

624.039
0.66



МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Б. В. Орлов



СТАТИКА ОДНОРОДНОГО РЕАКТОРА БЕЗ ОТРАЖАТЕЛЯ

МОСКВА 1986

621.03
0-66

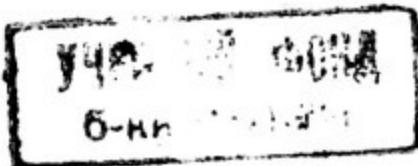
МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Орлов В.В.

СТАТИКА ОДНОРОДНОГО РЕАКТОРА
БЕЗ ОТРАЖАТЕЛЯ

Утверждено
редсоветом института
в качестве учебного пособия



МОСКВА — 1986

Орлов В.В. Статика однородного реактора без отражателя.—
М.: Изд. МИФИ, 1986.— 20с.

Учебное пособие посвящено рассмотрению вопросов современной теории и методов расчёта реакторов конечных размеров без отражателя. В пособии исследуется зависимость критической массы от критического объёма для реакторов разных спектров. Обсуждается точность используемого в расчётах диффузационного приближения.

Необходимость издания пособия вызвана спецификой подготовки специалистов по специальности 0311, которая предполагает усиленную физико-математическую подготовку и углубленную самостоятельную работу студентов.

Пособие необходимо студентам при изучении курса «Теория ядерных реакторов», а также при курсовом и дипломном проектировании и при расчётах реакторов разных типов.

Р е ц е н з е н т ы : В.М.Мурогов, Л.В.Точёный

1. ОДНОРОДНЫЙ РЕАКТОР КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

1.1. Геометрический и материальный параметры реактора

Будем описывать реактор однородного состава, занимающий объём V с поверхностью S , условно критическим стационарным уравнением в P_1 -приближении

$$-D\Delta\phi(\bar{r},E) + \Sigma(E)\phi(\bar{r},E) = \int dE' \phi(\bar{r},E') \Sigma_s(E' \rightarrow E) + \\ + \frac{\chi(E)}{K} \int dE' \phi(\bar{r},E') v_f \Sigma_l(E') \quad (1)$$

с граничным условием на экстраполированной границе

$$\phi(\bar{r},E) \Big|_{S_3} = 0. \quad (2)$$

В дальнейшем для упрощения записи опустим обозначение «экстраполированный» при объёме V и поверхности S , помня, что истинные размеры реактора меньше на длину экстраполяции.

Рассмотрим волновое уравнение в объёме V

$$\Delta R(\bar{r}) + \kappa^2 R(\bar{r}) = 0 \quad (3)$$

с граничным условием $R(\bar{r}) \Big|_S = 0$.

Как уже говорилось [1], эта задача имеет множество решений (собственных функций) $R_n(\bar{r})$, соответствующих собственным числам κ_n^2 , однако лишь одна из этих функций $R_0(\bar{r})$, соответствующая минимальному собственному числу κ_0^2 , может описывать распределение потока нейтронов в объёме V , являясь в нём знакоизменяющейся. В дальнейшем будем иметь в виду только это решение волнового уравнения и опустим индекс «0» у R_0 и κ_0^2 .

Решение задачи (1) с граничным условием (2) может теперь быть найдено в виде

$$\phi(\bar{r},E) = \Phi(E)R(\bar{r}), \quad (4)$$

где пространственная и энергетическая переменные разделены.

Выражение (4), очевидно, удовлетворяет граничным условиям (2). Подставив (4) в (1), получим для $\Phi(E)$, учитывая, что $\Delta R = -\kappa^2 R$:

$$(\Sigma + D\kappa^2)\Phi(E) = \int dE' \Phi(E') \Sigma_s(E' \rightarrow E) + \\ + \frac{\chi(E)}{K} \int dE' \Phi(E') v_f \Sigma_l(E'). \quad (5)$$

В этом однородном уравнении можно положить, как и выше,

$$K = \int dE' \Phi(E') v_f \Sigma_f(E'), \quad (6)$$

и тогда $\Phi(E)$ подчиняется неоднородному уравнению

$$(\Sigma + D\chi^2)\Phi(E) = \int dE' \Phi(E') \Sigma_s(E' \rightarrow E) + \chi(E). \quad (7)$$

Таким образом, задача о реакторе сводится к решению волнового уравнения (3) и интегрального уравнения (7). Функция $\Phi(E)$, а через неё и коэффициент размножения K зависят от величины χ^2 —минимального собственного числа волнового уравнения, которое зависит от геометрической формы и размеров реактора. Эта величина называется геометрическим параметром реактора χ_r^2 (иногда эту величину называют также лапласианом или *Buckling*). Именно через геометрический параметр χ_r^2 коэффициент размножения K зависит от размеров реактора.

При заданных размерах, т.е. заданной χ^2 и выбранном составе реактора коэффициент размножения K отличен от 1. Если нам нужно найти параметры критического реактора ($K=1$), мы можем пойти двумя путями: 1) при заданных размерах (χ_r^2) изменить состав реактора (например, концентрацию или обогащение урана) так, чтобы обеспечить равенство $K=1$; 2) при заданном составе реактора найти величину χ^2 , при которой K обращается в 1.

