

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В.К. Егоров, Р.С. Стариков

ИЗМЕРЕНИЕ КОГЕРЕНТНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Учебное пособие и описание лабораторной работы

Рекомендовано УМО «Ядерная физика и технологии»
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений

Москва 2008

УДК 535.14(076.5)

ББК 22.343я7

Е30

Егоров В.К., Стариков Р.С. Измерение когерентности лазерного излучения: Учебное пособие и описание лабораторной работы. — М.: МИФИ, 2008. — 76 с.

Предназначено для студентов кафедры №37 МИФИ, проходящих обучение по специальности «Физика твердого тела» со специализацией в области физики лазеров, при выполнении ими кафедрального лабораторного практикума, а также при изучении курсов «Физическая оптика», «Квантовая электроника» и других курсов кафедры.

Учебное пособие может быть полезно также для студентов других физических специальностей при изучении ряда оптических дисциплин.

Пособие подготовлено в рамках
Инновационной образовательной программы

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, профессор Э.А. Манькин

ISBN 978-5-7262-0966-1

© Московский инженерно-физический институт
(государственный университет), 2008

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
I. Когерентность световых полей – краткие сведения	6
Детерминированные и случайные волновые поля	6
Интерференция в поле излучения частично коррелированных источников. Модель Юнга	9
Частные степени когерентности	15
Временная когерентность	17
Пространственная когерентность	19
Когерентность излучения лазеров	22
II. Когерентность излучения полупроводникового инжекционного лазера	26
Режим спонтанного излучения	27
Режим регенерации излучения (суперлюминесценция)	27
Режим автогенерации	31
Дополнительные сведения	35
III. Экспериментальная часть	40
Измерительная установка	40
Основные методические указания по настройке измерительной установки и ее подготовке к измерениям	42
Методики измерений	45
Задание и порядок выполнения измерений	49
Методические указания по оценке качества экспериментальных данных. Рекомендации по коррекции режимов работы установки	50
Обработка и анализ результатов измерений	50
Задание на обработку результатов наблюдений	51
Приложения	52
Приложение 1. Формализм комплексного описания поля	52
Приложение 2. Функции автокорреляции и временной когерентности при лоренцевом спектральном контуре излучения	57
Приложение 3. Функции автокорреляции и временной когерентности при гауссовом спектральном контуре излучения	59
Приложение 4. Иллюстрации для простых примеров	61
Приложение 5. Измерения временной когерентности при сложных спектрах и спектрометрия Фурье	62
Приложение 6. Интерференция сильной и слабой волн	63
Приложение 7. Гетеродинный прием излучения	65
Приложение 8. Теорема ван Циттерта-Цернике	68
Контрольные вопросы	74
Рекомендуемая литература	75

Введение

Когерентностью называют свойство колебательных и волновых процессов сохранять постоянной разность фаз колебаний в различных точках пространства и/или в разные моменты времени. В оптике количественные показатели когерентности – важные характеристики полей светового излучения.

Постоянство разности фаз колебаний в двух разных точках пространства-времени означает полную коррелированность наблюдаемых в этих точках процессов.

В технике традиционно используется понятие синхронности периодических процессов, которое, по существу, равносильно понятию когерентности. Например, электрические энергосистемы обеспечивают нормальную работу оборудования, как электростанций, так и потребителей лишь до тех пор, пока работа множества объединенных в систему электрогенераторов когерентна (синхронна, на языке энергетиков). Вообще более широкое понятие коррелированности, как и более узкое понятие когерентности, играют важную роль не только в оптике и радиофизике, но и в электрофизике, акустике, прикладной механике, физике квантовых систем, включая современную квантовую информатику. Существуют представления о когерентности рассеяния микрочастиц, о когерентных состояниях квантовых систем. Фундаментальные законы сохранения энергии, импульса и момента импульса можно описать не только как следствия симметрии пространства-времени, но и как наличие резких максимумов в сечениях рассеяния микрочастиц в условиях, когда взаимно когерентны волновые функции начального и конечного состояний.

Понятие когерентности, первоначально возникнув в оптике для адекватного описания эффектов интерференции света, стало одним из важнейших понятий современной физики в широком смысле. Для физика необходимы четкие представления о роли когерентно-

сти в широком круге физических явлений и освоение методов описания и оценок показателей когерентности в ее различных проявлениях, в том числе и в оптике, где эти представления стали классическими.

Еще до появления лазеров физики изучали свойства излучения доступных естественных и искусственных источников света. Наблюдения интерференции света выявили волновой характер светового поля и его электромагнитную природу. Вместе с тем было установлено, что математически строгое представление света как волны имеет ограниченную применимость, и пространственно-временные области этой применимости стали называть временем и длиной когерентности (или корреляции). Корреляции волн в реальных процессах стали предметом изучения в оптике, статистической физике, а затем и в квантовой оптике и квантовой статистике.

I. Когерентность световых полей – краткие сведения

Детерминированные и случайные волновые поля

Световые волны в свободном пространстве, как и все прочие электромагнитные волны, подчиняются принципу суперпозиции; напряженность поля в точке наблюдения есть сумма напряженностей полей отдельных источников. Но в световой волне напряженность поля в заданный момент времени и в заданной точке пространства измерению не поддается. Наблюдаема и измерима интенсивность световой волны, которая по определению есть величина, пропорциональная среднему за период колебаний квадрату напряженности поля. С интенсивностью, так или иначе, связаны энергетическая освещенность, яркость, плотность потока энергии, плотность энергии в малом объеме. Все эти физические величины являются энергетическими характеристиками поля. Сюда же добавим и частоту колебаний; эта энергетическая характеристика в сопоставлении с остальными указывает на границу между классическим и квантовым описаниями электромагнитного поля.

Идеальные гармонические волны как решения уравнений Максвелла – объекты умозрительные. Они детерминированы, то есть хотя бы в принципе можно по начальным условиям описать дальнейшую эволюцию поля, как можно по уравнениям движения точно описать все движение простой механической модели. Отметим, что и детерминированное движение механической модели лишь умозрительно, так как в реальном механизме действуют силы трения, трудно учитываемые, хотя и слабые, воздействия извне, и поэтому детерминированность даже в реальной механике условна и ограничена, по крайней мере, конечными интервалами времени, за которые наблюдаемое состояние заметно не отклоняется от ожидаемого. Мерой отклонения процесса от детерминированности может быть либо длительность этого интервала при заданном отклонении, либо показатель отклонения за заданное время.

В настоящее время известно, что излучение всех источников света, кроме лазеров, представляет собой последовательность групп волн (волновых пакетов), и их наблюдаемые свойства можно описать только среднестатистическими показателями: средняя длина волны, средняя мощность, средняя длительность группы волн, средняя освещенность объекта, и т.п. Такой свет называют естественным, источники его собирательно называют тепловыми, и

статистические свойства такого света хорошо описывает распределение Планка. Естественный свет испускают физические системы, по своим свойствам близкие к равновесным.

Лазер – система принципиально неравновесная, и излучение лазера по своим свойствам сильно отличается от почти равновесного (планковского) естественного излучения; оно напоминает идеализированную, детерминированную волну из классической электродинамики. Но и такие почти регулярные волны по своим наблюдаемым свойствам более или менее заметно отличаются от идеальных.

Освещенность, создаваемую идеализированными световыми волнами (распределение интенсивности в области наблюдения), можно, в принципе, рассчитать точно.

Реальные световые волны и поля менее регулярны и упорядочены, нежели идеальные гармонические волны. Отличие реальных полей от идеализированных проявляется в том, что в реальном поле обязательно присутствует некоторая случайная составляющая – шум. Шумы (хотя бы квантовые) принципиально присутствуют в излучении даже самого совершенного лазера. В зависимости от соотношения энергии, сосредоточенной в случайной и детерминированной компонентах, в первом приближении часто можно пренебречь наиболее слабой, а потом ее вклад учесть как поправку.

Забегая вперед, следует заметить, что такие поправки нужно учитывать корректно, и в ряде случаев простое суммирование освещенностей от разных источников приведет к грубым ошибкам.

Детерминированные поля можно представить как суперпозиции строго гармонических волн, без шумов и флуктуаций. Даже такие суперпозиции могут выглядеть как поля случайные, если фазы отдельных гармонических составляющих никак не связаны между собой. Если же волны не строго гармонические, амплитуды и/или фазы этих волн флуктуируют, что по многим причинам неизбежно происходит в реальном мире, то реальные наблюдаемые распределения освещенностей можно рассчитывать лишь приближенно, а ожидаемые отклонения наблюдаемой картины от расчетной можно рассматривать только как более или менее вероятные, то есть привлекая к анализу статистику.

С точки зрения статистики, распределение освещенностей в реальных световых полях представляет собой случайную величину.

Одно значение случайной величины (его называют реализацией) не позволяет выяснить, насколько вероятно иное значение (иная реализация). Всякую случайную величину описывает плотность вероятности, а наблюдаемые средние (по реализациям) выражаются через функцию плотности вероятности.

Подчеркнем, что распределение освещенности как функция координат отличается от того распределения, которое мы называем наблюдаемым. При любом наблюдении (глазом, измерительным прибором, фотосъемкой) освещенность усреднена по конечному интервалу времени и по площадке конечных размеров. Это означает, что результат реального наблюдения усреднен по множеству реализаций случайного распределения.

Чтобы дальнейшее изложение стало понятнее, кратко напомним некоторые начальные положения статистической радиофизики. В статистической физике физическую систему, которая может находиться во множестве различных физических состояний, отображают на так называемый статистический ансамбль, то есть на множество копий этой системы во всех доступных ей состояниях. Доступными для системы могут быть не произвольные состояния, но лишь те из них, которые подчинены некоторым определенным макроскопическим условиям (и среди них обязательно соблюдение фундаментальных законов сохранения макроскопических величин – энергии, импульса, момента импульса, числа частиц или их химического равновесия). Конкретное состояние системы, описанное множеством значений динамических переменных в один и тот же момент времени, представляет собой одну из возможных реализаций некоторой случайной функции этих переменных. Далее, считают, что исходная система проходит через множество доступных состояний так, что за неограниченное время можно будет обнаружить систему в состоянии, сколь угодно мало отличающемся от любого заранее заданного разрешенного состояния. На основании этой гипотезы среднее по времени наблюдения считают равным среднему по ансамблю. Это интуитивно предполагаемое свойство стационарного ансамбля, строгое обоснование которого, в общем, не столь очевидно, называют эргодичностью. Представления о стационарности и эргодичности позволяют считать, что результат наблюдения, по существу представляющий собой среднее за время наблюдения, отображает среднее по всем реализациям, и тем точнее, чем дольше длится наблюдение.

Приведенные здесь формальные положения, отвлеченные от какой-либо реальной физической системы, можно применить к типовым примерам полей излучения и показать, как их применяют для описания свойств этих полей.

Интерференция в поле излучения частично коррелированных источников. Модель Юнга

Рассмотрим поле излучения источника конечных размеров, испускаемого им в конечном диапазоне частот. Поставим задачу: описать степень корреляции между колебаниями в двух заданных точках поля излучения. Для ее решения рассмотрим теоретический модельный эксперимент с освещением двумя световыми волнами одной области пространства (некоторой площадки).

В общем случае не будем заранее считать поле излучения строго детерминированным; напротив, предположим, что все величины, описывающие поле, по разным причинам подвержены флуктуациям, достаточно быстрым для того, чтобы за время наблюдения эти случайные величины прошли через статистически значимое число реализаций. Масштабы этих флуктуаций описывают некоторые величины, средние по времени и по их реализациям.

Далее используется представление полей комплексными величинами. Подробнее эта техника, рассмотрена в приложении 1.

Вещественную функцию возмущения (в частности, декартову компоненту вектора напряженности электрического поля, декартову компоненту вектора напряженности магнитного поля и т.п.) в фиксированной точке пространства можно отобразить вещественной частью комплексной функции $V(t)$, называемой аналитическим сигналом:

$$V^{(r)}(t) = \text{Re}(V(t)) \quad (1.1)$$

Обе эти функции можно представить как интегралы Фурье

$$\begin{aligned} V(t) &= \int_0^\infty a(\nu) \exp\{i[\varphi(\nu) - 2\pi\nu t]\} d\nu \\ V^{(r)}(t) &= \int_0^\infty a(\nu) \cos\{\varphi(\nu) - 2\pi\nu t\} d\nu \end{aligned} \quad , \quad (1.2)$$

где t – время, ν – частота, $a(\nu)$ – спектральная плотность (фурье-образ аналитического сигнала), $\varphi(\nu)$ – фаза.

Каждая фурье-компонента аналитического сигнала здесь описывает зависимость напряженности поля от времени в фиксированной точке пространства. Эволюцию аналитического сигнала в пространстве описывает соответствующее волновое уравнение.

Пусть наблюдаемая интенсивность поля – величина, пропорциональная квадрату напряженности поля, усредненному по статистическому ансамблю.

Наблюдаемая в точке P интенсивность поля пропорциональна среднему от квадрата вещественного аналитического сигнала

$$I(P) = 2\langle \left(V^{(r)}(P, t) \right)^2 \rangle = \langle V(P, t) V^*(P, t) \rangle. \quad (1.3)$$

В приведенных выражениях и далее угловые скобки означают усреднение по ансамблю. Такое усреднение на основании гипотезы об эргодичности ансамбля мы заменяем усреднением по времени наблюдения.

Интенсивность (1.3) в комплексном представлении полей традиционно отличается от среднего квадрата напряженности поля несущественным множителем 2; этот прием избавит дальнейшие формулы от постоянного и несущественного множителя 1/2 (см. также приложение 1).

Поле, созданное малыми источниками двух волн, расположенными в точках P_1, P_2 , как показано на рис.1.1а, опишем аналитическим сигналом

$$V(Q, t) = K_1 V(P_1, t - t_1) + K_2 V(P_2, t - t_2), \quad (1.4)$$

где Q – точка наблюдения, t_i – запаздывания (времена распространения волн от источников до точки наблюдения), K_i – не зависят от времени, но вообще зависят от точки наблюдения. В полярных координатах с центром в бесконечно малом источнике их можно представить как функции координат $K_i = A_0/R$, где R – расстояние от источника до точки наблюдения; они описывают уменьшение напряженности поля по мере удаления от малого источника. Переменные t_i зависят только от взаимного расположения источников и точки наблюдения, это – времена задержки распространения волн от источников до точки наблюдения.

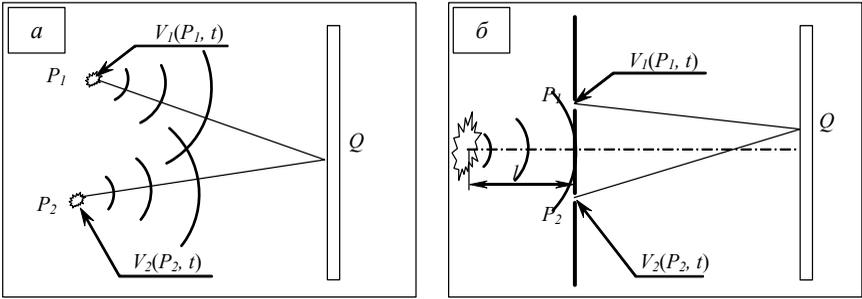


Рис. 1.1. Схемы наблюдения интерференции излучения двух источников:
a – обобщенная, *б* – Юнга (1802)

Рассмотрим так называемую схему опыта Юнга (рис.1.1), где вторичными источниками являются малые отверстия P_1 и P_2 в непрозрачном экране, освещенном первичным протяженным источником. Теперь распределение освещенности по плоскости наблюдения Q определяется свойствами поля, созданного в точках P_1, P_2 первичным источником, а не свойствами пары абстрактных источников.

Следует заметить, схема 1.1б описывает умоглядный опыт, который связывают с наблюдениями Томаса Юнга (1802 г.), на самом деле наблюдения Юнг проводил иначе.

После подстановки (1.4) в (1.3) и положив $t_1 - t_2 \equiv \tau$, можно получить

$$I(Q) = |K_1|^2 I_1 + |K_2|^2 I_2 + 2 |K_1 K_2| \Gamma_{12}^{(r)}(\tau), \quad (1.5)$$

где введена функция взаимной когерентности волнового поля.

$$\Gamma_{12}^{(r)}(\tau) = \text{Re} \Gamma_{12}(\tau) = \text{Re} \langle V_1(t + \tau) V_2^*(t) \rangle. \quad (1.6)$$

Третье слагаемое в (1.5) получено с учетом свойства комплексных чисел

$$V_1 V_2^* + V_2 V_1^* = 2 \text{Re} (V_1 V_2^*).$$

Здесь как важные обстоятельства учтены стационарность и эргодичность поля, то есть независимость средних по времени от конкретно выбранного интервала времени, и эквивалентность их средним по статистическому ансамблю.

Следует обратить внимание на то, что $\Gamma_{12}^{(r)}(\tau) = \text{Re} \Gamma_{12}(\tau)$ величина по определению вещественная; она знакопеременная и осциллирует. Это – величина наблюдаемая.

Комплексная ненаблюдаемая $\Gamma_{12}(\tau)$, как можно заметить, введена формально, как аналитическое продолжение вещественной $\Gamma_{12}^{(r)}(\tau)$ на комплексную плоскость фазы $2\pi\Phi\tau$. Комплексная функция еще пригодится для удобства выражения некоторых других величин.

Третье слагаемое в (1.5) часто называют интерференционным членом.

Функцию взаимной когерентности $\Gamma_{12}^{(r)}(\tau)$ в современной терминологии чаще называют взаимной интенсивностью. Комплексную функцию взаимной когерентности $\Gamma_{12}(\tau)$ по формальным математическим признакам еще называют функцией взаимной когерентности второго порядка, так как она описывает корреляции поля в двух точках пространства и в два разных момента времени.

Взаимная интенсивность величина вещественная и знакопеременная, в отличие от существенно неотрицательной обыкновенной интенсивности.

В выражении (1.5) возможность наблюдения интерференции заключена в последнем слагаемом. $\Gamma(\tau)$ описывает корреляции источников волн. По схеме опыта время задержки τ в выражении (1.5) не независимая переменная, а функция координат точки наблюдения, $\tau=(R_2-R_1)/c$. Перестановка источников ничего не должна менять в интерференционном слагаемом, поэтому $\Gamma_{12}^{(r)}(\tau)$ должна быть четной по аргументу τ и однородной по координатам источников.

Если источники малы по сравнению с расстоянием до точки наблюдения, то K_i добавляет к фурье-компоненте поля источника в точке наблюдения вещественный множитель $1/R$ (соответствующий расходящейся сферической волне). Собственно интерференционные полосы, то есть изменения освещенности от точки к точке в области наблюдения для квазимонохроматического поля со средней частотой Φ описывает фазовый множитель $\text{Re}(\exp\{-i2\pi\Phi\tau\})$. Размах этих изменений освещенности описывает модуль комплексной функции когерентности, $|\Gamma(\tau)|$.

Если расстояние между источниками мало по сравнению с расстоянием до точки наблюдения, то множители вида $1/R$ можно считать равными, но и в этом приближении разность запаздываний $2\pi\Phi\tau$ мы не можем считать малой. При перемещении от одной точ-

ки наблюдения к другой изменение разности фаз $2\pi\Phi\tau$ на π соответствует перемещению на половину ширины интерференционной полосы. Заметим, что при больших $2\pi\Phi\tau$, то есть при смещениях точки наблюдения на много интерференционных полос, их контраст может уменьшаться из-за убывания $|\Gamma(\tau)|$ гораздо быстрее, чем уменьшается средняя освещенность. Так, пересчитав видимые полосы, можно оценить характерное время убывания взаимной интенсивности (степени когерентности) в эксперименте.

Часто удобнее отображать коррелированность электромагнитных полей нормированной функцией, которую называют комплексной степенью когерентности и определяют как

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)} \sqrt{\Gamma_{22}(0)}} = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1} \sqrt{I_2}}. \quad (1.7)$$

Комплексная степень когерентности, как и взаимная интенсивность, представляет собой произведение существенно неотрицательного «медленного» модуля и комплексного фазового множителя,

$$\gamma_{12}(\tau) = |\gamma_{12}(\tau)| \exp \{i \arg (\gamma_{12}(\tau))\}.$$

Для квазимонохроматического поля со средней частотой Φ этот фазовый множитель дает в наблюдаемой интенсивности быстро осциллирующий множитель $\cos(2\pi\Phi\tau + \phi_{21})$ в последнем слагаемом (1.5). Эти колебания интенсивности в распределении поля и представляют собой интерференционные полосы (рис.1.2).

