вой космической скорости $v_1 = 6{,}0$ км/с на круговой орбит по которой он движется? Радиус Земли R, ускорение сво бодного падения на полюсе Земли g_0 считать известными. Ка ким будет вес G космонавта массой $m = 90$ кг на корабле время работы двигателей?

Глава III

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

§ 1. ИМПУЛЬС. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

129. Найти импульс $\vec{p}$ однородного цилиндра массой m, катящегося со скоростью v без проскальзывания.

130. Гибкий шланг массой m, свободно надетый на неподвижное кольцо, движется по нему с постоянной по модулю скоростью v. Длина однородного шланга вчетверо меньше длины кольца. Найти импульс p шланга.

131. Отталкиваясь от горизонтальной площадки, мальчик подпрыгивает на месте, разгоняясь до максимальной скорости $v_0 = 2$ м/с в конце отталкивания, длящегося $\tau = 0{,}2$ с. Найти среднюю силу $\langle Q \rangle$, с которой мальчик давит на грунт при прыжке. Масса мальчика $m = 50$ кг.

132. Шарик массой $m = 0{,}10$ кг упруго ударяется о неподвижную горизонтальную плиту, подлетая со скоростью $v = 9{,}8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к нормали к плите. Найти среднюю силу $\langle Q \rangle$ давления шарика на плиту во время удара, длящегося $\tau = 0{,}10$ с.

133. Небольшой шарик упал через $\tau = 0{,}9$ с на место, откуда был подброшен вертикально со скоростью $v_0 = 5$ м/с. Найти скорость шарика v перед ударом. Силу сопротивления воздуха положить пропорциональной скорости шарика.

134. Брусок массой $m = 0{,}57$ кг, лежащий на горизонтальной поверхности, сдвинулся с места через $\tau = 1{,}7$ с после того, как на него подействовали неизменной по направлению горизонтальной силой $\vec{F}$, пропорциональной времени ее действия и достигшей в этот момент значения $F_0 = 2{,}3$ Н. Найти скорость v бруска еще через время τ после этого.

135. На брусок массой $m = 0{,}85$ кг, вначале покоившийся на гладкой горизонтальной поверхности, подействовали в течение $3\tau = 3{,}3$ с горизонтальной силой $\vec{F}(t)$, зависящей от времени, как показано на рис. 33 (F_x, F_y – проекции $\vec{F}$ на

горизонтальные оси декартовых координат, $F_0 = 5,3$ Н). Найти скорость бруска $\vec{v}(3\tau)$.

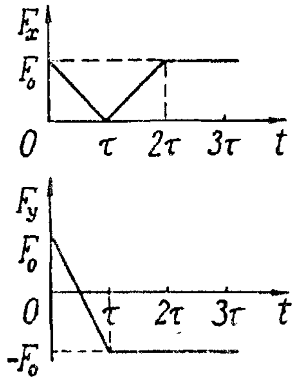


Рис. 33

136. На каждое из двух взаимодействующих друг с другом тел действуют одновременно в течение $\tau = 10$ с постоянной силой $\vec{F}$. В результате тело массой $m = 1,5$ кг изменяет направление движения на противоположное, продолжая двигаться с прежней по абсолютной величине скоростью $v_0 = 1,7$ м/с. Другое тело массой $2m$, вначале неподвижное, приобретает скорость v_0, перпендикулярную к направлению движения первого тела. Найти силу $\vec{F}$, задав ее направление углом ϑ по отношению к первоначальной скорости $\vec{v}_0$ движения первого тела. Найти $|\langle \vec{f} \rangle|$ – модуль среднего значения силы взаимодействия тел.

137. Из игрушечной пушки массой $M = 0,680$ кг, двигавшейся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью $u = 20$ см/с, произведен выстрел шариком массой $m = 43$ г, после которого пушка остановилась. Найти скорость v, с которой шарик вылетел из ствола пушки, наклоненного к горизонту под углом $\alpha = 20°$. Найти также среднюю силу $\langle R \rangle$, с которой пушка давила на горизонтальную поверхность во время выстрела, длившегося $\tau = 0,09$ с.

138. Шарик массой $m = 35$ г покидает ствол игрушечной пушки, наклоненный к горизонту под углом $\alpha_0 = 45°$, со ско-

ростью $v' = 5{,}2$ м/с относительно пушки, покоившейся перед выстрелом на гладком полу. Задав направление движения вылетевшего шарика углом α с горизонтом, найти скорость $\vec{v}$, с которой шарик вылетает из ствола по отношению к земле. Масса пушки $M = 0{,}25$ кг.

139. Порожняя вагонетка массой $m = 0{,}40$ т подъезжает по горизонтальной колее со скоростью $v_0 = 1{,}0$ м/с под бункер для загрузки. За $\tau = 2{,}4$ с, когда в вагонетку ссыпается из бункера $M = 1{,}0$ т песка, ее скорость уменьшается до $v = 0{,}20$ м/с. Найти средние значения действующих на вагонетку сил, тормозящих ее движение во время загрузки: $\langle f_1 \rangle$ – со стороны рельс и $\langle f_2 \rangle$ – со стороны насыпаемого в вагонетку песка.

140. Найти скорость $\vec{v}$ капли, образовавшейся при слиянии капель массами $m_1 = 50$ мг и $m_2 = 80$ мг, двигавшихся перед тем со скоростями $v_1 = 4{,}6$ м/с и $v_2 = 3{,}7$ м/с в направлениях, образующих угол $\varphi = 120^\circ$ друг с другом.

141. Скорость шара массой $m_1 = 0{,}10$ кг уменьшилась с $v_0 = 3{,}6$ до $v_1 = 3{,}0$ м/с после его столкновения с вначале покоившимся шаром массой $m_2 = 0{,}40$ кг, который стал двигаться со скоростью $v_2 = 1{,}0$ м/с. Найти угол разлета шаров ϑ после их столкновения.

142. С платформы массой M, стоящей на гладкой горизонтальной поверхности, спрыгивают в продольном направлении два человека одинаковой массой m в разное время и одновременно. Найти скорость $\vec{u}$ платформы в обоих случаях, когда с нее спрыгнут оба человека. Относительная (горизонтальная) скорость, с которой каждый человек покидает платформу, равна v'. Сравнить и объяснить результаты.

143. Найти абсолютную величину импульса $\vec{p}$ однородного диска массой $m = 1{,}2$ кг радиусом $R = 40$ см, вращающегося в горизонтальной плоскости с постоянной угловой скоростью $\omega = 15$ рад/с вокруг жесткой закрепленной оси, отстоящей на расстоянии $R/2$ от центра диска. Найти абсолютную величину F той добавочной силы, действующей на ось со стороны диска, которая обусловлена вращением диска с угловой скоростью ω.

144. Когда тонкий однородный стержень длиной $\ell = 50$ см, опирающийся одним концом на стол, удерживают за нить, при-

вязанную к его верхнему концу, он образует с гладкой горизонтальной поверхностью стола угол $\alpha = 37^\circ$. На сколько $\Delta \ell$ переместится нижний конец стержня, когда он упадет на стол после пережигания нити?

145. К концам тонкой жесткой спицы прикреплены небольшие шарики массами m и $2m$. В состоянии невесомости в шарик массой m попадает такой же пластилиновый шарик, летящий со скоростью v_0, перпендикулярной к спице, и прилипает к нему. Найти скорость $\vec{v}$, с которой после неупругого столкновения будет двигаться середина спицы.

§ 2. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА, МОЩНОСТЬ. МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В МЕХАНИКЕ

146. На ящик массой $m = 50$ кг, лежащий на шероховатой горизонтальной поверхности, подействовали постоянной силой $F = 0{,}80$ кН, направленной под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, как показано на рис. 34,а,б. Найти работу А, совершенную силой $\vec{F}$ за первые $\tau = 5{,}0$ с ее действия. Коэффициент трения ящика о поверхность $k = 0{,}50$.

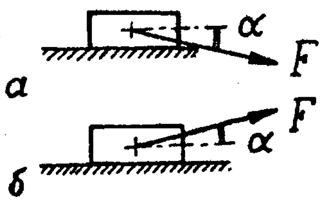


Рис. 34

147. На край доски массой $M = 3{,}2$ кг, лежащей на гладкой горизонтальной поверхности, поместили небольшой брусок массой $m = 1{,}6$ кг. Какая работа А будет совершена над доской за время, в течение которого брусок переместится относительно земли на расстояние, равное длине доски $\ell = 1{,}0$ м, если на брусок подействовать вдоль доски горизонтальной силой $F_1 = 4{,}2$ Н? $F_2 = 30$ Н? Коэффициент трения бруска о доску $k = 0{,}25$.

148. Какую механическую мощность N развивает человек, поднимая в гору со скоростью $v = 0{,}50$ м/с сани массой $m = 12$ кг за легкую веревку, натянутую под углом $\beta = 40^\circ$ к поверхности горы? Коэффициент трения между полозь-

ями саней и снегом $k = 0,10$. Угол наклона горы к горизонту $\alpha = 30^\circ$.

149. Мячик массой $m = 0,2$ кг, брошенный от земли со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, через $\tau = 0,4$ с поднялся на максимальную высоту Н = 1 м. Определить мощность N_0, развиваемую силой тяжести, действующей на мячик, сразу после бросания и N' на максимальной высоте, а также среднюю мощность $\langle N \rangle$ силы тяжести за время подъема на максимальную высоту.

150. Какую работу А нужно совершить, чтобы сдвинуть брусок массой $m = 0,80$ кг, лежащий на шероховатом горизонтальном столе, растягивая параллельно ему легкую пружинку, прикрепленную к бруску? Жесткость пружинки $K = 40$ Н/м, коэффициент трения бруска о стол $k = 0,25$. Какую мощность N разовьет внешняя сила, растягивающая пружинку, когда брусок сдвинется с места, если свободный конец пружинки перемещают со скоростью $v = 1,2$ м/с? Какую мощность N' развивает в тот же момент сила упругости, действующая на брусок со стороны пружинки?

151. Тело массой $m = 6,4$ кг приходит в движение из начала координат без начальной скорости и движется вдоль координатной оси Ox под действием силы $\vec{F} = \vec{F}_x$. На рис. 35 изображен график зависимости $F_x(x)$, на котором $x_3 - x_2 = x_2 - x_1 = x_1 = \ell = 1,0$ м. В точке с координатой x_2 тело движется со скоростью $v_2 = 10$ м/с. Найти силу F_1, действующую на тело, и его скорость v_1, когда оно находится в точке с координатой x_1. Найти работу А, произведенную силой $\vec{F}$ над телом за время его движения из начала координат в точку с координатой x_3.