Найденная величина χ^2 зависит только от материального состава реактора и носит название «материальный параметр» χ_M^2 . Для некритического реактора ($K \neq 1$) $\chi_r^2 \neq \chi_M^2$, а условие критичности может быть теперь записано в форме

$$\chi_M^2 = \chi_r^2. \quad (8)$$

1.2. Пространственное распределение нейtronов и критические размеры реактора

Из предыдущего рассмотрения видно, что величина геометрического параметра и пространственное распределение нейтронов зависят лишь от формы и размеров реактора, что позволяет рассматривать их вне зависимости от состава и энергетического спектра нейтронов и приближения, используемого при решении уравнения (3). Более того, строгое решение газокинетического уравнения без использования принятого здесь P_1 -приближения приводит к той же простран-

ственной зависимости потока нейтронов в основном объёме реактора, за исключением слоя вблизи границы толщиной порядка длины свободного пробега.

Решим волновое уравнение для реакторов простых форм. Одновременно найдём критические размеры реакторов в простейшем одногрупповом диффузационном приближении, воспользовавшись выражением для коэффициента размножения [1]:

$$K = \frac{K_\infty}{1 + \kappa_r^2 L^2}.$$

Из условия $K=1$ для критического реактора можно в этом же приближении получить простейшее выражение для материального параметра

$$\kappa_r^2 = \kappa_M^2 = \frac{K_\infty - 1}{L^2}. \quad (9)$$

1. Реактор в виде бесконечной пластины толщиной H . «Экстраполированные» размеры реактора $H_3 = H + 2\gamma$, где γ — длина линейной экстраполяции.

Положим $x=0$ для средней плоскости реактора и, учитывая симметрию задачи относительно $x=0$, получим решение уравнения $\frac{d^2 R}{dx^2} + \kappa^2 R = 0$ для $R(x)$ в виде $R(x) = A \cos \kappa x$, где A — произвольная постоянная. Из граничного условия $R\left(\pm \frac{H_3}{2}\right) = 0$ получим

$$\frac{\kappa H_3}{2} = \pi \left(n + \frac{1}{2}\right) \text{ или } \kappa_n^2 = \left(\frac{\pi}{H_3}\right)^2 (2n + 1)^2.$$

Геометрический параметр $\kappa_0^2 = (\pi/H_3)^2$, коэффициент размножения реактора в простейшем односкоростном диффузационном приближении

$$K = \frac{K_\infty}{1 + \left(\frac{\pi L}{H_3}\right)^2}.$$

Естественно, что с ростом размеров реактора H_3 коэффициент размножения K растёт, приближаясь к K_∞ . Наоборот, с ростом длины диффузии L растёт утечка нейтронов из реактора и K падает.

Критическая толщина пластины —

$$H_{kp} = \frac{\pi L}{\sqrt{K_\infty - 1}} - 2\gamma, \quad (10)$$

2. Сферический реактор радиуса R .

$$R = R + \gamma.$$

Сферически симметричное распределение потока нейтронов $R(r)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{dR}{dr} + \kappa^2 R = 0, \quad R(R_\Theta) = 0$$

с решениями $\frac{\sin \kappa r}{r}$, $\frac{\cos \kappa r}{r}$, из которых второе должно быть отброшено, так как обращается в ∞ при $r \rightarrow 0$:

$$R(r) = A \frac{\sin \kappa r}{r}.$$

Из граничного условия $\kappa_n^2 = (\pi/R_\Theta)^2(n+1)^2$ и геометрический параметр $\kappa_0^2 = (\pi/R_\Theta)^2$. Коэффициент размножения

$$K = \frac{K_\infty}{1 + (\pi L/R_\Theta)^2}, \quad \text{критический радиус } R_{kp} = \frac{\pi L}{\sqrt{K_\infty - 1}} - \gamma.$$

3. Бесконечный цилиндр радиуса R .

$$R_\Theta = R + \gamma.$$

Аксиально симметричное распределение нейтронов удовлетворяет уравнению Бесселя

$$\frac{1}{q} \frac{d}{dq} q \frac{dR}{dq} + \kappa^2 R = 0, \quad R(R_\Theta) = 0,$$

с решениями $I_0(\kappa q)$, $N_0(\kappa q)$, из которых второе при $q \rightarrow 0$ обращается в $-\infty$, так что $R(q) = A I_0(\kappa q)$. Функция Бесселя $I_0(x)$ обращается в 0 при $x = a_n$, так что $\kappa_n^2 = (a_n/R_\Theta)^2$, геометрический параметр $\kappa_0^2 = (a_0/R_\Theta)^2$, $a_0 = 2,405\dots$. Критический радиус цилиндра $R_{kp} = \frac{a_0 L}{\sqrt{K_\infty - 1}} - \gamma$.

На рис.1 изображены распределения нейтронов в плоском, сферическом и цилиндрическом реакторах.