Время τ , за которое заметно убывает модуль комплексной степени когерентности, называют временем когерентности, а проходимый за это время волной путь $c\tau$ называют длиной когерентности; она описывает протяженность группы волн в пространстве. По наглядному смыслу длина когерентности это разность хода, при которой еще остается заметной интерференция волны со своей задержанной копией, а время когерентности – то же самое, но во временном представлении.

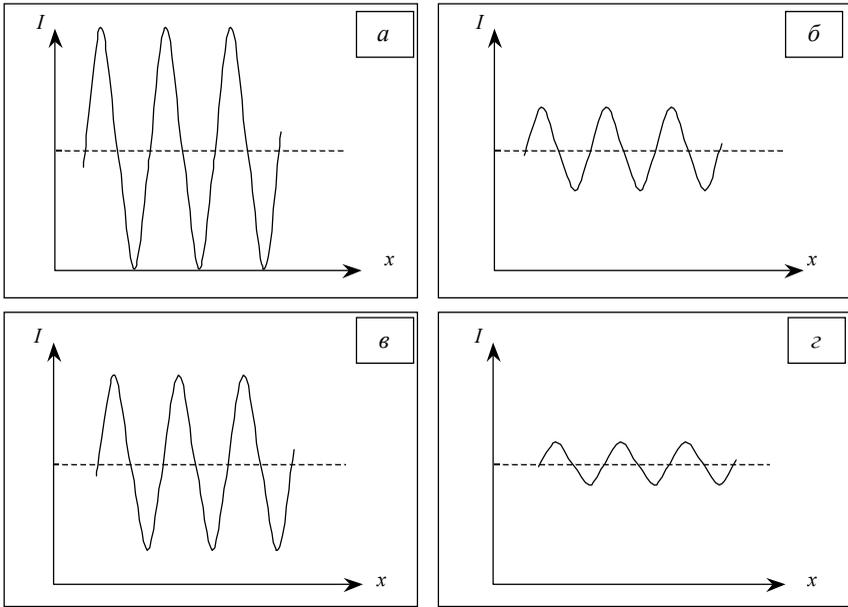


Рис. 1.2. Распределения интенсивности в интерференционных полосах при разных степенях когерентности:

a – полная, равные интенсивности, *б* – частичная, равные интенсивности,
в – полная при $I_1/I_2 \approx 4$, *г* – полная при $I_1/I_2 \approx 100$.

Комплексная степень когерентности $\gamma_{12}(\tau)$ связывает свойства когерентности поля с характеристиками наблюдаемой интерференционной картины. Введенная в оптике видность интерференционных полос в окрестности точки наблюдения Q , по определению,

$$D(Q) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (1.8)$$

выражается через наблюдаемые интенсивности отдельных волн и степень когерентности как

$$D(Q) = \frac{\sqrt{I_1(Q)} \sqrt{I_2(Q)}}{I_1(Q) + I_2(Q)} |\gamma_{12}(\tau)|,$$

а при равенстве интенсивностей обеих волн, $|K_1|^2 I_1 = |K_2|^2 I_2$,

$$D(Q) = |\gamma_{12}(\tau)|.$$

Понятие видности относится не к одной точке наблюдения, но к ее окрестности (в случае интерференционных полос «бесконечной» ширины довольно обширной), где проявляются колебания освещенности в интерференционных полосах.

Видность – нормированная и существенно неотрицательная ограниченная сверху, нелокально определяемая величина.

Комплексная степень когерентности особенно наглядно описывает корреляцию световых полей при $|K_1|^2 I_1 = |K_2|^2 I_2$. Нетрудно убедиться в том, что именно в этом важном для практики случае интенсивность света в точке наблюдения при полностью когерентных источниках может изменяться от максимума до нуля, то есть контраст наблюдаемых интерференционных полос максимально возможный. Если $|K_1|^2 I_1 \gg |K_2|^2 I_2$, то третье слагаемое в (1.5) будет малым в сравнении с первым, и наблюдаемые интерференционные полосы будут малококонтрастными. Поэтому на опыте нередко стараются выравнивать интенсивности обеих интерферирующих волн. Повышение контраста интерференционных полос особенно желательно при их визуальном наблюдении и при использовании телевизионных систем, когда неярые полосы заметнее на более темном фоне. Некоторые дополнительные замечания на эту тему можно найти в приложениях.

Частные степени когерентности

Формально введенную комплексную функцию $\Gamma_{12}(\tau)$, как и ее наблюдаемую вещественную часть $\Gamma_{12}^{(r)}(\tau)$, далее не будем явно связывать с расположением точки наблюдения, полагая, что все аргументы $\Gamma_{12}(\tau)$ независимы и относятся к описанию свойств полей и источников, вне зависимости от конкретной оптической схемы.

Функции когерентности зависят от разности хода между волнами (во временном представлении от τ) и координат источников. Отвлеченные от наблюдений функции когерентности зависят от τ явно, как от независимых переменных. У комплексных функций эта зависимость заключена и в модуле, и в аргументе. Такие отвлеченные функции когерентности описывают поле излучения. Не выяснив до сих пор явный вид этих функций, можно указать, что при фиксированных координатах источников зависимость от τ дает осцилляции и медленное в сравнении с ними изменение огибающей.

Вообще говоря, медленность изменения огибающей требует доказательства. К счастью, это неверно только для самых необычных видов полей излучения.

Для определения освещенности в поле излучения следует подставить в функцию когерентности конкретное (из геометрии наблюдения) значение переменной τ , взять ее вещественную часть и использовать ее в формуле вида (1.5).

Зависимость функции когерентности от координат не столь очевидна и требует глубокого понимания существа возникающих при этом дополнительных вопросов. Необходимо отметить, что зависимость функции когерентности от координат двоякая; во-первых, достаточно очевидна зависимость от разности хода через фазу, во-вторых, существенна зависимость, связанная с природой и особенностями самих источников.

Если в формальной функции когерентности зафиксировать одинаковые координаты источников как формальные аргументы, то получается степень временной когерентности. Для ее измерения нужно наблюдать интенсивность поля излучения (интерференцию) двух мнимых изображений одного источника, разнесенных в продольном направлении (рис.1.3б). Зависимость видности интерференционной картины от продольного расстояния Δl между мнимыми изображениями дает зависимость степени когерентности от времени задержки $\tau = \Delta l / c$. К этой эквивалентной схеме можно привести интерферометр Майкельсона (рис.1.3а) и практически любой другой пригодный для измерений временной когерентности прибор.

Если в формальной функции когерентности зафиксировать $\tau = 0$, и далее рассматривать ее как функцию координат двух точек наблюдения, то получается степень пространственной когерентности. Для ее измерения нужно наблюдать интенсивность поля излучения (интерференцию) двух мнимых изображений одного источника, разнесенных в поперечном направлении в геометрии Юнга (рис.1.1б). Зависимость видности интерференционной картины от поперечного расстояния Δl между мнимыми изображениями дает зависимость степени когерентности от сдвига ρ .

Таким образом определяют частные степени когерентности – временную и пространственную. Физические модели, для которых проведены оценки степени временной и пространственной когерентности, описаны в двух следующих разделах.

Временная когерентность

Степень временной когерентности взаимосвязана со спектральным составом излучения. Комплексная степень когерентности $\gamma_{12}(\tau)$ представляет собой комплексную нормированную функцию автокорреляции, которая связана со спектром интенсивности излучения преобразованием Фурье. Доказательство изложено в приложении 1. Здесь только приведем результат.

Представив произвольный аналитический сигнал в виде интеграла Фурье:

$$f(t) = \int_0^{\infty} a(2\pi\nu) \exp\{i(2\pi\nu t)\} d\nu, \quad (1.9)$$

можно формально назвать a^2 фурье-компонентой квадрата напряженности, определяя ее как $a^2(2\pi\nu)$, и после этого записать введенную функцию автокорреляции в виде интеграла Фурье:

$$\langle X(t)X^*(t+\tau) \rangle = \int_0^{\infty} a^2(2\pi\nu) \exp\{i(2\pi\nu\tau)\} d\nu, \quad (1.10)$$

при этом верным будет и обратное преобразование

$$a^2(2\pi\nu) = \int_0^{\infty} \langle X(t)X^*(t+\tau) \rangle \exp\{-i(2\pi\nu\tau)\} d\tau, \quad (1.11)$$

С точки зрения математики, приведенные здесь формулы – известная из теории вероятностей и случайных функций теорема Винера-Хинчина. Вывод ее основан на том, что усреднение произведения двух разных фурье-компонент по достаточно длительному промежутку времени дает ноль, как и усреднение произведений разных реализаций случайной величины, разделенных таким же большим по порядку величины интервалом времени. Строго говоря, в основе лежит предположение, что корреляции между двумя существенно различающимися группами волн нет.

Преобразование Фурье – линейное, поэтому функции автокорреляции вида (1.10) аддитивны; если спектр интенсивности можно разложить на части, для каждой из которых функции автокорреляции найти нетрудно, то полную функцию автокорреляции получают как сумму этих найденных частей. Разумеется, так можно поступить только с комплексными функциями или их вещественными частями, но не с модулями комплексных функций; нормированные комплексные функции автокорреляции неаддитивны, но их можно линейно комбинировать, вернувшись к ненормированным комплексным функциям, или же так, как это описано далее, в разделе «Когерентность излучения лазеров».

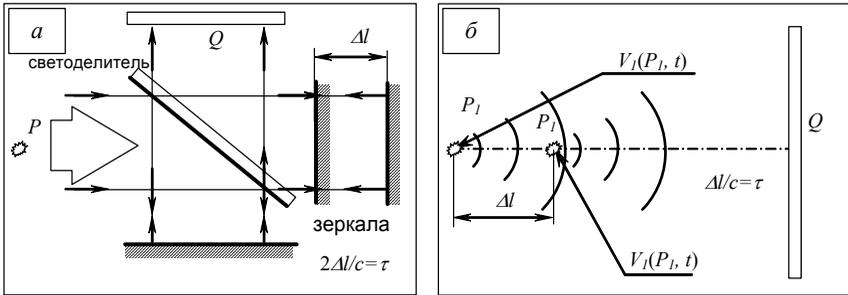


Рис. 1.3. Схемы измерения временной когерентности на интерферометре Майкельсона: *а* – оптическая, *б* – эквивалентная

Начнем с примера, отображающего типичный случай спонтанного излучения. Эта модель качественно описывает, в частности, излучение ионов в кристаллах, полупроводников, люминофоров. Ей соответствует излучение линейного осциллятора-диполя с затуханием в классической электродинамике.

Рассмотрим волновой пакет колебаний, затухающих с декрементом $1/\Delta t$. Ему соответствует аналитический сигнал

$$V = \begin{cases} a_0 \exp(i2\pi f_0 t - t / \Delta t), & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}. \quad (1.12)$$

Спектральное представление такого волнового пакета имеет вид (лоренцевский спектральный контур)

$$|V(f)|^2 = \frac{1}{\pi} \frac{a_0^2 \Delta t}{(1/\Delta t)^2 + (f - f_0)^2}. \quad (1.13)$$

Параметр $1/\Delta t$ имеет смысл полуширины этого спектра. Функцию автокорреляции можно получить непосредственно из (1.12), и далее, выделив осциллирующий множитель, получить модуль ее огибающей – степень временной когерентности. Можно получить функцию временной когерентности и из (1.13), как это проделано в приложении 2. В обоих случаях результат будет один,

$$|\gamma(\tau)| = \exp(-\tau / \Delta t). \quad (1.14)$$

Параметр Δt здесь имеет смысл времени автокорреляции, или когерентности, а длина когерентности, очевидно, равна $c \Delta t$.

Не так просто понять, почему можно учитывать только корреляцию волнового пакета с самим собой и пренебречь корреляцией разных волновых пакетов. При большой интенсивности света вероятность перекрытия во времени двух разных групп волн может быть не малой. Усреднение по случайному распределению начальных фаз некоррелированных групп волн делает вклад такого перекрытия в области больших времен исчезающе малым, и этим вопрос в первом приближении исчерпан. Во втором приближении, когда нас заинтересуют флуктуации величины, усреднение которой дает ноль, придется обратиться к функциям корреляции высших порядков и к более последовательной квантовой статистике излучения. Здесь мы только отметим, что корреляции флуктуаций взаимной интенсивности – эффекты слабые, но наблюдаемые, и на таких наблюдениях основаны довольно тонкие и изысканные измерения.

В этом примере время когерентности есть величина, обратная ширине спектра. Можно на иных похожих примерах (приложения 3, 4) показать, что при квазимонохроматическом спектре излучения время когерентности по порядку величины равно обратной ширине спектра, хотя вид функций когерентности (и автокорреляции) в деталях отличается от рассмотренного здесь случая.

Это утверждение о соотношении порядков величин справедливо и для излучения с более сложным спектром, но с оговорками и уточнениями. Сложным спектрам соответствуют и сложные функции временной когерентности, которые нельзя описать одним параметром (временем когерентности), и более сложные (а потому и более информативные) явления интерференции. Эти вопросы подробнее рассмотрены в приложении 5 и в разделе «Когерентность излучения лазеров».

Пространственная когерентность

Степень пространственной когерентности $\gamma_{12}(0)$ (в более точном и строгом обозначении $\gamma_{12}(P_1, P_2, \tau=0)$) – показатель формальный и для практики не самый удобный. Чаще, как меру пространственной когерентности применяют радиус когерентности, то есть значение модифицированного аргумента ρ функции $|\gamma_{12}(\rho(P_1, P_2), \tau=0)|$, при котором ее значение (и видность интерференции) заметно убывает (например, в два раза) или даже проходит через явно различимый минимум. Здесь $\rho(P_1, P_2)$ расстояние между точками P_1 и P_2 . Радиус когерентности корректно описывает только статистически однородное поле, в котором степень корреляции зависит только от $\rho(P_1, P_2)$ и не зависит от выбора, например, P_1 . Это, в частности, значит, что круг когерентности не выделенная чем-либо область на освещенной плоскости, а лишь круговая область вокруг произволь-

но выбранной точки в статистически однородном поле освещения, где разность фаз между колебаниями в разных точках наблюдения мала. Фаза за пределами этого круга уже может сильно отличаться от фазы в его середине.

Вопрос о степени пространственной когерентности поля излучения источников при их произвольном распределении в пространстве не очень прост для понимания и не слишком сложен для формального анализа. Самый простой вариант – излучение тепловых некогерентных источников. Пространственную когерентность таких полей на достаточном расстоянии от них описывает известная теорема ван Циттерта – Цернике, связывающая степень когерентности излучения источника и пространственный Фурье-спектр распределения интенсивности по его площади. Применение теоремы ван Циттерта – Цернике позволяет свести вычисление степени взаимной когерентности к решению соответствующей задачи дифракции, подробнее об этом можно прочесть в приложении 8. Теорема хорошо описывает поля полностью некогерентных источников, и выводы ее можно применять не только к тепловым источникам, но во многих случаях и к полям рассеянного лазерного излучения.

Один из самых важных для практики выводов теоремы можно сформулировать так: для излучения квазимонохроматического источника (длина когерентности излучения должна быть много больше средней длины волны) с равномерным распределением светимости по ограниченной поверхности: радиус когерентности в области наблюдения по порядку величины равен частному от деления средней длины волны на видимый угловой размер источника. При этом числовой коэффициент порядка единицы зависит от конкретной формы источника.

Этот вывод, по существу, означает, что радиус когерентности поля излучения растет по мере удаления от компактного источника, и при этом существенно не продольное распределение источников, а лишь их видимое распределение в поле зрения наблюдателя, помещенного в области, где мы определяем радиус когерентности (рис. 1.4). Иначе говоря, пространственная когерентность в общем случае характеризует не сам источник (как временная когерентность), а свойства поля его излучения вдали от него самого.

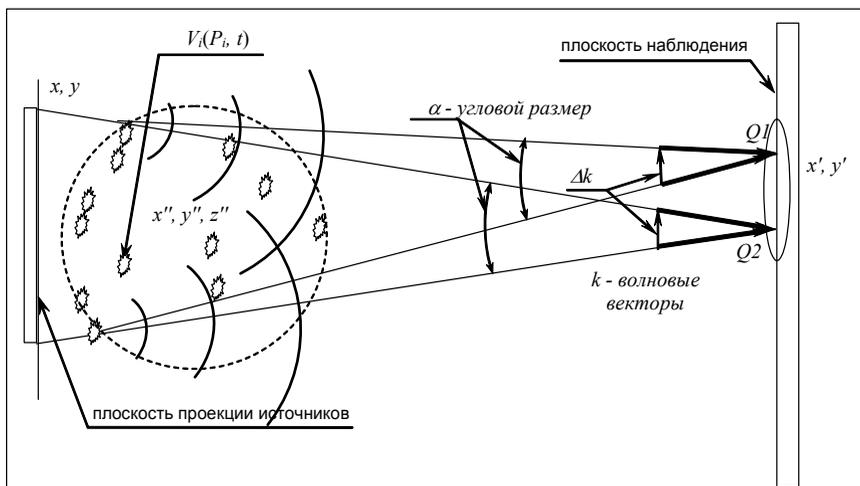


Рис.1.4. Истинное распределение источников излучения и его проекция, учитываемая при расчете пространственной когерентности; все углы показаны сильно преувеличенными

Например, на Земле видимый угловой размер Солнца равен 0,6 градусов, чему соответствует в зеленом свете ($\lambda=0,5$ мкм) радиус когерентности 30 мкм. Поля излучения далеких звезд, даже превосходящих по размерам Солнце, на Земле имеют радиус когерентности порядка 10 м и более.

Еще один важный вывод классической теории пространственной когерентности состоит в том, что функция взаимной интенсивности $\text{Re}[\Gamma_{12}(0)]$ распространяется в пространстве как вещественная волна (в более общей формулировке – комплексная взаимная интенсивность $\Gamma_{12}(0)$ распространяется как аналитический сигнал). В частности, на большом расстоянии от источника она сходна с обычной расходящейся волной. Это положение можно применять для оценок пространственной когерентности в одной области пространства, зная ее показатели в другой, достаточно от нее отдаленной. Тем самым можно применять выводы теории и излучению с частичной (и даже полной) пространственной когерентностью, если только известны показатели пространственной когерентности в каком-либо одном сечении по ходу светового пучка.

Поля излучения лазеров – другой предельный вариант проявления пространственной когерентности. Теория ван Циттерта – Цер-

нике в своей изначальной форме неприменима к излучению лазеров. Поле излучения лазера сохраняет пространственную когерентность по всему сечению пучка и на всем его протяжении. Поле лазерного излучения более адекватно описывает модель дифракции Фраунгофера.

Когерентность излучения лазеров

Наиболее высока степень пространственной когерентности в излучении лазеров, работающих на низшем собственном типе колебаний резонатора, для которого характерно наиболее простое распределение поля по сечению лазерного пучка. Радиус когерентности такого излучения просто взаимосвязан с поперечным размером пучка, и на это свойство особенности зеркальной системы резонатора влияют слабо.

Степень временной когерентности зависит от спектрального состава излучения. Спектр излучения лазера в общем случае представляет собой набор отдельных колебаний на разных частотах, расположенных на практически равных расстояниях от ближайших соседних частот (мод, собственных типов колебаний резонатора). Обычно ширина уединенной моды (например, выделенной из общего спектра подходящим фильтром) гораздо меньше, чем интервал частот между соседними модами, $c/2L$. Такой спектр можно приближенно представить в виде

$$\Phi(\nu) = \sum_{j=1}^N I_j \delta(\nu - \nu_j), \quad (1.15)$$

заменяя выражение для спектрального контура моды с малой, но конечной шириной, на дельта-функцию. Степень временной когерентности выразим через нормированный фурье-образ исходного многочастотного спектра:

$$\gamma(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\nu) \exp(i2\pi\nu\tau) d\nu}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\nu) d\nu}, \quad (1.16)$$

а подставив (1.15), получим

$$\gamma(\tau) = \frac{\sum_{j=1}^N I_j \exp(i2\pi\nu_j\tau)}{\sum_{j=1}^N I_j} . \quad (1.17)$$

В простом частном случае, для двухмодового режима

$$\gamma(\tau) = \frac{I_1 \exp(i2\pi\nu_1\tau) + I_2 \exp(i2\pi\nu_2\tau)}{I_1 + I_2} . \quad (1.18)$$

Зависимость $\gamma(t)$ показана на рис.1.5 для двух случаев, различающихся отношением интенсивности двух волн (мод лазера), выраженным в нормированном виде параметром $b=|a_1-a_2|$, где

$$a_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2}, \quad a_2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2}, \quad a_1 + a_2 = 1. \quad (1.19)$$

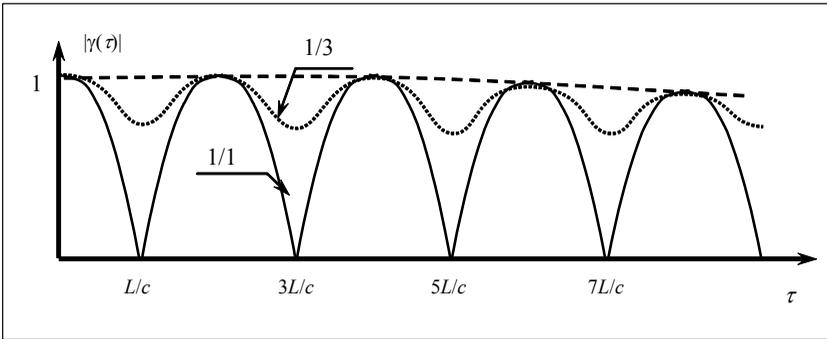


Рис.1.5. Зависимость степени временной когерентности излучения двухмодового лазера от времени задержки; 1/1 – равные интенсивности мод, параметр $b=0$, 1/3 – отношение интенсивностей 1/3, $b=1/2$

На графиках видна периодическая зависимость функции временной когерентности от времени с периодом $2L/c$, а эта величина представляет собой время обхода резонатора и обратна частотному интервалу между соседними продольными модами.