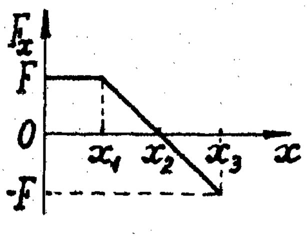


Рис. 35

152. С какой минимальной высоты $h_{мин}$ следует отпустить с горки без начальной скорости небольшое тело, скользящее без трения, чтобы оно смогло выполнить "мертвую петлю" по ободу радиуса R ? С какой минимальной силой Q бу-

дет давить на обод тело массой m , если его отпустить с горки на высоте $2h_{мин}$?

153. Какую минимальную скорость v_0 нужно сообщить небольшому шарику, чтобы он поднялся на максимальную высоту, если он: 1) подвешен на тонкой нерастяжимой нити; 2) прикреплен к нижнему концу легкого стерженька, верхний конец которого закреплен в шарнире? Длина нити и стерженька l .

154. К гвоздику, вбитому в стену, подвешен шарик на тонкой нерастяжимой нити длиной l_0 = 50 см. На каком минимальном по вертикали расстоянии l от гвоздика с нитью следует вбить другой гвоздик, чтобы на него стала наматываться нить с шариком, отпущенным без начальной скорости из положения, в котором нить горизонтальна?

155. Монетка массой m = 5,0 г приходит в движение без начальной скорости, если ее положить на шероховатую поверхность полусферы на высоте h_1 = 89 см и, продолжая скользить, отрывается от полусферы на высоте h_2 = 58 см от горизонтального основания, к которому прикреплена полусфера. Найти скорость v_2 монетки в момент отрыва ее от поверхности полусферы, а также работу А силы трения над монеткой при ее соскальзывании.

156. Если брусок массой m = 0,68 кг, лежащий на шероховатой наклонной плоскости, резко толкнуть, сообщив ему скорость v_0 = 10 м/с, он останавливается, соскользнув по линии наибольшего ската на l = 2,5 м. Какую работу А надо совершить, резко толкнув брусок вдоль наклонной плоскости, чтобы он вернулся в исходную точку? Плоскость наклонена к горизонту под углом α = 30°.

157. Брусок массой m = 0,17 кг, лежащий на шероховатой горизонтальной поверхности, привязан к стенке горизонтально натянутой нитью, продетой через пружинку, жесткость которой K = 0,48 кН/м. В этом положении пружинка сжата вдвое против длины l_0 = 10 см в недеформированном состоянии. Найти максимальную скорость $v_{макс}$ бруска и пройденный им путь s после пережигания нити. Коэффициент трения бруска о шероховатую поверхность k = 0,23.

158. Найти работу А по торможению космического аппарата массой m = 1,5 т при посадке на Луну. Перед торможе-

нием аппарат двигался по круговой орбите на высоте $h = 60$ км над планетой. Ускорение свободного падения у поверхности Луны $g_л = 1,6$ м/с^2.

159. Человек поднимается на эскалаторе метро, держа в руках портфель массой $m = 3,5$ кг. Найти механическую работу А, совершаемую человеком над портфелем за время подъема на эскалаторе с глубины $h = 24$ м, в системах отсчета "движущийся эскалатор", "Земля".

160. Пружина жесткостью $K = 0,36$ кН/м с прикрепленной к ней муфтой массой $m = 0,47$ кг надета на жесткую гладкую штангу, другой конец пружины закреплен на оси, вокруг которой система может поворачиваться в горизонтальной плоскости. Найти работу А, которую необходимо произвести, заставив муфту двигаться по окружности, радиус которой вдвое больше длины $\ell_0 = 13$ см нерастянутой пружины.

161. Два небольших груза массой $m = 0,57$ кг каждый прикреплены к нижним концам жестких стержней одинаковой длины $\ell = 35$ см. Верхние концы стержней шарнирно закреплены на вертикальной оси. Найти работу А, которую следует произвести, увеличив скорость вращения системы вокруг вертикальной оси, чтобы стержни разошлись на угол, вдвое больший первоначального $\alpha = 27^\circ$.

162. На блок намотан тонкий нерастяжимый канат с подвешенным на нем грузом массой $m = 16$ кг. Когда груз опускается со скоростью $v = 0,75$ м/с, блок вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр, с постоянной угловой скоростью $\omega = 5,7$ рад/с. Найти момент сил трения M, действующих в оси блока, развиваемую ими мощность N и работу А, произведенную ими за $n = 15$ оборотов блока.

§ 3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА

163. Шар упруго сталкивается с другим таким же шаром, вначале покоившимся. Показать, что после столкновения шары разлетаются под прямым углом. Поверхности шаров гладкие.

164. Шар массой $m_1 = 0,30$ кг, движущийся со скоростью $v = 12$ м/с, налетает на покоящийся шар массой $m_2 =$

= 0,50 кг с прицельным расстоянием, равным радиусу обоих шаров. Найти скорости v_1 и v_2 шаров после их упругого столкновения. Шары гладкие.

165. В покоящуюся на льду шайбу массой M = 200 г упруго ударяется шайба массой m = 100 г, которая отлетает после удара перпендикулярно к направлению своего первоначального движения. Под каким углом φ к первоначальному направлению движения налетающей шайбы будет двигаться после удара покоившаяся шайба? Трением пренебречь.

166. Небольшие шарики с массами m_1 = 50 г и m_2 = 150 г висят на нерастяжимых нитях длиной ℓ = 55 см, едва касаясь друг друга. Нить с шариком меньшей массы отклоняют на угол $\alpha = 70^\circ$ от вертикали и отпускают без начальной скорости. Найти высоты h_1 и h_2, на которые поднимутся шарики после центрального упругого столкновения.

167. Бруски с массами m_1 = 0,90 кг и m_2 = 1,6 кг положены на гладкую горизонтальную поверхность и связаны нитью, продетой через пружинку, жесткость которой K = 0,50 кН/м. При натянутой нити пружинка сжата вдвое против длины ℓ_0 = = 10 см в недеформированном состоянии. Найти максимальные скорости движения брусков v_1, v_2 после пережигания нити.

168. Из игрушечной пушки массой M = 0,85 кг, катившейся по горизонтальной поверхности со скоростью u = 80 см/с, вылетает шарик массой m = 40 г под углом $\alpha = 40^\circ$ к горизонту, а сама пушка останавливается. Пренебрегая силами трения и сопротивления, найти работу А, произведенную выстреливающим устройством.

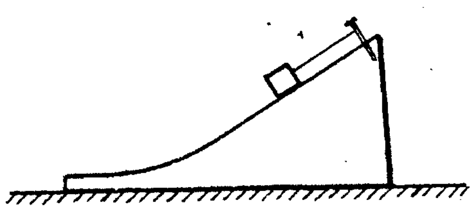


Рис. 36

169. Небольшой грузик массой m = 10 г, лежащий на гладкой поверхности горки массой M = 0,15 кг, привязан к ней нитью. У основания горки ее поверхность плавно переходит в горизонтальный участок (рис. 36). Горка может скользить

без трения по горизонтальной поверхности, на которой она вначале покоится. Найти скорость v, с которой после пережигания нити будет двигаться грузик, соскочив с горки, а также работу А, произведенную над горкой за время соскальзывания грузика. Высота $h = 0,12$ м (см. рис. 36).

170. К концам жесткой тонкой штанги длиной $\ell = 50$ см прикреплены шарики массой $M = 200$ г каждый. Вначале покоившаяся в вертикальном положении штанга может без трения поворачиваться вокруг оси, проходящей через ее середину (рис. 37). Брусок массой $m = 100$ г, скользивший со скоростью $v_0 = 10$ м/с по гладкой горизонтальной поверхности, упруго ударившись о нижний шарик, отскакивает в обратном направлении со скоростью $v = 6$ м/с. Найти угловую скорость вращения штанги ω после соударения.

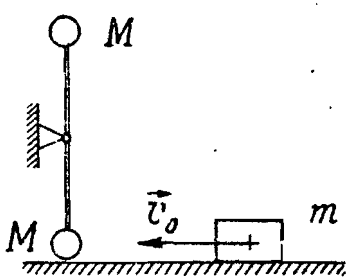


Рис. 37

171. Шарик упруго ударяется о вертикальную стенку, подлетая к ней со скоростью $v_0 = 8$ м/с под углом $\alpha_0 = 45^{\circ}$ к перпендикуляру к стенке. Найти угол отражения β шарика от стенки. Длительность соударения $\tau = 0,06$ с, стенка и шарик гладкие.

Глава IV

СТАТИКА

§ 1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

172. Однородная жесткая горизонтальная балка массой $m = 10$ т опирается серединой на опору А и прижимается одним своим концом к опоре В, когда на другой ее конец действуют в вертикальной плоскости силой $F = 0,12$ МН в направлении, образующем угол $\alpha = 45°$ с продольной осью балки (рис. 38). Найти силы N_A и N_B, с которыми балка давит на опоры А и В в вертикальном направлении, а также минимальную силу F_0, действующую в прежнем направлении, при которой балка сдвигается.

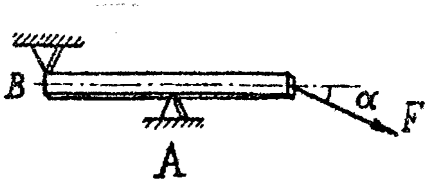


Рис. 38

173. Однородная жесткая штанга массой $m = 10$ кг может без трения поворачиваться в вертикальной плоскости вокруг оси, отстоящей на расстояниях $a = 1,6$ м и $b = 90$ см от ее концов (рис. 39). К короткому плечу рычага-штанги при-

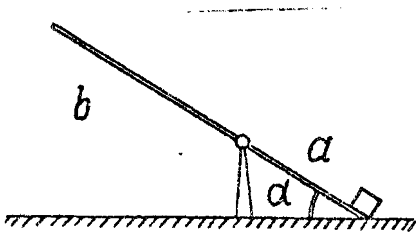


Рис. 39

креплен небольшой груз массой M = 50 кг, опирающийся на горизонтальную поверхность, с которой штанга образует угол α = 35°. Какой минимальной силой F_0 нужно подействовать на верхний конец штанги, чтобы давление груза на поверхность исчезло? Можно ли, продолжая действовать на штангу силой F_0', повернуть штангу в горизонтальное положение?

174. Действуя на однородный прямоугольный брусок массой m = 1,85 кг горизонтальной силой, приложенной в центре передней грани бруска, обеспечивают его скольжение с постоянной скоростью по шероховатой горизонтальной поверхности. Найти силу $\vec{Q}$, действующую на скользящий брусок со стороны поверхности, и положение точки приложения этой силы. Коэффициент трения бруска о поверхность k = 0,28. Размеры бруска (a = = 18 см, b = 11 см) указаны на рис. 40.