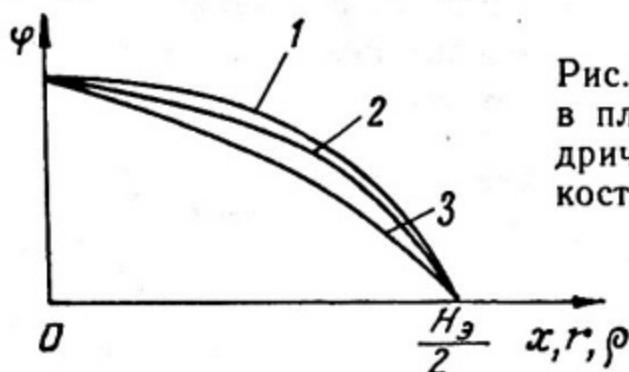


Рис.1. Распределение нейтронов в плоском, сферическом и цилиндрическом реакторах: 1 — плоскость; 2 — цилиндр; 3 — сфера.

Таким же образом могут быть решены и простейшие двухмерные и трёхмерные задачи.

4. Цилиндр конечной высоты (H_3, R_3).

$R(\rho, z)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial R}{\partial \rho} + \kappa^2 R = 0,$$

$$R(R_3, z) = 0, \quad R\left(\rho, \frac{H_3}{2}\right) = 0.$$

Подставим $R(\rho, z) = A I_0(\kappa_0 \rho) \cos \kappa_z z$ в уравнение и, используя граничные условия, получим $\kappa_0 = a_0/R_3$, $\kappa_z = \pi/H_3$. Геометрический параметр

$$\kappa^2 = \kappa_0^2 + \kappa_z^2 = \left(\frac{a_0}{R_3}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H_3}\right)^2.$$

Критический реактор заданного состава ($\chi_M^2 = \frac{K_\infty - 1}{L^2}$)

может иметь разные размеры от $R = \infty$, $H = \frac{\pi}{\kappa} - 2\gamma$

(пластина, $V_{kp} = \pi R^2 H = \infty$) до $R = \frac{a_0}{\kappa} - \gamma$, $H = \infty$ (бесконечный цилиндр, $V_{kp} = \infty$). Между этими крайними случаями существуют H и R , при которых V_{kp} минимально.

В минимуме (положив $\gamma \approx 0$) $\delta V = 2\pi R H \delta R + \pi R^2 \delta H = 0$.

При $\kappa^2 = \frac{K_\infty - 1}{L^2} = \text{const}$

$$\delta \kappa^2 = -2\left(\frac{a_0}{R}\right)^2 \frac{\delta R}{R} - 2\left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \frac{\delta H}{H} = 0,$$

так что $\delta R = -\left(\frac{\pi}{a_0}\right)^2 \left(\frac{R}{H}\right)^3 \delta H$. Подставляя в уравнение $\delta V = 0$, получим для реактора минимального объёма

$$2\left(\frac{\pi R}{a_0 H}\right)^2 = 1 \text{ или } D = 2R = \frac{a_0 \sqrt{2}}{\pi} H \cong 1,08H.$$

5. Параллелепипед со сторонами a, b, c .

$$R(x, y, z) = A \cos \kappa_x x \cdot \cos \kappa_y y \cdot \cos \kappa_z z,$$

$$\kappa_x = \frac{\pi}{a}, \quad \kappa_y = \frac{\pi}{b}, \quad \kappa_z = \frac{\pi}{c},$$

$$\kappa^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c}\right)^2.$$

Минимальный критический объём достигается при $a = b = c$.

1.3. Коэффициент неравномерности нейтронного потока

Характерной особенностью распределения нейтронов в реакторах является его неравномерность—поток нейтронов велик в центре реактора и спадает к его границе. Это обстоятельство весьма важно в различных практических приложениях.

Поток нейтронов в нашем рассмотрении описывается однородными уравнениями и определён лишь с точностью до постоянного множителя—он может быть с этой точки зрения любым по величине. Однако поток нейтронов в реакторе сопровождается выделением тепла за счёт реакции деления, которое нужно отводить, а элементы реактора разогреваются до определённых температур пропорционально нейтронному потоку. Поэтому величина потока нейтронов и плотность энерговыделения оказываются ограниченными возможностями отвода тепла и допустимыми температурами топлива. При неравномерном распределении нейтронов предельные величины тепловыделения достигаются в области максимального потока нейтронов, при этом остаточный объём реактора остаётся «недогруженным» и общая мощность реактора уменьшается. Поэтому неравномерность нейтронного потока отрицательно сказывается на экономических и других характеристиках энергетических реакторов. Выравнивание нейтронного распределения составляет одну из задач, встающих при разработке реакторов. В последующих разделах будут рассмотрены некоторые приёмы, использующиеся для этого.