Для примера приведем данные для одномодового HeNe лазера. Ширина линии генерации в этом режиме может быть заметно меньше 100 кГц, и ей соответствует длина когерентности более 1 км. Переход генерации в двухмодовый режим резко уменьшает длину когерентности: при длине резонатора 30 см и одинаковой мощности обеих мод длина когерентности будет всего 15 см.

Можно показать, что при многомодовой генерации максимумы функции временной когерентности становятся более резкими, пики сужаются, провалы расширяются и углубляются, а период следования экстремумов и их положения остаются прежними и зависят только от длины резонатора L (см. рис. 1.6). При разности хода, равной удвоенной длине резонатора, при многомодовой генерации должен проявиться еще один локальный максимум видности интерференционной картины. Далее, при разности хода, равной четырем длинам резонатора, должен проявиться следующий локальный максимум, и так далее.

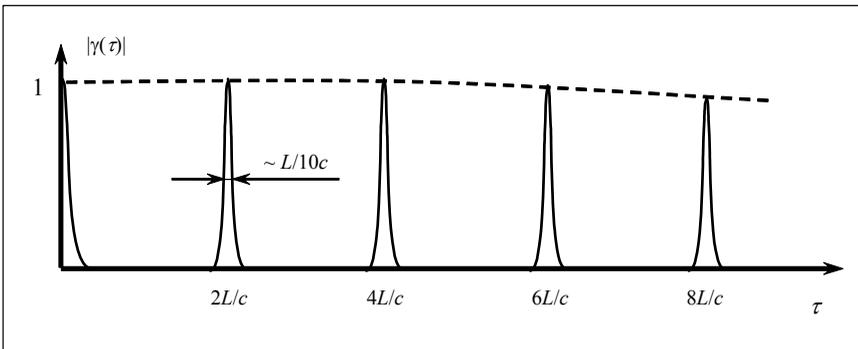


Рис. 1.6. Зависимость степени временной когерентности излучения многомодового лазера от времени задержки; показана качественная зависимость в режиме генерации нескольких десятков продольных мод

Можно показать, что видность интерференции в локальных максимумах может быть сравнимой с видностью в «нулевом» максимуме, $\tau=0$. Спад огибающей максимумов соответствует спектральной ширине одной моды; функция когерентности многомодового лазера как последовательность пиков может тянуться на микросекунды и более (до сотни метров).

Такой пример показывает, насколько примитивно и скупо один пик в окрестности $\tau=0$ характеризует свойства излучения лазеров; особенности лазерного излучения проявляются в функциях автокорреляции только в области достаточно больших времен.

Идея расчета для упрощенного случая, с конечным набором линий излучения равной интенсивности, состоит в способе суммирования в (1.17), где можно усмотреть сумму геометрической прогрессии со знаменателем $\exp(i2\pi(c/2L)\tau)$; от него

результат и унаследует множитель $\cos(2\pi(c/2L)\tau)$, а он и описывает крупномасштабные осцилляции функции временной когерентности с периодом $2L/c$.

Аналогичные по форме расчеты можно найти, например, в книге Н.В.Карлова «Лекции по квантовой электронике» (лекция 11) применительно к режиму лазерного излучения с синхронизацией мод, или в теории разрешающей силы дифракционной решетки. Они относятся к другим задачам, но чисто математическая часть сводится именно к формуле вида (1.17). Такое совпадение закономерно; во всех этих случаях приходится иметь дело с интерференцией набора волн, порожденных многолучевой интерференцией в реальной или виртуальной (резонатор лазера) периодической пространственной структуре.

Применительно к функции временной когерентности рассмотренная упрощенная модель лишь качественно воспроизводит результат реальных наблюдений. В частности, степень временной когерентности должна убывать медленнее из-за того, что мощность излучения в моде обычно тем меньше, чем больше ее частота отличается от центральной, то есть реальный спектр множества мод заметно уже, чем при умозрительном равномерном распределении мощности по всем модам.

Если спектр излучения в ограниченном диапазоне частот описывать только средней частотой и шириной, то одному и тому же сочетанию этих параметров могут соответствовать качественно различные спектры, и эти различия существенно отражаются на конкретном виде функции временной когерентности. Ширина пика функции временной когерентности отражает не все свойства немонахроматического излучения и проявления этих свойств при наблюдениях интерференции.

В импульсных лазерах даже при одночастотной генерации длина когерентности естественно ограничена сверху длительностью импульса излучения (в этом случае вполне реального уединенного волнового цуга). В частности, при характерной для лазеров с модулированной добротностью длительности излучения порядка наносекунд длина когерентности не превысит единиц метров, а реально будет гораздо меньше, так как одночастотную генерацию удается получать не всегда и не без затруднений.

Эти рассуждения подтверждены на опыте, и в предлагаемой работе их можно проверить на примере излучения полупроводникового инжекционного лазера, где технически нетрудно наблюдать практически все описанные эффекты, изменяя режимы излучения. Подробнее об этом сказано во второй части теоретического введения, где рассмотрены спектральные характеристики излучения инжекционного лазера видимого диапазона.

II. Когерентность излучения полупроводникового инжекционного лазера

В предлагаемой лабораторной работе подлежит исследованию временная когерентность излучения полупроводникового инжекционного лазера на основе GaAlAsP. Инжекционный лазер удобен для экспериментальной демонстрации зависимости степени когерентности его излучения от коэффициента усиления активной области, которым легко управлять, меняя ток питания лазера. Все изменения спектрального состава излучения наглядно отражаются на изменениях функции временной когерентности излучения.

Инжекционные лазеры заняли важное место в современных информационных технологиях, и поэтому знакомство с их характеристиками и свойствами, навыки работы с ними полезны всем специалистам в области лазерной физики и техники.

Инжекционный лазер по всей совокупности его свойств, низкой стоимости и широкой доступности очень подходит для демонстрации множества эффектов лазерной физики, волновой и когерентной оптики. Многие явления, которые с помощью других лазеров наблюдать по тем или иным причинам затруднительно, легко демонстрировать и изучать при помощи недорогих красных инжекционных лазеров.

Лазер как автогенератор когерентного оптического излучения состоит из активной (усиливающей излучение) среды и пары зеркал (резонатора), между которыми эта активная среда помещена. Усиление в активной среде в общем случае тем больше, чем больше мощность накачки (подвода энергии).

Инжекционный лазер может работать в нескольких режимах, существенно различающихся по спектральному составу, а следовательно, и по временной когерентности его излучения. Режим излучения лазера зависит от тока возбуждения (накачки) и, в сущности, от соотношения излучательной способности, усиления и потерь излучения в активной области (рис. 2.1).

Далее речь будет о спектре излучения инжекционного лазера с простой полосковой структурой активной излучающей области. Форму полосы излучения и усиления у таких лазеров определяют свойства однородного полупроводника, а длина активной области в направлении излучения на два порядка больше ее прочих линейных размеров.

Наряду с такими классическими лазерами существуют иные структуры, в которых длина в направлении излучения порядка

единиц длин волн, а линия усиления на порядок уже, чем у однородного полупроводника. В соответствии с этим и спектр излучения у них гораздо уже, и количество линий в нем, по крайней мере, на порядок меньше.

Режим спонтанного излучения

При малом токе накачки, когда можно наблюдать свечение активной области, но потери в ней еще не компенсируются усилением, спектр излучения лазера очень широк (десятки обратных сантиметров), а в соответствии с этим и длина когерентности излучения будет порядка сотых долей сантиметра. Такой режим называют режимом спонтанного излучения, и в нем лазер еще не проявляет своих особых свойств, возникающих из-за действия усиления света.

В режиме спонтанного излучения излучение инжекционного лазера наименее когерентно, так как линия излучения имеет ширину порядка десятков обратных сантиметров и более, что соответствует уменьшению видности полос при сдвиге фаз в интерферометре на десятки полос и менее (рис. 2.1,а). В этом режиме лазер (как техническое устройство) еще не лазер в строгом смысле этого слова, так как в нем нет главного – усиления света при вынужденном излучении. Такой же по качеству спектр будет и у светоизлучающего диода, и у люминофора электронно-лучевой трубки.

Режим регенерации излучения (суперлюминесценция)

При большем токе накачки, когда усиление уже компенсирует распределенные потери в активной среде, длина пробега фотона превышает расстояние между зеркалами, и спектр излучения сужается. Такое сужение происходит не во всем спектральном диапазоне излучения и усиления активной среды, но лишь в отдельных участках спектра, где за счет интерференции между зеркалами начинают формироваться стоячие волны. Теперь спектр излучения лазера качественно изменяется. Он представляет собой совокупность множества линий, причем ширина каждой из них может быть порядка сотых долей обратного сантиметра, но вся система этих отдельных линий занимает диапазон спектра, сравнимый с полной

шириной спектра спонтанного излучения. Такой режим называют суперлюминесценцией.

В режиме суперлюминесценции увеличение накачки приводит к наиболее заметному росту излучения в том участке спектра, где коэффициент усиления активной среды больше (в середине диапазона спонтанного излучения). По этой причине с ростом накачки и полная ширина спектра излучения тоже уменьшается потому, что мощность излучения существенно растёт лишь в центральной части полосы усиления. В радиотехнике и радиофизике такое сужение спектра шумов усилительной системы, охваченной положительной обратной связью, называют регенеративным сужением, а систему такого типа называют регенеративным усилителем.

Обратим внимание на то, что условие положительности обратной связи и условие формирования стоячей волны между зеркалами тождественны – набег фазы по замкнутой петле обратной связи равен целому числу циклов колебаний. Следовательно, условие положительности обратной связи выполняется на вполне определенных частотах, в окрестностях которых и происходит регенеративное сужение. Чем выше усиление и коэффициент обратной связи (но их произведение пока еще меньше единицы), тем сильнее проявляется сужение. Здесь мы подразумеваем, что потери всех видов учитывают, относя их к коэффициенту обратной связи.

В режиме суперлюминесценции спектр излучения инжекционного лазера представляет собой последовательность суженных линий с расстоянием $c/2Ln$ между ними (здесь c – скорость света, L – длина кристалла в направлении излучения, n – показатель преломления, для полупроводников обычно от 3 до 4). На границе между режимами спонтанного излучения и суперлюминесценции весь мультиплет линий суперлюминесценции распределен по спектральному диапазону порядка ширины полосы спонтанного излучения, наблюдаемого при данном соотношении усиления и потерь. В соответствии с этим начинают изменяться и показатели временной когерентности излучения.

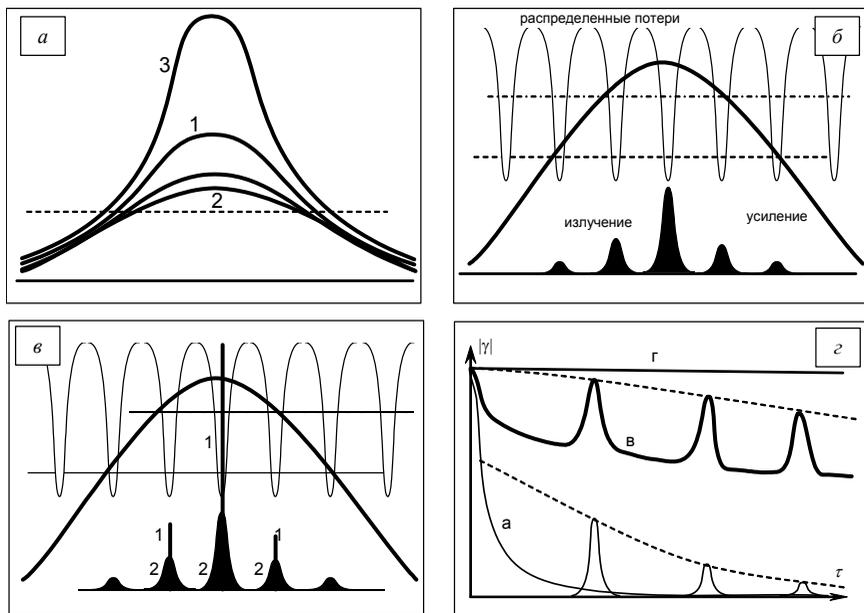


Рис. 2.1. Эволюции спектра излучения активной области инжекционного лазера: *a* – спонтанное излучение (1), уширение при самообращении (2), регенеративное сужение при увеличении усиления (3); *б* – суперлюминесценция, регенеративное сужение за счет положительной обратной связи на частотах стоячих волн; усиление компенсирует распределенные потери в активной области; *в* – лазерная генерация; образование узких линий излучения (1) на стоячих волнах (2), для которых усиление компенсирует все потери в активной области и в зеркалах; *г* – качественный вид степени временной когерентности для показанных спектров излучения инжекционного лазера: спонтанное излучение (а), суперлюминесценция (б), начало одночастотной лазерной генерации (в), развитая одночастотная генерация (г).

Рисунок сильно упрощен; в типичном инжекционном лазере в пределах полосы спонтанного излучения наблюдают порядка сотни линий суперлюминесценции. Пиковые мощности в линиях лазерной генерации на порядки выше, чем в линиях суперлюминесценции. Мощность любой линии генерации на порядок больше, чем интегральная мощность всех линий суперлюминесценции.

К функции временной когерентности, соответствующей широкому спектру спонтанного излучения, при увеличении усиления добавляются дополнительные максимумы от линий суперлюминесценции, а в дальнейшем и гладкий пьедестал от наиболее сильной и узкой линии лазерной генерации.

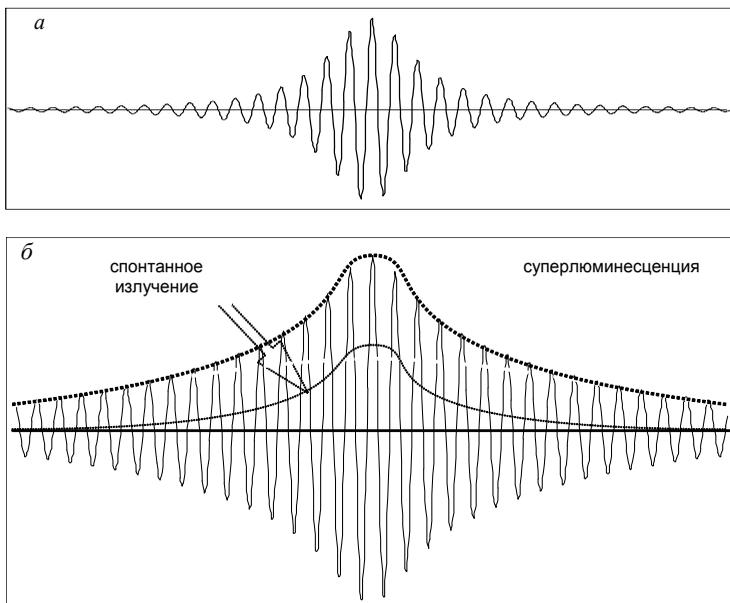


Рис. 2.2. Вид интерферограмм излучения инжекционного лазера в режимах спонтанного излучения (а) и суперлюминесценции (б) в окрестности нулевой разности хода. Период колебаний для наглядности сильно преувеличен

Различие в ширине линий, в первую очередь, усложняет форму огибающей пиков функции временной когерентности.

Напомним, что широкая полоса спонтанного излучения дает только пик функции когерентности вблизи нулевой разности фаз. Если у вершины линии люминесценции возникнет единственная суженная линия суперлюминесценции (и далее генерации), что свойственно для одномодовых газовых лазеров, то с этой узкой линией будет взаимосвязан более широкий пьедестал функции временной когерентности (рис.2.2).

Таким образом, можно было бы ввести количественный критерий, по которому можно отличать режим спонтанного излучения от режима суперлюминесценции – значение функции временной когерентности, при котором пик (от спонтанного излучения) переходит в более широкий пьедестал (от регенеративно суженной линии). Например, если это значение более $1/2$, то режим излучения уже можно называть суперлюминесценцией. Если режим многочастотный, то те же соображения будут относиться не к пьедесталу, а к огибающей пиков функции когерентности.

Режим автогенерации

При еще большем токе накачки, когда усиление уже компенсирует не только все потери в активной среде, но и потери за счет ухода излучения через зеркала, спектр излучения сужается до минимума. В этом режиме лазер уже работает как генератор когерентного излучения. Этот режим называют режимом генерации. Здесь произведение усиления и коэффициента обратной связи уже больше единицы. (На самом деле оно в режиме стационарной генерации точно равно единице, но лишь как среднее по предельному циклу колебаний.) В общем случае поведение генератора существенно зависит от нелинейностей системы, и эти вопросы изучают теория нелинейных колебаний и статистическая радиофизика.

Инжекционные лазеры, в зависимости от их качества, могут излучать либо несколько, либо только одну, преобладающую по мощности спектральную линию. Ширина каждой такой линии зависит от многих факторов, и соответствующая длина когерентности при одночастотной генерации может варьироваться от нескольких сантиметров до сотен метров.

Для многомодовой генерации без одной преобладающей по мощности моды функция когерентности будет похожей на функцию когерентности излучения в режиме суперлюминесценции, и отличия будут только в ширине огибающей максимумов (во временном представлении) – она отражает ширину отдельной линии излучения, поэтому чем уже линия, тем шире огибающая максимумов функции когерентности.

Если в спектре одна мода явно сильнее немногих соседних, то это отображается на пьедестале функции когерентности: ширина его тем больше, чем уже линия этой моды, высота тем больше, чем больше отношение мощности этой моды к интегральной мощности излучения во всем спектре.

Функцию временной когерентности иногда имеет смысл представлять не в традиционной нормировке, как $|\gamma(\tau)|$ (см.рис. 2.3,а), а как взаимную интенсивность, $|\Gamma(\tau)|$ (см.рис.2.3,б). Ее можно рассматривать как показатель качества излучения. В таком представлении сигнал, наблюдаемый в интерферометре с фотоэлектрической регистрацией, просто пропорционален значению взаимной интенсивности.

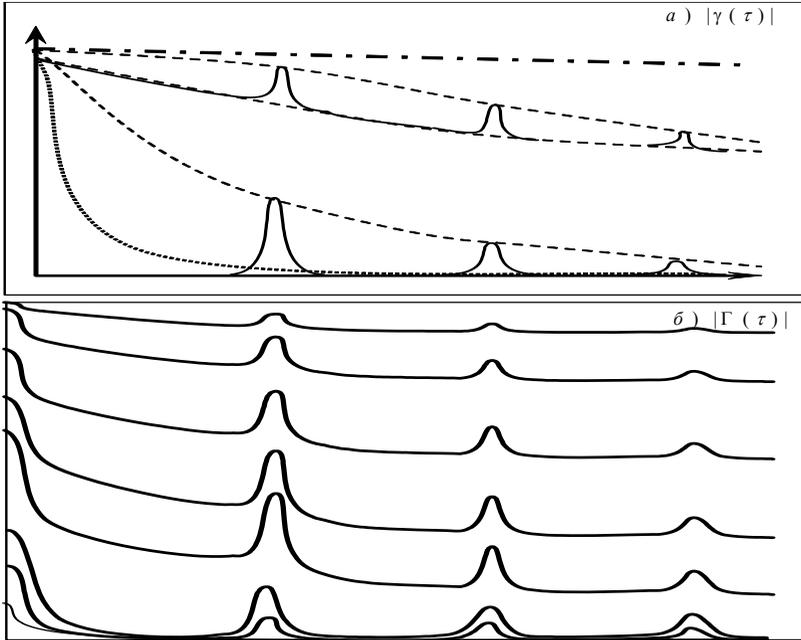


Рис.2.3. Представление показателей временной когерентности излучения инжекционного лазера нормированной степенью когерентности $|\gamma(\tau)|$ (а) и модулем взаимной интенсивности $|\Gamma(\tau)|$ (б)

Представление когерентности взаимной интенсивностью не дает ничего нового до тех пор, пока рассматривается временная когерентность излучения некоторого неизменного источника без сопоставления с каким-то иным источником или с иным режимом работы того же источника. Но если отображать свойства излучения одного и того же источника в разных режимах с помощью взаимной интенсивности, то информативность такого отображения заметно улучшится. В этом представлении можно, в частности, наиболее наглядно сопоставлять особенности проявления временной когерентности излучения лазеров в различных режимах. Покажем это на примере типичного инжекционного лазера и отметим, что все, о чем далее сказано, нетрудно наблюдать на опыте.