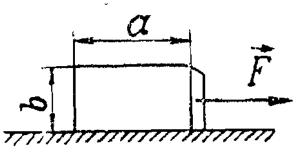


Рис. 40

175. Жесткий лист наждачной бумаги с помещенным на него спичечным коробком медленно поворачивают вокруг горизонтальной оси (рис. 41). Опрокинется ли при этом коробок или прежде он станет соскальзывать? При каком угле α произойдет или то, или другое? Коэффициент трения коробка о наждачную бумагу k = 1,4. Размеры грани коробка (с этикеткой) $a \times b$ = 50 x 37 мм^2.

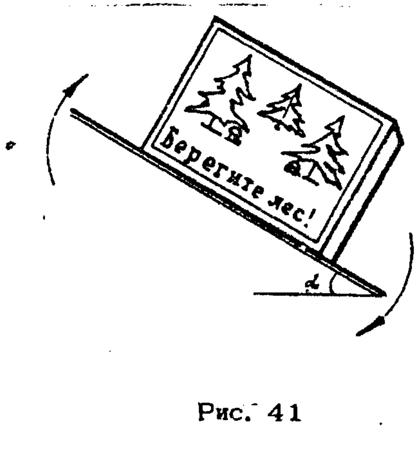


Рис. 41

176. Установив, какие из систем изображенных на рис. 42,а–г,е, находятся в равновесии, указать является ли оно устойчивым, безразличным или неустойчивым. Изображенный на рисунках диск однороден и может без трения поворачиваться в вертикальной плоскости вокруг оси, проходящей через его центр; нити (с грузами) легкие, трение в осях отсутствует, стержень однороден (см. рис. 42,д).

177. Однородный диск может без трения поворачиваться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр. В нижней точке диска на нити подвешен груз массой m_1=0,200 кг. На какой угол α окажется повернутым диск в новом положении устойчивого равновесия, если в двух других периферийных точках диска, находящихся друг от друга на расстоянии, равном их удалению от нижней точки диска, подвесить грузы с массами m_2= 0,025кг и m_3= 0,075кг?

178. Однородный диск может поворачиваться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр. Концы недеформированной пружинки жесткостью K= 27 Н/м шарнирно закреплены в нижней точке диска и в точке, расположенной ниже на одной вертикали с центром диска. В этом положении длина пружинки равна радиусу диска R= 11 см. Какой массы m' груз следует подвесить к диску в его верхней точке, чтобы в положении устойчивого равновесия системы диск был повернут на 90° по сравнению с первоначальным? Какую минимальную работу А нужно совершить, чтобы, повернув диск, возвратить его в исходное положение?

179. В точках поверхности однородного прямоугольного бруска, лежащего на горизонтальной поверхности, приложили силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2=-\vec{F}_1$, линия действия которых горизонтальна и проходит через центр бруска. Изменится ли механическое состояние бруска, если точки приложения сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ поменять местами? Ответить на вопрос, считая брусок абсолютно твердым; выполненным из упругого материала.

180. Найти положение центра тяжести однородных плоских уголка и диска с вырезом. Необходимые размеры указаны на рис. 43,а, б.

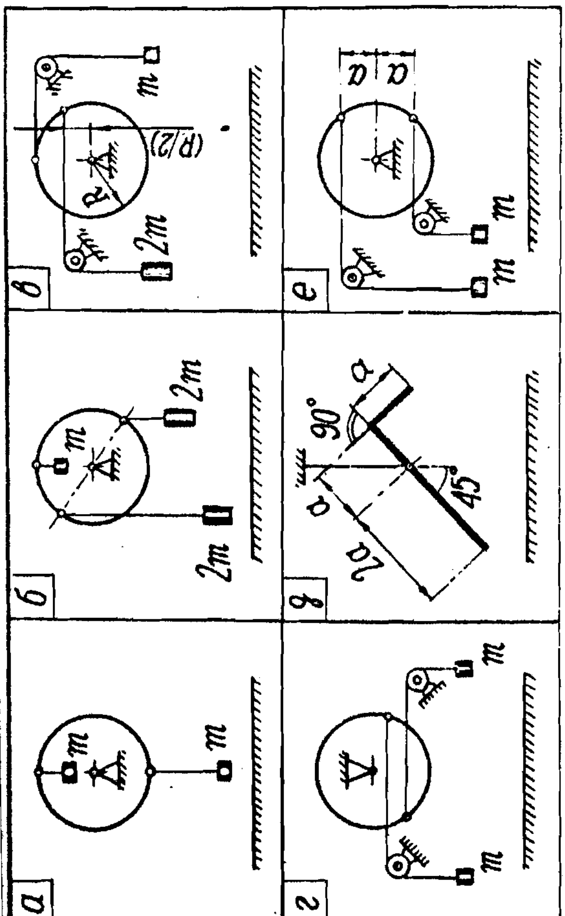


Рис. 42

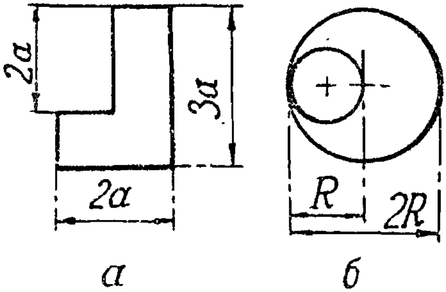


Рис. 43

§ 2. ГИДРО- И АЭРОСТАТИКА

181. На сколько (Δp) изменится давление у дна цилиндрического сосуда, в который налита вода, если: опустить плавать в воду деревянный брусок массой m = 0,25 кг; погрузить этот брусок целиком под воду, привязав его ко дну сосуда тонкой нитью? Плотность воды ρ_0 , дерева ρ = 0,80 г/см^3. Площадь дна сосуда S = 5,0 дм^2.

182. В одно из колен U-образной трубки со ртутью налили воды, столбик которой имеет высоту h = 13 см. На сколько (Δp) изменилось при этом давление в изгибе трубки? Плотность воды ρ . Выразить Δp в единицах СИ, миллиметрах ртутного и водяного столба.

183. В гидростатическом прессе (рис. 44) массы поршней m_1 = 2,5 кг и m_2 = 4,1 кг, а площади поперечного сече-

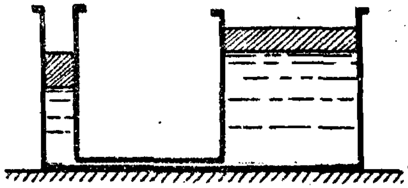


Рис. 44

ния соответствующих цилиндров $S_1 = 1,2$ дм^2 и $S_2 = 5,2$ дм^2. Найти разность уровней масла $|\Delta h|$ в цилиндрах, когда поршни находятся в равновесии, а также давление p в трубке, соединяющей цилиндры пресса в их основаниях. В рабочий объем залито $m = 14$ кг масла, плотность которого $\rho = 0,80$ г/см^3. Атмосферное давление p_0 – нормальное.

184. Камера высотой $h = 11$ м перед стартом в космос сообщалась с атмосферой. Найти разность давлений Δp в миллиметрах ртутного столба у "пола" и "потолка" камеры во время ее вертикального подъема с ускорением $a = 84$ м/с^2 на высоте Н = 100 км над поверхностью Земли. Плотность воздуха у поверхности Земли $\rho = 1,3$ кг/м^3, радиус Земли R.

185. К легкой пружинке жесткостью $k = 42$ Н/м подвешено тело объемом $V = 59$ см^3. Тело находится внутри стакана и не касается его дна и стенок. Наливая в стакан масло, замечают, что пружинка перестает укорачиваться после того, как тело переместится из своего первоначального положения на $b = 12$ мм. Найти плотность масла ρ.

186. Сосуд с водой и плавающей в ней деревянной шайбой движется с ускорением $\vec{a} = -\vec{g}$, где $\vec{g}$ – ускорение свободного падения. Сравнить глубину h погружения шайбы в этом случае с глубиной погружения в покоящемся сосуде. Найти h. Высота шайбы Н = 50 мм, плотность воды ρ_0, дерева $\rho = 0,80$ г/см^3. Найти также изменение давления Δp на глубине погружения шайбы, обусловленное ускоренным движением системы.

187. "Воздушный шарик" объемом $V = 12$ дм^3, наполненный легким газом, удерживают за нитку, натянутую с силой $T = 0,055$ Н. С каким ускорением a начнет подниматься шарик, как только нить оборвется? Масса воздушного шарика $m = 4,0$ г. С какой силой F действует на оболочку шара массой $m_0 = 1,5$ г наполняющий ее газ в момент обрыва нити?

188. После прекращения действия силы, удерживающей пробковый шар массой $m = 100$ г под водой на глубине $h_1 = 10$ дм, шар вынырнул, поднявшись над поверхностью воды на $h_2 = 4$ дм. Найти среднюю силу $\langle F \rangle$ сопротивления воды движению шара. Плотность пробки $\rho = 0,20$ г/см^3, воды ρ_0. Сопротивление воздуха не учитывать.

189. Деревянный прямоугольный брусок массой $m = 0,72$ к[г] и высотой H = 60 мм плавает в воде. Найти работу А, которую нужно совершить, чтобы полностью погрузить брусок под воду. Плотность дерева ρ = 0,80 г/см^3, воды ρ_0 . Уровень воды считать неизменным.

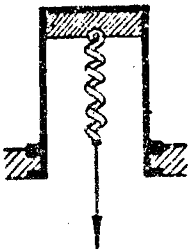


Рис. 45

190. Поршень массой m = 1,0 кг и сечением S = 10 см^2 силой атмосферного давления p_0 = 0,10 МПа прижат ко дну открытого снизу закрепленного цилиндра (рис. 45). Поршень герметично прилегает к гладким стенкам цилиндра. Найти работу А, которую нужно совершить, чтобы оторвать поршень от дна цилиндра, растягивая пружину жесткостью k = 0,90 кН/м, прикрепленную к поршню.

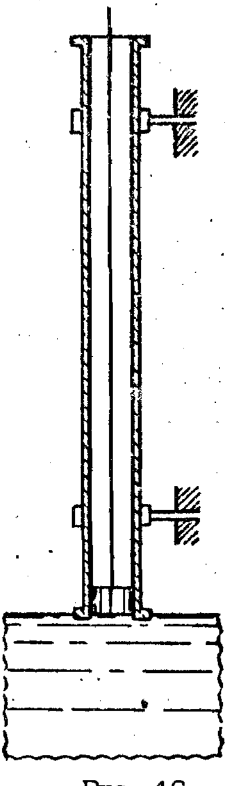


Рис. 46

191. Поршень массой m = 32 кг, герметично прилегающий к гладким стенкам вертикально закрепленной трубы высотой H = 20 м и площадью поперечного сечения S = 4,5 дм^2, может перемещаться с помощью легкого троса (рис. 46). Перед подъемом поршень находится в крайнем нижнем положении и вместе с трубой едва погружен в холодную воду. Найти работу А, которую нужно произвести, чтобы очень медленно поднять поршень за трос к верхнему концу трубы. Атмосферное давление p_0 – нормальное, плотность воды ρ . Уровень воды в бассейне считать неизменным.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Глава I

ЭЛЕМЕНТЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА ТЕЛ

§ 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

192. Оценить порядок величины среднего расстояния $\langle a \rangle$ между молекулами идеального газа при стандартных условиях. Во сколько раз найденное $\langle a \rangle$ превышает диаметр атома гелия $d_{He} = 0{,}20$ нм?

