…ЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
…ЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к решению задач по физике (молекулярная физика и термодинамика)

Для подготовительного отделения

Москва 1981

К 6

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ (МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА)

Для подготовительного отделения

Утверждено
советом факультета "Т"

Москва 1981

УДК 536(075)

Методические указания к решению задач по физике (молекулярная физика и термодинамика). Для слушателей подготовительного отделения. – М.: Изд. МИФИ, 1981, 24 с.

Настоящее пособие является продолжением "Методических указаний к решению задач по физике" для слушателей подготовительного отделения.

Настоящие "Методические указания" должны помочь слушателям при решении задач по молекулярной физике и термодинамике (свойства идеальных газов, первое начало термодинамики).

В начале каждого раздела приводятся основные теоретические сведения, необходимые для решения задач.

Составитель Пантюхов Г.И.

СОДЕРЖАНИЕ

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

<u>МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА</u>

1. ЭЛЕМЕНТЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

1.1. <u>Основные понятия молекулярно-кинетической теории</u>

Количество вещества z измеряют в молях (киломолях, 1 кмоль = 10^3 моль): $z = m/\mu = N/N_A$, где m – масса, $\mu = m_1 N_A$ – киломолярная масса, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{26}$ кмоль$^{-1}$ – число Авогадро, N – число молекул (или атомов), содержащихся в массе m вещества, m_1 – масса молекулы вещества (или атома элемента).

<u>Задача 1.</u> Найти среднее расстояние $\langle a \rangle$ между молекулами воды, плотность которой ρ = 1,0 г/см^3.

ρ = 1,0 г/см^3 = 1,0 10^3 кг/м^3

μ = 18 кг/кмоль

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{26}$ кмоль$^{-1}$

$\langle a \rangle$ – ?

Решение

Объем одного киломоля вещества $V_\mu = \mu/\rho$, где μ = 18 кг/кмоль киломолярная масса воды (заимствуется из таблиц). Объем V_1, приходящийся на одну молекулу, получим делением V_μ на число молекул в одном киломоле: $V_1 = V_\mu/N_A$. Полагая объем V_1 имеющий форму кубика, найдем его сторону, равную среднему расстоянию между молекулами:

$$\langle a \rangle = \sqrt[3]{V_1} = \sqrt[3]{\mu/\rho N_A} = 0{,}31 \text{ нм}.$$

1.2. <u>Уравнение состояния идеального газа</u>

Давление p, абсолютная температура T идеального газа, находящегося в количестве $z = m/\mu$ киломолей в объеме V, удовлетворяют уравнению состояния

$$pV = zRT,$$

где $R = p_0 V_{\mu 0}/T_0 = 8{,}31 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль K) – газовая постоянная, давление p_0 = 0,101 МПа и температура T_0 = 273 К отвечают стандартным условиям, при которых киломолярные объемы всех идеальных газов равны $V_{\mu 0}$ = 22,4 м^3/кмоль. Термодинамическое состояние массы известного газа (μ) определяется двумя величинами из трех – p, V, T; третья – находится из уравнения состояния идеального газа.

<u>Задача 2.</u> Найти плотность атмосферы, состоящей практически из углекислого газа (CO_2), у поверхности планеты Венеры, где давление p = 9,0 МПа, а температура T = 750 К.

p = 9,0 МПа = $9{,}0 \cdot 10^6$ Па

T = 750 К

CO_2

μ = 44 кг/кмоль

$R = 8{,}31 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль К)

ρ – ?

Решение

В небольшом объеме атмосферы Венеры вблизи поверхности планеты, в пределах которого как температура T, так и плотность ρ постоянны, находится масса углекислого газа $m = pV\mu/RT$, где $\mu = \mu_C + 2\mu_O$ = 12 + 2·16 = 44 кг/кмоль – киломолярная масса углекислоты CO_2, рассчитанная по химической формуле соединения CO_2 и табличным значениям киломолярных масс углерода μ_C и атомарного кислорода μ_O.

Плотность атмосферы равна $\rho = m/V = p\mu/RT$. Подставляя в эту формулу значения p, μ, T и значение R, заимствованное из таблиц, рассчитаем ρ = 64 кг/м^3.

Давление в смеси не реагирующих химически газов равно сумме их парциальных давлений (закон Дальтона):

$$p = \sum_{i=1}^{i=N} p_i = (RT/V)(m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2 + \ldots + m_N/\mu_N).$$

<u>Задача 3.</u> Найти киломолярную массу μ воздуха атмосферы Земли, считая ее состоящей практически из молекулярных кислорода и азота. Процентное содержание кислорода (по массе) η = 21%; киломолярные массы кислорода и азота равны соответственно μ_1 = 32 кг/кмоль и μ_2 = 28 кг/кмоль.

μ_1 = 32 кг/кмоль

μ_2 = 28 кг/кмоль

η = 21%

μ = ?