На рис. 2.3б показан пример эволюций взаимной интенсивности при увеличении рабочего тока инжекционного лазера и соответствующем увеличении интегральной мощности его излучения. Вид-

но, что режиму спонтанного излучения отвечает единственный пик в области малых времен в окрестности нуля. По мере включения усиления и развития суперлюминесценции появляются пики в окрестностях $2MLn/c$, а далее, с развитием лазерной генерации начинают «заполняться» промежутки между этими пиками. Если развивается генерация с преобладанием мощности в единственной моде, то «заполнение» практически однородное (гладкое). Негладкость «заполнения» указывает на многомодовый спектр генерации без одной явно преобладающей моды, где сосредоточена большая часть мощности излучения.

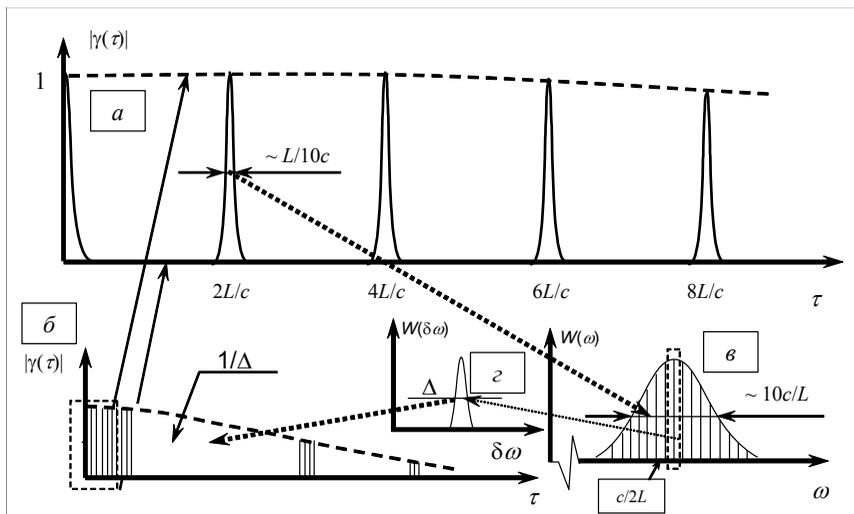


Рис. 2.4. Качественный вид функции временной когерентности $|\gamma(\tau)$ и соответствующего спектра излучения $W(\omega)$ многомодового лазера: а – область малых времен τ , б – широкий диапазон времени, в – общий вид спектра, г – уединенная линия генерации

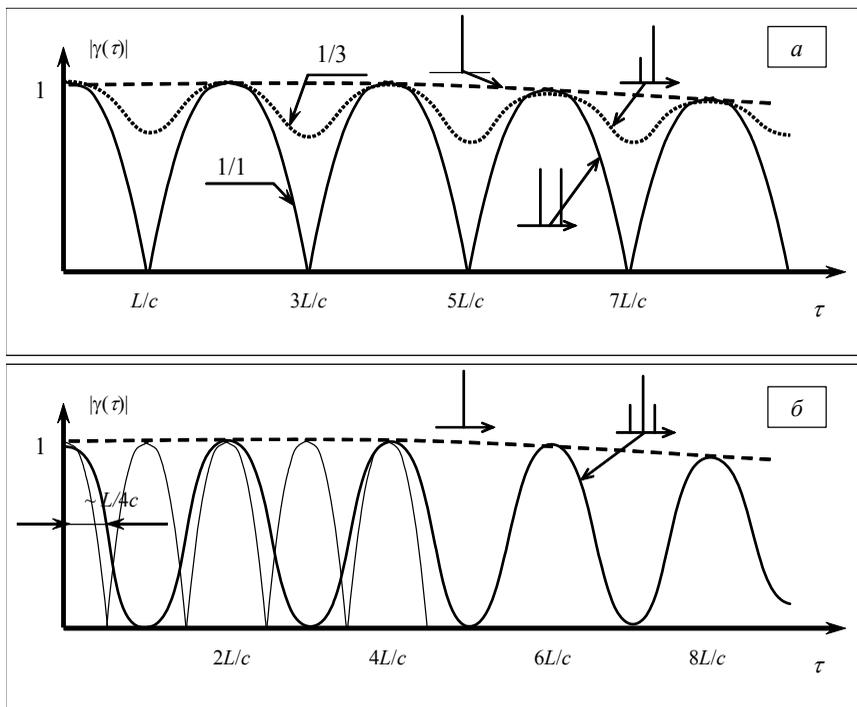


Рис.2.5. Качественный вид функций временной когерентности $|\gamma(\tau)|$ и спектров излучения $W(\omega)$ лазера в области малых времен τ :
a – двухмодовая генерация, *б* – трехмодовая генерация

Кратко перечислим основные выводы.

В режиме спонтанного излучения длину когерентности ограничивает длина затухания. В режиме суперлюминесценции длину когерентности по порядку величины определяет ширина спектральной области, где усиление превосходит распределенные потери. В режиме генерации длина когерентности в общем случае еще больше, но даже порядок величины существенно зависит от того, будет генерация одночастотной или многочастотной. Все особенности спектра излучения отображает функция временной когерентности. Эти же особенности в совокупности с энергетическими характеристиками отображает вещественная функция взаимной интенсивности.

Еще раз подчеркнем, что длина когерентности как единственный параметр удовлетворительно отражает свойства излучения

только с простейшей (лоренцевой, гауссовой или им подобной) формой спектральной линии, а к более сложным, структурированным спектрам это понятие нельзя применять без дополнительных комментариев и оговорок. Поэтому свойства излучения со сложными спектрами более точно отражают функции временной когерентности в широком диапазоне времени.

Дополнительные сведения

Устройство типового инжекционного лазера

В типичных современных инжекционных лазерах на основе кристаллов соединений третьей (галлий, индий, алюминий) и пятой (мышьяк, фосфор) групп излучает активная область длиной в сотни микрон, шириной в несколько микрон и толщиной порядка одного микрона. Не уточняя очень важные, но в нашем круге задач несущественные детали устройства инжекционного лазера, укажем, что активную область в первом приближении можно рассматривать как тонкий длинный брусок из материала с показателем преломления около 3,5 и коэффициентом усиления излучения порядка 20..30 дБ/мм. Активная область излучает преимущественно в продольном направлении, и оптическая разность хода излучения между зеркалами (гранями кристалла), в зависимости от длины, составляет 0,3..2 мм. В соответствии с этой разностью хода в режиме усиления формируются спектры суперлюминесценции и генерации.

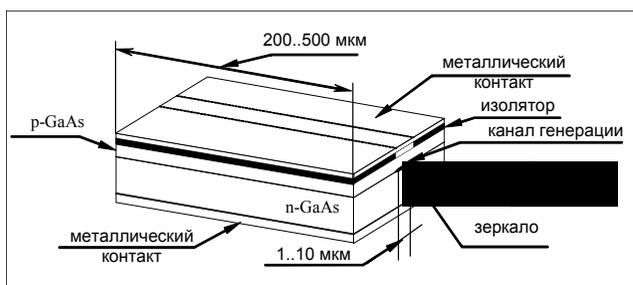


Рис. 2.6 Упрощенная схема инжекционного лазера с полосковой структурой активной области

Структуры активных областей современных инжекционных лазеров обычно оптимизированы на одночастотную генерацию; в

них, как правило, не могут устойчиво сосуществовать одновременно даже две моды. Нестационарную многомодовую генерацию, тем не менее, удается получать и в таких структурах при особых режимах возбуждения лазера на СВЧ или за счет внешней обратной связи при возврате части излучения в активную область.

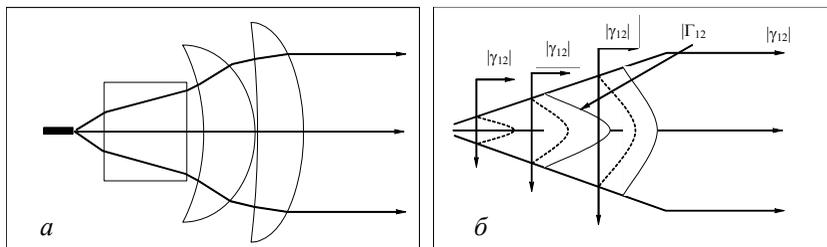


Рис. 2.7 Схема коллимирующего объектива инжекционного лазера с числовой апертурой $NA = 0.5$ (а) и эволюции пространственной когерентности в эквивалентной оптической системе (б)

Степень пространственной когерентности излучения типового инжекционного лазера (в дальней зоне) высока не только в режиме генерации, но и в режиме спонтанного излучения, когда в активной области поглощение преобладает над усилением. Причина этого – крайне малые линейные размеры излучающей поверхности активной области, сравнимые с длиной волны излучения. Функция взаимной интенсивности $|\Gamma_{12}|$ «распространяется» от источника как обыкновенная волна света; радиус когерентности излучения по мере удаления от лазера растет пропорционально расстоянию, а интенсивность падает обратно пропорционально квадрату расстояния. В обычных оптических схемах с инжекционными лазерами радиус когерентности практически совпадает с апертурой коллимирующей линзы (рис. 2.7). В режиме лазерной генерации размеры пятна когерентности на зеркале практически совпадают с размерами поперечного сечения активной области, и радиус когерентности излучения в дальней зоне совпадает с размерами сечения пучка.

Излучение активной среды инжекционного лазера в отсутствие усиления. Самообращение

При малом токе накачки в активной области инжекционного лазера преобладает поглощение. Средняя длина свободного пробега фотона в активной среде (микрометры) гораздо меньше, чем про-

тяженность активной среды в направлении излучения (десятые доли миллиметра). Протяженность волнового пакета излучения ограничена затуханием (поглощением) света в активной области и, по существу, совпадает с длиной затухания. В этих условиях до наблюдателя доходит свет только из наружного слоя активной среды толщиной порядка длины затухания.

При всем этом нельзя полностью пренебречь излучением более глубоких слоев активной области в той части спектра, где коэффициент поглощения меньше, но меньше и спектральная плотность излучения. В этом случае длина затухания для излучения с разными длинами волн оказывается тем меньшей, чем дальше они по длине волны отстоят от максимума поглощения. Такое явление называют самообращением спектральных линий излучения, и проявляется оно в простейших случаях как уширение линий за счет ослабления света вблизи от их максимума.

Более сложную, но очень типичную картину самообращения можно наблюдать в спектре излучения натриевых газоразрядных ламп уличного освещения, где из-за высокой концентрации паров натрия в спектре видна широкая желтая полоса поглощения с темной областью посередине. Эта темная область – результат поглощения света, пришедшего из внутренних, горячих областей газового разряда, в более холодном и практически не светящемся слое вблизи от стенки колбы. Так выглядят многие (но не все) линии излучения газоразрядных ламп. Это явление аналогично линиям Фраунгофера в спектрах излучения звезд.

Элементарные расчеты показывают, что в пределе очень большой толщины слоя с одновременным излучением и поглощением света спектр выходящего наружу излучения уширяется даже при малой ширине линии излучения и поглощения (как излучение атомов водорода в фотосферах Солнца и прочих звезд). Распределение энергии излучения по спектру при этом стремится к распределению Планка, в котором единственным параметром является температура. Такой вывод закономерен, так как бесконечно толстый слой вещества со слабым поглощением полностью соответствует модели абсолютно черного тела.

Многочастотные спектры и сложные функции автокорреляции

При многочастотном излучении длину когерентности нередко в примитивном смысле и по привычке связывают с полной шириной спектра, состоящего из нескольких узких линий. Именно в этом случае такой упрощенный подход приводит к ошибочным суждениям. Самая явная и грубая ошибка уже сама попытка описывать качественно различные спектры излучения единственным параметром временем или длиной когерентности. Подчеркнем, что время когерентности можно однозначно определить только для квазимо-

нохроматического излучения с примитивной (например, лоренцевой) формой спектральной линии. Более сложные спектры нельзя описать единственным параметром (шириной в частотном представлении или временем когерентности во временном). Такой подход к ширине спектра или длине когерентности излучения инжекционных лазеров иногда приводит к недоразумениям, особенно при многомодовой генерации; то же относится и к ярким полупроводниковым светоизлучающим структурам с суперлюминесценцией.

Во-первых, неверно, что длина когерентности существенно растет потому, что каждая из линий генерации или суперлюминесценции на порядки уже, чем полоса спонтанного излучения. Но нужно учесть, что весь спектр суперлюминесценции, состоящий из суженных линий, занимает спектральную область, которая заметно уже полосы спонтанного излучения. Следовательно, длина когерентности при этом заметно увеличится. При переходе к лазерной генерации, особенно одночастотной, длина когерентности увеличится еще сильнее, так как почти вся мощность излучения будет сосредоточена в узкой области спектра.

Во-вторых, неправильно утверждать, что только одна длина когерентности, при оценке которой учитывают только полную ширину спектра излучения, в достаточной мере характеризует степень когерентности (автокорреляцию) излучения и качество (в т. ч. видность) ожидаемых интерференционных картин, им формируемых. Напротив, правомерно ожидать, что свойства излучения в виде длинных цугов колебаний с различными частотами в диапазоне ΔF должны отличаться от свойств излучения в виде коротких ($dT=1/\Delta F$) волновых пакетов.

Кроме того, и сам конкретный набор частот в диапазоне ΔF должен влиять на проявления свойств излучения в различных опытах с его интерференцией. При многочастотном спектре зависимость видности интерференционной картины от разности хода в интерферометре своеобразна. Она представляет собой кривую с периодическими колебаниями от максимумов до минимумов, причем форма огибающей максимумов соответствует ширине отдельной линии излучения, расстояния между максимумами соответствуют расстоянию между соседними линиями, а ширина пика функции когерентности соответствует примерно ширине спектра излучения в целом.

Более тонкие детали такой зависимости определяются конкретными особенностями спектра излучения и распределения мощности излучения по отдельным линиям. Это показывает предлагаемая учебная лабораторная работа.

Немного сложнее случаи, когда в спектре линии различаются по ширине и интенсивности. Так как преобразование Фурье линейно, мы можем рассматривать функции когерентности отдельных компонент, а затем суммировать полученные вещественные функции автокорреляции $\text{Re}[\Gamma(\tau)]$. Иначе говоря, взаимные интенсивности отдельных спектральных компонент аддитивны. Нельзя складывать огибающие, $|\gamma(\tau)|$, это будет грубой ошибкой.

III. Экспериментальная часть

Целью настоящей лабораторной работы является исследование временной когерентности излучения полупроводникового инжекционного лазера.

Измерительная установка

Метод определения длины когерентности излучения основан на измерении видности интерференционной картины в интерферометре Майкельсона.

Установка состоит из следующих функциональных узлов:

1. простой интерферометр Майкельсона,
2. блок пространственной фильтрации,
3. фотоприемное устройство для формирования электрического сигнала,
4. система обработки и представления сигнала;
5. вспомогательный электромеханический прерыватель светового потока на входе интерферометра.

Собственно интерферометр Майкельсона состоит из светоделительного кубика BS , неподвижного зеркала MS и перемещаемого зеркала MM . Зеркала установлены в юстировочных оправках. Зеркало MS , номинально неподвижное, на самом деле смонтировано на пьезоэлементе и при работе интерферометра колеблется с частотой 50 Гц и амплитудой в несколько микрон. При этом интерференционные полосы также периодически перемещаются, и в результате фотоприемное устройство формирует сигнал интерференции, пропорциональный видности интерференционной картины и мощности входящего в интерферометр излучения.

Предусмотрены два режима сканирования интерференционной картины:

1. узкополосный, со смещением MS на две-четыре полосы, при амплитуде напряжения на пьезоэлементе 10..15 В;
2. широкополосный, со смещением MS на десятки полос.

Во втором режиме на пьезоэлементе действует напряжение до 500 В, амплитуда колебаний MS превышает 10 мкм; применяют этот режим для непосредственного наблюдения зависимости видности полос от разности хода в интерферометре, измеренной в интерференционных полосах. Такой режим особенно удобен для ис-

следования излучения с малой длиной когерентности (порядка микрометров), где перемещение зеркала MM , соответствующее уменьшению видности полос в два раза, может быть менее одного деления на барабане микрометрического винта (10 мкм).

Между фотоприемным устройством и интерферометром установлен блок пространственной фильтрации, состоящий из линзы L и одномодового волокна F длиной не менее 1 м.

В установке для удобства настройки оптической схемы добавлены еще несколько более толстых многомодовых волокон. Они не поддерживают пространственную фильтрацию и предназначены для настройки интерферометра на нулевую разность хода, когда волновые фронты излучения в двух плечах одинаковы, и более важно хорошее пропускание волокна при работе с маломощными источниками излучения самой низкой когерентности. Входные срезы волокон смонтированы на перемещаемой каретке, при помощи которой вход выбранного волокна устанавливают в центр пятна фокусировки.

В состав фотоприемного устройства входят фотоэлектронный умножитель ФЭУ-51 (PMT) и предварительный усилитель НЧ (A), который согласует ФЭУ со входом АЦП (20 кОм) в составе ПЭВМ (PC).

Система обработки и представления сигнала состоит из обычного осциллографа НЧ (CRT) и ПЭВМ с АЦП (ADC). Программное обеспечение ПЭВМ поддерживает ее работу в режиме виртуального осциллографа НЧ реального времени и в режиме записи и обработки интерферометрической информации.

Вспомогательный электромеханический прерыватель (CH) светового потока на входе интерферометра нужен для того, чтобы сигнал ФЭУ периодически обращался в ноль. Тем самым можно на стадии обработки сигнала восстанавливать постоянную составляющую. Этот прерыватель представляет собой диск с отверстием, вращающийся на валу маломощного электродвигателя.

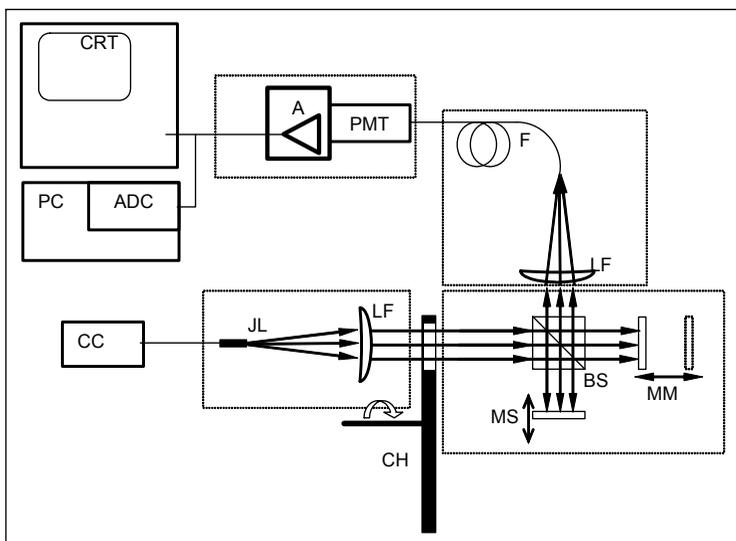


Рис.3.1. Схема измерительной установки

Основные методические указания по настройке измерительной установки и ее подготовке к измерениям

При подготовке к работе студенты могут эту часть пропустить

Настройка интерферометра

Первоначальную настройку интерферометра начинают с установки светоделителя. Нужно следить за тем, чтобы свет, отраженный от наружных граней кубика, не возвращался к источнику точно по трассе падающего света. При этом не будет возникать паразитная интерференция на кубике как на плоскопараллельной пластине.