193. Оценить приближенно среднее расстояние $\langle a \rangle$ между молекулами воды. Сравнить найденное значение с диаметром молекулы воды $d_{H_2O} = 0{,}3$ нм.

194. Оценить приближенно среднее расстояние $\langle a \rangle$ между равновесными положениями ближайших ионов в твердом железе, имеющем простую кубическую структуру.

195. Найти при температуре $T_0 = 273\ K$ среднеквадратичную скорость $v_{кв}$ молекул водорода и пылинки массой $m = 0{,}1$ нг, взвешенной в воздухе.

196. Твердое железо находится в тепловом равновесии с его расплавом. Каковы среднеквадратичные скорости движения ионов железа в твердой и жидкой фазах?

197. Почему лед, находящийся в тепловом равновесии с водой, испаряется значительно медленнее воды?

198. Подвешенный на нити нафталиновый шарик массой m_0 испарился в течение года. Какой была масса m шарика за полгода до того, как он испарился? Скорость испарения пропорциональна площади поверхности шарика.

§ 2. УПРУГИЕ СВОЙСТВА И ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ И ЖИДКОСТЕЙ

199. На сколько (ΔN) оборотов больше сделала бы стальная железнодорожная колесная пара зимой, чем летом, прокатываясь без проскальзывания расстояние s = 10 км? Температура колес на ΔT = 50 K выше летом, чем зимой. Задачу решить в предположении равномерного прогрева колес.

200. На сколько (ΔS) увеличивается площадь поверхности стального резервуара при нагревании от T_1 = 240 до T_2 = = 320 К? При 0°С площадь поверхности S = $1{,}5 \cdot 10^2$ м^2.

201. Длина цельной горизонтально лежащей на гладкой поверхности дюралевой мачты ℓ = 0,10 км. На сколько ($\Delta \ell$) укоротится мачта, после того как она будет установлена вертикально?

202. Стальной цилиндр массой m = 20 кг с плоскопараллельными торцами сжат при 273 K двумя вертикальными плитами силой N = 1,1 кН. На сколько ΔT нужно охладить цилиндр, чтобы он начал скользить? Коэффициент трения цилиндра о поверхности плит k = 0,19. Площадь поперечного сечения цилиндра S = 25 см^2.

203. Чему равен термический коэффициент объемного расширения воды при 4°С?

204. Какой объем нефти ΔV при 0°С нужно не долить в железный резервуар объемом V = $3{,}5 \cdot 10^2$ м^3, чтобы при повышении температуры на ΔT = 30 K нефть из него не выливалась?

205. На сколько (δp) повысится давление в воде, целиком заполняющей полость абсолютно твердой оболочки, если ее нагреть от T_1 = 288 K до T_2 = 290 K?

206. Вода заполняет закрытую сверху вертикально укрепленную трубку с вставленным в нее снизу легким поршнем. Найти давление p в воде вблизи поршня, если к нему подвесить груз массой m = 0,30 т. Атмосферное давление p_0 нормальное. Поршень с площадью сечения S = 5,0 см^2 герметично прилегает к гладким стенкам трубы.

207. Горизонтальная перемычка массой $m_0 = 0{,}80$ г удерживается мыльной пленкой, образовавшейся на вертикальном П-образном каркасе (рис. 47). С каким ускорением a придет в движение перемычка, если к ней прикрепить груз массой $m = 0{,}10$ г? Трением перемычки о каркас пренебречь.

208. Найти высоту h, на которую в предположении полного смачивания поднимется вода по вертикальному стеклянному капилляру диаметром $d = 0{,}040$ мм, и давление p посередине водяного столбика. Атмосферное давление p_0 нормальное.

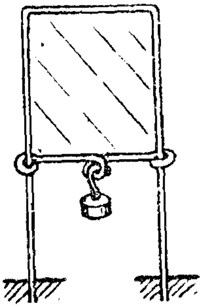


Рис. 47

§ 3. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

209. Отклоненную от вертикали на угол $\alpha = 60^\circ$ трубку длиной $\ell_0 = 1{,}0$ м с открытыми концами погружают наполовину в воду и, закрыв верхний конец, вынимают из воды, не изменяя ее наклона. Найти длину ℓ столбика воды, оставшейся в трубке. Атмосферное давление $p_0 = 0{,}099$ МПа. Температура постоянна. Плотность воды ρ. Давлением паров воды пренебречь.

210. С помощью поршневого компрессора, рабочий объем камеры которого $\Delta V = 3{,}5$ л, нагнетают воздух из атмосферы в резервуар объемом $V = 3{,}8$ м^3, в котором поддерживают постоянную температуру $T = 260$ К. В рабочем объеме камеры компрессора воздух, нагнетаемый в резервуар, нагревается до $T_1 = 320$ К. За какое время τ массу воздуха в резервуаре можно утроить ($\eta = 3$) против первоначальной, когда давление воздуха в резервуаре было равно атмосферному? Вал компрессора вращается со скоростью $n = 360$ об/мин.

211. Найти плотность ρ атмосферы, состоящей практически из углекислого газа, у поверхности планеты Венера, где давление $p \approx 9{,}0$ МПа, а температура $T \approx 0{,}75 \cdot 10^3$ К.

212. В баллонах объемом $V_1 = 12$ л и $V_2 = 18$ л, соединенных короткой трубкой с краном (трубка вначале перекрыта),

находятся газы – кислород и гелий под давлением p_1 = 21 атм и p_2 = 45 атм соответственно при одинаковой температуре T = = 300 K. Найти установившееся давление p в смеси газов, образовавшейся после открывания крана, и плотность ρ смеси газов. Молярные массы кислорода и гелия μ_1 и μ_2.

213. Найти молярную массу воздуха μ вблизи земной поверхности, состоящего в основном из кислорода и азота, содержащихся в количествах (по массе) η_1 = 21 и η_2 = 79% соответственно. Молярные массы кислорода и азота μ_1 и μ_2.

214. Необходимо составить газовую кислородно-гелиевую смесь, чтобы при ее вдыхании человек поглощал столько же кислорода, как и при таком же вдыхании воздуха земной атмосферы. Найти процентное содержание η' кислорода в такой смеси. Процентное содержание кислорода в атмосфере Земли η_1 = = 21%. Молярные массы азота и гелия μ_2 и μ_3 соответственно.

215. Посередине горизонтальной трубы, открытой с обоих концов, находится поршень с площадью поперечного сечения S = = 1,5 дм^2 и массой m = 7,9 кг, герметично прилегая к гладким стенкам трубы. Трубу закрывают с торцов и располагают вертикально. На сколько ΔT понадобится нагреть воздух под поршнем, чтобы вернуть его в среднее положение? Атмосферные условия стандартные. Поршень и труба теплонепроницаемы.

216. На рис. 48 изображены графики изменения состояния идеального газа в круговых процессах 1→2→3→1 и 1→→2→3→4→1. Круговые процессы, изображенные на рис.48,а–б, представить в координатах p, T и p, V, а изображенные на рис. 48,в–г, – в координатах V, T и p, V.

217. На рис. 49,а–г изображены графики изменения состояния идеального газа. Каждый из указанных круговых процессов изобразить в координатах p, T и V, T.

218. Указать, как изменяется объем идеального газа при его нагревании в процессе 1→2 (график $p(T)$ на рис. 50,а) и давление при его охлаждении в процессе 1→2 (график $V(T)$ на рис. 50,б).

219. Поршень массой m = 8,1 кг, находящийся посередине короткой вертикальной покоящейся трубы диаметром d = = 80 мм, открытой снизу и закрытой сверху, герметично прилегает к ее гладким стенкам. Трубу разгоняют с медленно на-

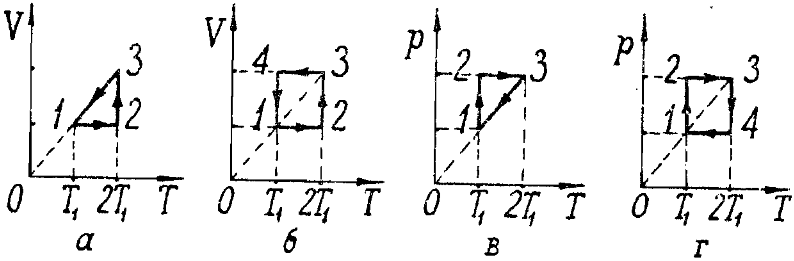


Рис. 48

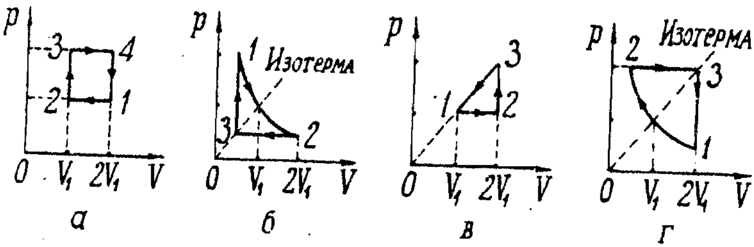


Рис. 49

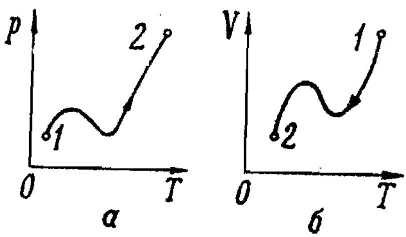


Рис. 50

растающим вертикальным ускорением. Найти ускорение поршня $\vec{a}$, когда он вылетит из трубы. Атмосферное давление p_0 нормальное, температура газа над поршнем постоянна.

220. Посередине горизонтально лежащей теплонепроницаемой трубы диаметром d = 16 см, закрытой с обоих концов и наполненной газом при давлении p = 1,2 кПа, находится поршень массой m = 3,9 кг, герметично прилегающий к ее гладким стенкам. Найти отношение объемов газа $(V_2/V_1)>1$ по обе стороны от поршня, когда труба соскальзывает по шероховатой плоскости, образующей с горизонтом угол α = 60°. Коэффициент трения трубы о плоскость k = 0,25.