Решение

Пусть в небольшом объеме V земной атмосферы находится масса m

воздуха и, следовательно, $m \cdot \eta$ – масса кислорода и $m \cdot (\eta - 1)$ – азота. Их парциальные давления, отвечающие температуре T воздуха (кислорода и азота) в объеме V равны, согласно уравнению состояния идеального газа (O_2 и N_2)

$$p_1 = (m\eta) \cdot RT/\mu_1;$$
$$p_2 = m(1-\eta) RT/\mu_2.$$

Давление воздуха (смесь газообразных кислорода и азота), по закону Дальтона,

$$p = p_1 + p_2 = (m RT/V)[\eta/\mu_1 + (1-\eta) \cdot \mu_2). \quad (1)$$

С другой стороны, давление воздуха

$$p = mRT/V\mu. \quad (2)$$

Сравнивая правые части равенств (1) и (2), находим

$$\mu = (\mu_1 \cdot \mu_2)/[\mu_1(1-\eta) + \mu_2 \cdot \eta] = 29 \text{ кг/кмоль}.$$

Связь между давлением p, температурой T и концентрацией n молекул (атомов) в идеальном газе устанавливается соотношением

$$p = nkT,$$

где $k = R/N_A$ = 1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана.

Задача 4. Найти отношение концентраций n молекул воздуха на некоторой высоте над поверхностью Земли, где температура T = 200 К, а давление $p = p_0/8$, к концентрации молекул воздуха у поверхности Земли при стандартных условиях (p_0 – нормальное атмосферное давление).

$p = p_0/8$
T = 200 К
T_0 = 273 К

---

n/n_0 - ?

Решение

У поверхности Земли при стандартных условиях $n_0 = p_0/kT_0$, на некоторой высоте – $n = p/kT_m$. Следовательно,

$$\left(\frac{n}{n_0}\right) = \left(\frac{p}{p_0}\right) \times \left(\frac{T}{T_0}\right) = \frac{T_0}{8T} = 0,17.$$

1.3. Основное уравнение кинетической теории газов. Внутренняя энергия одноатомного идеального газа

Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle$$

устанавливает связь между давлением p, концентрацией n молекул идеального газа и средним значением энергии поступательного движения молекулы $\langle \varepsilon \rangle = m_1 \langle v^2 \rangle / 2$, где m_1 – масса, $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = v_{кв}$ – средняя квадратичная скорость поступательного движения молекулы газа, находящегося при температуре T.

Задача 5. Найти среднеквадратичную скорость теплового движения (поступательного) молекул газообразного водорода при стандартных условиях $v_{кв}$ и аналогичную скорость $v'_{кв}$ пылинки массой m = 10^{-12} г, взвешенной в водороде.

T_0 = 273 К
m = 10^{-12} = 10^{-15} кг
R = 8,31·10^3 Дж(кмоль К)$^{-1}$
k = 1,38·10^{-23} Дж/К
μ_{H_2} = 2,0 кг/кмоль

$v_{кв}$-? $v'_{кв}$-?

Решение

Сравнение правых частей в основном уравнении газокинетической теории $p_0 = \frac{2}{3} n_0 \langle \varepsilon_0 \rangle$ и соотношении

$$p_0 = n_0 k T_0$$

позволяет установить, что $\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT_0$. Поскольку $\langle \varepsilon_0 \rangle = m_1 \langle v^2 \rangle / 2$, то $\langle v^2 \rangle = 3kT_0/m_1$.

Подставив сюда $m_1 = \mu_{H_2}/N_A$ (μ_{H_2} = 2,0 кг/кмоль – киломолярная масса водорода), найдем затем

$$v_{кв} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3RT_0/\mu_{H_2}} = 1,8 \text{ км/с}.$$

Аналогичная скорость для взвешенной пылинки

$$v'_{кв} = \sqrt{3kT_0/m} = 3,4 \text{ м/с}.$$

Внутренняя энергия U идеального одноатомного газа в количестве Z киломолей равна

$$U = \langle \varepsilon \rangle N = \langle \varepsilon \rangle \cdot (N/N_A) \cdot N_A = \frac{3}{2} kTN_A Z = \frac{3}{2} RTZ.$$

Как видно, внутренняя энергия некоторого количества (Z) идеального газа пропорциональна его абсолютной температуре.

Задача 6. С какой скоростью u должен поступательно двигаться баллон с газообразным неоном, при которой внутренняя энергия газа равна его механической энергии движения? Температуру газа считать неизменной T = 300 К. Килоатомная масса неона μ = 20 кг/кмоль.

μ = 20 кг/кмоль
T = 300 К
R = 8,31 10^3 Дж/(кмоль К)

u – ?

Решение

По условию задачи,

$$\frac{mu^2}{2}=\frac{3}{2}zRT, \quad (3)$$

где m – масса, $z=\frac{m}{\mu}$ – количество газа в баллоне.

Подставив $z=\frac{m}{\mu}$ в соотношение (3), найдем

$$u=\sqrt{3RT/\mu}=0,61 км/с.$$

Сравнивая решение задачи с решением задачи 5 устанавливаем, что скорость поступательного движения массы газа и среднеквадратичная скорость атомов газа – одинаковы.