Рекомендуем кубик располагать почти симметрично по отношению к оси падающего пучка.

Далее юстировочными винтами регулируют ориентации зеркал так, чтобы отраженный от них свет попадал на входной срез выбранного волокна.

При первоначальной настройке рекомендуем выбирать толстое (многомодовое) волокно.

Попадание света и эффективность его ввода в волокно следует проверять по сигналу ФЭУ на осциллографе при введенном прерывателе. Одновременно проверяют и правильность установки самого прерывателя.

Ввод излучения в волокно может быть неэффективным, если слишком велик угол между осью входного участка волокна и осью конуса фокусируемого на волокно светового пучка. В этом случае следует изменить взаимное расположение среза волокна и фокусирующей линзы.

Обратите внимание на то, что существует определенный оптимальный размер пятна фокусировки, при котором достигается компромисс между эффективностью ввода света в волокно и механической стабильностью ввода.

При необходимости можно удалить фокусирующую линзу, проверить правильность установки среза волокна на ось несфокусированного пучка и снова установить ее в оптимальное положение, не смещая срез волокна.

Установка интерферометра на нулевую разность хода

Первоначально установите перемещаемое зеркало, пользуясь для проверки положений оптических элементов линейкой.

Подайте на пьезоэлемент привода зеркала *MS* напряжение 200..400 В.

Внимание! Помните о том, что один электрод пьезоэлемента соединен с корпусом установки (заземленной нейтралью электросети). Поэтому во избежание аварий и поражений электрическим током безусловно запрещено соединять пьезоэлемент с электросетью непосредственно.

Разрешается соединять пьезоэлемент с электросетью через последовательно включенные в каждый провод резисторы сопротивлением не менее 20 кОм.

При возбуждении пьезоэлемента от изолированной обмотки трансформатора общий ток короткого замыкания, протекающий через добавочные резисторы, должен быть ограничен уровнем 5 мА. При этом резисторы должны быть одинакового номинала и в обоих проводах.

При возбуждении пьезоэлемента от заземленной внутри корпуса обмотки трансформатора ток короткого замыкания должен быть ограничен уровнем 5 мА. При этом резистор можно установить в разрыв только одного незаземленного провода.

Во избежание порчи пьезоэлемента запрещается подавать на него напряжение свыше 500 В.

Установите инжекционный лазер в режим излучения ниже порога генерации.

Плавно перемещая зеркало *ММ*, найти положение, в котором сигнал интерференции максимален.

Внимание! Из-за недостаточной точности и стабильности механизма перемещения ориентация зеркала при движении может расстраиваться. Поэтому перемещать зеркало следует небольшими шагами и при постоянном наблюдении сигнала отраженного от него излучения. Для этого неподвижное зеркало перекрывают. Если сигнал от подвижного зеркала явно уменьшается, корректируют ориентацию зеркала до восстановления максимального сигнала.

Если видность интерференционной картины в наблюдаемом максимуме уменьшается при уменьшении рабочего тока лазера, то выбранный максимум явно не соответствует нулевой разности фаз.

Если видность интерференционной картины в наблюдаемом максимуме явно меньше 90%, нужно найти соседний максимум и сопоставить его с предыдущим. Увеличение видности в этом случае показывает правильность выбранного направления перемещения зеркала *ММ*.

Чем меньше длина когерентности света, тем точнее будет настройка интерферометра на нулевую разность хода, и тем более трудоемка эта настройка.

Если длина когерентности используемого на этой стадии настройки света превышает необходимую точность установки нулевой разности хода, рекомендуется измерить зависимость видности интерференционной картины от положения зеркала и уточнить по ней положение максимума. Для этого пользуйтесь осциллограммой, наблюдаемой при широкополосном сканировании (рис.2.2,*а*).

После настройки интерферометра на нулевую разность хода можно начинать измерения. Если ожидаемая длина когерентности превышает 10 мм, рекомендуется вводить пространственный фильтр. Для этого в пятно фокусировки перемещают срез одноволоконного волокна и тонкой юстировкой зеркал интерферометра вы-

равнивают амплитуды сигналов от неподвижного и подвижного зеркала.

Подчеркнем особо, что пространственная фильтрация при работе с инъекционным лазером не снижает светосилу интерферометра до неприемлемо низкого уровня потому, что пространственная когерентность излучения инъекционного лазера очень высока. Даже в режиме спонтанного излучения видимый из интерферометра угловой размер активной области настолько мал, что радиус когерентности излучения на зеркале интерферометра ограничен лишь размерами самого зеркала. Если для настройки использовать протяженный источник белого света (например, светоизлучающий диод), то пространственная фильтрация резко снизит светосилу оптической схемы из-за того, что излучение с низкой пространственной когерентностью уже невозможно будет сфокусировать и эффективно ввести в волокно.

Методики измерений

Рациональная методика измерений в корне отличается от примитивного наблюдения зависимости видности от координат зеркала *ММ* «по точкам» и исключает вопросы типа «а сколько нужно точек, как часто они должны идти и в каком диапазоне?» Настоятельно рекомендуем выбирать характерные точки наблюдаемой зависимости (пики, склоны пиков на половине высоты, минимумы, промежутки между экстремумами и т.п.) и записывать результаты в электронную таблицу сначала в неупорядоченном виде.

После этого, применив автосортировку строк таблицы по возрастанию координаты (разности хода), вы можете моментально получить график, который сразу покажет вам, какие пропущенные точки еще заслуживают дополнительного внимания.

Помните, что электронные таблицы предоставляют пользователю массу возможностей, которые облегчат его работу и представят результат в наиболее выразительном виде.

Рекомендация. Измерение видности в окрестностях узких пиков и провалов удобнее проводить в режиме широкополосного сканирования и настройки интерферометра на центр экстремума. Таким способом легче получать экспериментальную оценку ширины экстремума, из которой можно получить оценку для эффективной интегральной ширины спектра излучения.

Для измерения функции временной когерентности света нужно получить экспериментальную зависимость видности интерференционной картины от разности хода света в двух плечах интерферо-

метра. Эти измерения для разных режимов работы инжекционного лазера проводят по различным методикам.

Режим спонтанного излучения

Перед началом работы в режиме спонтанного излучения проверяют настройку интерферометра на нулевую разность хода.

Для измерений в режиме спонтанного излучения применяют широкополосное сканирование при нулевой начальной разности хода.

На реальном или виртуальном осциллографе наблюдают интерферограмму, и по ней рассчитывают ширину пика функции временной когерентности сначала в интерференционных полосах, а затем в единицах длины и/или времени. По результату расчетов длины или времени когерентности оценивают ширину спектра спонтанной люминесценции.

Режим суперлюминесценции

Внимание! Далее не следует путать понятие «интерференционный максимум» в самом обычном смысле (центр яркой полосы) с понятием «максимум функции когерентности» или «максимум видности».

В режиме суперлюминесценции существенно различаются методики измерения видности в экстремумах и между ними.

В максимуме видности измеряют видность и ширину этого максимума.

Внимание! В режиме широкополосного сканирования фотоэлектрическая видность полос (как амплитуда переменной составляющей сигнала) уменьшается из-за спада амплитудно-частотной характеристики усилителя в области более высоких частот. Поэтому видность следует измерять при узкополосном сканировании, для чего амплитуду переменного напряжения на пьезоэлементе уменьшают до 20..30 В. В этом случае усилитель не вносит в сигнал заметных искажений. При широкополосном сканировании можно только сравнивать между собой видности полос при изменениях разности хода. Практически здесь приходится определять, на сколько полос смещается зеркало, когда амплитуда сигнала падает в два раза, то есть в два раза уменьшается фотоэлектрическая видность и (пропорциональная ей) видность реальная.

Рекомендация. При измерении ширины пика и пересчете интерференционных полос вместо зеркала удобнее перемещать по экрану осциллограмму. Для еще большего удобства можно переключить горизонтальную развертку осциллографа в режим растяжки ($\times 0.2$). Чтобы исключить субъективную погрешность в определении по осциллограмме положения нерезкого максимума, лучше определять количество полос между половинными уровнями сигнала с обеих сторон от максимума (удвоенный сдвиг зеркала).

Между максимумами измеряют только видность, которая может быть малой, вплоть до уровня шума.

Чтобы получить значение видности интерференционной картины при фиксированной разности хода, нужно измерять следующие величины:

- интенсивность света в интерференционном максимуме;
- интенсивность света в каждом из интерферирующих пучков.

Если пренебречь шумом фотоприемного устройства, по этим трем величинам можно рассчитать видность интерференционных полос. При измерениях на неярких и малокогерентных источниках света шумы могут вносить заметные искажения в результат измерений. При обработке результатов наблюдений нужно будет сопоставлять наблюдаемую интенсивность света в пучке с мощностью шума. Для этого в процессе измерений необходимо измерять не только амплитуды сигналов, но и мощности шумов.

По результатам измерений, в соответствии с принятой статистической моделью шума, вносят поправку в значения интенсивностей в интерференционных минимумах. Аналогично вносят поправку и в значение интенсивности света в интерференционном максимуме.

Для учета влияния шумов и оценки возможных поправок следует дополнительно измерять еще три величины: мощность (средний квадрат амплитуды) шума в отсутствие анализируемого света в интерферометре (шум темнового тока ФЭУ) и мощности шума при действии в интерферометре двух пучков света порознь.

Режим лазерной генерации

В этом режиме методика измерений, в основном, совпадает с методикой для режима суперлюминесценции. Ее дополняет несколько более подробное измерение пьедестала функции временной когерентности, который отображает ширину линии генерации

лазера. Напомним, что глубина провалов в пьедестале связана с распределением мощности излучения по модам, и при наличии одной преобладающей моды эта глубина невелика. Поэтому обратите внимание не только на максимумы, но и на минимумы видности.

В соответствии с теорией, появления минимумов следует ожидать строго посередине между максимумами (при двух и более модах). При трех и более модах могут появиться дополнительные экстремумы. Высоты дополнительных максимумов и глубина всех экстремумов зависят от распределения мощности излучения по модам.

Замечание. Как правило, в режиме генерации, когда мощность излучения лазера на порядок больше, чем на пороге генерации, спектр когерентного излучения лазера можно описать одной из следующих моделей:

- одночастотная генерация;
- две моды сравнимой мощности;
- одна сильная мода в сопровождении одной-двух других мод, с суммарной мощностью сателлитов, не превышающей мощность центральной моды;
- многомодовое излучение с явно преобладающей центральной модой;
- многомодовое излучение без преобладающей центральной моды.

В режиме многомодовой лазерной генерации несколько иначе определяют ширину экстремума на половине высоты. Здесь логично и естественно высотой экстремума считать разность амплитуд сигнала в экстремуме и на пьедестале, соответственно и полувысотой считая половину этой разности.

Если ширина экстремума порядка или более диапазона широкополосного сканирования, окрестность такого экстремума исследуют с узкополосным сканированием, по точкам, следуя указанию в начале этого раздела.

Для облегчения процедуры измерений и записи результатов в таблицу используйте макропроцедуры рабочей книги Mich.xls (Microsoft Excel), обращение к которой возможно непосредственно из диспетчера программ. Дружественный пользователю интерфейс названной рабочей книги обеспечивает инструкцию и указание каждого необходимого действия в процессе измерений.

Задание и порядок выполнения измерений

Внимание! Предусилитель ФПУ работает только при включенном блоке электропитания ПЭВМ.

1. Включить ПЭВМ, открыть рабочую книгу Mich.xls.
2. Активизировать в рабочей книге лист «УПРАВЛЕНИЕ».
3. Запустить режим «ОСЦИЛЛОГРАФ».
4. Включить блок питания лазера. Плавно установить рабочий ток лазера по инструкции на рабочем месте.
5. Включить электродвигатель прерывателя.
6. Включить блок питания ФЭУ. Установить выходное напряжение 1000 В.
7. Убедиться в том, что сигнал ФПУ не менее 40 и не более 200 мВ при открытом пучке от неподвижного зеркала и закрытом пучке от подвижного зеркала. Если амплитуда сигнала велика, необходимо уменьшить напряжение питания ФЭУ.
8. Если амплитуда сигнала мала, то напряжение питания ФЭУ разрешается поднимать не выше 1500 В.
9. Убедиться в том, что сигнал ФПУ не менее 40 и не более 200 мВ при открытом пучке от подвижного зеркала и закрытом пучке от неподвижного зеркала. При необходимости следует откорректировать юстировку подвижного зеркала. На этом этапе не следует изменять напряжение питания ФЭУ.
10. Открыв в интерферометре оба пучка, убедиться в том, что на осциллографе виден сигнал интерференции.
11. При необходимости откорректировать юстировку подвижного зеркала до получения максимального контраста интерференционного сигнала.
12. Клавишей Esc отключить режим «ОСЦИЛЛОГРАФ».
13. Включить режим «ИЗМЕРЕНИЕ».
14. Провести пробное измерение видности интерференционной картины в соответствии с появляющимися на экране инструкциями.
15. Проанализировать полученные пробные данные по методическим указаниям, изложенным в следующем разделе.
16. Провести измерения зависимости видности интерференционной картины от разности хода для ранее установленного режима работы лазера.

17. Провести аналогичные измерения в режимах работы лазера, указанных преподавателем.

При проведении всех измерений необходимо исполнять методические указания, изложенные в следующем разделе.

Методические указания по оценке качества экспериментальных данных.

Рекомендации по коррекции режимов работы установки

Если зарегистрированное значение амплитуды сигнала в любом из плеч интерферометра превышает 7000, рекомендуется снизить напряжение питания ФЭУ и повторить пробное измерение.

Если это значение менее 4000, рекомендуется поднять напряжение питания ФЭУ и повторить пробное измерение.

Если значения амплитуд сигналов в двух плечах интерферометра различаются более чем в два раза, нужно проверить качество настройки интерферометра.

Если значение амплитуды сигнала интерференции превышает 55000, рекомендуется снизить напряжение питания ФЭУ и повторить пробное измерение.

Замечание. Все указанные в этом разделе действия по анализу данных и формулировке рекомендаций совсем несложно ввести в программу измерений. В используемую программу этот модуль не включен намеренно.

Измерительная программа может выполнить за оператора большую часть чисто рутинных действий, именно по этой причине необходимо внимательно следить за тем, насколько осмысленные и корректные данные обрабатывает программа. Во время работы нужно исполнять указания, изложенные в предыдущем разделе и не пренебрегать сопутствующими рекомендациями.

Обработка и анализ результатов измерений

Рекомендации. При обработке результатов наблюдений нужно учитывать шум ФЭУ, и для этого следует вносить поправку в значения интенсивностей в интерференционном минимуме и максимуме.

Рекомендуем следующую статистическую модель шумов ФЭУ. Мощность шума ФЭУ состоит из двух компонент – аддитивного темного шума, не зависящего от освещенности фотокатода, и мультипликативного дробового шума, пропорционального падаю-

щей на фотокатод световой мощности. Эти две компоненты не коррелированы, поэтому их следует учитывать аддитивно. Исходя из аддитивности двух названных компонент мощности шума, можно отделить темновую компоненту, сравнив общую мощность шума при нескольких существенно различных уровнях освещенности (постоянной составляющей сигнала ФЭУ). Еще более корректным будет сравнение мощности шума в более представительной статистической выборке сигналов. Далее следует рассчитать коэффициент пропорциональности между постоянной составляющей освещенности и мощностью мультипликативного шума. При оценке видности следует вычитать мощность шума из общей мощности сигнала. При малой видности можно полагать мощность шума пропорциональной средней освещенности. При большой видности корректнее вносить поправки в значения сигналов в максимуме и минимуме интерференционного сигнала отдельно.

Задание на обработку результатов наблюдений

1. Рассчитать по центральному пику автокорреляционной функции длину когерентности и ширину спектра излучения лазера во всех режимах, при которых проведены измерения.
2. На основе анализа полученных зависимостей качественно оценить и описать вид спектров излучения лазера во всех режимах, при которых проведены измерения.
3. Оценить ширину спектра спонтанного излучения.
4. Оценить ширину полосы усиления у порога суперлюминесценции.
5. Оценить ширину полосы усиления у порога генерации.
6. Оценить ширину линии суперлюминесценции у порога генерации.
7. Рассчитать расстояние между соседними модами резонатора.
8. Оценить интегральную ширину спектра излучения в режиме лазерной генерации.
9. Оценить соотношение интенсивностей отдельных мод, если лазер может работать в многомодовом режиме.
10. Оценить погрешности измерений. Определить источники наиболее существенных погрешностей для каждого из режимов работы лазера по отдельности.

Приложения

Приложение 1. Формализм комплексного описания поля

Напомним, что гармоническое колебание вещественной величины $X^{(r)}(t)$

$$X^{(r)}(t) = a \cos(2\pi\nu t + \phi), \text{ где } a \geq 0,$$

можно отобразить на комплексную величину

$$X(t) = a \{ \cos((2\pi\nu t + \phi)) + i \sin(2\pi\nu t + \phi) \},$$

$$X(t) = a \exp \{ i(2\pi\nu t + \phi) \},$$

так что действительная часть этой комплексной величины

$$X^{(r)}(t) \equiv \operatorname{Re} X(t) = \operatorname{Re} [a \times \exp \{ i(2\pi\nu t + \phi) \}] = a \times \cos(2\pi\nu t + \phi),$$

а мнимая часть,

$$\operatorname{Im} X(t) = \operatorname{Im} [a \times \exp \{ i(2\pi\nu t + \phi) \}] = a \times \sin(2\pi\nu t + \phi).$$

Модуль и аргумент комплексной величины

$$|X(t)| = |X^*(t)| = a,$$

$$\arg \{X(t)\} = i(2\pi\nu t + \phi),$$

$$\arg \{X^*(t)\} = -\arg \{X(t)\} = -i(2\pi\nu t + \phi).$$

Такое представление часто удобнее явной вещественной записи при всех линейных операциях над рассматриваемыми гармоническими величинами. Например, так удобно отображать колебания не только во времени, но и совместно в пространстве и времени (то есть гармонические волны). Более сложные колебания и волны при том же подходе можно отображать интегралом Фурье. Это математически корректно, так как интегрирование – операция линейная. Чтобы после вычислений вернуться к вещественным величинам, нужно выделить из результата вещественную часть.

Нужно различать модуль комплексного числа и модуль вещественного числа. Изменения вещественной фазы (вещественного аргумента) комплексного числа не меняют его модуль. При этом значения его действительной и мнимой частей (вещественных по определению) меняются.

В записях выше переменная ν – частота колебаний, а $(2\pi\nu t + \phi)$ – полная фаза колебаний. Напомним, что частота есть производная фазы по времени, что в гармоническом колебании очевидно. Фазу $2\pi\nu t$ мы назовем регулярной, и с ее изменением во времени связаны регулярные гармонические колебания $\operatorname{Re}(X)$ и $\operatorname{Im}(X)$. Более подробно о роли фазы в описании полей излучения сказано в конце текущего раздела.

Среднее за период значение квадрата вещественной амплитуды колебаний, то есть средняя мощность колебаний, как легко проверить, есть $a^2/2$.

Для гармонического колебания в комплексном представлении квадрат модуля формально

$$X(t)X^*(t) = a \exp \{ i(2\pi\nu t + \phi) \} \times a \exp \{ -i(2\pi\nu t + \phi) \} = a^2,$$

что, очевидно, в 2 раза больше, чем средний квадрат вещественной амплитуды. При комплексном представлении волн и колебаний интенсивность определяют как квадрат модуля комплексной амплитуды, то есть как вещественную функцию

$$I(t) = X(t)X^*(t).$$

Такое определение освобождает все последующие выражения для интенсивности от коэффициента $\frac{1}{2}$.

Для строго гармонического колебания зависимость интенсивности от времени фиктивная, но если амплитуда a медленно меняется во времени, то зависимость интенсивности от времени реальна,

$$I(t) = X(t)X^*(t) = a(t)^2$$

и можно отождествить $X(t)X^*(t)$ со средней за конечный промежуток времени интенсивностью

$$\langle X(t)X^*(t) \rangle,$$

где для строго гармонического колебания эта величина не зависит от времени, а при медленном изменении амплитуды (и/или фазы) тоже медленно изменяется.