Для количественной оценки вводят коэффициент объёмной неравномерности, равный отношению максимального и среднего потока нейтронов

$$K_V = \frac{\Phi_{\max}}{\Phi} \quad (11)$$

Этот коэффициент показывает, во сколько раз мощность реактора снижается из-за неравномерности потока нейтронов, и может принимать следующие значения при $\gamma \ll H$:

1) бесконечная пластина:

$$K_V = \frac{1}{\frac{1}{H} \int_{-H/2}^{H/2} dx \cos \kappa x} = \frac{\kappa H}{\int_{-\kappa H/2}^{\kappa H/2} d\phi \cos \phi} = \frac{\kappa H}{2 \sin \frac{\kappa H}{2}}.$$

Поскольку $H = H_0 - 2\gamma$, а $\kappa = \frac{\pi}{H_0}$,

$$\sin \frac{xH}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi\gamma}{H_3} \right) = \cos \frac{\pi\gamma}{H_3} \cong 1,$$

$$K_V = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{2\gamma}{H_3} \right) \cong \frac{\pi}{2};$$

2) параллелепипед: $K_V \cong \left(\frac{\pi}{2} \right)^3 \cong 3,9;$

3) конечный цилиндр:

$$K_V \cong \frac{\pi R^2 H}{2 \int_0^{R/2} dQ \cdot Q I_0(x_Q Q) \int_{-H/2}^{H/2} dz \cos x_z \cdot z} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a_0}{2I_1(a_0)} = \frac{a_0 \pi}{4I_1(a_0)} \cong 3,6;$$

4) сфера:

$$K_V = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{4 \pi \int_0^R dr \cdot r^2 \frac{\sin xr}{xr}} = \frac{(xR)^3}{3 \int_0^R dx \cdot x \sin x} = \frac{\pi^2}{3} \cong 3,3.$$

1.4. Точность диффузационного приближения

Критические размеры реактора определяются величинами x_M^2 и γ . Погрешности в γ , связанные с диффузационным приближением, обсуждались в [1]. Погрешность диффузационного приближения в определении x_M^2 рассмотрим в бесконечной размножающей среде, поток нейtronов в которой изменяется лишь в направлении x . В диффузационном приближении $\Phi_0(x)$ описывается уравнением

$$\frac{d^2 \Phi_0}{dx^2} + \frac{K_\infty - 1}{L^2} \cdot \Phi_0(x) = 0.$$

Рассмотрим решение уравнения вида $\Phi_0(x) \sim \exp(ixx)$, действительная часть которого описывает распределение асимптотического потока в реакторе при $-\frac{\pi}{2x} < x < \frac{\pi}{2x}$, обращаясь в нуль на границах этого интервала. Подставив $\Phi_0(x)$ в уравнение, получим для x_M^2 , как и раньше:

$$x_M^2 = \frac{K_\infty - 1}{L^2} = 3 \sum \Sigma_a \left(v_f \frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} - 1 \right), \quad (12)$$

где для простоты рассеяние принято изотропным ($\Sigma_{fr} = \Sigma$).

112

Рассмотрим ту же задачу, исходя из газокинетического уравнения:

$$\mu \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \Sigma \Phi = \frac{v_i \Sigma_i + \Sigma_s}{4\pi} \int d\bar{\Omega} \Phi(x, \mu'), \quad (13)$$

где $\mu = \cos\theta$, θ — угол между $\bar{\Omega}$ и осью x . Подставив в (13) $\Phi(x, \mu) = \Phi(\mu) \exp(i\chi x)$, получим

$$(i\chi\mu + \Sigma) \Phi(\mu) = \frac{v_i \Sigma_i + \Sigma_s}{4\pi} \Phi_0,$$

где $\Phi_0 = \int d\bar{\Omega} \Phi(\mu)$. Разделив на $i\chi\mu + \Sigma$, интегрируя по Ω и обозначив $\left(\frac{v_i \Sigma_i + \Sigma_s}{\Sigma} \right) = h$ получим

$$\frac{h}{2} \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{1 + i\chi\lambda\mu} = \frac{h}{2i\chi\lambda} \cdot \ln \frac{1 + i\chi\lambda}{1 - i\chi\lambda} = 1.$$

Нетрудно убедиться, что $\frac{1}{2i} \cdot \ln \frac{1 + i\chi}{1 - i\chi} = \operatorname{arctg} \chi$, поэтому уравнение для определения материального параметра приобретает вид

$$\frac{h}{\chi\lambda} \operatorname{arctg} \chi\lambda = 1 \quad (14)$$

Величина h может быть записана следующим образом:

$$h = 1 + \frac{v_i \Sigma_i - \Sigma_s}{\Sigma} = 1 + \frac{\Sigma_s}{\Sigma} \left(v_i \frac{\Sigma_i}{\Sigma_s} - 1 \right) = \\ = 1 + \frac{1}{3\Sigma^2} \frac{(K_\infty - 1)}{L^2} = 1 + \frac{1}{3} \lambda^2 \chi_{\text{диф}}^2.$$

Считая $\chi\lambda \ll 1$ и разлагая (14) в ряд, получим в первом приближении

$$\chi^2 \cong \chi_{\text{диф}}^2 \left[1 + \frac{4}{15} (\lambda \chi_{\text{диф}})^2 \right], \quad (15)$$

так что критический размер реактора $H = \frac{\pi}{\chi}$,

$$H \cong H_{\text{диф}} \left[1 - \frac{2}{15} \left(\frac{\pi \lambda}{H_{\text{диф}}} \right)^2 \right].$$

Отсюда видно, что диффузионное приближение завышает критический размер реактора, причём погрешность его возрастает с уменьшением размеров реактора по сравнению с длиной пробега нейтронов λ . При $H \sim 10\lambda$ погрешность в $H_{\text{кр}}$ около 1%.