Глава II

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 1. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В ТЕРМОДИНАМИКЕ

221. В баллонах, объемы которых $V_1 = 5,0$ л и $V_2 = 10$ л, соединенных короткой трубкой с краном (вначале закрыт), находятся одинаковые массы одного газа при давлении $p_1 = 0,1$ МПа и $p_2 = 0,25$ МПа соответственно. Найти установившееся давление p в газе после открывания крана. Баллоны и трубка с краном теплонепроницаемы.

222. Совершенная одноатомным газом в количестве $z = 2,50$ моль работа в процессе его изобарического нагревания $A = 0,208$ кДж. Найти повышение температуры газа ΔT, а также приращение его внутренней энергии ΔU и количество теплоты Q, подведенной к нему.

223. На рис. 51 изображена графическая зависимость давления в газе от занимаемого им объема в процессе его нагревания от начальной температуры до вдвое большей (по шкале Кельвина). Найти совершенную двухатомным газом работу A в процессе $1 \to 2$ и изменение ΔU его внутренней энергии. Начальные давление и объем газа $p_1 = 0,15$ МПа и $V_1 = 1,8$ л. Молярная теплоемкость газа C_V известна.

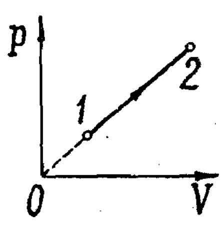


Рис. 51

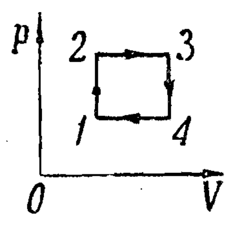


Рис. 52

224. Идеальный газ совершает замкнутый процесс (рис. 52). Цикл $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$ состоит из двух изохорических и двух изобарических процессов, протекающих соот-

ветственно в объемах V_0 , $2V_0$ при давлениях p_0 , $2p_0$. В процессах 1 → 2, 2 → 3, 3 → 4 и 4 → 1 найти работу А, совершаемую газом, приращение его внутренней энергии ΔU и полученное им тепло Q . Молярная теплоемкость газа C_V известна.

225. Тела 1 (газообразный молекулярный азот), 2 (вода) и 3 (кусок меди), взятые в количествах одного моля, одинаково нагреваются при нормальном давлении, совершая при этом работу A_1 , A_2 и A_3 соответственно. Найти отношения (A_2/A_1), (A_3/A_1), а также отношения (A_1/Q_1), (A_2/Q_2) и (A_3/Q_3), где Q_1 , Q_2 , Q_3 – количества теплоты, подведенные к азоту, воде и меди соответственно. Необходимые данные заимствовать из таблиц.

226. Какое количество теплоты Q было подведено к алюминиевому стержню массой m = 0,70 кг, удлинившемуся при нагревании на $\Delta \ell$ = 0,15 мм? Первоначальная длина стержня ℓ_0 = 25 см.

227. Медная шайба соскальзывает без начальной скорости с высоты h = 4,5 м по горке и у ее основания движется со скоростью v = 3,5 м/с. Допуская, что при соскальзывании шайбы происходит теплообмен только между шайбой и горкой и что увеличение внутренней энергии шайбы, связанное с ее нагреванием, составляет η = 85% общего изменения внутренней энергии системы "шайба–горка", найти повышение ΔT температуры шайбы за время ее соскальзывания.

228. По условию задачи 227, найти количество теплоты Q , подведенное к горке. Масса шайбы m = 0,38 кг.

229. Железный шар массой m = 10 кг, лежащий на теплоизолированной недеформируемой подставке, нагревают, подводя к нему тепло при нормальном атмосферном давлении p_0 . Какую часть η подводимой к шару теплоты составляет то ее количество, которое обусловлено взаимодействием шара с окружающими его телами?

230. На сколько (ΔT) нагреется капелька ртути, образующаяся при слиянии двух одинаковых капелек диаметром d = 0,15 мм? Коэффициент поверхностного натяжения σ для ртути известен.

231. По условию задачи 224 найти коэффициент полезного действия цикла η , совершаемого двухатомным идеальным

газом. Каким был бы коэффициент полезного действия η_0 цикла Карно, отвечающего максимальной и минимальной температурам газа, который совершает рассматриваемый цикл $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$ (см. рис. 52)?

§ 2. ИЗМЕНЕНИЕ АГРЕГАТНОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА. ВЛАЖНОСТЬ

232. Установить величину относительного вклада η % в удельную теплоту плавления льда $r = 0{,}33$ МДж/кг при стандартных условиях той ее части, которая обусловлена зависимостью r от давления. Плотность воды ρ_0, льда ρ.

233. В калориметр с водой при температуре $T_0 = 273\,K$ погружают кусок алюминия массой $m = 0{,}10$ кг, нагретый до $T_1 = 778\,K$. При этом часть воды выкипает, а в калориметре температура воды повышается до $T_2 = 278\,K$. Найти массу m' выкипевшей воды. До погружения раскаленного куска алюминия в калориметре находилось $m_1 = 1{,}0$ кг воды.

234. В сосуд пренебрежимо малой теплоемкости, содержащий $m_1 = 1{,}1$ кг воды при температуре $T_1 = 303\,K$, опускают кусок льда массой $m_2 = 0{,}40$ кг при $T_2 = 213\,K$. Найти температуру стенок сосуда θ после установления равновесия. Рассмотреть также решение задачи при начальной температуре воды $T_1' = 283\,K$.

235. Кусок льда массой $m = 1{,}0$ кг, пущенный со скоростью $v_1 = 4{,}8$ м/с по ледяной горке от ее основания, вернулся к основанию же, скользя со скоростью $v_2 = 4{,}1$ м/с. Температура льда и воздуха $T_0 = 273\,K$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти массу воды m', образовавшейся во время скольжения куска льда.

236. Пробирку с $m = 60$ г перегретой воды при $T = 382\,K$ и нормальном давлении слегка встряхивают, отчего происходит бурное вскипание. Найти массу m' выкипевшей воды. В интервале температур от $T_k = 373$ до $382\,K$ удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2$ кДж/кг$\cdot K$.

237. На сильном огне при нормальном атмосферном давлении вода продолжает кипеть, если в ней плавает небольшой

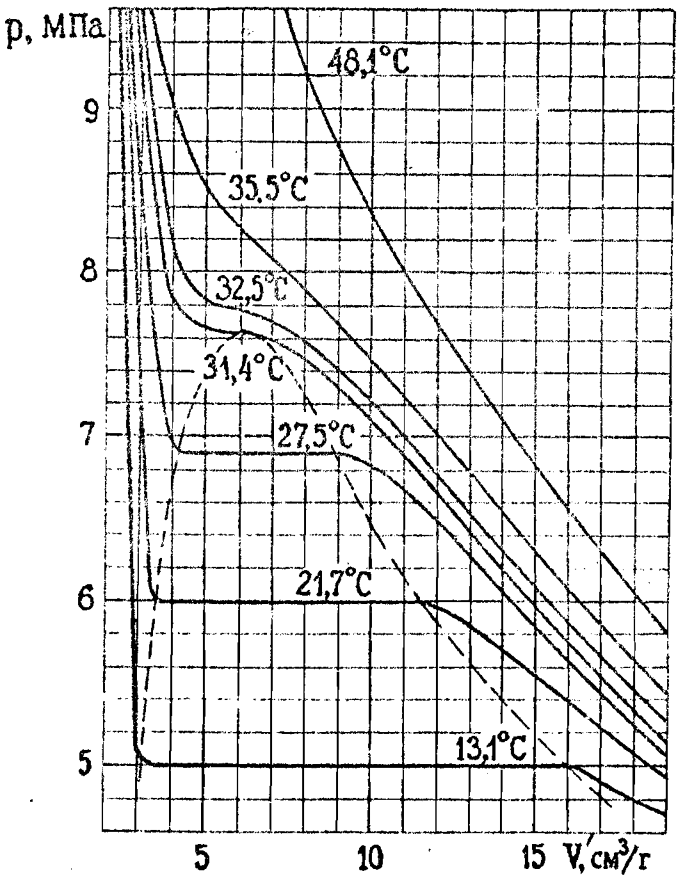


Рис. 53

кусочек льда. Какова температура плавления льда в этом случае?

238. Пользуясь графиками экспериментальных изотерм для углекислоты (рис. 53), построить график зависимости давления ее насыщенных паров от температуры при $V' = 6$ см^3/г.

239. На рис. 54 изображены графики зависимости давления пара от температуры. Каким образом эти графики могут быть получены на основании графиков экспериментальных изотерм реального газа, изображенных на рис. 53 для углекислоты? Построить график зависимости давления паров углекислоты от температуры в диапазоне от 13,1 до 48,1°С (см. рис. 53) при нагревании 6 кг углекислоты, находящейся в стальном баллоне объемом 54 л.

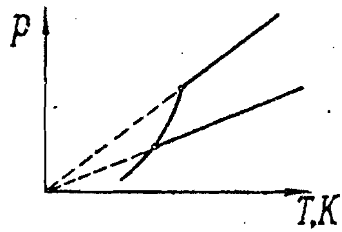


Рис. 54

240. Плотность ρ влажного воздуха, находящегося в камере объемом $V = 120$ м^3, при температуре $T = 323 K$ и давлении $p = 0,10$ МПа равна 1,04 кг/м^3. Найти упругость водяных паров $p_п$ в воздухе и их массу m в камере. Молярные массы воздуха μ и воды μ' известны.

241. Для влажного воздуха при температуре $T_1 = 293 K$ точка росы $T_2 = 281 K$. Найти абсолютную ρ_1 и относительную η_1 влажность воздуха при температуре T_1. При температуре T_1 упругость насыщенных водяных паров $p_1 = 2,33$ кПа, при T_2 – $p_2 = 1,07$ кПа. Молярная масса воды μ известна. Проиллюстрировать решение задачи, пользуясь графиками реальных изотерм, подобных соответствующим изотермам для углекислоты (см. рис. 53).

242. В цилиндре под поршнем находится водяной пар при температуре $T_1 = 453\,K$ и давлении p_1, вдвое большем нормального p_0. Водяной пар охлаждают до $T_0 = 373\,K$ и уменьшают его объем в $n = 4{,}7$ раз по сравнению с первоначальным $V_1 = 20$ л. Найти массу $m_в$ сконденсировавшейся воды. Давление насыщенных водяных паров при $T_1 = 453\,K$ составляет $10p_0$. Показать, что в расчетах по условию задачи можно не учитывать объем сконденсировавшейся воды. Молярная масса воды μ известна.