Задача 7. Определить увеличение ΔU внутренней энергии одноатомного газа, находящегося в газгольдере объемом $V = 10^3$ м^3, при повышении его температуры на ΔT = 10 К. Вначале газ находился при стандартных условиях.

$V = 10^3$ м^3
ΔT = 10 К
$p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па
T_0 = 273 К

ΔU – ?

Решение

Внутренняя энергия газа равна

$$U=\frac{3}{2}RTz,$$

а ее повышение при нагревании

$$\Delta U=\frac{3}{2}Rz\Delta T. \quad (4)$$

Из уравнения состояния газа, записанного для стандартных условий

$$p_0V=zRT_0$$

найдем $zR=p_0V/T_0$. Исключая zR в соотношении (4), находим

$$\Delta U=\frac{3}{2}p_0V(\Delta T)/T_0=\frac{3}{2}\cdot 1,0\cdot 10^5\cdot 10^3\cdot 10^1\cdot\frac{1}{273}=5,5 МДж.$$

2. ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗАХ

В идеальных газах могут протекать различные процессы, сопровождающиеся изменением давления, температуры и объема, однако в любом из промежуточных равновесных состояний, через которые проходит газ, параметры состояния p, V, T удовлетворяют уравнению состояния идеального газа $pV = (m/\mu)RT$.

Известные эмпирические газовые законы: Бойля – Мариотта ($pV=const$ при $T = const$, $m = const$), Шарля ($p/T = const$ при $V=const$; $m = const$) и Гей-Люссака ($V/T = const$, $p=const$, $m = const$), содержащиеся в уравнении состояния идеального газа, выражают, соответственно, процессы изотермического изменения объема, изохорического нагрева и изобарического нагрева (или изменения объема) газа. В табл. 1 изображены графики этих процессов в различных переменных (pV, pT, V, T).

Задача 8. В идеальном газе ($m = const$) протекает процесс 1⟶2⟶3, график которого изображен на рис. 1. Построить графики процесса 1⟶2⟶3 на диаграммах: а) p, T; б) V, T. Считать $V_2=V_1$, $p_3=2p_1$.

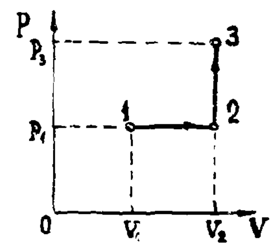


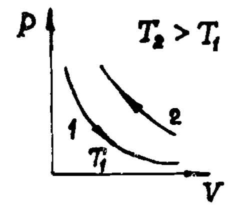
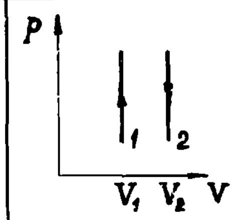
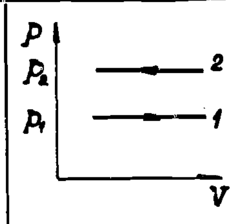
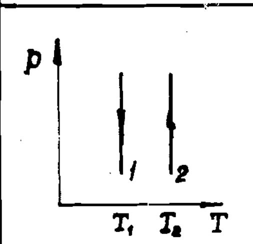
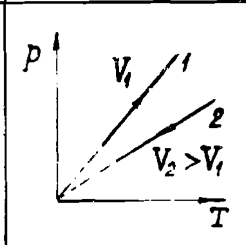
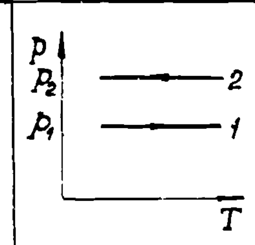
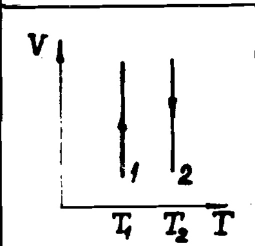
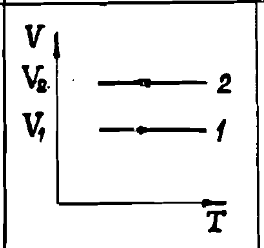
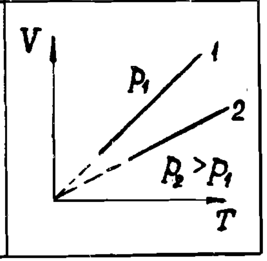
Рис. 1

Решение

На участке 1⟶2 в газе протекает изобарический процесс, в котором температура газа увеличивается (рис. 2), $T_2 > T_1$, на участке 2⟶3 протекает изохорический процесс, в котором давление и температура увеличиваются от p_1 до $2p_1$ и от T_2 до T_3, соответственно. Применяя уравнение состояния идеального газа к состояниям 1, 2 и 3, найдем $T_2 = 2T_1$ и $T_3 = 4T_1$.

На рис. 2 пунктиром намечены изотермы T_1, T_2 и T_3 (гиперболы), а также две изобары p_1 и $p_3 = 2p_1$.