Обычно рассматривают случай медленно меняющихся амплитуд и фаз, когда производные по времени и мнимой части фазы (флуктуации амплитуды), и ее действительной части (флуктуации фазы и частоты) много менее производной регулярной фазы фурье-компоненты аналитического сигнала, $2\pi\nu$. В этом случае выделенная фурье-компонента представляет собой почти монохроматическое колебание с некоторыми флуктуациями их амплитуды и фазы. Кроме того, будем полагать, что обычные статистические характеристики этих флуктуаций (средние величины) за время наблюдений существенно не изменяются. В то же время, как подчеркнуто ранее, полагается, что в масштабах времени наблюдения сами флуктуации достаточно быстрые. Это налагает определенные условия не на свойства рассматриваемых флуктуаций, но на продолжительность наблюдения (а понимая суть дела шире, вообще на методику измерения интенсивности поля в разных точках пространства и в разные моменты времени).

При гармоническом колебании

$$\begin{aligned} X(t)X^*(t + \tau) &= a \exp\{i(2\pi\nu t + \phi)\} \times a \exp\{-i(2\pi\nu(t + \tau) + \phi)\} \approx \\ &\approx a^2 \exp\{-i(2\pi\nu\tau)\}. \end{aligned}$$

Если колебания отличаются от гармонических, то модуль и фаза $X(t)$, вообще говоря, зависят от времени. В представлении медленных амплитуд и фаз получается более общее выражение, по форме схожее с предыдущим:

$$\begin{aligned} X(t)X^*(t + \tau) &= a(t) \exp\{i(2\pi\nu t + \phi(t))\} \times a(t + \tau) \exp\{-i(2\pi\nu(t + \tau) + \phi(t + \tau))\} \approx \\ &\approx a(t)a(t + \tau) \exp\{-i(2\pi\nu\tau + \phi(\tau))\}. \end{aligned}$$

Вещественная часть этой функции от аргумента τ осциллирует с частотой ν . По формальному виду можно отождествить a^2 с фурье-компонентой квадрата напряженности $a^2(\nu)$, и после этого записать введенную функцию в виде интеграла Фурье

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} a^2(2\pi\nu) \exp\{i(2\pi\nu\tau)\} d\tau &= \langle X(t)X^*(t + \tau) \rangle, \\ \int_0^{\infty} \langle X(t)X^*(t + \tau) \rangle \exp\{-i(2\pi\nu\tau)\} d\tau &= a^2(2\pi\nu). \end{aligned}$$

Законность приведенных выражений может вызвать сомнения, но оправданием станут три важных предположения об использованных нами усреднениях:

1. Полагается, что средние в угловых скобках не зависят от времени t , то есть процесс $X(t)$ стационарен.
2. Полагается также, что случайная величина, которая может давать вклад в процесс $X(t)$, эргодична, то есть усреднение по ансамблю ее реализаций эквивалентно усреднению по времени.
3. Усреднение идет по достаточному интервалу времени и достаточному множеству реализаций, чтобы было выполнено условие

$$\begin{aligned} & \langle \exp\{-i(2\pi\nu_1 t)\} \exp\{i(2\pi\nu_2 t)\} \rangle = \\ & = \langle \exp\{-i[2\pi(\nu_1 - \nu_2)t]\} \rangle = a(\nu_1) a^*(\nu_2) \delta(\nu_2 - \nu_1), \end{aligned}$$

то есть выпадали сомножители, относящиеся к паре разных компонент спектра. В строгой форме соотношения представляют собой известную теорему Винера-Хинчина. Доказательство теоремы приведено в конце текущего раздела. Отсюда можно сделать решающие заключения:

Если известна спектральная плотность мощности (интенсивности) для некоторого стационарного процесса $X(t)$, то ее фурье-образ будет функцией автокорреляции этого процесса. Точнее говоря, для нахождения вещественной функции автокорреляции нужно провести косинус-преобразование Фурье над спектральной плотностью интенсивности.

Если реализации случайной величины представляют собой подобные по спектру и не коррелированные между собой группы волн, стохастически распределенные во времени, то для определения функции автокорреляции достаточно знать спектр интенсивности для единственной реализации.

Этот пример показывает: номинально детерминированные колебания и волны по виду и по степени временной когерентности могут быть похожими на случайные, если они состоят из множества спектральных компонент.

Нетрудно заметить, что отображение колебательного процесса на комплексную плоскость сходно с отображением на фазовую плоскость. В теоретической физике фазу отображают канонически-сопряженные переменные, связанные уравнением Гамильтона (координата – импульс, угол – угловой момент и т. п.). В теории колебаний фазу отображают координатой и ее производной по времени; такое представление аналогично каноническому и идет от описания системы уравнением Лагранжа. Важно понимать, что фаза для системы с одной степенью свободы – не одна переменная, а канонически сопряженная пара переменных движения.

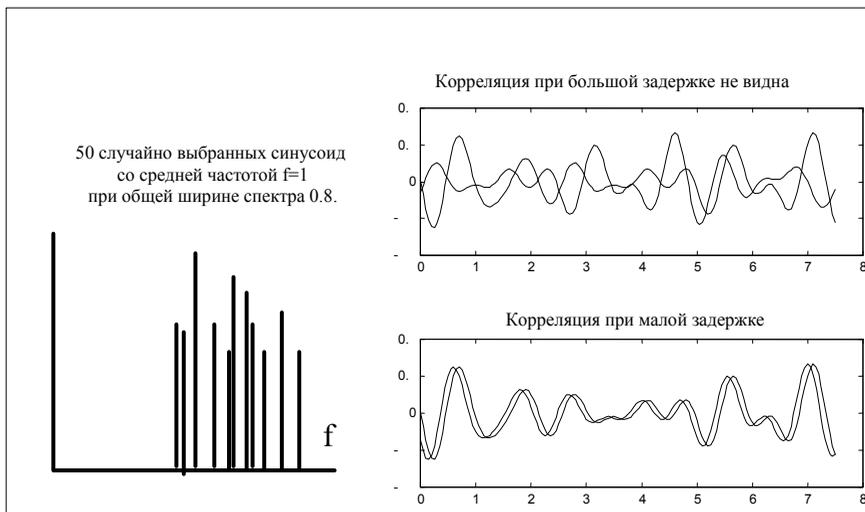


Рис.П2.1. Качественная зависимость автокорреляции от времени задержки в процессе со сложным спектром без флуктуаций.

Для системы с N степенями свободы фаза – N пар сопряженных переменных. Это, как мы увидим далее, учитывают и при описании световых полей, переходя к пределу $N \rightarrow \infty$. Напомним, что комплексное число – это по существу пара вещественных чисел; поэтому фазу можно отображать и комплексной переменной.

$$X(t) = a \exp \{ i(2\pi\nu t + \phi) \},$$

Легко проверить, что

$$X(t) = \exp \{ i(2\pi\nu t - i \ln(a) + \phi_0) \},$$

$$X(t) = \exp \{ i\varphi(t) \}, \text{ где } \varphi(t) \equiv (2\pi\nu t - i \ln(a) + \phi_0).$$

Фаза ϕ_0 в общем случае не произвольная, ее задают некие начальные условия. Более того, в избранном представлении вариации частоты и фазы возмущаемого каким-либо взаимодействием гармонического колебания можно описывать вариациями фазы ϕ , которые для адекватности такого описания должны быть не очень быстрыми, то есть $|d\phi/dt| \ll \nu$. Далее, если считать фазу ϕ комплексной, то ее мнимой частью можно описывать вариации амплитуды колебаний (модуля комплексной амплитуды), при условии $|\text{Im}(d\phi/dt)| \ll \nu$.

Сама по себе фаза светового колебания ненаблюдаема, как и напряженность светового поля. Наблюдаемы вещественные компоненты функций разности комплексных фаз, например, функции $\exp \{ i[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)] \} \equiv \exp \{ i\Delta\varphi_{12}(t) \}$, в том числе $\text{Re} \exp \{ i\Delta\varphi_{12}(t) \}$ – так называемая взаимная интенсивность.

Напомним, что наблюдаемы вещественные части билинейных комбинаций вида $\text{Re}(X_1(t)X_2^*(t))$. Частный случай – интенсивность $X_1(t)X_1^*(t)$.

Представив колебательный процесс комплексной переменной – экспонентой мнимого аргумента, мы расширили это представление тем, что ввели комплекс-

ную фазу. После этого можно придать более определенный смысл таким понятиям, как отклонение колебания от гармонического закона, монохроматическая и квазимонохроматическая волна, единообразно ввести количественные показатели вариаций амплитуды и фазы, в том числе и их случайных флуктуаций, и т. п.

Первоначально понятие частоты колебаний относят только к строго периодическому процессу бесконечной длительности. Понятие фазы $\{x, p\}$ в формализме Гамильтона (или $\{x, dx/dt\}$ в теории дифференциальных уравнений, в теории колебаний и в формализме Лагранжа) относят к произвольному процессу. Вводя комплексную фазу в описание электромагнитных колебаний, мы можем формально распространить понятие частоты (как производной фазы по времени) и на произвольные поля.

Такой подход в самом общем случае формален и не дает ничего нового, если речь не идет о световых полях. Стационарные световые поля, даже предельно неупорядоченные, отличаются от абстрактного стационарного электромагнитного шума тем, что в них ширина спектра практически всегда не больше, чем средняя по всему спектру частота. В практически важных измерениях (интерферометрия) дополнительно применяют фильтрацию спектра излучения, и потому чаще имеют дело со стационарными квазимонохроматическими полями, с узкополосным шумом. В этом случае все флуктуации поля выгодно описывать флуктуациями комплексной фазы, что упрощает все расчеты.

Теорема Винера-Хинчина

Теорема Винера-Хинчина связывает функцию автокорреляции со спектром стационарного случайного процесса. Эта связь фундаментальна, и относится она не только к случайным электромагнитным полям и сигналам, но ко всем возможным стационарным шумам и флуктуациям произвольной физической природы. Мы будем рассматривать абстрактный случайный стационарный процесс с минимумом ограничений.

Представим случайный процесс $x(t)$ в виде интеграла Фурье (для этого мощность процесса, $\langle x(t)x^*(t) \rangle$ на любом конечном отрезке времени должна быть ограниченной);

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \exp(i\omega t) d\omega,$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt,$$

и в этом представлении запишем функцию автокорреляции

$$\begin{aligned} \Gamma(\tau) &= \langle x(t)x^*(t+\tau) \rangle = \\ &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) X^*(\omega') \exp(i\omega t) \exp(-i\omega' t - i\omega' \tau) d\omega d\omega' \right\rangle = \\ &= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle X(\omega) X^*(\omega') \rangle \exp[i(\omega - \omega')t - i\omega' \tau] d\omega d\omega'. \end{aligned}$$

Звездочкой ради математической строгости обозначено комплексное сопряжение. Угловые скобки по традиции означают статистическое усреднение по реализациям случайного процесса. В последнем выражении мы перенесли статистическое усреднение под интеграл, так как эта операция линейная.

Так как случайный процесс по постановке задачи стационарен, функция автокорреляции не может зависеть от времени t . Это условие будет выполнено, если фаза $i(\omega - \omega')t = const$, для чего необходимо

$$\langle X(\omega)X^*(\omega') \rangle = W(\omega)\delta(\omega - \omega')$$

и тогда

$$\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega)\exp(-i\omega\tau)d\omega,$$

а обратное преобразование Фурье позволяет по виду автокорреляционной функции восстановить спектральную плотность (спектр мощности) стационарного процесса

$$W(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\tau)\exp(i\omega\tau)d\tau.$$

Напомним, что наблюдаемы и измеримы только вещественные величины; в общем случае мы могли получить функции комплексные. Поэтому физический смысл имеют только $\text{Re}(\Gamma(\tau))$, $|\Gamma(\tau)|$, $|W(\omega)|$.

В приведенном выше доказательстве использовано только статистическое усреднение, без замены его усреднением по времени, а так же использовано свойство стационарности случайного процесса.

Приложение 2. Функции автокорреляции и временной когерентности при лоренцевом спектральном контуре излучения

Спектральный контур Лоренца – общепринятая модель, которой описывают отдельный излучатель, испускающий затухающий во времени волновой пакет. Той же моделью и тем же спектром описывают спектр множества независимых одинаковых излучателей. Модель Лоренца пригодна для описания оптического излучения атомов и молекул в газе при высоком давлении и частых столкновений между ними и с другими молекулами. Та же модель приемлема для спектра излучения ионов примесей в кристаллах, для люминесценции растворов красителей и в некоторой степени для излучения полупроводников. Очень узкие линии излучения лазера тоже отображают спектральным контуром Лоренца. По этой причине в спектроскопии и физике лазеров контур Лоренца – одна из важных моделей.

Физической причиной появления в излучении уширенного спектрального контура Лоренца вместо узкой монохроматической спектральной линии всегда служит взаимодействие излучателя с другой физической системой, в которой происходят флуктуации. Теоретическая физика и эксперимент показывают, что воздействие флуктуаций среды на излучатель обязательно вызывает эффект наподобие вязкого трения, и в результате колебания дипольного момента излучателя затухают за конечное время. В газе по отношению к молекуле такой флуктуирующей системой выступают все остальные молекулы. Но даже у атома, отдаленного от других частиц в вакууме, колебания диполя затухают из-за его взаимодействия с вакуумом, который современная теория поля уже давно рассматривает не как среду для частиц и событий, но как важного соучастника всех квантовых процессов.

Отметим, что в подобных процессах действие «вязкой» среды на каждую молекулу одинаково, и молекулы из одинаковых изотопов для наблюдателя неразличимы. Поэтому уширение контура спектральной линии характеризует и одну мо-

лекулу, и всю совокупность одинаковых молекул вместе, и этот эффект называют однородным уширением.

Существуют физические системы, в которых молекулы (атомы) принципиально различимы для наблюдателя, и в них иной контур спектральной линии – гауссовский. Эта модель рассмотрена в следующем разделе.

Затухающие колебания (как у гармонического осциллятора) имеют два параметра – частоту и декремент затухания (характерное время затухания). Отобразим их комплексной функцией

$$V(t) = \exp(-t/\Delta t - i\omega_0 t).$$

Определим его спектр Фурье:

$$V(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} V(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dt \exp(-t/\Delta t - i\omega_0 t) \exp(i\omega t) = \frac{1}{\pi} \frac{(1/\Delta t)}{(1/\Delta t) - i(\omega - \omega_0)}.$$

Нормированный лоренцев спектр интенсивности (эту форму часто называют лоренцианом) получим, умножив полученное выражение на комплексно-сопряженное;

$$|V(\omega)|^2 = \frac{1}{\pi} \frac{B}{B^2 + (\omega - \omega_0)^2},$$

где ω – частота, ω_0 – центральная (средняя) частота, $B=1/\Delta t$ – полуширина спектра.

Фурье-образ этого спектра интенсивности

$$V(\tau) = \frac{B}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp(i\omega\tau)}{B^2 + (\omega - \omega_0)^2} d\omega.$$

Такой несобственный интеграл легче всего вычислять методами функций комплексной переменной. Подынтегральная функция имеет простой полюс первого порядка в правом верхнем квадранте (и

не интересующий нас такой же полюс в правом нижнем).

Выбрав контур интегрирования, как показано на рис. П1, заметим, что интеграл по такому контуру равен $\oint = 2\pi i \operatorname{res}(f(\omega))_{\omega_0+iB}$, где $\operatorname{res}(f(\omega))$ – вычет в особой точке.

Для простого однократного полюса z_p функции вида $\frac{a(z)}{b(z)}$ вычет равен $\frac{a(z_p)}{b'(z_p)}$.

Интеграл по дуге при увеличении ее радиуса стремится к нулю, согласно лемме Жордана, так как сомножитель экспоненты в подынтегральной функции убывает на бесконечности достаточно быстро.

В результате искомым несобственным интеграл по вещественной оси равен интегралу по указанному контуру, то есть

$$\begin{aligned} \oint &= 2\pi i \frac{1}{\pi} \frac{B \exp(i(\omega_0 + iB)\tau)}{2((\omega_0 + iB) - \omega_0)} = \exp(i\omega_0\tau - B\tau) = \\ &= \exp(-B\tau) \exp(i\omega_0\tau) \end{aligned}$$

и, взяв вещественную часть, получим функцию автокорреляции,

$$\operatorname{Re}\{\exp(-B\tau)\exp(i\omega_0\tau)\} = \exp(-B\tau)\cos(\omega_0\tau),$$

а модуль полученной комплексной функции дает нам степень когерентности $\exp(-B\tau)$.

Здесь функция автокорреляции автоматически получилась нормированной, и она осциллирует со средней частотой, а ее огибающая убывает в e раз за время $1/B$. Так же, разумеется, убывает и степень когерентности. По смыслу, $\tau=1/B$ следует считать для этого случая характерным временем корреляции, или временем когерентности. Обратим внимание и на то, что время когерентности зависит от ширины спектра интенсивности и не зависит от средней частоты, тогда как функция автокорреляции, она же взаимная интенсивность, осциллирует со средней частотой спектра.

Вид функции когерентности для спектра лоренцева типа в окрестности $\tau=0$ очень «подозрителен», потому что ему должна соответствовать интерференционная картина с разрывом первой производной по «времени». Этот формальный математический вывод о низком аналитическом качестве решения отражает не слишком высокое физическое качество рассмотренной физической модели – ударно-возбужденной затухающей группы волн. Мы приняли на веру, что такая группа волн существует. На самом деле для возбуждения рассмотренной группы волн за бесконечно малое время нужна бесконечная мощность возбуждающей силы. Для устранения особой точки в $\tau=0$ формально нужно аналитически продолжить группу волн в область $\tau<0$, а физически – построить модель с возбуждением колебаний за конечное время и при конечной мощности. Она будет соответствовать реально наблюдаемым функциям автокорреляции без разрыва производной в $\tau=0$. При этом, чем сильнее возбуждающий удар, тем острее функция автокорреляции будет в $\tau=0$.

Не следует впадать в заблуждение относительно аргумента названных функций, имеющего размерность времени. Величины и функции, описывающие корреляции и когерентность, изменяются не в реальном времени, но зависят от времени задержки между двумя волнами, от разности хода между волнами во временном представлении, от времени между последовательными моментами наблюдения и т. п. Вместе с тем, время корреляции, разумеется, описывает эволюцию волновых пакетов во времени.

Осцилляции функции когерентности можно наблюдать и в реальном времени, как колебания интенсивности света на выходе интерферометра, у которого во времени монотонно изменяется положение одного зеркала, как это происходит на нашей учебной установке.

Заметим тут же, что при помощи интерферометра Майкельсона, в зависимости от режима его работы и дополнительных средств, наблюдают различные величины. Например, при настройке на полосы бесконечной ширины измеряют функцию автокорреляции, или фурье-образ спектра интенсивности.

Приложение 3. Функции автокорреляции и временной когерентности при гауссовом спектральном контуре излучения

Спектральное распределение в виде кривой Гаусса возникает по причинам, в корне отличающимся от динамических взаимодействий (флуктуаций, столкновений, «вязкого трения» и т. п. аналогов затухания). Это распределение описывают центральная частота спектра и его полуширина. Спектральный контур Гаусса формально имеет параметр с размерностью времени, но в общем он не связан с характерным временем какого-либо реального процесса, хотя и прямо пропорцио-

нален времени автокорреляции поля с гауссовым распределением, что мы и покажем далее. Тем не менее, чаще распределению Гаусса приписывают параметр, обратный времени – он имеет смысл полуширины кривой распределения.

Распределение Гаусса удовлетворительно описывает спектры люминесценции стекол, излучение разреженных газов на выделенной линии спектра.

Вообще говоря, распределение Гаусса свойственно множеству независимых излучателей, каждый из которых в отдельности излучает на одной и той же частоте, статически смещенной по отношению к некоторой средней для всего множества частоте. При этом предполагают, что смещение для каждого отдельного излучателя – реализация некоторой случайной величины. При большом количестве таких излучателей, независимо от вида распределения вероятности смещения для одного излучателя, распределение вероятности смещения для всей совокупности стремится к распределению Гаусса (на основании центральной предельной теоремы теории вероятностей). Из таких свойств модели видно, что распределение Гаусса – фундаментальная закономерность, которая описывает совместное действие огромного множества факторов, вклад каждого из которых по отдельности крайне мал и независим от всех остальных. Практически этим закономерностям подчиняются неоднородности электростатических полей в стеклах, вызывающие сдвиг линии излучения одного иона за счет эффекта Штарка. То же самое справедливо и для скорости свободного пробега молекулы в разреженном газе, с учетом которой линия излучения молекулы сдвинута за счет эффекта Доплера.