однако с уменьшением размеров реактора $H < 10\lambda$ погрешность диффузионного приближения быстро возрастает.

1.5. Критический объем и критическая масса реактора

Количество делящегося вещества, делающее реактор критическим, называется его критической массой M_{kp} . Если ядерная концентрация делящегося нуклида q_f , то критическая масса, выраженная в числе делящихся ядер, $M_{kp} = q_f \cdot V_{kp}$ или в граммах $M_{kp} = \gamma_f \cdot V_{kp}$, где γ_f — плотность делящегося вещества.

При изменении объёма реактора меняется вероятность вылета нейтронов из него и, чтобы реактор оставался критическим, необходимо изменить концентрацию горючего, т.е. критическую массу M_{kp} .

Обсудим взаимное влияние критических параметров, демонстрируя по ходу способы их вычисления для реакторов различных спектров. Прежде всего посмотрим, как изменяются критические параметры при изменении плотности вещества реактора при постоянном отношении концентраций компонентов (например, при разогреве реактора). В этом случае K_∞ , зависящий лишь от отношения концентраций, остаётся постоянным, и в одногрупповом приближении

$$K = \frac{K_\infty}{1 + \chi_f^2 L^2} \sim \frac{1}{1 + \chi_f^2 L^2}.$$

Поскольку $M \sim qV$ не меняется, то $V \sim \frac{1}{q}$ и $\chi_f^2 \sim \frac{1}{V^{2/3}} \sim \sim q^{2/3}$. С уменьшением плотности объём реактора растёт, χ_f^2 падает, и за счёт этого утечка нейтронов уменьшается. Однако $L^2 = \frac{1}{3\Sigma_{ir}\Sigma_a} \sim \frac{1}{q^2}$ с уменьшением q растёт, что приводит к росту утечки. В результате коэффициент размножения $K = \frac{K_\infty}{1 + (\chi_f^2 L^2)_0 \cdot \left(\frac{q_0}{q}\right)^{4/3}}$ уменьшается, реактор становится

подкритическим. Следовательно, сохранение критичности требует увеличения концентрации горючего, так что критическая масса возрастает.

Рассмотрим реактор в виде смеси ^{235}U с некоторым неделяющимся разбавителем и проследим, как изменяется M_{kp} по мере изменения объёма реактора V_{kp} (рис 2). Начнём с ре-

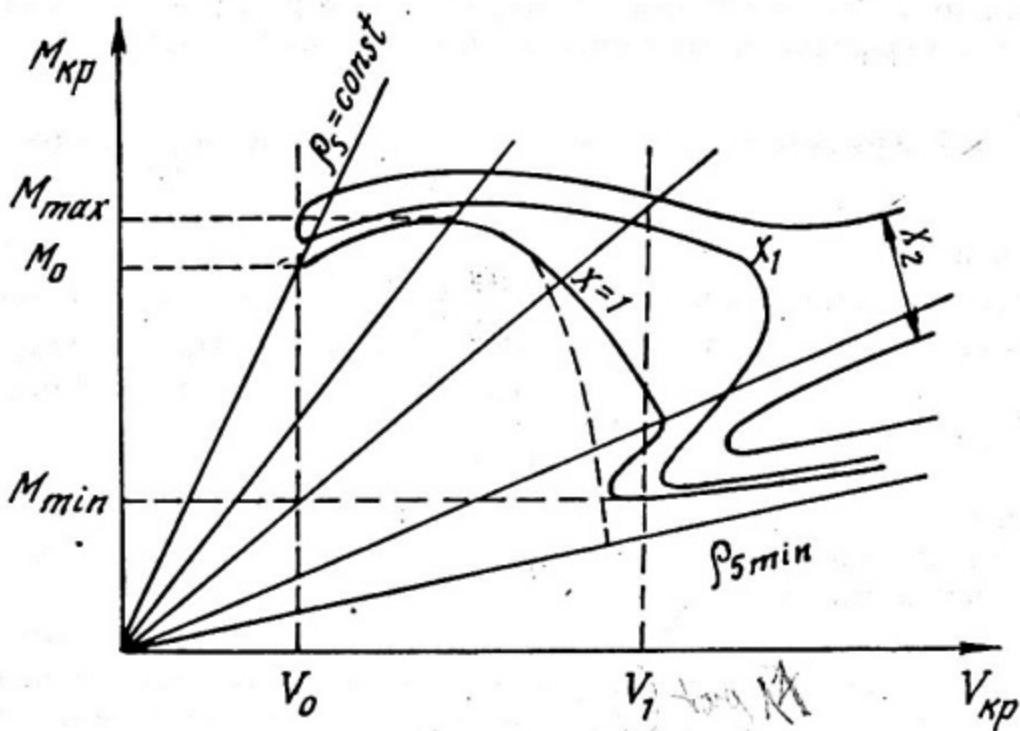


Рис.2. Зависимость критической массы реактора от критического объема (лучи, проходящие через начало координат, есть линии постоянной концентрации $Q_5 = M_{\text{кр}}/V_{\text{кр}}$)