Таблица 1

Переменные	Процессы, их уравнения и графики		
	Изотермическое расширение (1) [сжатие (2)]	Изохорический нагрев (1) [охлаждение (2)]	Изобарический нагрев (1) [охлаждение (2)]
	$p=\frac{C}{V}$; $T=const$. $C=\frac{m}{\mu}RT$	$p=CT$; $V=const$. $C=\frac{m}{\mu}R/V$	$V=CT$; $p=const$ $C=\frac{m}{\mu}R/p$
p,V			
p,T			
V,T			

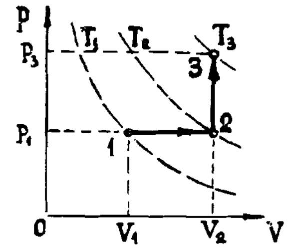


Рис. 2

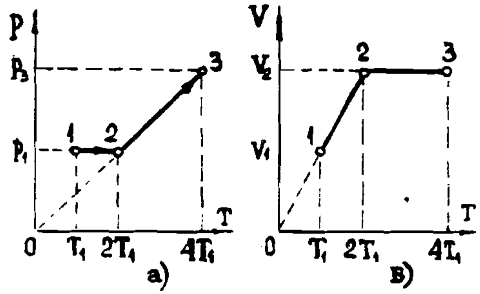


Рис. 3

Соответствие участка графика 1⟶2 на рис. 3,а процессу 1⟶2, изображенному на графике $p(V)$ (см. рис. 2) в пояснении не нуждается. Изохорическому процессу 2⟶3 соответствует на рис. 3,а участок прямой 2⟶3, проходящей через начало координат (p = 0, T = 0) и точку, отвечающую состоянию 2.

Отрезок 2⟶3 оканчивается в точке 3, лежащей на пересечении изобары $p=p_3$ и изотермы $T = 4T_1$ направление процесса отмечено стрелками.

Приступая к построению графика процесса $V(T)$ установим, прежде всего, положение точки отвечающей состоянию 2 (рис. 3,б): ему отвечает точка на пересечении изохоры $V=V_2$ и изотермы $T = T_2 = 2T_1$.

Изохорическому процессу 2⟶3, идущему с увеличением температуры (см. рис. 3,а), отвечает изохора 2⟶3 на графике $V(T)$ на рис. 3,б.

Изобарическому процессу расширения газа 1⟶2 на рис. 3,а отвечает отрезок прямой 1⟶2 на рис. 3,б, продолжение которого проходит через начало координат V = 0, T = 0.

<u>Задача 9.</u> В идеальном газе, количество которого z = 3 моль, протекает процесс 1⟶2, в котором давление газа растет пропорционально его объему (рис. 4), при этом объем газа увеличивается вдвое против первоначального V_1 = 50 л. Первоначальное давление в газе p_1 = 0,2 МПа. Установите зависимость температуры газа от его объема $T(V)$ и найдите конечную температуру газа T_2 в процессе 1⟶2. Постройте график $T(V)$.

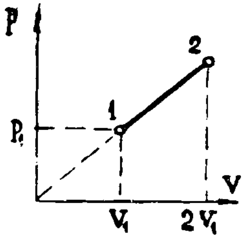


Рис. 4

$z = 8$ моль $= 8^{-3}$ кмоль
$V_1 = 50$ л $= 5{,}0 \cdot 10^{-2}$ м^3
$p_1 = 0{,}2$ МПа $= 2 \cdot 10^{-5}$ Па

$T_2 - ?\quad T = T(V) - ?$

Решение

По условию задачи, давление газа пропорционально его объему, т.е. $p = KV$. Коэффициент пропорциональности K можно найти, поскольку начальное состояние газа 1 известно: $K = p_1/V_1$. Подставив в уравнение состояния идеального газа $pV = zRT$ зависимость $p = KV$, получим соотношение $KV^2 = zRT$, из которого устанавливаем

$$T(V) = \frac{K}{zR} V^2 = (p_1/zRV_1)V^2.$$

На рис. 5 изображена графически зависимость $T(V)$ – параболическая. Конечная температура газа

$$T_2 = T(V_2) = T(2V_1) = (p_1/zRV_1) \cdot 4V_1^2 = 4p_1V_1/zR = 0{,}6кК,$$

где $T_1 = p_1V_1/zR$ – начальная температура газа.

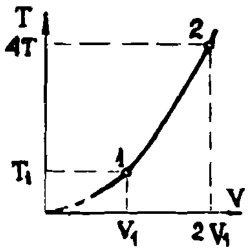


Рис. 5

3. РАБОТА, СОВЕРШАЕМАЯ ТЕЛОМ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЕГО ОБЪЕМА

Если взаимодействие между двумя телами может быть охарактеризовано силами давления p , производимого телами друг на друга по поверхности их соприкосновения, то перемещение этой поверхности, обусловленное разными причинами, сопровождается совершением работы. Если перемещение поверхности соприкосновения вызвано изменением объема тела ΔV , во всех ее точках давления одинаково, то совершаемая телом элементарная работа $\Delta A = p\Delta V$.