Нормированный гауссовский спектр интенсивности – распределение вида

$$|V(\omega)|^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left\{-\left(\frac{\omega - \omega_0}{B}\right)^2\right\},$$

где ω – частота, ω_0 – центральная (средняя) частота, B – полуширина спектра. Фурье-образ этого спектра интенсивности

$$\begin{aligned} V(\tau) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left\{-\left(\frac{\omega - \omega_0}{B}\right)^2\right\} \exp(i\omega\tau) d\omega = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left\{-\left[\left(\frac{\omega - \omega_0}{B}\right)^2 - i\omega\tau\right]\right\} d\omega. \end{aligned}$$

Такой несобственный интеграл можно вычислить при помощи замены переменной интегрирования. Введем в квадратные скобки не зависящее от переменной интегрирования ω слагаемое $f(B, \tau, \omega_0)$, дополняющее выражение в них до полного квадрата, а подынтегральное выражение умножим на $\exp\{f(B, \tau, \omega_0)\}$. Результат от этого не изменится. Вид $f(B, \tau, \omega_0)$ предлагаем читателю найти самостоятельно.

Далее, заменим переменную интегрирования на x по формулам

$$x = \frac{\omega - \omega_0}{B}, \quad dx = \frac{d\omega}{B}, \quad d\omega = B dx \quad .$$

Вынося из-под интеграла не зависящие от x множители, получим:

$$\gamma(\tau) = \exp\left(-\left(\frac{B\tau}{2}\right)^2 + i\omega_0\tau\right) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp\{-x^2\} dx.$$

Определенный интеграл – это интеграл Пуассона, равный $\sqrt{\pi}/2$.

Отсюда

$$\gamma(\tau) = \exp\left\{-\left(\frac{B\tau}{2}\right)^2\right\} \exp(i\omega_0\tau)$$

и, взяв вещественную часть, получим функцию автокорреляции,

$$\operatorname{Re} \gamma(\tau) = \exp\left\{-\left(\frac{B\tau}{2}\right)^2\right\} \cos(\omega_0\tau),$$

а модуль полученной комплексной функции дает степень когерентности

$$|\gamma(\tau)| = \exp\left\{-\left(\frac{B\tau}{2}\right)^2\right\}.$$

В этом примере, как и в предыдущем, время когерентности по порядку величины равно обратной ширине спектра.

Можно написать точную форму волнового пакета, соответствующего спектральному распределению Гаусса. Его огибающая снова будет функцией Гаусса. Такой волновой пакет будет лишь результатом формальных выкладок, и вряд ли ему точно соответствует динамика какого-либо реального процесса. Тем не менее, во многих случаях приближенное представление гладкого спектра с одним максимумом модельной функцией Гаусса для практики удобно и не приводит к грубым ошибкам.

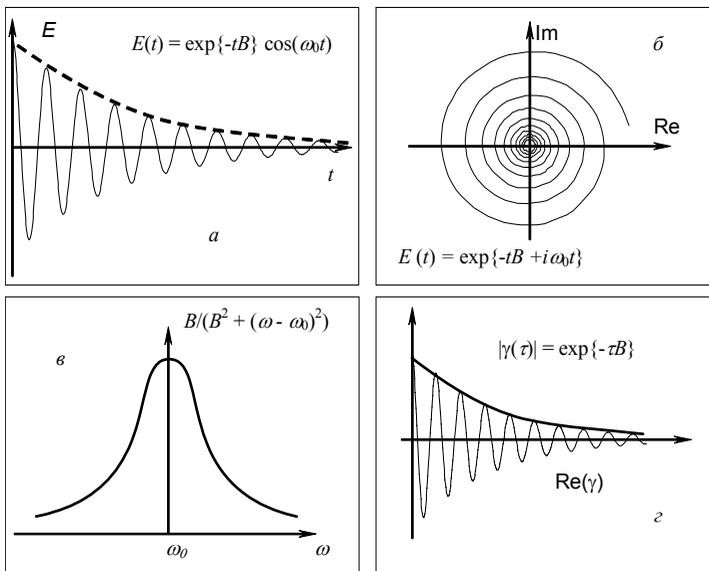
Распределение Гаусса не слишком точно, если шириной отдельно взятой смещенной линии излучения нельзя пренебречь в сравнении с шириной самой математической функции Гаусса. Форму каждой уединенной линии более точно описывает спектральное распределение Лоренца, обычно одинаковое по форме для всего множества смещенных линий. По этому признаку уширение отдельных линий и называют однородным, а вклад этого уширения в общий спектр называют однородной частью уширения. Совокупный спектр множества отдельных излучателей называют неоднородно уширенным, и в математическом выражении он представляет собой свертку, называемую спектральным профилем Фойгта

$$F(\omega) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-(\varpi/B_H)^2]}{B_L^2 + (\varpi - \omega + \omega_0)^2} d\varpi;$$

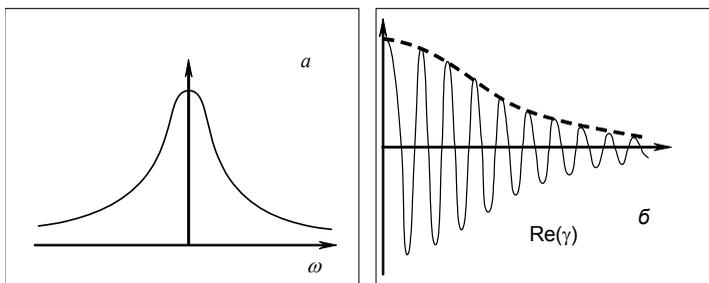
где B_H – неоднородная (гауссова) ширина, B_L – однородная (лоренцева) часть уширения.

Приложение 4. Иллюстрации для простых примеров

Приведем графики волновых пакетов, спектров интенсивности, функций автокорреляции и вещественных нормированных функций когерентности для рассмотренных выше примеров. К ним добавлены аналогичные графики для косинусоидального волнового пакета конечной длительности. Все три примера демонстрируют один и тот же качественный результат: чем шире спектр излучения, тем ниже степень его когерентности, тем меньше время и длина когерентности.



Экспоненциально затухающий волновой пакет (а), отображение его на комплексной плоскости (б), соответствующие ему спектральный контур Лоренца (в), степень когерентности (г).



Гауссов спектр (а) и соответствующая ему степень когерентности (б).

Приложение 5. Измерения временной когерентности при сложных спектрах и спектрометрия Фурье

В рассмотренных примерах спектры излучения довольно примитивны, но они удовлетворительно описывают многие несложные физические ситуации. Во всех трех примерах очевидны некоторое характерное время затухания волнового пакета, компактность спектра, средняя по спектру частота излучения. Вследствие этой простоты один единственный параметр (время когерентности) по порядку величини

ны неплохо отражает общий характер зависимости степени когерентности от времени задержки.

При более сложных спектрах излучения (спектральные мультиплеты, многочастотное излучение лазеров) функции степени когерентности не столь примитивны, и их уже невозможно описать функцией с одним параметром. При всем этом, измерение степени когерентности как функции $|\gamma(\tau)|$ позволяет обнаруживать спектральные мультиплеты и получать иную информацию о сложных спектрах в тех случаях, когда иные средства спектроскопии непригодны. Здесь на помощь приходит особая трактовка измерения временной когерентности, которую принято называть фурье-спектрометрией. Существо подхода основано на том, что спектр $I(\nu)$ рассматривают как фурье-образ наблюдаемой $\text{Re}(\gamma(\tau))$, и таким способом по интерферограмме, полученной на интерферометре Майкельсона с равномерно движущимся зеркалом, численным преобразованием Фурье восстанавливают вид спектра. Этот метод по ряду веских технических причин особенно удобен в среднем и дальнем ИК диапазонах.

В состав типового спектрометра Фурье входят интерферометр Майкельсона с прецизионным механизмом линейного перемещения зеркала, приемник излучения и аналогово-цифровая система для обработки сигнала. Аналоговая часть обработки заканчивается преобразованием усиленного сигнала приемника излучения в цифровую форму. Ее выходные данные в виде потока чисел проходят преобразование Фурье и отображаются как спектр на дисплее, бумаге или таблице в базе данных. Для цифровой обработки служит типовая ПЭВМ или специализированный микропроцессор. Спектрометры Фурье находят применение в лабораторных исследованиях и технических измерениях. Во многих случаях они оказываются компактнее, дешевле и удобнее спектрометров с решетками и призмами.

Приложение 6. Интерференция сильной и слабой волн

Сначала подчеркнем одно примечательное различие между синхронностью двух колебаний и строгим формальным понятием их когерентности. Рассмотрим две строго монохроматические волны, в которых фазы полностью коррелированные, но амплитуды различаются в 10 раз. Выберем единицы измерения, в которых амплитуда более слабой волны равна единице. В этом случае формально $|\Gamma(\tau)|=10$, $I_{max}=1+100+2 \times 10=121$, $I_{min}=101-20=81$. Разность $I_{max}-I_{min}$ ($=40$) по смыслу можно назвать сигналом интерференции.

В этом примере видность интерференции $D=40/202 \approx 0,2$, хотя рассмотренные колебания строго синхронны, и в интуитивном понимании их можно было бы назвать строго коррелированными. Вместе с тем отметим, что при синхронности источников видность интерференции не очень мала даже при значительных различиях интенсивности интерферирующих волн.

Теперь обратимся к нормированной функции когерентности. Очевидно, что для рассматриваемого примера ее модуль равен единице, и этот результат не зависит от соотношения вещественных амплитуд двух синхронных колебательных процессов. Это означает, что нормированная функция когерентности описывает именно меру синхронности двух процессов и игнорирует различие в их амплитудах. Разумеется, ни одна из этих амплитуд не равна нулю, иначе нормировка невозможна.

Далее, рассмотрим опыт с теми же синхронно излучающими источниками, но при ослаблении сильной волны до уровня слабой. В этом случае видность интерференции равна единице, но сигнал интерференции равен 2. При еще меньшей интенсивности выравнивание интенсивностей двух волн формально сохраняет ту же видность интерференции, но отношение сигнала к шуму при этом ухудшается, и ухудшается «неформальная видность».

По указанным причинам при наблюдении интерференции не всегда выгодно ослаблять наиболее сильную из двух волн до уровня слабой. Из выражения $|K_1|^2 I_1 \gg |K_2|^2 I_2$ можно увидеть, что колебания интенсивности света при изменениях фазы в интерференционном слагаемом пропорциональны амплитудам (строже говоря, модулям комплексных амплитуд, или амплитудным значениям напряженности поля) обеих волн. Поэтому при наблюдениях интерференции сильной («опорной») волны со слабой (например, рассеянной или отраженной от удаленного объекта) бывает выгоднее наблюдать более мощный сигнал интерференции, нежели слабые, но (формально) контрастные полосы. Такой подход разумен при фотоэлектрическом наблюдении интерференции. Это утверждение можно проверить непосредственно даже на существующей учебной установке.

Теперь выясним, какой сигнал в разобранном примере мы получим при действии одной слабой волны. Интенсивность ее, очевидно, равна 1 в выбранных единицах измерения. Мы считаем, что слабая волна переносит сигнал, меняющийся медленно в сравнении с быстродействием фотоприемного устройства. Обнаружение слабого сигнала на фоне различных световых и электромагнитных помех может быть затруднено. Если отношение сигнала к шуму в условиях наблюдения плохое, то приходится применять прерыватель света, формировать на фотоприемнике сигнал переменного тока, усиливать его по мощности, фильтровать и далее преобразовать в сигнал постоянного напряжения. Этот прием в самой совершенной его технической реализации даст сигнал переменного тока, мощность которого, приведенная ко входу фотоприемника, будет не более той же единицы. Фильтрация и прочие методы обработки не поднимут мощность сигнала, но снизят уровень шумов, и в результате на выходе отношение сигнала к шуму можно увеличить на порядки. Тем не менее, при относительно простой фильтрации и преобразовании сигнала на этой стадии в синусоиду приведенная ко входу пиковая мощность сигнала будет равна 0,7 ед.

Теперь вспомним, что в рассмотренном нами выше примере пиковая мощность сигнала интерференции была равна 20 единицам при его синусоидальной форме. Выигрыш в мощности сигнала здесь получен за счет когерентного сложения полей.

Из этого примера, как и из анализа интерференционного члена в выражении для интенсивности поля двух волн, видно, что обнаружить слабый световой сигнал в принципе легче, если в распоряжении есть когерентная с ним сильная волна. Такую волну называют гетеродинной (или опорной), а источник этой волны называют гетеродином. Мощность интерференционного сигнала есть произведение интенсивностей когерентных сигнальной и гетеродинной волн. Этот высокочувствительный метод нередко применяют для приема слабого рассеянного лазерного излучения; лазер служит и передатчиком, и гетеродином.

Применения и способы реализации подобных методов когерентного приема слабых световых сигналов разнообразны и многочисленны; они подробнее описа-

ны в литературе по лазерной диагностике, интерферометрии и лазерной локации. Совокупность этих методов называют гомодинным приемом, подчеркивая единство происхождения опорной и сигнальной волн от одного источника; гомодинный прием относят как разновидность к методам гетеродинного приема, принципы которого мы кратко опишем в следующем разделе.

Приложение 7. Гетеродинный прием излучения

Рассмотрим интенсивность поля сигнальной (слабой) и сильной (опорной) волн в том случае, если степень их взаимной когерентности в обычном понимании низкая. Мы полагаем, что степень пространственной и временной когерентности у сильной волны высока в обычном понимании, то есть радиус когерентности более размера фотоприемника, а достаточную для нашей модели длину когерентности мы уточним позже, пока считая, что она не менее десятков метров. Для лазеров такие требования выполнимы.

Мы пока не предъявляем особых требований к степени временной когерентности слабой волны, но радиус когерентности мы временно будем считать большим, чем размер фотоприемника.

При выполнении заданных условий мы для простоты дополнительно положим, что на фотоприемнике волновые векторы обеих волн коллинеарны. Отметим, что все эти требования на практике могут быть выполнены с заметными погрешностями, но пока это несущественно, так как далее влияние степени отклонения от каждого условия нетрудно будет учесть и раздельно, и совместно. Все требования вместе имели одну цель – возможность рассматривать поле на фотоприемнике как суперпозицию двух плоских волн с совпадающими волновыми фронтами.

При выполнении всех поставленных условий вначале рассмотрим монохроматическую сигнальную волну. Нетрудно убедиться в том, что в интерференционном члене будет фазовый множитель, вещественная часть которого осциллирует на разностной частоте, то есть на частоте, равной разности оптических частот сигнала и гетеродина. По аналогии с радиотехникой, эту разностную частоту принято называть промежуточной частотой (ПЧ). Если мы будем рассматривать освещенность фотоприемника глазом, то никакой интерференции мы не увидим из-за быстрых колебаний освещенности с разностной частотой. Но если разностная частота мала (порядка герца и менее), то колебания освещенности будут вполне видны даже невооруженным глазом. Именно эти колебания хорошо видны в интерферометре Майкельсона, когда одно из зеркал медленно движется; сдвиг по частоте у волны, отраженной от подвижного зеркала, возникает из-за эффекта Доплера (движение мнимого источника света). Имея в распоряжении быстродействующий фотоприемник, мы сможем обнаружить колебания интенсивности и на более высоких частотах, свыше 10^8 Гц.

Далее, если частота сигнала изменяется, то все эти изменения переходят в изменения ПЧ. Аналогично и вариации фазы сигнала переходят в вариации фазы ПЧ. Если фотоприемник способен обнаружить колебания освещенности на разностной частоте, то мы получим электрический сигнал ПЧ, мощность которого пропорциональна среднему геометрическому мощностей сигнала и гетеродина. К этому и сводятся в основном принципы гетеродинного приема.

Теперь все сказанное на словах мы изложим строже и формальнее. Мы предположим, что волна гетеродина когерентна, а сигнальную волну описывает спектр Фурье, плотность которого сосредоточена в окрестности частоты гетеродина ω_0 .

$$E_S(t) = \int E(\omega - \omega_0) \exp(i\omega t) d\omega$$

$$E_R(t) = E_0 \exp(i\omega_0 t).$$

В оптическом диапазоне обычно выполнено условие $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$, которое означает, что сигнальная волна – квазимонохроматическая.

Интенсивность поля при совместном действии волн сигнала и гетеродина

$$\begin{aligned} I(t) &= (E_S + E_R)(E_S^* + E_R^*) = f(E_0, E) + 2 \int E_0 E(\omega - \omega_0) \exp(i\omega t - i\omega_0 t) d\omega = \\ &= 2E_0 \int E(\omega - \omega_0) \exp[i(\omega - \omega_0)t] d(\omega - \omega_0) + const. \end{aligned}$$

Далее хорошо знакомую нам взаимную интенсивность мы усредняем по времени порядка нескольких периодов оптических колебаний, что отражает хорошее быстроедействие нашего фотоприемника. Теперь колебания интенсивности во времени описывает интеграл Фурье

$$I(t) = 2E_0 \int E(\omega) \exp(i\omega t) d\omega,$$

где $\omega = \omega - \omega_0$ – промежуточная частота. Этот результат означает, что спектр колебаний интенсивности (и сигнала фототока) повторяет форму спектра оптических колебаний напряженности поля сигнальной волны, но со сдвигом по частоте вниз, ровно на частоту гетеродина.

Гетеродинный прием переносит когерентность сигнальной волны в когерентность колебаний электрического сигнала, если время когерентности излучения гетеродина существенно больше времени когерентности сигнальной волны; все вариации из сигнальной волны переносятся в вариации электрического сигнала на ПЧ. Если же степень когерентности у гетеродина сравнима со степенью когерентности сигнальной волны, то к флуктуациям амплитуды и фазы в электрическом сигнале ПЧ добавятся и соответствующие флуктуации гетеродина. В спектральном представлении это можно выразить так: спектр оптического сигнала без изменений сдвигается в область спектра электрического сигнала ПЧ, а при конечной ширине спектра гетеродина спектр электрического сигнала дополнительно уширяется. Эти утверждения легко доказать и формально, если к фазам сигнала и гетеродина в вышеприведенных выкладках добавить медленные флуктуирующие добавки $\phi(t)$; в фазе электрического сигнала на ПЧ они просто сложатся и дадут флуктуации общей фазы ПЧ, $(i\omega t + i\phi(t))$.

Отметим одну особенность рассмотренного преобразования светового сигнала в электрический: неявно предполагается, что спектр сигнальной волны был расположен выше частоты гетеродина. Но он может располагаться и ниже частоты гетеродина; следствием будет перестановка частот в спектре сигнала ПЧ. В некоторых случаях это не существенно, особенно при квазимонохроматическом сигнале. В других случаях (при сложных видах модуляции сигнальной волны) такая перестановка частот недопустима из-за существенных искажений сигнала. Но во всяком случае нужно помнить, что в сигнал ПЧ переносятся все сигналы и все шумы из обеих полос спектра, расположенных симметрично по отношению к частоте гетеродина, и подавить помехи, присутствующие в одной из полос, можно только фильтрацией сигнальной волны до гетеродинного преобразователя.

В терминологии описания интерференционных полос гетеродинный прием выглядит так: по чувствительной поверхности фотоприемника бегут полосы бесконечной ширины, и частота их повторения равна разностной частоте, то есть ПЧ. Если радиус взаимной когерентности менее размера фотоприемника, то видность полос падает, что приводит к снижению мощности электрического сигнала. Если ширина полосы конечна и менее размера приемника, то электрическая видность полос падает из-за усреднения по фоточувствительной поверхности.

Можно показать, что ширина спектра сигнала, принимаемого при гетеродинном преобразовании, ограничена спадом амплитудно-частотной характеристики фотоприемника в области верхних частот (до 10 ГГц у современных фотодиодов).

Гетеродинное преобразование применяют не только для приема когерентных сигналов, но и для приема шумоподобных сигналов – теплового или некогерентного рассеянного излучения. Здесь гетеродинный прием может дать выигрыш в чувствительности, если гетеродин достаточно мощный, а фотоприемник может выдержать эту мощность. Тем не менее, наиболее важное достоинство гетеродинного преобразования – способность сохранить информацию о фазе оптического сигнала и перенести ее в электрический сигнал. Такой перенос позволяет, например, косвенно наблюдать интерференцию световых волн, не перекрывающихся ни в пространстве, ни во времени, и на этой основе проводить уникальные измерения.

В заключение этого раздела дополнительно отметим:

1. Двухлучевые интерферометры можно рассматривать как гомодинные приемники со вспомогательной фазовой модуляцией сигнала или гетеродина и крайне низкой ПЧ.

2. У гетеродинного приемника оптического сигнала, как и у гетеродинных радиоприемников, существуют две полосы приема, расположенные симметрично по отношению к частоте гетеродина.