ОТВЕТЫ

МЕХАНИКА

Глава I

§ 1

2. б) $s = 2H - h = 6{,}5$ м; в) $\vec{\ell}_3 = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2$. 4. $\ell_1 = \ell_3 = 2b\sin(\alpha/2)$, $\ell_2 = 2b\sin\alpha$, $s = 2{,}000$ м. 5. $\vec{\ell} = \vec{i}(r-b) + 2\vec{j}\sqrt{b(r-b)}$, $\ell = \sqrt{r^2+2rb-3b^2}$. 8. $\vec{\ell} = \ell(\vec{i}\cos\beta + \vec{j}\sin\beta)$, $\ell = \sqrt{b^2+d^2-2bd\cos\alpha}$, $\sin\beta = (b/\ell)\sin\alpha$, ось Ox противоположна перемещению пушки, ось Oy – вертикальна. 9. $\vec{\ell}_1 = R\left[\vec{i}(\pi-2)/2 + \vec{j}\right]$, $\vec{\ell}_2 = R\left[\vec{i}(\pi-1) + 2\vec{j}\right]$, $\vec{\ell}_3 = R\left[\vec{i}(3\pi+2)/2 + \vec{j}\right]$, $\vec{\ell}_4 = 2\pi R\vec{i}$.

§ 2

10. б) $x = \left(av/\sqrt{a^2+b^2}\right)\cdot t$, $y = b\left[1 - vt/\sqrt{a^2+b^2}\right]$ при $0 \le t \le \left(\sqrt{a^2+b^2}\right)/v$. 12. $b = \sqrt{x_0^2+d^2}$. 14. $\tau = (sv_2)/[v_1(v_1+v_2)] - \tau_0 = 10$ мин, $d = 13$ км. 17. $\vec{v}' = \vec{v}_0 + \vec{v}$, $v' = v_0 - v = 13$ м/с. 21. $v' = \sqrt{v^2+u^2+2uv\cos\alpha} = 2{,}9$ м/с; $\beta = 39^\circ$. 22. $v = v_{\parallel} + \sqrt{v'^2 + v_{\perp}^2} = 9$ м/с.

§ 3

34. См. рис. 55,а–в.

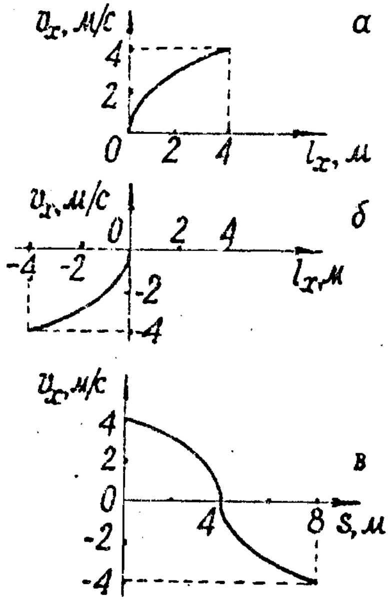


Рис. 55

36. $v_c=\sqrt{(\langle v\rangle)^2+(\Delta v)^2/4}$ = 16 м/с. 39. $d=v_0\tau/4$ = 25 м, $v'=v_0$. 41. $v_f=v(b+v\tau)/(b-v\tau)$ = 50 км/ч. 43. $b=d(v_0/2u$ … = 0,30 км.

§ 4

46. $\Delta T=T_0^2/\tau$ (τ – длительность года). 51. $v'=\sqrt{v^2-(\pi d n)^2}$ … α = 56°. 58. $t_0=\sqrt{R/a_\tau}$, $s=R/2$.

§ 5

66. v_{20} = 50 м/с, $v_2=v_{20}-v_{10}$ = 20 м/с. 67. $\langle v\rangle=2H/\tau$, $\langle u\rangle=\sqrt{gH/2}$. 68. 1) h_1 = 2,0 км, H = 10 км. 71. η =

$= \sqrt{1-3/(2\sin\alpha)^2} = 0{,}44.$ 72. $v = \sqrt{v_0^2 - 2v_0 g\tau \sin\alpha + (g\tau)^2}$.

75. $t' = v_0/(g\sin\alpha) = 1{,}4$ с.

Глава II

§ 2

84. $a = |g\sin\alpha - (F\cos\alpha)/m|$; а) $a = 2{,}8$ м/с^2, б) 0,7 м/с^2.
87. $a_2 = g^2/a_1 = 20$ м/с^2. 89. $a = g\sqrt{\mu^2 - 2\mu\sin\alpha + 1} = 28$ м/с^2, $\mu = K\ell_0/mg$. 90. $\ell = \ell_0/(1 - m\omega^2/K) = 19$ см. 93. $m_1 = T(1+n)g =$ $= 0{,}39$ кг, $m_2 = T(1+1/n)/g = 0{,}10$ кг, $Q = T\sqrt{2} = 1{,}1$ Н.
101. $\omega_0 = \sqrt{kg/R}$ (рис. 56). 105. $u = v\sin\alpha$, $v' = v\cos\alpha$.

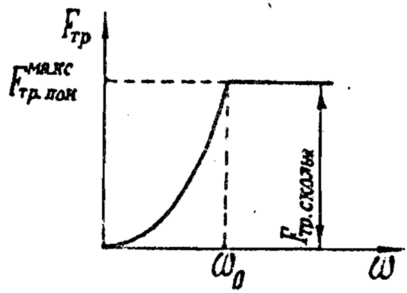


Рис. 56

106. Зависит; $(\beta_2/\beta_1) = 8v_1/v_2 = 4$. 120. $k = \omega^2\ell/2g$.
123. $k = tg\alpha + \omega^2\ell/(g\cos\alpha)$. 126. $Q = mg(1 - \eta\cos\alpha)$.

128. $T = Mv_1^2\left[2v_1\Delta v - (\Delta v)^2\right]/(g_0R^2) \approx 2Mv_1^3(\Delta v)/(g_0R^2) = 0{,}15$ кН; $G = T(m/M) = 2{,}7$ Н.

Глава III

§ 1

129. $m\vec{v}$. 130. $p = (2\sqrt{2}/\pi)mv$. 131. $\langle Q\rangle = 1$ кН.
132. $\langle\vec{Q}\rangle = m\vec{g}\left[(2v\cos\alpha)/g\tau + 1\right]$, $\langle Q\rangle = 11$ Н. 133. $v = g\tau - v_0 = 4$ м/с.

$= \sqrt{1-3/(2\sin\alpha)^2} = 0{,}44.$ 72. $v = \sqrt{v_0^2 - 2v_0 g\tau \sin\alpha + (g\tau)^2}$.

75. $t' = v_0/(g\sin\alpha) = 1{,}4$ с.

Глава II

§ 2

84. $a = |g\sin\alpha - (F\cos\alpha)/m|$; а) $a = 2{,}8$ м/с^2, б) 0,7 м/с^2.
87. $a_2 = g^2/a_1 = 20$ м/с^2. 89. $a = g\sqrt{\mu^2 - 2\mu\sin\alpha + 1} = 28$ м/с^2, $\mu = K\ell_0/mg$. 90. $\ell = \ell_0/(1 - m\omega^2/K) = 19$ см. 93. $m_1 = T(1+n)g = 0{,}39$ кг, $m_2 = T(1+1/n)/g = 0{,}10$ кг, $Q = T\sqrt{2} = 1{,}1$ Н.
101. $\omega_0 = \sqrt{kg/R}$ (рис. 56). 105. $u = v\sin\alpha$, $v' = v\cos\alpha$.

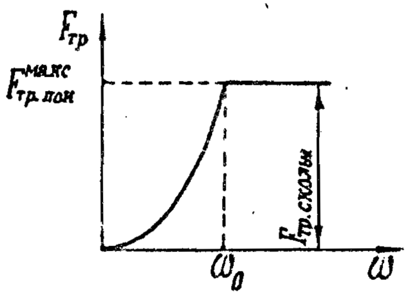


Рис. 56

106. Зависит; $(\beta_2/\beta_1) = 8v_1/v_2 = 4$. 120. $k = \omega^2\ell/2g$.
123. $k = tg\alpha + \omega^2\ell/(g\cos\alpha)$. 126. $Q = mg(1 - \eta\cos\alpha)$.

128. $T = Mv_1^2\left[2v_1\Delta v - (\Delta v)^2\right]/(g_0R^2) \approx 2Mv_1^3(\Delta v)/(g_0R^2) = 0{,}15$ кН;
$G = T(m/M) = 2{,}7$ Н.

Глава III

§ 1

129. $m\vec{v}$. 130. $p = (2\sqrt{2}/\pi)mv$. 131. $\langle Q\rangle = 1$ кН.
132. $\langle\vec{Q}\rangle = m\vec{g}\left[(2v\cos\alpha)/g\tau + 1\right]$, $\langle Q\rangle = 11$ Н. 133. $v = g\tau - v_0 = 4$ м/с.

134. $v = F_0\tau/2m$. 135. $\vec{v} = (2F_0\tau/m)(\vec{i}-\vec{j})$, $v = 2\sqrt{2}F_0\tau/m = 19$ м/с.

136. $F = mv_0\sqrt{2}/\tau = 3{,}6$ Н; $\cos\vartheta = -1/\sqrt{2}$, $\vartheta = 135^\circ$; $|\langle\vec{f}\rangle| = mv_0\sqrt{6}/\tau = 6{,}3$ Н.

137. $v = (u/\cos\alpha)\cdot(1+M/m) = 3{,}6$ м/с; $\langle Q\rangle = (M+m)g\left[1+(u\,tg\,\alpha/g\tau)\right] = 7{,}57$ Н.

138. $v' = v\sqrt{1-(2M/m+1)(\cos\alpha_0)^2/(1+M/m)^2}$; $tg\,\alpha = (1+m/M)\,tg\,\alpha_0$; $u = (v'\cos\alpha_0)/(1+M/m)$.

139. $\langle f_1\rangle = \left[mv_0-(M+m)v\right]/\tau = 50$ Н, $\langle f_2\rangle = Mv/\tau = 83$ Н.

140. $v = \left[\sqrt{(m_1v_1)^2+(m_2v_2)^2+2m_1m_2v_1v_2\cos\psi}\right]/(m_1+m_2) = 3{,}5$ м/с.

141. $\cos\vartheta = \left[m_1(v_0^2-v_1^2)/m_2 - m_2v_2^2/m_1\right]/2v_1v_2 = -0{,}50$, $\vartheta = 120^\circ$.

143. $p = m\omega R/2 = 3{,}6$ кг.м/с. $F = m\omega^2R/2 = 54$ Н. 144. $\Delta l = l\sin^2(\alpha/2) = 53$ мм.