При изобарическом процессе $(p = const)$ $A_{12} = p(V_2 - V_1)$. Если давление при протекании некоторого процесса изменяется, то работа может быть определена из графика зависимости $p(V)$ – она равна (численно) "площади" фигуры, образованной графиком $p(V)$, осью V и ординатами $p(V_1)$ и $p(V_2)$, где V_1 и V_2 – объемы в начале и конце процесса (рис. 6). На том же рисунке $\Delta A = p\Delta V$ – элементарная работа. Если $V_2 > V_1$, то $A_{12} > 0$, если $V_2 < V_1$, то $A_{12} < 0$.

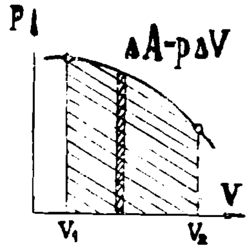


Рис. 6

<u>Задача 10.</u> Найдите работу А, совершенную массой m = 1,0 т вещества (H_2O) при замерзании воды под нормальным атмосферным давлением p_0 .

m = 1,0 т = $1{,}0 \cdot 10^3$ кг
p_0 = $1{,}0 \cdot 10^5$ Па
$\rho_в$ = $1{,}00 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\rho_л$ = $0{,}92 \cdot 10^3$ кг/м^3
p_0 = $1{,}01 \cdot 10^5$ Па

А – ?

Решение

Объем массы m воды при 273 К составит $V_в = m/\rho_в$, льда – $V_л = m/\rho_л$. Увеличение объема массы вещества при замерзании воды

$$\Delta V = V_л - V_в = m[(1/\rho_л) - (1/\rho_в)].$$

Произведенная массой вещества (H_2O) работа против сил атмосферного давления, обусловленная непрерывным увеличением объема вещества (H_2O) по мере плавления льда, равна

$$A=p_0\cdot\Delta V=p_0\cdot m\left[1/\rho_л-1/\rho_в\right]=p_0\cdot m\cdot(\rho_в-\rho_л)/\rho_в\cdot\rho_л .$$

Заимствуя значения плотностей воды и льда ($\rho_в$, $\rho_л$) из таблиц, произведем вычисления: А = 8,7 МДж.

Задача 11. Идеальный газ, находящийся вначале в объеме V_1 = 20 л под давлением p_1 = 0,20 МПа, нагревают таким образом, что давление в нем растет пропорционально увеличивающемуся объему газа (рис. 7). Найдите работу A_{12}, совершенную газом в процессе его нагревания, когда объем газа станет вдвое больше начального (процесс 1⟶2 на рис. 7 $V_2=2V_1$).

p_1 = 0,20 МПа =
= $2{,}0\cdot10^5$ Па
V_1 = 20 л =
= $2{,}0\cdot10^{-2}$ м^3
$V_2 = 2V_1$

A_{12} – ?

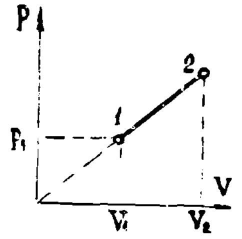


Рис. 7

Решение

Так как давление в газе не остается постоянным, произведенная им работа должна быть подсчитана с использованием графика зависимости $p(V)$: она равна "площади" фигуры $V_1 1 2 V_2 V_1$ (см. рис. 7), образованной графиком $p(V)$ осью объемов и ординатами p_1 и $p_2=p(V_2)=p(2V_1)$. Эта фигура является трапецией, поэтому $A_{12}=(p_1+p_2)(V_2-V_1)/2=3p_1V_1/2$ поскольку $V_2=2V_1$ и $p_2=2p_1$. Выполнив расчеты, найдем $A=3p_1V_1/2=0{,}60$ кДж.

4. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

4.1. Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики в наиболее общей форме выражает закон сохранения энергии:

$$Q_{12}=E_2-E_1+A_{12} . \qquad (5)$$

Здесь Q – количество теплоты, полученной системой (тел) в процессе ее перехода из состояния 1 в состояние 2 ; $E_2 - E_1$ – соответствующее приращение полной энергии системы; полная энергия E системы включает в себя внутреннюю энергию тел U ; A_{12} – работа, совершаемая системой над окружающими телами при переходе ее из состояния 1 в состояние 2; в работу A не включена работа сил трения, сопротивления – она учтена в изменении ΔU внутренней энергии системы.

При изотермическом ($T=const$) расширении (сжатии) некоторого количества идеального газа его внутренняя энергия не изменяется, поскольку она зависит только от температуры.

Задача 12. При изотермическом расширении идеального газа к нему было подведено количество теплоты Q = 10 МДж. Какую работу A совершил при этом газ?

Q = 10 МДж

A – ?

Решение

В рассматриваемом случае, на основании 1-го закона термодинамики ($Q=\Delta U+A$, $\Delta U=0$) имеем $A = Q$ = 10 МДж.