3. При гомодинном приеме рассеянного излучения расстояние от приемопередатчика до рассеивателя ограничена малой долей длины когерентности задающего генератора (лазера). При большем удалении мощность сигнала на ПЧ падает не только из-за расходимости рассеянной волны, но и из-за потери взаимной когерентности сигнала и гетеродина. Поэтому для когерентной локации удаленных целей излучение должно быть не только мощным, но и высоко когерентным;

4. Лазер сам по себе может служить гомодинным приемником для собственного излучения, рассеянного назад в его усилительный элемент. В этом случае интерференция проявляется как колебания мощности излучения лазера. Такой специфический вариант гомодинного приема в радиотехнике назвали автодинным приемом.

Рабочие характеристики автодинного приемника зависят от особенностей поведения генератора-автодина, от свойств его резонатора и существенно нелинейного усиливающего вещества. В оптическом диапазоне у автодинного приема проявляются особенности, вызванные влиянием пространственной когерентности рассеянного излучения.

Приложение 8. Теорема ван Циттерта – Цернике

При выводе теоремы ван Циттерта – Цернике принимают следующие исходные допущения.

1. Все источники излучения считают полностью некоррелированными.
2. Распределение источников видно из области наблюдения под малым углом.
3. Источники мы полагаем квазимонохроматическими (или рассматриваем поле в области наблюдения после выделения в спектре узкой полосы частот, которой мы приписываем волновое число k).
4. Все источники расположены практически на одном расстоянии от области наблюдения.

Последнее условие принято только для упрощения расчетов; в нем нет физической необходимости; можно показать, что в области наблюдения поле не изменится, если любой из рассматриваемых источников заменить его проекцией на некоторую удаленную плоскость или сферу с центром в области наблюдения.

Напряженность поля $E(x, y, z)$ в области наблюдения представим интегралом Френеля-Кирхгофа по области источника (x_1, y_1, z_1) , где действуют источники с напряженностями поля $E(x_1, y_1, z_1)$:

$$E(x, y, z) = \frac{2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1, 0) \exp(ik \frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{2z}) dx_1 dy_1. \quad (\text{П8.1})$$

Здесь $z = |z - z_1|$ по определению.

Форма записи (П8.1) уже неявно подразумевает замену реальных источников их проекциями на плоскость $z_1 = 0$. Так можно поступить с некоррелированными источниками. Здесь мы учли условие (1) и уже по существу избавились от ограничения, наложенного условием (4). Кроме того, мы молчаливо использовали условие (3), учитывая только излучение с фиксированным волновым числом.

Вынося из-под интегралов множители, не зависящие от переменных интегрирования, и перегруппировав сомножители под интегралом,

$$E(x, y, z) = \frac{2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \exp \left[ik \frac{x^2 + y^2}{2z} \right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1, 0) \exp(ik \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z}) \exp(ik \frac{xx_1 + yy_1}{z}) dx_1 dy_1. \quad (\text{П8.2})$$

Так как угол x/z , под которым видно распределение источников, мал, мал и аргумент экспоненты в квадратных скобках, поэтому

$$E(x, y, z) \approx \frac{2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1, 0) \exp(ik \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z}) \exp(ik \frac{xx_1 + yy_1}{z}) dx_1 dy_1. \quad (\text{П8.3})$$

Здесь использовано условие (2), что не сводит задачу к частному случаю. Дело в том, что результат, который будет получен, применяют почти исключительно к источникам с малыми угловыми размерами, а при больших угловых размерах поля освещенности имеют столь малый радиус когерентности, что в его количественной оценке нет никакого практического смысла – он заведомо порядка длины волны.

По определению функции корреляции,

$$\Gamma(x, y, x', y', z) = \langle E^*(x', y', z) E(x, y, z) \rangle. \quad (\text{П8.4})$$

После подстановки (П8.3) выражение (П8.4) примет вид

$$\begin{aligned} \Gamma(x, y, x', y', z) = & \\ = \langle & \frac{-2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E^*(x'_1, y'_1, 0) \exp(-ik \frac{x'_1{}^2 + y'_1{}^2}{2z}) \exp(-ik \frac{x'x'_1 + y'y'_1}{z}) dx'_1 dy'_1 \times \\ & \times \frac{2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1, 0) \exp(ik \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z}) \exp(ik \frac{xx_1 + yy_1}{z}) dx_1 dy_1 \rangle. \end{aligned} \quad (\text{П8.5})$$

Перенеся усреднение под интегралы, а из скобок усреднения вынеся детерминированные сомножители:

$$\begin{aligned} \Gamma(x, y, x', y', z) = & \frac{-2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \frac{2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \times \iiint \int dx'_1 dy'_1 dx_1 dy_1 \times \\ & \times \langle E^*(x'_1, y'_1, 0) E(x_1, y_1, 0) \rangle \exp(-ik \frac{x'_1{}^2 + y'_1{}^2}{2z}) \exp(-ik \frac{x'x'_1 + y'y'_1}{z}) \times \\ & \times \exp(ik \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z}) \exp(ik \frac{xx_1 + yy_1}{z}). \end{aligned} \quad (\text{П8.6})$$

Перегруппировав аргументы экспонент под интегралами:

$$\begin{aligned} \Gamma(x, y, x', y', z) = & \frac{-2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \frac{2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \times \iiint \int dx'_1 dy'_1 dx_1 dy_1 \times \\ & \times \langle E^*(x'_1, y'_1, 0) E(x_1, y_1, 0) \rangle \exp(ik \frac{(x'_1 + x')(x'_1 - x') + (y'_1 + y')(y'_1 - y')}{2z}) \times \\ & \times \exp(ik \frac{xx_1 - x'x'_1 + yy_1 - y'y'_1}{z}). \end{aligned} \quad (\text{П8.7})$$

Далее нужно учесть некогерентность источников (δ -корреляция)

$$\begin{aligned} \langle E^*(x'_1, y'_1, 0) E(x_1, y_1, 0) \rangle &= I(x_1, y_1, 0) \quad \text{при } x_1 = x', y_1 = y'_1 \\ \langle E^*(x'_1, y'_1, 0) E(x_1, y_1, 0) \rangle &= 0 \quad \text{при прочих условиях.} \end{aligned} \quad (\text{П8.8})$$

Здесь снова учтено условие (1) (оно в данной задаче – самое сильное).

Внутренний интеграл с учетом некогерентности источников дает:

$$\begin{aligned} & \iint dx'_1 dy'_1 \langle E^*(x'_1, y'_1, 0) E(x_1, y_1, 0) \rangle \times \\ & \times \exp(ik \frac{(x'_1 + x')(x'_1 - x') + (y'_1 + y')(y'_1 - y')}{2z}) \exp(ik \frac{xx_1 - x'x'_1 + yy_1 - y'y'_1}{z}) = \quad (\text{П8.9}) \\ & = \iint dx'_1 dy'_1 I(x_1, y_1, 0) \delta(x'_1 - x') \delta(y'_1 - y') \exp(ik \frac{xx_1 - x'x'_1 + yy_1 - y'y'_1}{z}) = \\ & = I(x_1, y_1, 0) \exp(ik \frac{(x - x')x_1 + (y - y')y_1}{z}). \end{aligned}$$

После этого наружный интеграл примет вид:

$$\begin{aligned} \Gamma(x, y, x', y', z) = & \frac{-2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \frac{2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \times \\ & \times \iint I(x_1, y_1, 0) \exp(ik \frac{(x - x')x_1 + (y - y')y_1}{z}) dx_1 dy_1, \end{aligned} \quad (\text{П8.10})$$

но это выражение по своей математической структуре – фурье-образ распределения светимости. Подробнее, преобразование (П8.10) отображает распределение светимости по переменным x_1, y_1 на спектр пространственных частот k_x/z , k_y/z , подобно тому, как функция времени преобразованием Фурье отображается на спектр обычных частот. Впрочем, в математике преобразования Фурье применяют к функциям абстрактных аргументов, и это не удивляет. (П8.10) – не нормированный фурье-образ; для нормировки нужно разделить правую часть на интегральную мощность

$$\frac{-2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \frac{2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \times \iint J(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1 .$$

Для сравнения, при полностью когерентном источнике (дифракция Фраунгофера)

$$E(x, y, z) = \frac{2ik \exp(ikz)}{4\pi z} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_1, y_1, 0) \exp(ik \frac{xx_1 + yy_1}{z}) dx_1 dy_1 . \quad (\text{П8.11})$$

Тем не менее, связь теории ван Циттерта – Цернике с дифракцией Фраунгофера довольно глубока; говоря попросту, зная решение какой-либо задачи для модели Фраунгофера, мы уже имеем решение задачи ван Циттерта – Цернике для аналогичной геометрии.

Внешнее сходство решений двух задач позволяет дать иную формулировку теоремы ван Циттерта – Цернике: «Комплексная степень когерентности, которая описывает согласованность колебаний в фиксированной точке P_2 и переменной точке P_1 плоскости, освещенной протяженным квазимонохроматическим источником, совпадает с нормированной комплексной амплитудой в соответствующей точке P_1 в дифракционной картине с центром в точке P_2 . Эту дифракционную картину можно получить, заменив источник диафрагмой той же формы и размеров и осветив ее сферической волной с центром в точке P_2 и имеющей распределение амплитуды, пропорциональное распределению интенсивностей по поверхности исходного источника».

Осталось показать, как применить выражение (П8.10) к каким-либо практическим модельным задачам.

Простейший по математическим выкладкам пример – двойная звезда. Не предполагается, что это истинно двойная, и не строится никаких догадок ни о расстояниях между двумя компонентами этой двойной, ни об удаленности каждой из них от наблюдателя. Полагается, также, что обе компоненты имеют одинаковую звездную величину (видимую светимость), и видимое угловое расстояние между этими компонентами – 2α .

Рассмотрим проекцию двух звезд на вспомогательную плоскость, на расстоянии z от наблюдателя, и на этой плоскости зададим проекциям звезд координаты $(a=\alpha z, 0)$ и $(-a, 0)$. Видимые угловые размеры звезд пренебрежимо малы в сравнении с угловым расстоянием между ними.

Тогда можно найти функцию пространственной когерентности:

$$\begin{aligned} & \iint I_0 [\delta(x_1 + a) + \delta(x_1 - a)] \delta(y_1 - 0) \exp(ik \frac{(x - x')x_1 + (y - y')y_1}{z}) dx_1 dy_1 = \\ & = I_0 [\exp(ik \frac{xa}{z}) + \exp(-ik \frac{xa}{z})] = I_0 \cos(k \frac{xa}{z}) = I_0 \cos(k\alpha z) = I_0 \cos(2\pi\alpha z / \lambda). \end{aligned}$$

Нули этой функции $x=(2n+1)\lambda/\pi\alpha$, и наименьший формально определяет размер пятна когерентности ("радиус"). Здесь "пятно" когерентности – полоса шириной $2\lambda/\pi\alpha$. Огибающая функции когерентности – константа, как следствие предположения о точечности источников света.

Если между двумя звездами будет почти такая же третья, то

$$\iint I_0 \left[\delta(x_1 + a) + (1 + \Delta)\delta(x_1) + \delta(x_1 - a) \right] \delta(y_1 - 0) \exp\left(ik \frac{(x - x')x_1 + (y - y')y_1}{z}\right) dx_1 dy_1 =$$

$$= I_0 \left[\exp\left(ik \frac{xa}{z}\right) + (1 + \Delta) + \exp\left(-ik \frac{xa}{z}\right) \right] = I_0 \left[(1 + \Delta) + \cos\left(k \frac{xa}{z}\right) \right] = I_0 \left[(1 + \Delta) + \cos(2\pi x\alpha / \lambda) \right].$$

Здесь, как и следовало ожидать для такой модели, функции когерентности может и не иметь нулей при $\Delta > 0$, тогда характерным размером пятна когерентности станет либо расстояние между локальными минимумами, либо ширина какого-то характерного пика. Для этой модели ширина «полосы когерентности» как расстояние между минимумами остается прежней, но контраст провалов уменьшается при увеличении Δ .

Самая знаменитая классическая задача на применение теоремы ван-Циттерта – Цернике – расчет функции когерентности для плоского кругового диска, в виде которого мы наблюдаем далекую (или даже ближайшую к нам) звезду.

Необходимо вычислить нормированный фурье-образ распределения яркости диска радиуса R , поэтому будем считать яркость единичной и сразу разделим интеграл на πR^2 . Положим $x'=0, y'=0$. После этого, интегрируя по кругу радиуса R , мы получим

$$\Gamma(x, y, z) = \frac{1}{\pi R^2} \iint_c \exp\left(ik \frac{xx_1 + yy_1}{z}\right) dx_1 dy_1. \quad (\text{П8.12})$$

Симметрия задачи явно подсказывает нам переход к полярным координатам

$$x = r \cos \varphi, \quad x_1 = \rho \cos \varphi_1, \quad (\text{П8.13})$$

$$y = r \sin \varphi, \quad y_1 = \rho \sin \varphi_1.$$

Тогда после подстановки, с учетом $dx_1 dy_1 = \rho d\rho d\varphi_1$,

$$\Gamma(r, z) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \exp\left\{ \frac{ikr\rho}{z} (\cos \varphi \cos \varphi_1 + \sin \varphi \sin \varphi_1) \right\} \rho d\rho d\varphi_1 =$$

$$= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} \exp\left\{ \frac{ikr\rho}{z} \cos(\varphi_1 - \varphi) \right\} d\varphi_1.$$

Внутренний интеграл – функция переменной ρ . Вычислить этот интеграл поможет один не самый популярный математический факт:

$$\int_0^{2\pi} \exp\{i\chi \cos(\alpha)\} d\alpha = 2\pi J_0(\chi). \quad (\text{П8.15})$$

Здесь J_0 – функция Бесселя нулевого порядка, при небольших значениях аргумента она очень похожа на косинус. Замена переменной интегрирования в (П8.14) очевидна и позволяет не менять пределы интегрирования, так как подынтегральная функция имеет период 2π .

Теперь (П8.14) приобретает удобный вид

$$\Gamma(r, z) = \frac{2}{R^2} \int_0^R \rho J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) d\rho. \quad (\text{П8.16})$$

Используя еще одно свойство специальных функций Бесселя,

$$\int_0^R x J_0(x) dx = R J_1(R), \quad (\text{П8.17})$$

можно заменить переменную интегрирования

$$\Gamma(r, z) = \frac{2}{R^2} \left(\frac{z}{kr} \right)^2 \int_0^{Rkr/z} \rho J_0(\rho) d\rho = \frac{2J_1(Rkr/z)}{Rkr/z}. \quad (\text{П8.18})$$

Окончательно,

$$\Gamma(r, z) = \frac{2J_1(Rkr/z)}{Rkr/z} = \frac{2J_1(\alpha kr)}{\alpha kr}, \quad (\text{П8.19})$$

где $\alpha=R/z$ – половина видимого углового размера диска.

На этом примере можно показать, как просто связаны радиус когерентности и видимый угловой размер излучателя-диска.

Функция Бесселя $J_1(x)$ при малом аргументе x приближенно равна $J_1(x) = x/2 - (x/2)^3/2 + (x/2)^5/12 - \dots$, то есть $2J_1(x) -$ при малом аргументе – почти синус.

Первый ненулевой корень функции Бесселя ($J_1(x) = 0$) есть $x = 3.83$, поэтому радиус когерентности $a = [(2)(3.83)/(2\pi)](\lambda z/R) = 1.22\lambda z/R$.

Угол, под которым виден диск из области наблюдения, $\phi=R/z$, и тогда $a=1.22\lambda/\phi$.

Эту задачу впервые решил Эйри на основе волновой теории Френеля. Позже результат применял Майкельсон для определения углового размера красного гиганта Бетельгейзе (α Ориона). На основании оценки расстояния до Бетельгейзе по измерениям ее параллакса, Майкельсон установил, что радиус Бетельгейзе примерно равен радиусу орбиты Марса. Кстати говоря, первый ненулевой корень синуса равен 3.14... Если мы станем рассчитывать радиус когерентности, полагая излучатель квадратным, мы получим несколько заниженное значение, но грубой ошибки не будет.

Вспомнив ранее рассмотренную простую модель с двумя звездами, заметим, что определение углового размера удаленного источника по виду функции пространственной когерентности требует некоторой рассудительности тщательности в постановке опыта. Первый минимум функции когерентности дает нам габарит источника, но поведение функции пространственной когерентности в более широких масштабах позволяет судить о некоторой структуре в распределении яркости источников, что особенно важно, если детали изображения оптическая система разрешить не может.

Как отразится на функции пространственной когерентности тонкая структура излучателя, например, наличие в компактной системе пяти компонентов, малых в сравнении с габаритами всей системы? Теория ван Циттерта – Цернике даст формальный ответ и на такой вопрос, хотя и не без затруднений в математике. Попробуем «угадать» ответ без сложных выкладок, опираясь на уже рассмотренные модельные решения. Здесь нам поможет аддитивность комплексных функций взаимной интенсивности и, как следствие, аддитивность их вещественных частей. Аддитивность, в свою очередь, есть следствие интегрального представления комплексной взаимной интенсивности волн, излучаемых некоррелированными источниками. Взглянув еще раз на решения задач с двумя и тремя звездами, мы без труда заметим эту аддитивность, как проявление линейности преобразования Фурье.

Не составит особого труда выписать, например, решение задачи для четырех звездочек в углах прямоугольника или ромба.

К сожалению, обратную задачу такими полуинтуитивными методами решить труднее, так как придется прибегнуть к обратному преобразованию Фурье, что формально возможно, но из-за погрешностей измерений даст не слишком точный результат. Еще больше сожалений вызывает то, что реальные измерения функций пространственной когерентности в наблюдательной астрономии труднее, чем самые строгие решения задач в теории ван Циттерта – Цернике.

Контрольные вопросы

1. Что называют временной когерентностью излучения? Какими параметрами и величинами ее выражают?
2. Что называют пространственной когерентностью излучения? Какими параметрами и величинами ее выражают?
3. Почему излучение теплового источника некогерентно?
4. До какой степени может быть когерентным излучение газоразрядного источника?
5. Почему излучение лазера может иметь высокую временную когерентность?
6. При каких условиях излучение лазера имеет высокую пространственную когерентность?
7. В чем состоит теорема ван Циттерта – Цернике? Для чего ее применяют на практике?
8. Как устроен интерферометр Майкельсона?
9. Чем отличаются полосы равного наклона от полос равной толщины?
10. Что означает выражение «полосы бесконечной ширины»? Как их получают?
11. В чем заключены трудности измерения временной когерентности излучения лазеров?
12. Каково спектральное разрешение у интерферометра Майкельсона в используемой установке?
13. Какая дифракционная решетка потребуется для спектрометра с такой же разрешающей силой, как и у используемого интерферометра?
14. Какую роль в используемой установке играет пространственная когерентность анализируемого излучения?

Рекомендуемая литература

Основная

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука 1970.
2. Калитеевский Н.И. Волновая оптика. М.: Высшая Школа 1978.
3. Карлов Н.В. Лекции по квантовой электронике. М.: Наука 1988.
4. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. М.: МГУ 1998.
5. Бутиков Е.И. Оптика. СПб.: Невский Диалог 2003.
6. Евтихийев Н.Н. и др. Информационная оптика. М.: МЭИ 2000.
7. Матвеев А.Н. Оптика. М.: Высшая Школа 1985.
8. Сивухин Д.В. Оптика. М.: Наука 1988.
9. Стафеев С.К., Боярский К.К., Башнина Г.Л. Основы оптики. СПб.: Питер 2006.

Дополнительная

10. Гудмен Дж. Статистическая оптика. М.: Мир 1988.
11. Перина Я. Когерентность света. М.: Мир 1974.
12. Лэкс М. Флуктуации и когерентные явления. М.: Мир 1974.
13. Перина Я. Квантовая статистика линейных и нелинейных оптических явлений. М.: Мир 1987.
14. Построение изображений в астрономии по функциям когерентности. Под ред. К. ван Схонвелда. М.: Мир 1982.

Егоров Владимир Константинович
Стариков Ростислав Сергеевич

Измерение когерентности лазерного излучения

Учебное пособие и описание лабораторной работы

Редактор Шумакова Н.В.

Подписано в печать 05.09.2008. Формат 60x84 1/16
Уч.-изд. л. 4,75. Печ. л. 4,75. Тираж 120 экз.
Изд. № 3/10 Заказ №

Московский инженерно-физический институт
(государственный университет),
115409, Москва, Каширское шоссе, 31.
Типография издательства «ТРОВАНТ», г. Троицк Московской области