актора из чистого металлического ^{235}U , который является реактором на быстрых нейтронах. При плотности ^{235}U $\gamma = 18,2 \text{ г/см}^3$ $V_{\text{кр}} \approx 2,7 \text{ л}$ и $M_{\text{кр}} \approx 50 \text{ кг}$. При таких размерах реактора диффузационная теория ведёт к большим погрешностям, но мы воспользуемся ею для качественного анализа зависимости $M_{\text{кр}}(V_{\text{кр}})$.

При малых концентрациях разбавителя поглощением нейтронов в нём можно пренебречь, тогда $K_\infty = v$ и не меняется с разбавлением. Транспортные сечения различных веществ для быстрых нейтронов отличаются не очень сильно, и мы Тогда при $\Sigma_a \sim Q_5 \sigma_a$

$$L^2 = \frac{1}{3\Sigma_a \Sigma_a} \sim \frac{1}{Q_5}, \quad x^2 = \frac{\pi^2}{R^2} = \frac{v-1}{L^2} \sim Q_5,$$

так что $R \sim Q_5^{-1/2}$ и $V_{\text{кр}} \sim Q_5^{-3/2}$. Отсюда $M_{\text{кр}} \sim Q_5 V_{\text{кр}} \sim Q_5^{-1/2}$ или $M_{\text{кр}} \sim V_{\text{кр}}^{1/3}$.

Критическая масса быстрого реактора медленно растёт с его объёмом. С увеличением разбавления начинает скажи-

ваться замедление нейтронов разбавителем, приводящее к росту σ_a . При этом $V_{kp} \sim \Sigma_a^{-3/2}$ растёт с уменьшением Q_5 медленнее, чем $Q_5^{-3/2}$, и когда эта зависимость становится более слабой, чем $V_{kp} \sim Q_5^{-1}$, M_{kp} достигнув максимума, начинает уменьшаться. При этом мы переходим в область реакторов на промежуточных нейтронах, когда концентрация разбавителя (замедлителя) $Q_{зам}$ становится больше концентрации горючего Q_5 .

Воспользуемся для их описания возрастным приближением, по-прежнему пренебрегая поглощением нейтронов замедлителем. Введём плотность замедления $q(\bar{r}, \tau)$, которая описывается уравнением

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = \Delta q - q \cdot \frac{\Sigma_a}{D} \quad (16)$$

при начальном условии

$$q(0, \bar{r}) = \frac{1}{K} \int_0^{\infty} d\tau v(\tau) \frac{\Sigma_a(\tau)}{D} \cdot q(\tau, \bar{r})$$

и граничном условии $q(\bar{r}, \tau) \Big|_S = 0$.

Решение уравнения (16) представим в виде:

$$q(\bar{r}, \tau) = Q(\tau) \cdot R(\bar{r}).$$

После подстановки этого решения в исходное уравнение получим:

$$\text{для } R - \Delta R + \kappa^2 R = 0 \text{ при } R \Big|_S = 0,$$

$$\text{для } Q - \frac{\partial Q}{\partial \tau} = - \left(\kappa^2 + \frac{\Sigma_a}{D} \right) Q(\tau). \quad (17)$$

Решением этого уравнения будет:

$$Q(\tau) = Q(0) \exp \left(- \kappa^2 \tau - \int_0^{\tau} du' \frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} \right).$$

Из начального условия следует критическое условие *it's how*

$$K = \int_0^{\infty} du v(u) \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \Sigma_s} \exp \left(- \kappa^2 \tau - \int_0^u du' \frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} \right) = 1.$$

Функция $\exp(-\kappa^2 \tau(u))$ — вероятность нейтрону избежать утечки в процессе замедления, как и $v(u)$, меняется с u мало. Поведение подынтегрального выражения опреде-

ится зависимостью от u приведением $\frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} \exp\left(-\int_0^u \frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} du'\right)$,

имеющего максимум при некотором u_m . Тогда

$$K \cong v(u_m) \exp(-x^2 \tau(u_m)) \cong \frac{v(u_m)}{1 + x^2 \tau(u_m)},$$

что по форме совпадает с одногрупповым выражением, при чём τ играет роль L^2 :

$$\left(\int_0^\infty du \frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} \exp\left(-\int_0^u \frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} du'\right) \right) = 1.$$