Задача 13. В вертикальном закрытом тонкостенном цилиндре может без трения перемещаться поршень массой m = 10 кг, герметично прилегая к стенкам цилиндра. Вначале поршень занимает среднее положение, а пружина длиной ℓ_0 = 98 мм, которой он прикреплен к верхнему торцу цилиндра, не растянута (рис. 8). Какое количество теплоты Q нужно подвести к идеальному газу под поршнем, чтобы легкую пружину, жесткость которой K = 1,0 кН/м, сжать вдвое? Поршень – теплонепроницаем, объем над поршнем откачан до глубокого вакуума.

$m = 10$ кг
$\ell_0 = 9{,}8 \cdot 10^{-2}$ м
$K = 1{,}0 \cdot 10^3$ Н/м

$Q_г = ?$

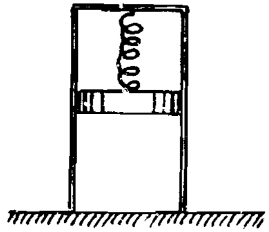


Рис. 8

Решение

Применим 1-й закон термодинамики к системе тел "газ + + поршень + пружина + цилиндр". Подводимое к системе тепло Q будет сообщаться только газу ($Q = Q_г$), поскольку поршень теплонепроницаем, а теплоемкости пружины и цилиндра исчезающе малы (пружина – легкая, цилиндр – тонкостенный). По той же причине будет изменяться внутренняя энергия только газа: $\Delta U = \Delta U_г$. Изменение механической энергии при медленном подводе теплоты будет сопровождаться увеличением только потенциальной энергии поршня (в поле силы тяжести) и сжимаемой пружины $\Delta E_{мех} = mg\ell_0/2 + K\ell_0^2/8$.

В указанной системе тел работа газа над поршнем компенсируется работой поршня над газом, поэтому A = 0. Тогда уравнение 1-го закона термодинамики, записанное для системы тел $Q = \Delta U + \Delta E_{мех} + A$, примет вид $Q_г = \Delta U_г + \Delta E_{мех}$

или $Q_г = \Delta U_г + \Delta E_{мех} = \dfrac{3}{2} z R (T_2 - T_1) + mg\ell_0/2 + \dfrac{K\ell_0^2}{8}$,

где $T_1 = p_1 V_1 / zR$ и $T_2 = p_2 V_2 / zR$ – температура газа до и после его нагревания ($V_2 = 3V_1/2$, так как по условию пружина сжалась вдвое).

Поскольку газ нагревался медленно, то ускорение поршня можно считать исчезающе малым, а потому для его начального и конечного положений можно записать условия его равновесия:

$$p_1 s = mg;$$
$$p_2 s = mg + K\ell_0/2,$$

откуда $p_1 = mg/s$ и $p_2 = \frac{mg}{s} + K\ell_0/2s$. Подставив p_1 и p_2 в выражения для T_1 и T_2, найдем:

$$T_1 = mgV_1 / zRs = mg\ell_0 / zR,$$

$$T_2 = 3V_1(mg + K\ell_0/2)/2zRs = 3\ell_0(mg + K\ell_0)/2zR,$$

так как $V_1 = \ell_0 s$.

Подставив полученные T_1 и T_2 в выражение для изменения внутренней энергии газа, найдем:

$$\Delta U_г = (3zR/2)\cdot(T_2 - T_1) = (3zR/2)\left[(3\ell_0)(mg + K\ell_0/2)(2zR) - mg\ell_0/zR\right] =$$
$$= (3mg\ell_0/4)\cdot(1 + 3K\ell_0/2mg) = 24 \text{ Дж}.$$

Количество подведенной к газу теплоты

$$Q_г = \Delta U_г + \Delta U_{мех} = (5mg\ell_0/4)\cdot(1 + K\ell_0/mg) = 24 \text{ Дж}.$$

При нагревании тела $Q = C\Delta T$, где C – теплоемкость тела в процессе подвода к нему тепла Q , ΔT – изменение температуры тела.

Плавление массы m вещества требует подвода количества теплоты $Q = r \cdot m$, где r (Дж/кг) – удельная теплота плавления кристаллического тела.

Испарение массы m жидкости, происходящее при постоянной температуре, требует подвода количества теплоты $Q = \lambda m$, где λ (Дж/кг) – удельная теплота парообразования, отвечающая температуре T испарения.

Задача 14. Плавление льда сопровождается увеличением внутренней энергии массы вещества (H_2O) и совершением работы против сил атмосферного давления, поскольку при плавлении изменяется объем вещества (H_2O). Установите, на сколько (η %) отличается увеличение внутренней энергии массы вещества (H_2O) при полном расплавлении льда (под атмосферным давлением $p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па) от количества теплоты, необходимой для этого расплавления.

$p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па
$\rho_в = 1{,}00 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\rho_л = 0{,}92 \cdot 10^3$ кг/м^3
$r = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг

$\eta = ?$

Решение

Из 1-го закона термодинамики $Q = \Delta U + A$ найдем $\Delta U = Q - A$, а затем $\eta = (\Delta U - Q)/Q = -A/Q$.