§ 2

146. $A = (F\tau^2/2)\left[(F/m)(\cos\alpha - k\sin\alpha) - kg\right]\cos\alpha = 5{,}3$ Н (см. рис. 34,а);
$A = \left[(F\tau)^2/2m\right]\left[1-2(mg/F)\sin\alpha + (mg/F)^2\right] = 82$ кН (см. рис. 34,б).

147. $A_1 = F_1lM/(M+m) = 2{,}8$ Дж; $A_2 = \left[m^3l(kg)^2\right]/\left[(F_2-kmg)M\right] = 0{,}29$ Дж.

148. $N = mgv(k\cos\alpha+\sin\alpha)/(1+k\,tg\,\beta) = 32$ Вт.

149. $N_0 = -mgv_0\sin\alpha = -0{,}01$ кВт; $N'(H) = 0$; $\langle N\rangle = -mgH/\tau = -5$ Вт.

150. $A = (kmg)^2/2K = 48$ мДж; $N = kmgv = 2{,}4$ Вт; $N' = 0$.

151. $F_1 = mv_2^2/3l = 0{,}21$ кН; $v_1 = v_2\sqrt{2/3} = 8{,}2$ м/с; $A = mv_2^2/3 = 0{,}19$ кДж.

152. $h_{мин} = 5R/2$; $Q = 5mg$.

154. $l = 3l_0/5$. 155. $v_2 = \sqrt{gh_2} = 2{,}4$ м/с. $A = mg(3h_2/2 - h_1) = 0{,}9$ мДж.

156. $A = mv_0^2/2 + 2mgl\sin\alpha = 51$ Дж.

157. $v_{макс} = l_0\sqrt{K\left[1-4kmg(1-kmg/Kl_0)/Kl_0\right]/4m}$; $s = Kl_0^2/8kmg = 16$ м.

158. $A = -mg_л R(R+2h)/\left[2(R+h)\right] = -2{,}2$ ГДж; R — радиус Луны.

162. $M = mgv/\omega$; $N = -mgv$; $A = -2\pi mgvn/\omega$.

§ 3

164. $v_1=\left(v\sqrt{m_1^2-m_1m_2+m_2^2}\right)/(m_1+m_2)=6{,}5$ м/с; $v_2=7{,}8$ м/с.

165. $\operatorname{tg}\varphi=(M-m)/(M+m)=0{,}58$; $\varphi=30^\circ$.

166. $h_2=8l\left[\sin^2(\alpha/2)\right]/(1+m_2/m_1)=90$ мм. 167. $v_1=(l_0/2)\times$ $\times\sqrt{Km_2/(m_1+m_2)/m_1}=93$ м/с. 168. $A=(M+m)(M+m\sin^2\alpha)u^2/(2m\cos^2\alpha)$.

169. $v=\sqrt{2gh(1+m/M)}$. 170. $\omega=\sqrt{2m(v_0^2-v^2)/(Ml^2)}$.

Глава 1У

§ 1

172. $N_B=F\sin\alpha=80$ кН; $N_A=0{,}18$ МН; $F_0=kmg/(\cos\alpha-3k\sin\alpha)$.

173. $F_0=\left[Mg(a/b)\cos\alpha\right]\left[1+(m/2M)(1-b/a)\right]$. 174. Точка приложения силы $Q=mg\sqrt{1+k^2}=19$ Н находится на нижней грани бруска на расстоянии $(a-bk)/2=39$ мм от его переднего нижнего ребра. Линия действия силы $\vec{Q}$ проходит через центр бруска под углом $\alpha=16^\circ$ к вертикали, $\operatorname{tg}\alpha=k$. 175. $\alpha=54^\circ$. 177. $\operatorname{tg}\alpha=$ $=\sqrt{3}(m_3-m_2)/(2m_1-m_2-m_3)$. 178. $m'=3{,}3$ кг; $A=kR^2(3\sqrt{5}-1)$.

§ 2

181. $\Delta p=mg/S$, $\Delta p'=(\rho_0/\rho)\Delta p$. 182. $\Delta p=\rho gh/2=0{,}64$ кПа = = 65 мм вод.ст. = 4,8 мм рт.ст. 183. $|\Delta h|=|m_1/S_1-m_2/S_2|/\rho=$ $=16$ см; $p=p_0+(m_1+m_2+m)g/(S_1+S_2)=0{,}11$ МПа. 184. $\Delta p=\rho h\left[a+g_0/(1+H/R)^2\right]=$ = 10 мм рт.ст. 185. $\rho=Kb/gV=0{,}89$ г/см^3. 186. $h=$ $=H(\rho/\rho_0)=40$ мм; $\Delta p=\rho gH=0{,}39$ кПа. 187. $a=T/m=14$ м/с^2; $F=(m-m_0)(g+T/m)$. 188. $\langle F\rangle=mg(\rho_0/\rho-h_2/h_1-1)$. 189. $A=$ $=mgH\left(\sqrt{\rho_0/\rho}-\sqrt{\rho/\rho_0}\right)^2/2$. 190. $A=(p_0S-mg)^2/2K=4{,}6$ Дж.

191. $A=(mg+p_0S)H-(p_0^2S)/2\rho g=0{,}12$ МДж.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Глава I

§ 1

192. $\langle a\rangle \sim \sqrt[3]{V_0/N_A} = \sqrt[3]{kT_0/p_0} = 3$ нм; $(\langle a\rangle)/d_{He} \sim 10$. 193. $\langle a\rangle \approx \sqrt[3]{N_A(\mu_{H_2O}/\rho_{H_2O})}$, $\langle a\rangle \approx d_{H_2O}$. 194. $\langle a\rangle \approx \sqrt[3]{N_A(\mu_{Fe}/\rho_{Fe})} = 0{,}23$ нм.

195. $v_{кв} = \sqrt{3RT_0/\mu_{H_2}} = 1{,}84$ км/с; $v_{кв} = \sqrt{3kT_0/m} = 0{,}02$ мм/с.

196. $v_{кв} = 0{,}90$ км/с. 198. $m = m_0/8$.

§ 2

199. $\Delta N \approx \alpha S(\Delta T)/\pi D = 2{,}2$. 200. $\Delta S \approx 2\alpha S(T_2 - T_1) = 26$ дм^2.

201. $\Delta \ell = \rho g \ell^2/2E = 1{,}9$ мм. 202. $\Delta T = mg/(2\alpha kES) - N/(\alpha ES) = 0{,}11$ К.

204. $\Delta V = V_0(\beta - 3\alpha)\Delta T$. 205. $\delta p = (\alpha \Delta T)/\gamma = 0{,}7$ МПа.

206. $p = p_0 - mg/S = -5{,}7$ МПа. 207. $a = g/(1 + m_0/m) = 1{,}1$ м/с^2.

208. $h = 4\sigma/\rho g d = 0{,}75$ м.

§ 3

209. $\ell = \left(\ell' + \ell_0 - \sqrt{\ell'^2 + \ell_0^2}\right)/2 = 0{,}49$ м. $(\ell' = p_0/\rho g \cos\alpha)$. 210. $\tau = (\eta - 1)T_1 V/nT\Delta V = 7{,}4$ мин. 211. $\rho = p\mu/RT = 63$ кг/м^3.

212. $p = (p_1 V_1 + p_2 V_2)/(V_1 + V_2) = 3{,}5$ МПа; $\rho = (\mu_1 p_1 V_1 + \mu_2 p_2 V_2)/(V_1 + V_2)RT = 15$ кг/м^3.

213. $\mu = \mu_1 \mu_2/(\eta_2 \mu_1 + \eta_1 \mu_2)$. 214. $1/\eta' = 1 + (\mu_3/\mu_2)(1 - \eta_1)/\eta_1$; $\eta' = 65\%$.

215. $\Delta T = T_0 mg/p_0 S = 14$ К. 219. $\vec{a} = -\vec{g}[(\pi d^2 p_0/4mg) - 1]/2$.

220. $(V_2/V_1) = \eta + \sqrt{\eta^2 + 1}$ $(\eta = (4kmg\cos\alpha)/(\pi d^2 p) = 0{,}19)$.

Глава II

§ 1

221. $p = 0{,}20$ МПа. 222. $\Delta T = A/zR = 10{,}0\,K$; $\Delta U = A/(\gamma - 1)$, $(\gamma = C_p/C_v)$. 223. $A = p_1 V_1/2 = 0{,}14$ кДж, $\Delta U = p_1 V_1 C_v/R = 0{,}69$ кДж. 224. $\Delta U_{12} = (\Delta U_{23})/2 = -(\Delta U_{34})/2 = -\Delta U_{41} = p_0 V_0 C_v/R$; $A_{12} = A_{34} = 0$, $A_{23} = -2A_{41} = 2p_0 V_0$; $Q_{12} = -Q_{34}/2 = p_0 V_0 C_v/R$, $Q_{23} = -2Q_{41} = 2p_0 V_0 C_p/R$; $C_p = C_v + R$.
225. $(A_2/A_1) = (p_0 \mu_{H_2O} \beta_{H_2O})/(\rho_{H_2O} R) = 0{,}0032\%$;
$(A_3/A_1) = (3p_0 \mu_{Cu} \alpha_{Cu})/(\rho_{Cu} R) = 0{,}00044\%$; $(A_1/Q_1) = R/C_p = 0{,}29$; $(A_2/Q_2) = p_0\beta/\rho c = 0{,}00036\%$; $(A_3/Q_3) = 3\alpha p_0/\rho c = 0{,}00015\%$. 226. $Q = mc(\Delta l)/\alpha l_0 = 16$ кДж.
227. $\Delta T = \eta(2gh - v^2)/2c = 0{,}083K$. 228. $Q = mgh(1-\eta)(1 - v^2/2gh) = 10$ Дж.
229. $\eta = \alpha\left(3p_0 + g\sqrt[3]{3\rho^2 m/4\pi}\right)/\rho c \approx 3\alpha p_0/\rho c = 0{,}92\cdot 10^{-8}$. 230. $\Delta T = 3\sigma(2 - \sqrt[3]{4})/\rho c d = 2{,}2$ мК. 231. $\eta = 1/(2 + 3C_v/R) = 10\%$; $\eta_0 = 75\%$.

§ 2

232. $\eta = p_0(\rho_0 - \rho)/\rho_0 \rho r = 0{,}003\%$. 233. $m' = 9{,}5$ г.
235. $m' = m(v_1^2 - v_2^2)/2r = 9{,}3$ мг. 236. $m' = mc(T - T_K)/\lambda = 1$ г.
240. $p_n = (p\mu - \rho RT)/(\mu - \mu') = 22$ кПа; $m = p_n \mu' V/RT = 18$ кг.
241. $\rho_1 = p_2\mu/RT_1 = 7{,}90$ г/м^3, $\eta_1 = p_2/p_1 = 45{,}8\%$.
242. $m_B = (\mu V_1/R)(p_1/T_1 - p_0/T_0)/(1 - p_0\mu/RT_0) \approx (\mu V_1/R)(p_1/T_1 - p_0/nT_0) = 4{,}8$ г.