Из условия $\left(\frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} \exp\left(-\int_0^u \frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} du'\right) \right)'_{u=u_m} = 0$

$$\text{получим } \left(\frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} \right)' - \left(\frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} \right)^2 = 0.$$

При $\Sigma_a \sim \frac{1}{u}$ $\Sigma_a(u) = \Sigma_a(0) \exp\left(\frac{u}{2}\right)$ и $\Sigma_a' = \frac{1}{2} \Sigma_a(u)$, так что

$$u_m = 2 \ln \frac{\xi \Sigma_s}{2 \Sigma_a(0)}.$$

Так как $\Sigma_a(0) = q_5 \sigma_a^5(0)$, а $\Sigma_s = q_{s_{\text{кр}}} \sigma_s$, то

$$u_m = A + \ln \frac{q_{s_{\text{кр}}}}{q_5} \quad \text{и} \quad \tau(u_m) \cong \frac{D u_m}{\xi \Sigma_s}$$

медленно растут с разбавлением, а значит, и $V_{\text{кр}} \sim \tau^{3/2}$ меняется мало, тогда как $M_{\text{кр}} \sim q_5 V$ падает вместе с q_5 . Если бы v не зависела от энергии, зависимость $M(V)$ была бы такой, как показывает пунктирная линия на рис. 2.

Учтём зависимость v от u_m , $x^2 = \frac{v(u_m) - 1}{\tau}$. С уменьшением энергии v падает, и критический размер должен возрасти, чтобы уменьшением утечки нейтронов скомпенсировать падение v . Наконец, при некотором $\frac{q_{s_{\text{кр}}}}{q_5} v(u_m)$ достигает минимума и при дальнейшем уменьшении $q_5 v$ начинает расти.

При этом критический объём должен уменьшиться, чтобы скомпенсировать рост v .

При малых концентрациях Q_5 энергетический спектр нейтронов смягчается настолько, что основная часть нейтронов поглощается в тепловой области (реакторы на тепловых нейтронах).

Теперь задача будет описываться системой уравнений:

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = \Delta q \text{ при } q|_s = 0;$$

$$\Delta \varphi - \frac{\Phi}{L^2} = \frac{q(\bar{r}, \tau)}{D} \text{ при } \varphi|_s = 0.$$

Начальное условие для $q(\bar{r}, \tau)$ имеет вид:

$$q(\bar{r}, 0) = \frac{1}{K} \varphi(\bar{r}) \Sigma_a \Theta v,$$

где в Σ_a учитывается и поглощение нейтронов в замедлителе, которым при очень больших $\frac{Q_{\text{зам}}}{Q_5}$ пренебрегать нельзя.

Методом разделения переменных, т.е. представляя

$$q(\bar{r}, \tau) = Q(\tau)R(\bar{r}), \quad \varphi(\bar{r}) = \varphi_0 R(\bar{r}),$$

где $R(\bar{r})$ удовлетворяет уравнению $\Delta R + \kappa^2 R = 0$ при $R|_s = 0$,

найдём $\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \kappa^2 Q(\tau)$, $Q(\tau) = Q(0) \exp(-\kappa^2 \tau)$ и $\varphi_0 = \frac{Q(\tau_r)}{\Sigma_a (1 + \kappa^2 L^2)}$. Окончательно получим

$$K = \frac{v \Theta \exp(-\kappa^2 \tau_r)}{1 + \kappa^2 L^2},$$

где $\exp(-\kappa^2 \tau_r)$ — вероятность нейтрону не вылететь из реактора в процессе замедления, а $\frac{1}{1 + \kappa^2 L^2}$ — в процессе диффузии.

Полная вероятность

$$P \cong \frac{\exp(-\kappa^2 \tau_r)}{1 + \kappa^2 L^2} \cong \frac{1}{(1 + \kappa^2 L^2)(1 + \kappa^2 \tau_r)}.$$

Тогда для K получаем выражение

$$K = \frac{K_\infty}{(1 + \kappa^2 L^2)(1 + \kappa^2 \tau)},$$

которое соответствует двухгрупповому представлению.

Для реактора больших размеров $x^2\tau \ll 1$, $x^2L^2 \ll 1$, так что, пренебрегая произведением $x \tau^2 \cdot x^2L^2$, получим

$$K \cong \frac{K_\infty}{1 + x^2M^2}.$$

Величина $M^2 = \tau + L^2$ называется площадью миграции нейтронов. Она пропорциональна среднему квадрату расстояния от точки рождения быстрого нейтрона до точки, где нейtron, ставший тепловым, поглощается.