2-2488

Количество теплоты Q, подведенное к массе m расплавившегося льда, $Q = r \cdot m$. Работа $A = \rho_0 \Delta U = \rho_0 (V_0 - V_л) = \rho_0 (m/\rho_в - m/\rho_л)$ совершаемая против сил атмосферного давления, отрицательна, поскольку объем воды $V_в = m/\rho_в$, образовавшейся при плавлении льда, меньше объема $V_л = m/\rho_л$ той же массы льда. Определяя $\eta = -A/Q$, находим $\rho_0 = [(m/\rho_л) - (m/\rho_в)] \times (rm) = \rho_0 (\rho_в - \rho_л)/r \rho_в \rho_л = 0,0025\%$.

Следовательно, практически все подводимое ко льду тепло идет на увеличение внутренней энергии массы вещества.

4.2. Теплоизолированные системы

Могут реализоваться такие условия, в которых некоторые из взаимодействующих тел, вступая в интенсивный теплообмен друг с другом, практически не будут обмениваться теплом с окружающими телами. Такие системы тел называются теплоизолированными. Применительно к теплоизолированным системам первое начало термодинамики может быть записано в виде уравнения "теплового баланса":

$$Q = 0 \quad , \qquad \text{или} \quad \sum_{i=1}^{i=N} Q_i = 0 \qquad (6)$$

(алгебраическая сумма количества тепла, которым обмениваются тела теплоизолированной системы, равна 0), а также

$$\Delta E + A = 0 \quad , \qquad \text{или} \qquad A = -\Delta E$$

(убыль полной энергии теплоизолированной системы тел равна работе, совершаемой телами системы над окружающими их телами).

Задача 15. В бак с теплонепроницаемыми стенками, содержащий m_1 = 100 кг льда при начальной температуре T_1 = = 223 К, было подано m_2 = 15 кг водяного пара при температуре T_2 = 373 К и нормальном атмосферном давлении. Какой будет температура θ вещества (H_2O) в баке после установления теплового равновесия?

m_1 = 100 кг
T_1 = 233 К
m_2 = 15 кг
T_2 = 373 К
$c_1 = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)
$c_2 = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)
$r = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг
$\lambda = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг
T_0 = 273 К

Q-?

Решение

Заранее неизвестно, расплавится ли весь лед, а образовавшаяся вода нагреется, либо расплавится часть льда,

либо, наконец, вода образовавшаяся из сконденсировавшегося пара охладится и полностью выморозится. Поэтому необходимо сначала произвести сравнение количества тепла, отдаваемого в одних и получаемого в других возможных процессах, ведущего к установлению теплового равновесия.

Из таблиц заимствуются удельные теплоемкости льда (c_1) и воды (c_2), а также удельные теплоты плавления льда (r) и парообразования воды (λ) при нормальном атмосферном давлении.

Для наглядности и большего удобства в табл. 2 указаны процессы, в которых происходит (или происходило бы) увеличение внутренней энергии одной массы и уменьшение внутренней энергии - другой массы вещества по мере приближения системы тел к равновесному состоянию (колонки 1 и 4). В колонках 2,5 и 3,6 записаны соответствующие количества теплоты.

В табл. 2 последовательно заполняются строки. Анализ заполненной второй строки показывает, что состоянию теплового равновесия отвечает двухфазное состояние вещества при T_0 = 273 К - некоторая (m') масса неполностью расплавившегося льда в воде. В самом деле, для нагревания массы m_1 льда до T_0 = 273 К требуется $m_1 \cdot c_1 \cdot (T_0 - T_1)$ = 10,5 МДж теплоты, и на полное его расплавление еще $m_1 r$ = 33 МДж (всего - 44 МДж). При конденсации массы m_2 пара в воду и ее дальнейшем охлаждении до той же температуры T_0 отдается количество теплоты $m_2 \lambda + m_2 c (T_2 - T_0)$ = 41 МДж. Поскольку 10,5 МДж < 41 МДж < 44 МДж, или

$$m_1 c_1 (T_0 - T_1) < m_2 \lambda + m_2 c_2 (T_2 - T_0) < m_1 c_1 (T_0 - T_1) + m_1 \lambda ,$$

то ясно, что в воде при T_0 = 273 К будет находиться некоторая масса (m') плавающего льда. Массу m' льда следует определить из уравнения баланса (6), которое должно быть записано в виде

$$m_1 c_1 (T_0 - T_1) + m' r = m_2 \lambda + m_2 c_2 (T_2 - T_0),$$

Таблица 2

Процесс, сопровождающийся увеличением внутренней энергии массы вещества H_2O	Количество теплоты, которое подводится к массе вещества в процессах:		Процесс, сопровождающийся уменьшением внутренней энергии массы вещества H_2O	Количество теплоты, которое отводится от массы вещества в процессах:	
	рассматриваемом	рассматриваемом и предыдущих		рассматриваемом	рассматриваемом и предыдущих
1	2	3	4	5	6
Нагрев льда от T_1 до температуры плавления T_0	$m_1c_1(T_0-T_1)=$ $=10{,}5$ МДж		Конденсация насыщенного пара в воду	$m_2\lambda=$ $=34{,}5$ МДж	
Плавление льда	$m_1r=33$ МДж	44 МДж	Охлаждение воды от T_2 до T_0	$m_2c_2(T_2-T_0)=$ $=6{,}3$ МДж	41 МДж
Нагревание воды, образовавшейся из расплавившегося льда			Кристаллизация льда из охладившейся воды		
Кипение воды			Охлаждение кристаллизовавшегося льда		

откуда

$$m'=m_2+\left[m_2c_2(T_2-T_0)-m_1c_1(T_0-T_1)\right]/\lambda=2\ кг.$$

Задача 16. При соблюдении некоторых условий можно нагреть воду при нормальном атмосферном давлении до температуры выше $T_к$ = 373 К без того, чтобы вода закипела (перегретая вода).