1. Греческий и латинский алфавиты

A, α	альфа	N, ν	ню	A, a	а	N, n	эн
B, β	бета	Ξ, ξ	кси	B, b	бэ	O, o	о
Γ, γ	гамма	O, o	омикрон	C, c	це	P, p	пэ
Δ, δ	дельта	Π, π	пи	D, d	дэ	Q, q	ку
E, ε	эпсилон	P, ρ	ро	E, e	э	R, r	эр
Z, ζ	дзэта	Σ, σ	сигма	F, f	эф	S, s	эс
H, η	эта	T, τ	тау	G, g, g	гэ, же	T, t	тэ
$\Theta, \theta, \vartheta$	тхэта	Υ, υ	ипсилон	H, h	аш, ха	U, u	у
I, ι	йота	Φ, φ	фи	I, i	и	V, v, v	вэ
$K, \varkappa$	каппа	X, χ	хи	J, j	йот, жи	W, w, w	дубль-вэ
Λ, λ	ламбда	Ψ, ψ	пси	K, k	ка	X, x, x	икс
M, μ	мю	Ω, ω	омега	L, l	эль	Y, y, y	игрек
				M, m	эм	Z, z, z	зет

2. Некоторые из основных тригонометрических формул

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta \qquad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \qquad \sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \qquad \cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad 1 + \cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

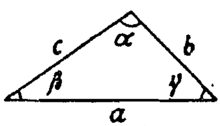
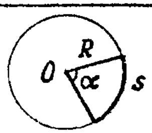
$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2} \qquad 1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha = \pm\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} \qquad \cos\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}}$$

3. Некоторые значения тригонометрических функций и формулы приведения

Тригонометрическая функция	Знаки тригонометрических функций в четвертях тригонометрического круга	Значения аргумента						Аргумент приводимой функции	
		0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$\frac{\pi}{2}\pm\beta$	$\pi\pm\beta$
		0°	30°	45°	60°	90°	180°	$90^\circ\pm\beta$	$180^\circ\pm\beta$
		Значения тригонометрических функций						Приведенная функция	
$\sin\alpha$	II +, I +, III −, IV −	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	$\mp\cos\beta$	$\mp\sin\beta$
$\cos\alpha$	II −, I +, III −, IV +	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	$\mp\sin\beta$	$\mp\cos\beta$
$tg\,\alpha$	II −, I +, III +, IV −	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	$\mp ctg\,\beta$	$\pm tg\,\beta$
$ctg\,\alpha$	II −, I +, III +, IV −	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	—	$\mp tg\,\beta$	$\pm ctg\,\beta$

4. Некоторые соотношения в треугольнике и круге

	Теорема косинусов		Теорема синусов	
	$a^2= b^2+c^2-2bc\cos\alpha$ $b^2= c^2+a^2-2ca\cos\beta$ $c^2= a^2+b^2-2ab\cos\gamma$		$\frac{\sin\alpha}{a}=\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c}$	
	Длина (s)		Площадь (S)	
	дуги	окружности	сектора	круга
	$s=\alpha R$	$s=2\pi R,\ \alpha=2\pi$	$S=\frac{\alpha R^2}{2}$	$S=\pi R^2,\ \alpha=2\pi$

5. Некоторые сведения о векторах

Проекции вектора $\vec{A}$ на оси x, y, z декартовых координат:

$A_x=A\cos\alpha$, $A_y=A\cos\beta$, $A_z=A\cos\gamma$, где α, β, γ – углы между вектором $\vec{A}$ и положительными направлениями осей x, y, z, $A=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$ – модуль вектора $\vec{A}$.

Разложение вектора $\vec{A}$ на составляющие по направлениям осей x, y, z:

$\vec{A}=\vec{A}_x+\vec{A}_y+\vec{A}_z=\vec{i}A_x+\vec{j}A_y+\vec{k}A_z$, где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты осей x, y, z.

Сумма (разность) $\vec{C}$ векторов $\vec{A}$ и $\vec{B}$ — $\vec{C}=\vec{A}\pm\vec{B}$:

$\vec{C}=\vec{i}(A_x\pm B_x)+\vec{j}(A_y\pm B_y)+\vec{k}(A_z\pm B_z)$, $C=\sqrt{(A_x\pm B_x)^2+(A_y\pm B_y)^2+(A_z\pm B_z)^2}=$

$=\sqrt{A^2+B^2\pm 2AB\cos\gamma}$, где γ – угол между направлениями векторов $\vec{A}$ и $\vec{B}$.

Скалярное произведение векторов $\vec{A}$ и $\vec{B}$: $(\vec{A},\vec{B})=(\vec{B},\vec{A})=Ab_A=BA_B=AB\cos\widehat{AB}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$;

$(\vec{A}\vec{A})=\vec{A}^2=A^2$; $(\vec{A},(\vec{B}\pm\vec{C}))=(\vec{A},\vec{B})\pm(\vec{A},\vec{C})$

6. Некоторые приближенные формулы

$(1+x)^n \approx 1+nx, \quad \lvert x\rvert \ll 1, \ \lvert n\rvert \leqslant 1$.	$\left.\begin{array}{l}\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha \\ \cos\alpha \approx 1-\alpha^2/2\end{array}\right\} \quad \lvert\alpha\rvert \ll 1$.

7. Главные части приращений некоторых функций

Функция — $F(x)$	$C\cdot f(x)$, C = const	x^n	$\sin x$	$\cos x$
Главная часть $\Delta F(x)$ приращения функции	$C\cdot\Delta f(x)$	$n\cdot x^{n-1}\Delta x$	$(\cos x)\Delta x$	$(-\sin x)\Delta x$

8. Единицы некоторых физических величин (обозначения и названия)

Вт – ватт	Гц – герц	К – кельвин	моль – моль	рад – радиан
	Дж – джоуль		Н – ньютон	
г – грамм	дин – дина	м – метр	Па – паскаль	с – секунда

9. Десятичные приставки к названиям единиц

10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{1}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
Т - тера	Г - гига	М - мега	к - кило	г - гекто	дк - дека	д - деци	с - санти	м - милли	мк - микро	н - нано	п - пико

10. Некоторые внесистемные единицы

1 а.е.м. $\approx 1{,}660\cdot10^{-27}$ кг	1 сут = 86 400 с	1 ат = 98,1 кПа
1 Å = 0,1 нм	1 ч = 3600 с	1 бар = 0,1 МПа
1 л = 1 дм^3	1 мин = 60 с	1 мм рт.ст. $\approx$ 133 Па
1 земной год $\approx 3{,}11\cdot10^{7}$ с	1 атм $\approx$ 101 кПа	1 кал = 4,186 Дж·

11. Некоторые астрономические величины

Космическое тело	Средний радиус, км	Масса, кг	Расстояния между космическими телами, км	
			Солнце-Земля	Земля-Луна
Солнце	$6{,}95\cdot10^{5}$	$1{,}97\cdot10^{30}$		
Земля	$6{,}37\cdot10^{3}$	$5{,}96\cdot10^{24}$	$1{,}495\cdot10^{8}$	$3{,}81\cdot10^{5}$
Луна	$1{,}74\cdot10^{3}$	$7{,}34\cdot10^{22}$		

12. Некоторые постоянные твердых тел и жидкостей

Твердые тела	Плотность	Модуль Юнга	Термический коэффициент линейного расширения	Удельная теплоемкость	Удельная теплота плавления	Температура плавления
	Обозначения, наименования					
	ρ, г/см^3	E, ГПа	α, 10^{-6} К$^{-1}$	c, Дж/г·К	r, МДж/кг	T, K
Алюминий	2,7	70	23	0,90	0,32	931
Железо	7,8	200	11	0,46	0,27	1803
Лед	0,916	—	—	2,1	0,33	273
Медь	8,9	130	17	0,39	0,18	1356

Жидкости	Плотность	Коэффициент сжимаемости	Термический коэффициент объемного расширения	Удельная теплоемкость	Удельная теплота парообразования	Коэффициент поверхностного натяжения
	Обозначения, наименования					
	ρ, г/см^3	γ, ГПа$^{-1}$	β, 10^{-4} К$^{-1}$	c, Дж/г·К	λ, МДж/кг	σ, мН/м
Вода	1,00	0,45	1,5 (при 288К)	4,18	2,25	73 (при 293К)
Нефть	0,80	—	10	—	—	
Ртуть	13,6	—	1,8	0,14	0,28	490

13. Молярные массы некоторых элементов

Элемент	Водород	Углерод	Азот	Кислород	Алюминий	Аргон	Железо	Медь	Ртуть
Символ	H	C	N	O	Al	Ar	Fe	Cu	Hg
μ, г/моль	1,01	12,0	14,0	16,0	27,0	40,0	55,8	63,5	201

14. Молярные теплоемкости идеальных газов[*]

Газы	C_V, Дж/моль·К	C_p, Дж/моль·К
одноатомные	12	21
двухатомные	21	29

15. Давление насыщенных водяных паров

Температура, °C	-20	0	20	40	60	80	100	200	300	373
Давление, кПа	0,10	0,61	2,33	7,35	19,9	47,3	101	150	8000	21800

16. Некоторые физические константы

Скорость света в вакууме	$c = 2{,}998 \cdot 10^{8}$	м/с
Гравитационная постоянная	$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$	$м^3/кг \cdot с^2$
Стандартное значение ускорения свободного падения[**]	$g = 9{,}80655$	$м/с^2$
Атомная единица массы	1а.е.м. $= 1{,}660 \cdot 10^{-27}$	кг
Число Авогадро	$N_A = 6{,}025 \cdot 10^{26}$	$кмоль^{-1}$
Стандартный объем газа	$V_0 = 22{,}42$	$м^3$/кмоль
Универсальная газовая постоянная	$R = 8{,}314$	Дж/моль·К
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}380 \cdot 10^{-23}$	Дж/К

* При средних температурах.

** В месте хранения эталона массы.

СОДЕРЖАНИЕ

Георгий Иванович
ПАНТЮХОВ

Сборник задач
по механике и молекулярной физике
для подготовительного отделения

Редактор О. А. Сафронова
Техн. редактор Г. Н. Зайкина
Корректор Н. В. Шумакова

Подписано в печать 17/1Х-1978 г.
Формат 60х84 1/16 Объем 5 п.л. Уч.-изд. л. 4,5
Тираж 500 экз. Цена 20 коп. Изд. № 049-1
Заказ 1626

Типография МИФИ, Каширское шоссе, 1