Для теплового реактора очень больших размеров, пренебрегая x^2M^2 , получим $K_\infty = 1$ или

$$v\Theta_{min} = \frac{vQ_5\sigma_a^5}{Q_5\sigma_a^5 + Q_{зам}\sigma_a^{зам}} = 1.$$

Для таких реакторов, следовательно,

$$Q_5 \cong Q_5^{min} = Q_{зам} \frac{\sigma_a^{зам}}{(v - 1)\sigma_a^5} = 1,$$

и зависимость $M(V)$ идёт по линии на рис.2, соответствующему Q_5^{min} . С уменьшением V утечка нейтронов становится всё более ощутимой, что требует увеличения Θ , т.е. увеличения Q_5 : кривая отклоняется от линии $Q_5 = Q_5^{min}$ вверх. При некотором V_1 M достигает минимума, а затем растёт.

L
M_{min}

Минимальная критическая загрузка реактора M_{min} может быть найдена следующим образом. Примем для простоты, что $M^2 \cong \tau$ и не зависит от Q_5 (близкая к этому ситуация имеет место в реакторах с H_2O в качестве замедлителя, где

$L^2 \ll \tau$). Тогда $\left(\frac{\pi}{R}\right)^2 = \frac{v\Theta - 1}{\tau}$, $V \sim \frac{1}{(v\Theta - 1)^{3/2}}$ и

$M \sim \frac{Q_5}{(v\Theta(Q_5) - 1)^{3/2}}$. Эта зависимость имеет минимум при

$$\frac{Q_{зам}\sigma_a^{зам}}{Q_5\sigma_a^5} = \sqrt{\frac{3v}{2} + \frac{v^2}{16}} - \frac{v}{4} - 1 \cong 0,32 \quad (\text{при } v = 2,06).$$

V. d. Найдём минимальную критическую массу сферического реактора в виде раствора соли ^{235}U в легкой воде. Отношение концентраций водорода и урана $\frac{\sigma_H}{Q_5} = 0,32 \frac{\sigma_a^5}{\sigma_a^H} \cong 640$. При

$$\tau_{H_2O} \cong 30 \text{ см}^2 \quad x^2 = \frac{v\Theta - 1}{\tau} \cong 0,017 \text{ см}^{-2}, \text{ так что } R_3 = 24 \text{ см.}$$

Средняя по спектру длина линейной экстраполяции для воды составляет примерно $\gamma \approx 2,5$ см, так что $V_{kp} = 41$ литр. Отсюда минимальная критическая загрузка такого реактора $M_{min} \approx 1600$ г ^{235}U .

$$\text{С дальнейшим ростом } Q_5 \Theta \rightarrow 1 \text{ и } R \rightarrow R_{min} = \frac{\pi\sqrt{\tau}}{\sqrt{\nu - 1}}$$

(для теплового реактора), а загрузка ^{235}U возрастает, но при этом мы приходим к рассмотренному ранее реактору на промежуточных нейтронах и должны учесть падение ν .

Аналогичная зависимость $M(V)$ получится и при использовании урана некоторого обогащения $x_1 < 1$ (рис 2). В этом случае удобно ввести величины $\eta = \nu \frac{x\sigma_a^5}{x\sigma_a^5 + (1-x)\sigma_a^8}$ — число нейтронов на один захват в уране ($^{235}\text{U} + ^{238}\text{U}$) и $\Theta' = \frac{Q_v \sigma_a^\nu}{Q_v \sigma_a^\nu + Q_{зам} \sigma_a^{зам}}$ — вероятность захвата нейтрона ураном, так что $K_\infty = \eta \Theta'$.

В этом случае из-за сильного поглощения нейтронов ^{238}U в промежуточной области энергии величина η падает ещё сильнее, чем ν , что приводит к дополнительному росту критического объёма. При достаточно низких обогащениях (x_2) промежуточный реактор вовсе не может быть критическим.

Интересно заметить, что в некоторой области объёмов кривая $M(V)$ оказывается неоднозначной. Загружая ^{235}U , например, в объём V_1 , заполненный замедлителем, при некоторой концентрации Q_5 можно достичь критичности (реактор на тепловых нейтронах). При дальнейшем повышении Q_5 реактор становится надкритическим, пока ужесточение спектра и падение ν не сделают его снова критическим (реактор на промежуточных нейтронах).

Продолжая увеличивать Q_5 , мы сделаем реактор за счёт падения ν подкритическим. Но затем, пройдя через минимум ν , коэффициент размножения K начнёт расти с ростом Q_5 , пока мы не придём к критическому реактору на быстрых нейтронах.

Литература

1. Орлов В.В. Статика однородного реактора. — М.: МИФИ, 1984.
2. Фейнберг С.М., Шихов С.Б., Троянский В.Б. Теория ядерных реакторов. — М.: Атомиздат, 1978.
3. Основы теории и методы расчёта ядерных энергетических реакторов. Под ред. Батя Г.А. — М.: Энергоиздат, 1982.
4. Ганев И.Х. Физика и расчёт реакторов. — М.: Энергоиздат, 1981.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
1. Однородный реактор конечных размеров	3
1.1. Геометрический и материальный параметры реактора	3
1.2. Пространственное распределение нейтронов и критические размеры реактора	4
1.3. Коэффициент неравномерности нейтронного потока	8
1.4. Точность диффузационного приближения	9
1.5. Критический объём и критическая масса реактора	11
Литература	17