Пробирку с m = 0,10 кг перегретой воды при T'=382 К слегка встряхивают, отчего происходит бурное вскипание воды. Найти массу m' выкипевшей при этом воды. Теплоемкость воды в интервале температур от 273 до 282 К считать постоянной.

m_1 = 0,10 кг

$T_к$ = 373 К

T' = 382 К

c = 4,2·10³ Дж/(кг·К)

λ = 2,3·10⁶ Дж/кг

m'-?

Решение

При бурном ("мгновенном") вскипании воды теплообмена со стенками пробирки и с воздухом атмосферы практически не происходит: образование массы m' пара с подведением количества теплоты $Q=m'\lambda$ происходит за счет теплоты $Q'=mc(T'-T_к)$, отдаваемой при остывании всей массы перегретой воды от T' до $T_к$. Ввиду теплоизолированности протекающего процесса, из уравнения теплового баланса $Q-Q'=0$, или,

$$m'\lambda=mc(T'-T_к)$$

находим

$$m'=mc(T'-T_к)/\lambda=9\ г.$$

Задача 17. Бруску массой m = 10 кг, лежащему на шероховатой горке, сообщили начальную скорость v_0 = 15 м/с, после чего он остановился, поднявшись по горке на высоту h = 4,0 м. Полагая, что увеличение внутренней энергии бруска составляет η = 90% общего увеличения внутренней энергии при скольжении, найдите количество теплоты Q, полученное при этом бруском. Начальная температура бруска и шероховатой поверхности одинакова и равна температуре воздуха атмосферы.

$m = 10$ кг
$v_0 = 15$ м/с
$h = 4,0$ м
$\eta = 90\%$

$Q_1 = ?$

Решение

Скольжение бруска сопровождается переходом механической энергии во внутреннюю энергию взаимодействующих тел и теплообменом между ними. Поэтому очевидна необходимость использования 1-го начала термодинамики $Q=\Delta E+A$.

Для системы тел "брусок + горка" можно пренебречь теплообменом с окружающим воздухом во время скольжения ($Q=0$), как и работой против сил атмосферного давления в связи с их расширением при нагревании (А = 0). Следовательно, $\Delta E=0$; поэтому возрастание внутренней энергии системы ΔU равно убыли ее механической энергии ($-\Delta W$):

$$\Delta U=-\Delta W.$$

По условию, увеличение внутренней энергии бруска:

$$\Delta U_1=\eta\Delta U=-\eta\Delta W.$$

Применяя 1-й закон термодинамики только к бруску в процессе его скольжения (до остановки), запишем

$$Q_1=\Delta E_1+A_1 ,$$

где $\Delta E_1=\Delta W_1+\Delta U_1$ – изменение полной энергии бруска, складывающееся из изменений его внутренней ΔU_1 и механической ΔW_1 энергий; работа против сил атмосферного давления $A_1=0$. Итак,

$$Q_1=\Delta E_1=\Delta U_1+\Delta W_1=\eta\Delta U+\Delta W_1=-\eta\Delta W+\Delta W_1 .$$

Поскольку механическая энергия горки в процессе соскальзывания бруска не изменяется, то $\Delta W=\Delta W_1$. Тогда

$$Q_1=-\eta\Delta W+\Delta W_1=-\eta\Delta W_1+\Delta W_1=(1-\eta)\cdot\Delta W_1=(1-\eta)\left(mgh-\frac{mv_0^2}{2}\right)=$$
$$=-(mv_0^2/2)(1-\eta)(1-2gh/v_0^2)=-0,07\ Дж.$$

В расчетах следует обратить внимание на то, что численное значение Q_1 должно быть записано только одной значащей цифрой.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б., Климонтович Ю.Л. Физика. Учебное пособие для 9-го класса средней школы. – М.: Просвещение, 1978.

Методические указания
к решению задач по физике
(молекулярная физика и термодинамика)

(для подготовительного отделения)

Редактор Н. В. Шумакова
Техн.редактор Н. М. Воронцова
Корректор В. З. Решетникова

Подписано в печать 25/XII - 1981г.
Формат 60x84 1/16 Объем 1,5 п.л. Уч.-изд.л. 1
Тираж 500 экз. Бесплатно Изд. № 209-2
Заказ 2488

Типография МИФИ, Каширское шоссе, 31